2021年度　茨城県

数学

KmKm

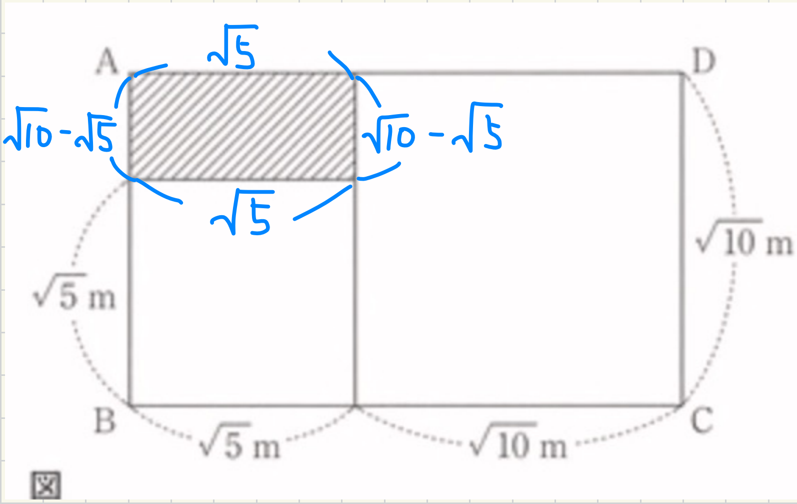
1.

(1) 得失点差 ＝得点合計－失点合計

$= 3 - 7$

$= -4$

(2)



求める周の長さ

$= 2 \times \sqrt{5} + 2 \times (\sqrt{10} - \sqrt{5})$

$= 2\sqrt{5} + 2\sqrt{10} - 2\sqrt{5}$

$= 2\sqrt{10}$ cm

(3) 1個 a 円のクリームパン5個と1個 b 円のジャムパン3個買ったときの合計金額は

$5a + 3b$ 円

この金額が1000円以下なので

$5a + 3b \leqq 1000$

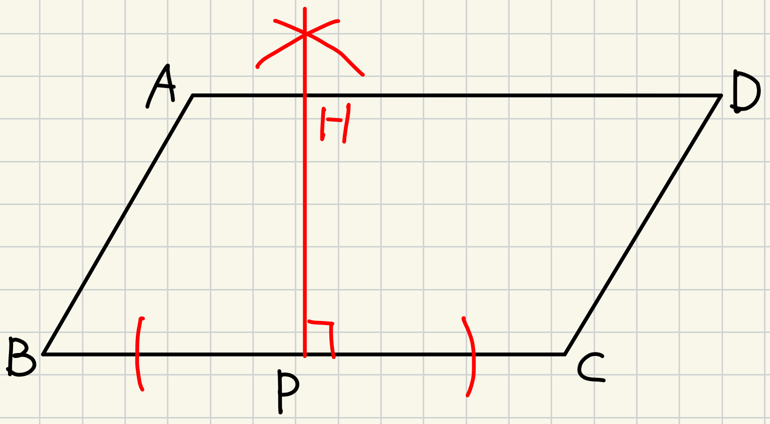
式を整理して

$0 \leqq 1000 - (5a + 3b)$

$\therefore 1000 - (5a + 3b) \leqq 0$

よって、答えはウ

(4)



① Pを中心として円を描く
② ①とBCの交点から半径が等しい円を描く
③ ②の交点とPを結んだ直線とADの交点がH.

2.

(1) 連続する3つの整数のうち、もっとも小さい整数を n とすると、連続する3つの整数は、小さい順に n, $n+1$ ㋐, $n+2$ ㋑ と表すことができる.

ここで、

$$n+(n+1)+(n+2)=3(n+1)$$ ㋒

$n+1$ は整数だから、$3(n+1)$ は3の倍数である.
したがって、連続する3つの整数の和は、3の倍数である.

