2021年度　群馬県
数学

Km Km

1.

(1)

① 与式 $= 2+5$

$= 7$

② 与式 $= 4x - x$

$= 3x$

③ 与式 $= \dfrac{-6a^3b^2}{-4ab}$

$= \dfrac{3}{2}a^2b$

(2) $(2x-y-6)+3(x+y+2)$

$= 2x - y - 6 + 3x + 3y + 6$

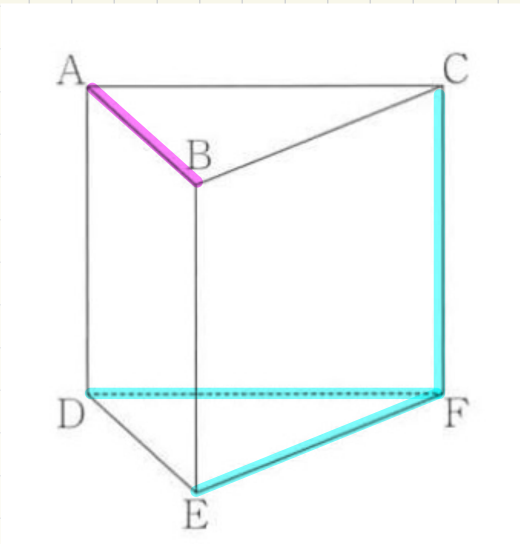
$= 5x + 2y$

$x=-2,\ y=3$ を代入して

$5\times(-2)+2\times3 = -10+6$

$= -4$

(3)



辺CF，辺DF，辺EF

・交わらない

・平行でない

(4) $\sqrt{24n}$ が自然数となるには、$24n$ が平方数であれば良い。

$$24n = 2^3 \times 3 \times n$$

⇒ $(\bigcirc \times \triangle)^2$ の形になるように n を決める

$\therefore n = 2 \times 3 = 6$ のとき

$$24 \times 6 = \underbrace{2^3 \times 3}_{24} \times \underbrace{2 \times 3}_{6}$$

$$= 2^4 \times 3^2$$

$$= (2^2 \times 3)^2$$

$$= 12^2$$ 平方数

よって、$n = 6$

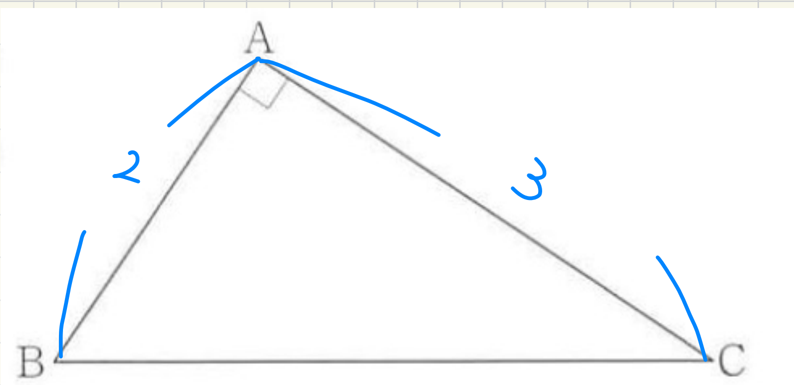
(5) 反比例なので、$y = \dfrac{a}{x}$ とおく。

$x = 2$, $y = -2$ なので

$$-2 = \frac{a}{2} \Rightarrow a = -4$$

よって、$y = -\dfrac{4}{x}$

(6)



三平方の定理より

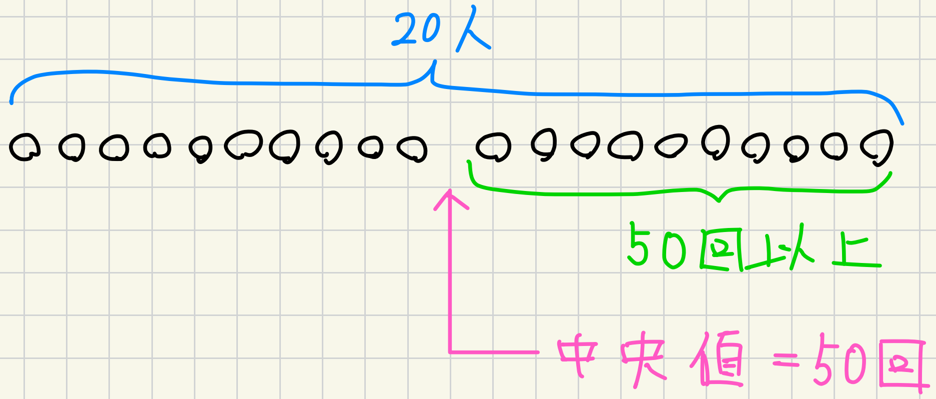
$$BC = \sqrt{2^2 + 3^2}$$

$= \sqrt{4+9}$

$= \sqrt{13}$

$$= \sqrt{13}\text{cm}$$

(7)