(2) 条件Ⅱより 横の長さは、

$x+5$ m

である。よって面積は、$x(x+5)$ で表され、これが24となるので.

$$\underline{x(x+5)}_{ア} = 24$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2+5x-24=0$$

$$\Leftrightarrow \quad (x+8)(x-3)=0$$

$$\therefore \quad x = \underbrace{-8}_{イ},\ \underbrace{3}_{ウ}$$

$x=-8$ は縦の長さとしては適していないから、縦の長さは3mである。

(3)

ア：点Bは点Aをy軸を対称の軸として対称移動させたので、点Aのx座標は$x=1$である。

また、点Aは $y=\dfrac{2}{x}$ 上にあるので、

$$y=\frac{2}{1}=2 \qquad \therefore A(1,2)$$

点Aは $y=ax^2$ 上にあるから、

$$2=a\times 1^2 \qquad \therefore a=2$$

(イ) $y=ax^2$ において、x が p から q まで変化するときの変化の割合は $a(p+q)$ で表される。

$y=2x^2$ において、x が1から3まで変化するときの変化の割合は、$2(1+3)=8$ となる。

(4)

・選んだ選手がAの場合

Aさんの最頻値は11.9秒、Bさんの最頻値は12.0秒なので、Aさんの最頻値の方が、Bさんの最頻値よりも小さい。

したがって、Aさんの方が次の1回でより速く走れそうな選手である。

・選んだ選手がBの場合

Bさんの中央値は12.0秒、Aさんの中央値は12.1秒なので、Bさんの中央値の方が、Aさんの中央値よりも小さい。

したがって、Bさんの方が次の1回でより速く走れそうな選手である。

(参考)

最頻値

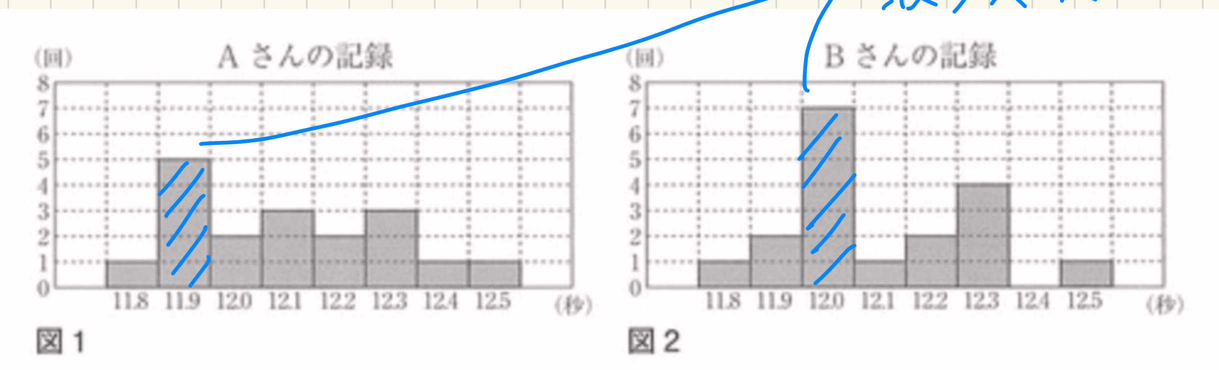
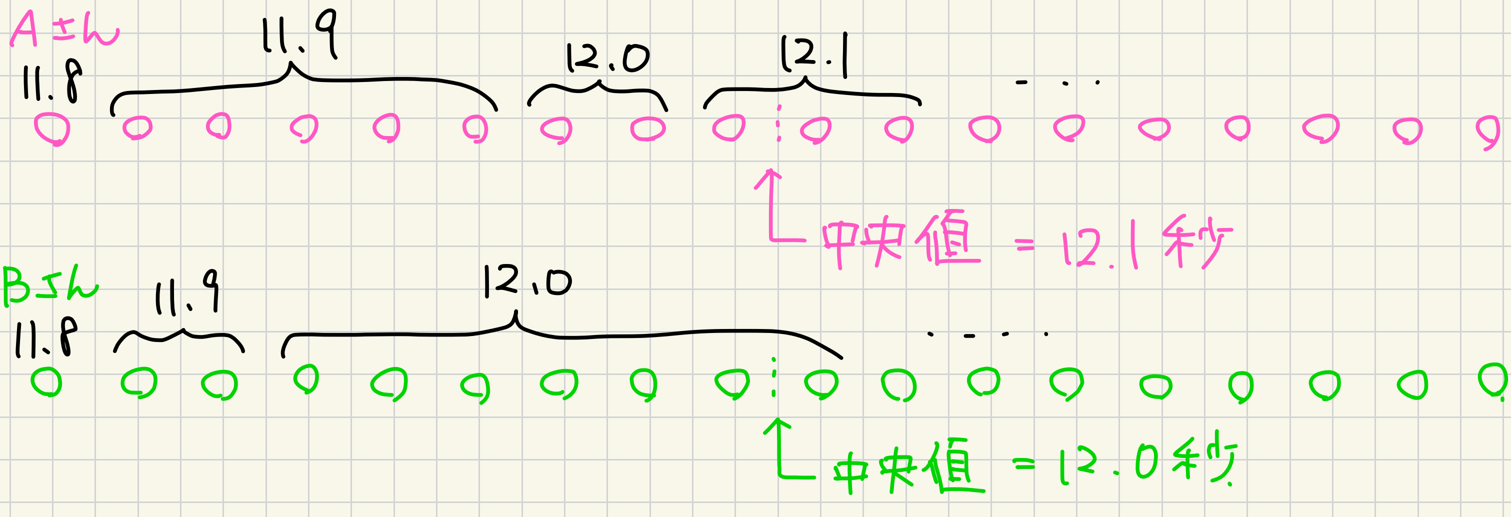


図1　図2



3.

(1)

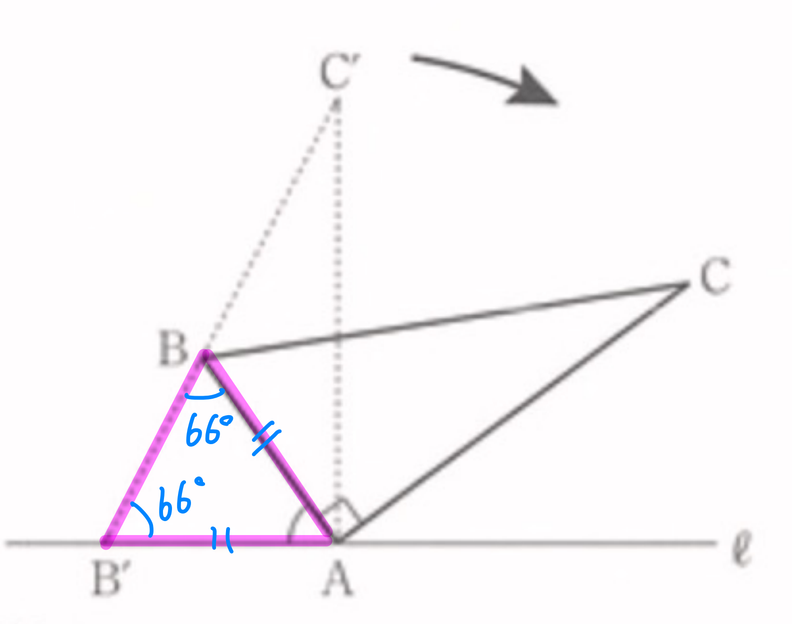


図2

$AB = AB'$ より $\triangle ABB'$ は二等辺三角形.