よって，エ

(8) はじめに容器Aに入っていた牛乳の量を x mLとすると．

$$(x+140):2x=5:3$$
$$3(x+140)=2x\times 5$$
$$3x+420=10x$$
$$-7x=-420$$
$$x=60$$

よって，60mL

(9)

ア：$x=1$ のとき $y=\frac{1}{2}$ m，$x=3$ のとき $y=\frac{9}{2}$ m。よって ボールが進んだ距離は

$$\frac{9}{2}-\frac{1}{2}=4\text{ m}.$$ 誤り

イ：アより2秒で4m進んだので，平均の速さは

$$4\div 2=2\text{ m/s}$$ 誤り

ウ：ア と同じ計算により 誤り

エ：イ と同じ計算により 正しい

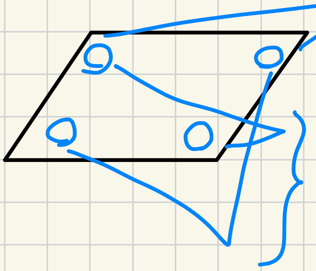
よって、エ

2.

(1)

① 平行四辺形に「1組の隣り合う角の大きさが等しい」ウ

という条件が加わると、長方形になる。



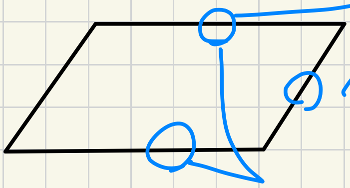
隣りあう角が等しい

平行四辺形は、対角が等しい

⇒ 4つの角がそれぞれ等しい

② 平行四辺形に「1組の隣り合う辺の長さが等しい」イ

という条件が加わると、ひし形になる

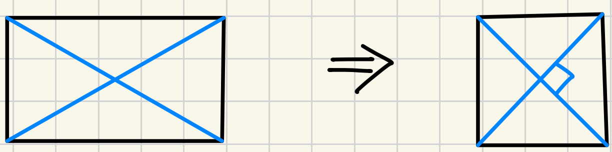


隣りあう辺が等しい

平行四辺形は向かい合う辺が等しい

⇒ 4つの辺がそれぞれ等しい

(2) 対角線が垂直に交わる



・長方形：4つの角が90°

・ひし形：対角線が90°

→ 4つの辺が等しい

→ 正方形

3.

(1) $10a+b$

(2) 整数Aの十の位の数をa, 一の位の数をbとおくと, ㋐より

$$(10b+a)\div 2 = 10a+b+1$$

$$\Leftrightarrow 10b+a = 20a+2b+2$$ ※両辺を2倍

$$\Leftrightarrow 19a-8b=-2 \quad —— ①$$

①より

$$3(a+b) = 10a+b-4$$

$$\Leftrightarrow 3a+3b = 10a+b-4$$

$$\Leftrightarrow 7a-2b=4 \quad —— ②$$

① − ② × 4 より

$$\begin{array}{rrrl} & 19a & -8b & =-2 \\ - \big) & 28a & -8b & =16 \\ \hline & -9a & & =-18 \\ & & a & =2 \end{array}$$