よって

$\angle BAB' = 180° - 66° \times 2$

$= 180° - 132°$

$= 48°$

(2)

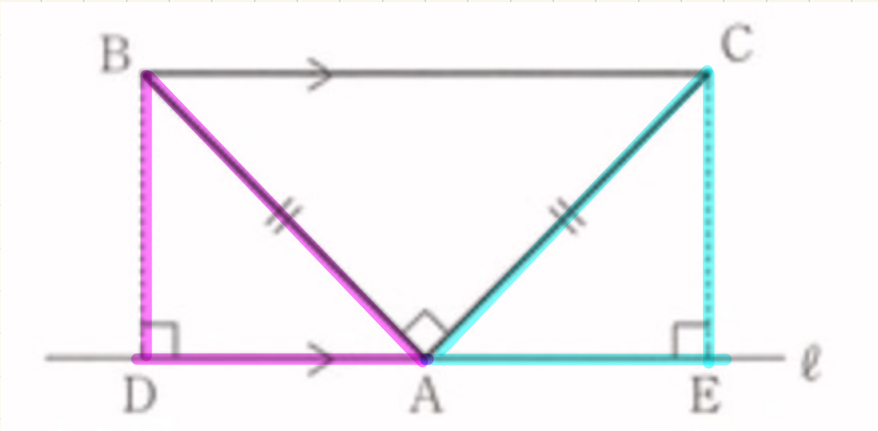


図4

$\triangle ADB$ と $\triangle AEC$ で.

仮定から

$AB = AC$ ―― ①

$\angle CBA = \angle BCA$ ―― ②

$\angle BDA = \angle CEA = 90°$ ―― ③

平行線の錯角だから

$\angle CBA = \angle DAB$ ―― ④

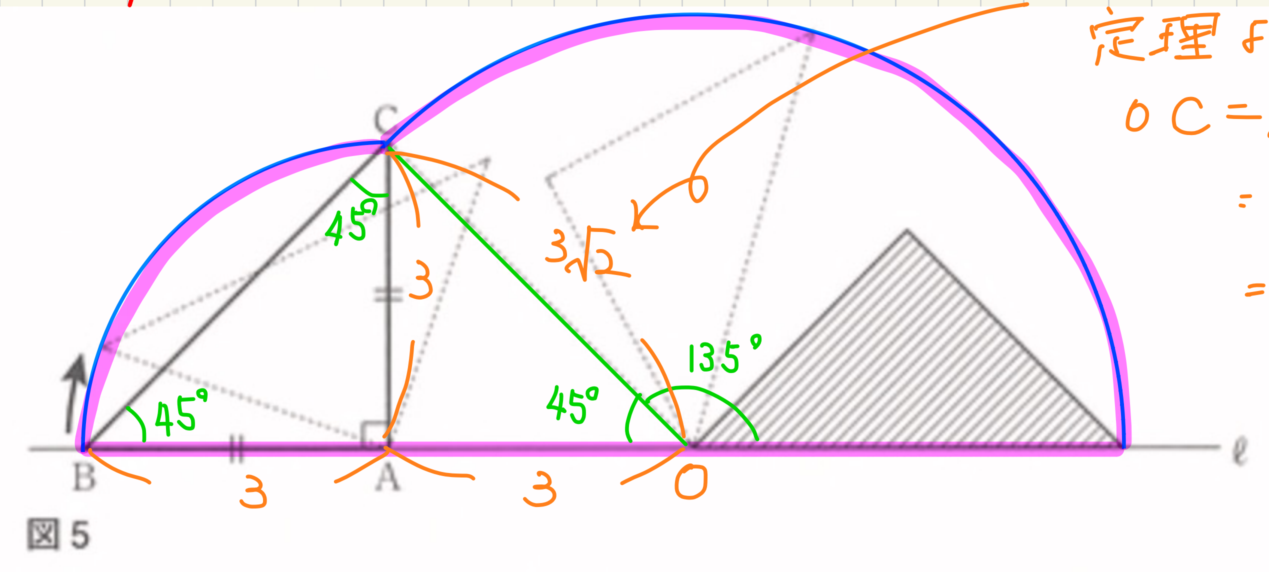
$\angle BCA = \angle EAC$ ―― ⑤

②, ④, ⑤ から $\angle DAB = \angle EAC$ ―― ⑥

①, ③, ⑥ から 斜辺と1鋭角がそれぞれ等しい直角三角形なので.

$\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ (証明終わり).

(3) 難問



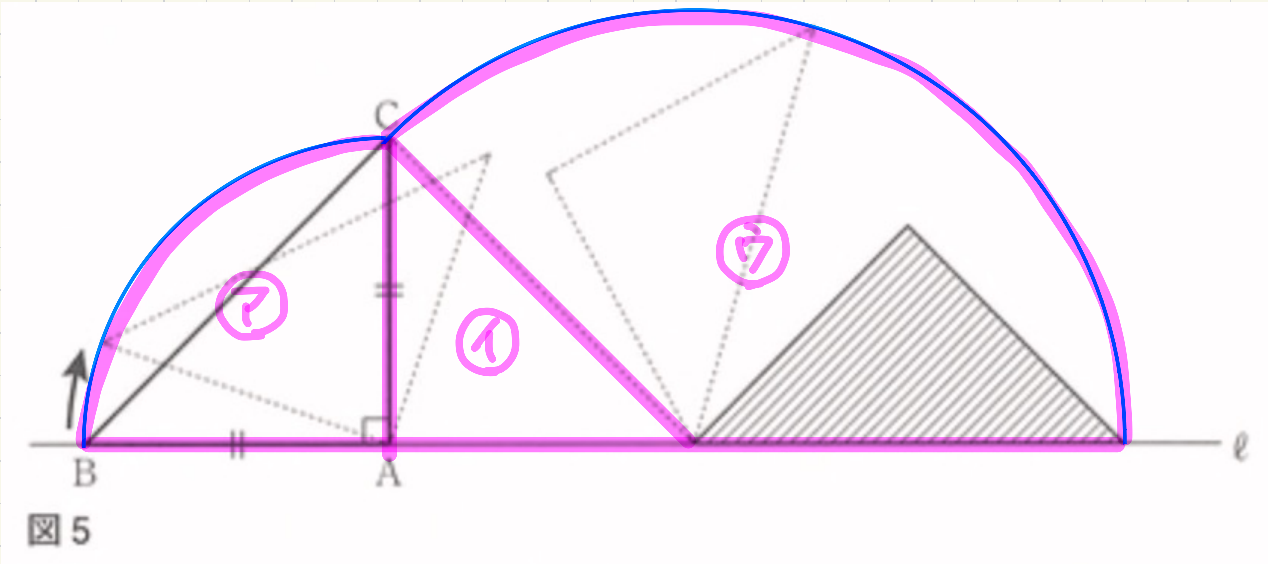
△OACで三平方の定理より

$OC = \sqrt{3^2+3^2}$

$= \sqrt{18}$

$= 3\sqrt{2}$

点Bが動く軌跡は、上図の通り。



$㋐ = 3 \times 3 \times \pi \times \frac{1}{4} = \frac{9}{4}\pi$

$㋑ = 3 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$

$㋒ = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \pi \times \frac{135}{360}$