a = 2 を ② に代入して,

$$14-2b=4$$

$$-2b=-10$$

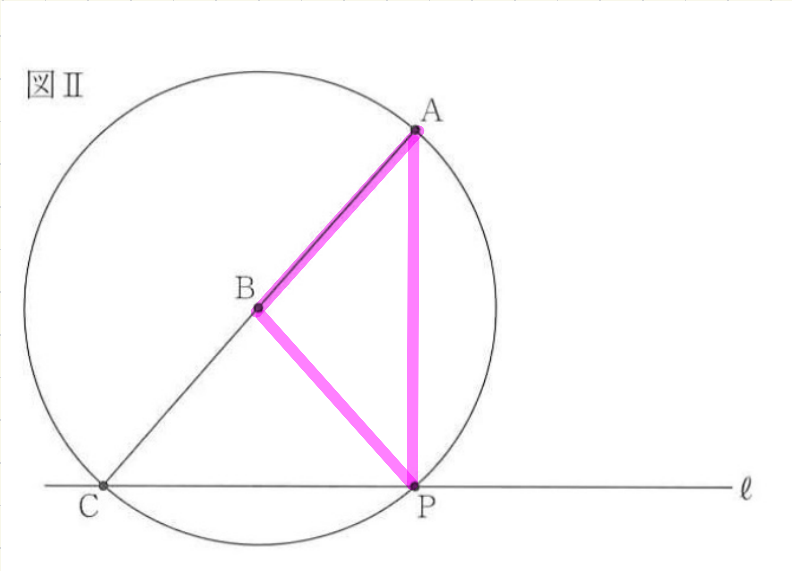
$$b=5$$

a, b は整数なので, a=2, b=5 は適している.

よって, $A = 10\times 2+5 = 25$

4.

(1)



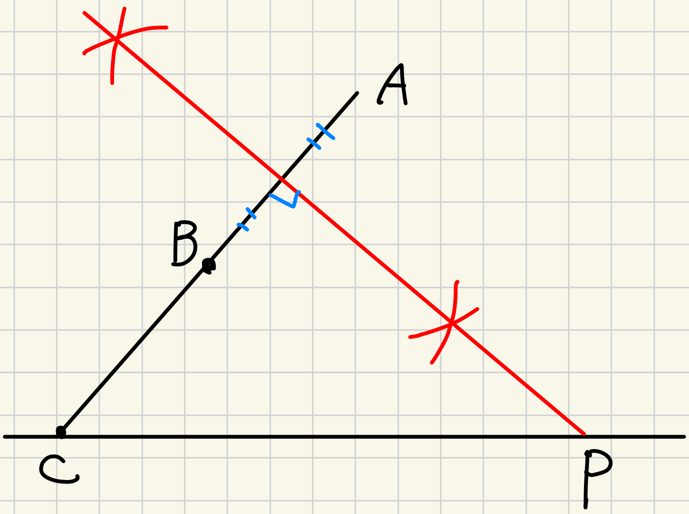
(BA, BP は円Bの半径なので、BA = BP.)

よって、
作図した円の周上の点は、点B からの距離がすべて等しいので、
BA = BP

となります。したがって △ABP は二等辺三角形であるといえます。

(2)

①

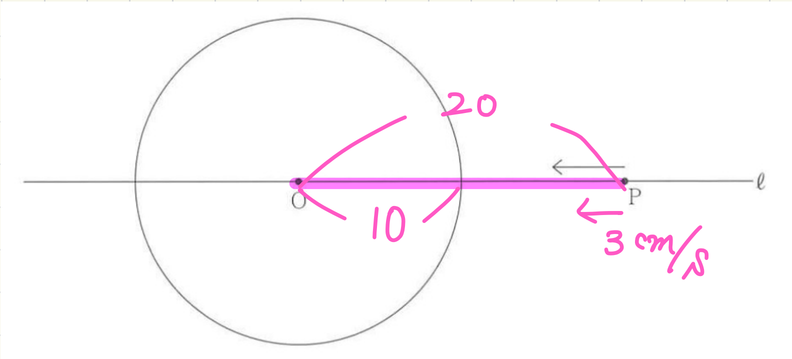


② 線分ABの垂直二等分線上のすべての点は、2点A, B からの距離が等しいので、AP = BP となる。したがって、△ABP は二等辺三角形である。

5.

(1)

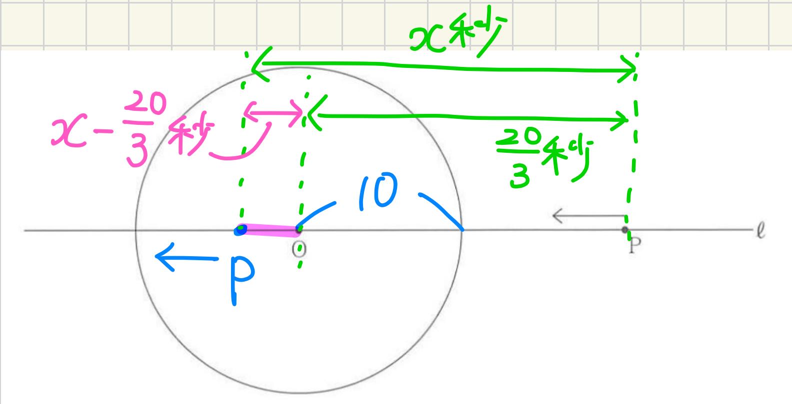
①



点Pは1秒間に3cm進むので、x秒では$3x$ cm進む。よって

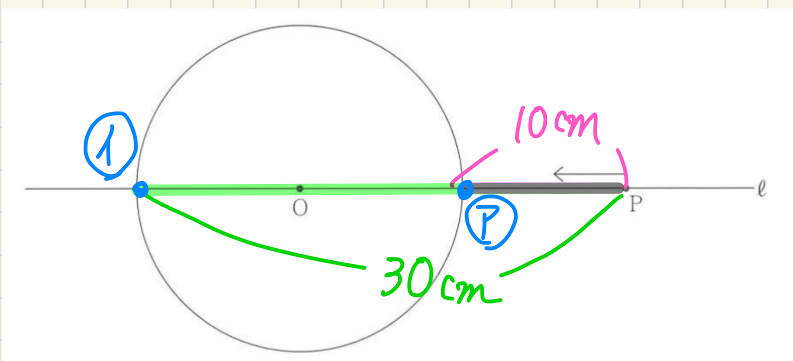
$$y = 20 - 3x$$
$$= -3x + 20$$

②



$$y = 3\left(x - \frac{20}{3}\right)$$
$$= 3x - 20$$

③



アに着く時間は

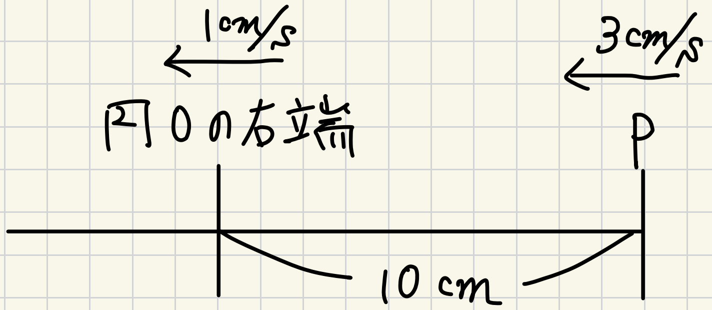
$\frac{10}{3}$秒

イに着く時間は10秒

よって、点Pが周上または内部にいる時間は $10 - \frac{10}{3} = \frac{20}{3}$ 秒間

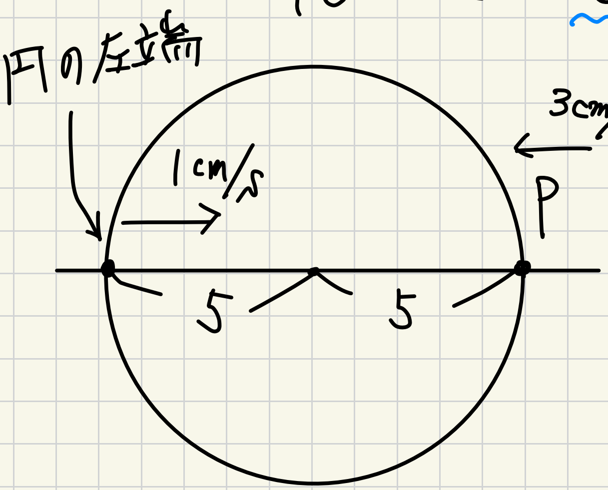
(2) やや難問

点Pの出発と同時に円Oが小さくなる。
はじめは、点Pが円Oを追うことになる。



毎秒3cmで動く点Pを、毎秒1cmで小さくなる円Oを追いかけるので、点Pと円Oの右端は、毎秒2cmずつ近づく。したがって、点Pと円Oの右端が重なるのは、

$$10 \div 2 = 5\text{秒}$$



5秒後の点Pと円Oの位置は左図の通り。このとき、点Pと円Oの左端は10cm離れており、点Pは円Oの左端に向かって進む。

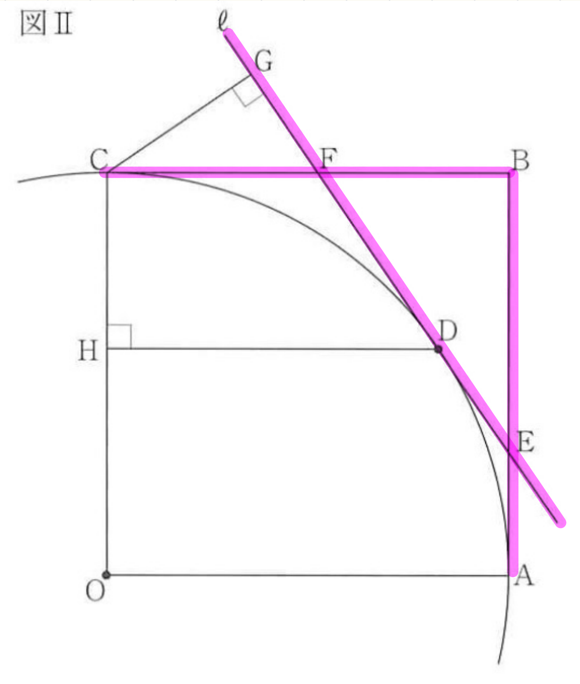
1秒あたり$1+3=4$cm近づくので、点Pが円Oの左端と重なるのは、

$$10 \div 4 = \frac{5}{2}\text{秒}$$

よって、点Pが円Oの周上または内部にいる時間は、$5 - \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$秒間

6

(1)

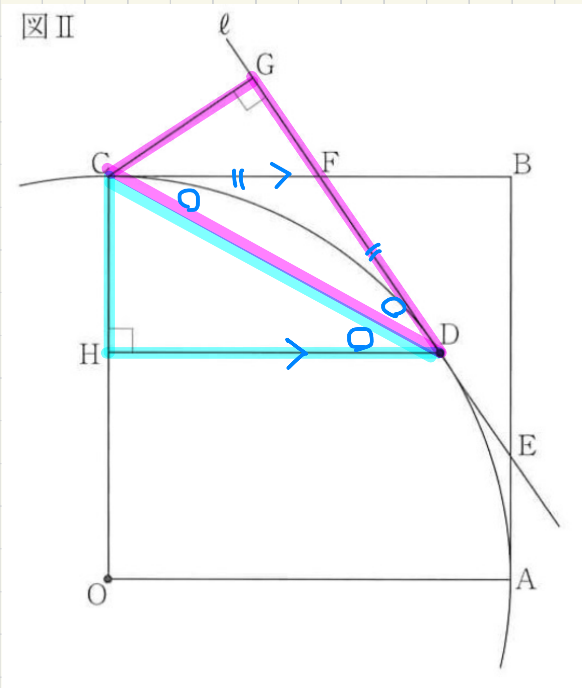


ℓ以外の接線は

直線AB，直線BC

㋐　　㋓

(2)



△CDGと△CDHにおいて，

∠CGD = ∠CHD = 90° ―― ①

CDは共通 ―― ②

FC, FDは円Oの接線より

FC = FDとなるから，△FCDは

二等辺三角形。よって，

∠FCD = ∠FDC ―― ③

CF // HDより錯角は等しいので，

∠FCD = ∠HDC ―― ④

③，④より∠FDC = ∠HDCとなるので，

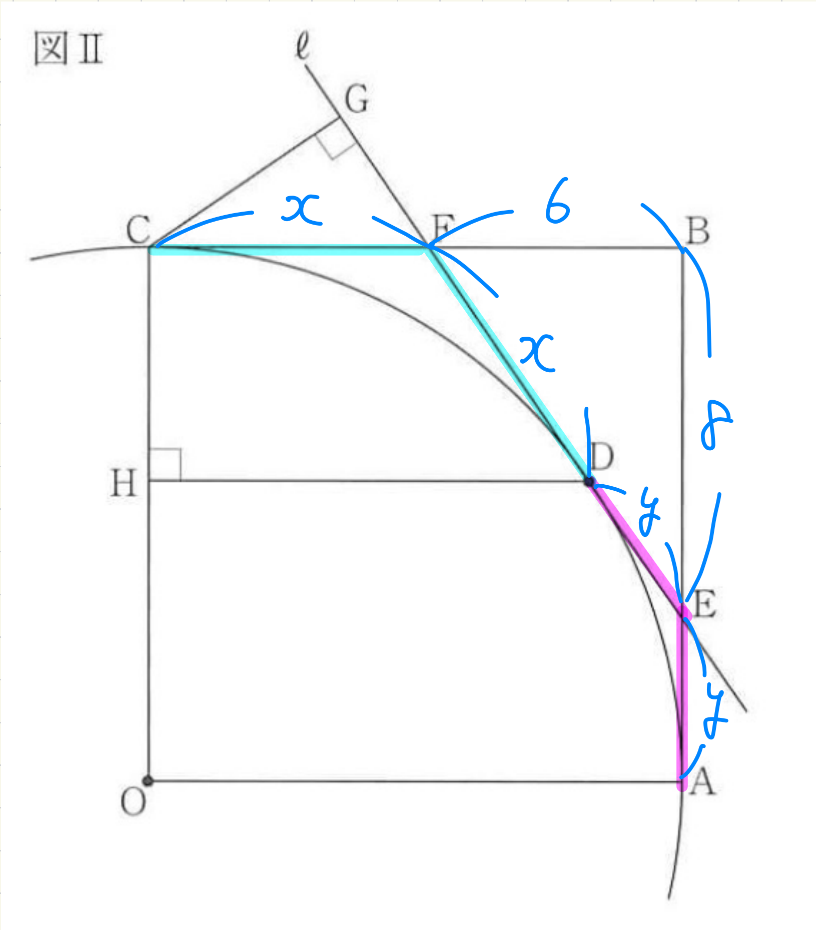
∠GDC = ∠HDC ―― ⑤

①, ②, ⑤ より直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので

$\triangle CDG \equiv \triangle CDH$ (証明終わり)

(3)

①



FC, FD は円Oの接線なので FC = FD

ED, EA は円Oの接線なので ED = EA

よって FC = x, EA = y とすると

FD = x, ED = y

となる。

三角形 FEB で三平方の定理より

$$FE = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$$

$= 10$ cm

よって

$$FE = x + y = 10$$

□OABCの一辺の長さは $\dfrac{BC + BA}{2}$ で求められるから

正方形

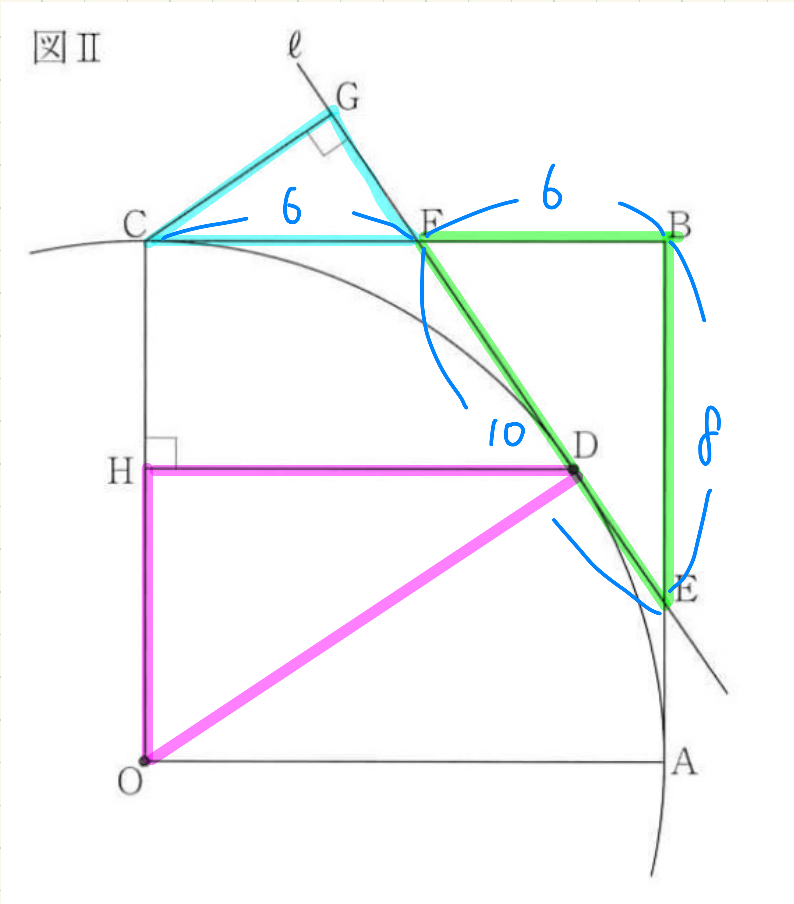
$$\frac{BC+BA}{2} = \frac{6+x+8+y}{2}$$

$$= \frac{14+\underbrace{x+y}_{=10}}{2}$$

$$= \frac{14+10}{2}$$

$$= 12\text{ cm}$$

②



△FCGと△FEBにおいて、

∠FGC = ∠FBE = 90° ―①

対頂角は等しいから

∠CFG = ∠EFB ―②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので、

△FCG ∽ △FEB

(3) ①より BC = 12 cm なので、FC = 6 cm

相似な三角形の対応する辺の比は等しいから

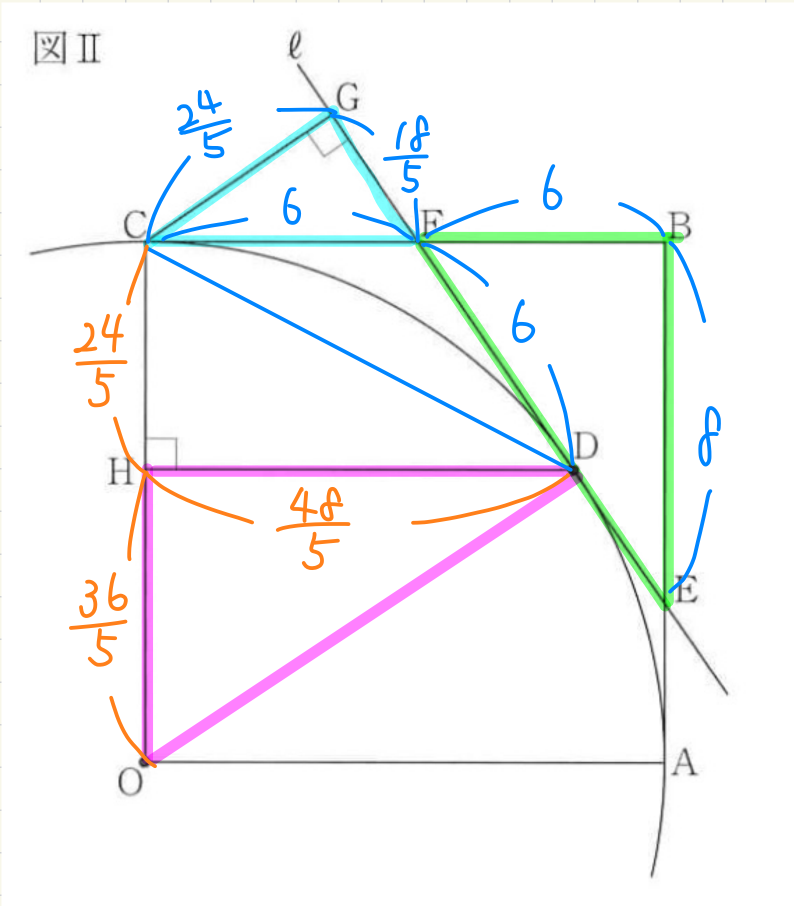
$$FG : \underset{6}{FB} = \underset{6}{FC} : \underset{10}{FE}$$

$\therefore\ 10FG = 36 \Rightarrow FG = \dfrac{18}{5}$ cm

同様に

$$\underset{8}{\underline{EB}}\text{ と } CG : EB = FC : FE,\quad FC = 6,\ FE = 10$$

$\therefore\ 10CG = 48 \Rightarrow CG = \dfrac{24}{5}$ cm



(2) より $\triangle CDG \equiv \triangle CDH$ なので

$CH = CG = \dfrac{24}{5}$ cm

$\therefore\ OH = 12 - \dfrac{24}{5}$

$= \dfrac{36}{5}$ cm

$DH = DG$

$= 6 + \dfrac{18}{5} = \dfrac{48}{5}$ cm.

以上より. $\triangle ODH$ の面積は.

$$\frac{1}{2} \times \frac{36}{5} \times \frac{48}{5} = \frac{864}{25}\ \text{cm}^2$$