$= 18 \times \pi \times \frac{3}{8}$

$= \frac{27}{4}\pi$

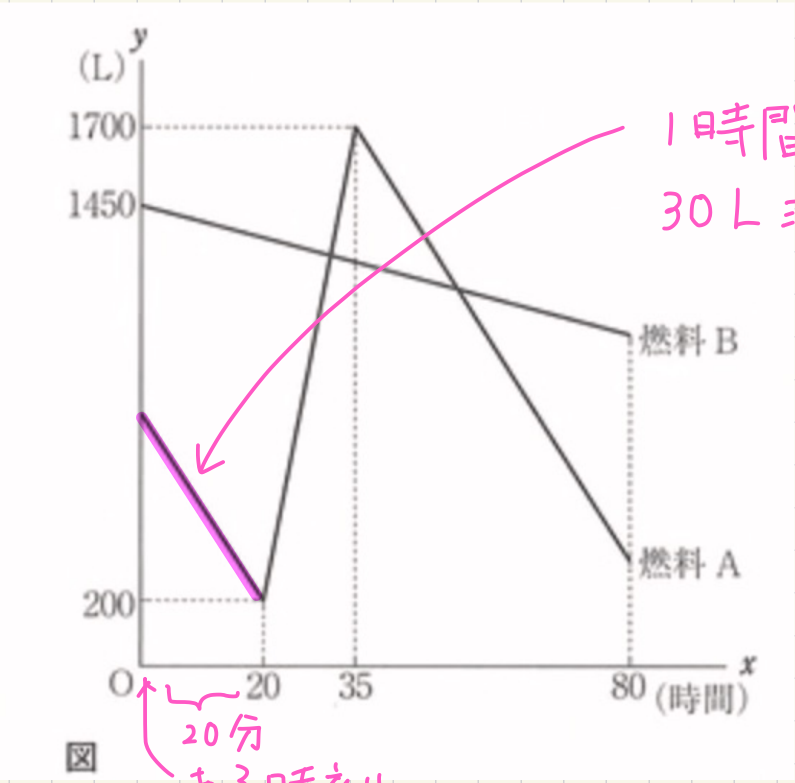
よって、求める面積は

$$ⓐ+ⓘ+ⓤ=\frac{9}{4}\pi+\frac{9}{2}+\frac{27}{4}\pi$$

$$=9\pi+\frac{9}{2}\ \mathrm{cm}^2$$

4.

(1)



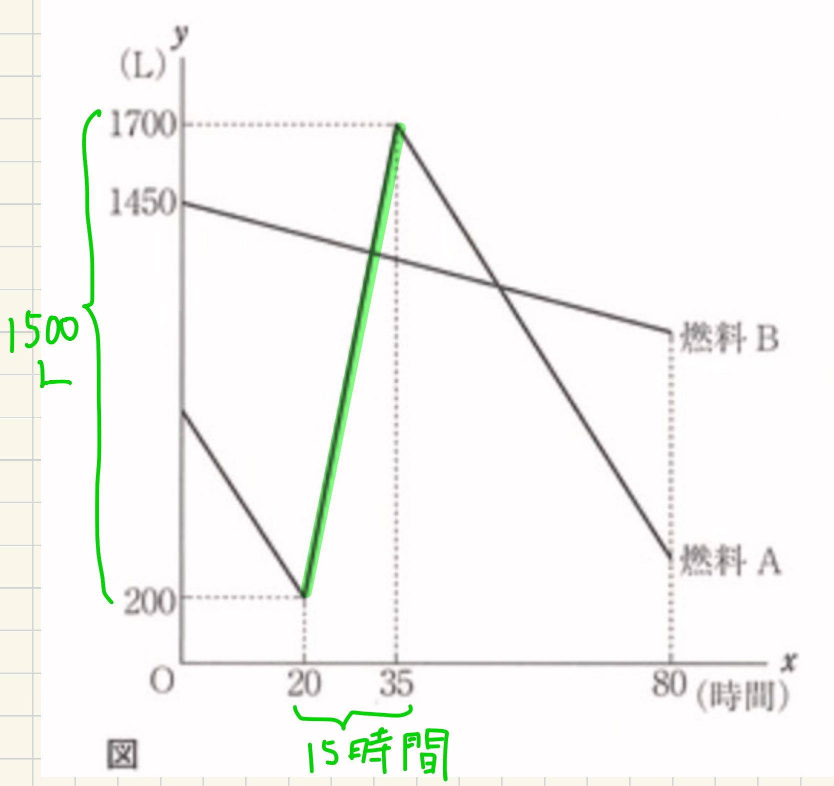
燃料Aは、1時間あたり30L消費されるので、
20時間では

$$30\times20=600\,\mathrm{L}$$

消費される。よって、ある時刻の燃料Aの残量は、

$$600+200=800\mathrm{L}$$

(2)



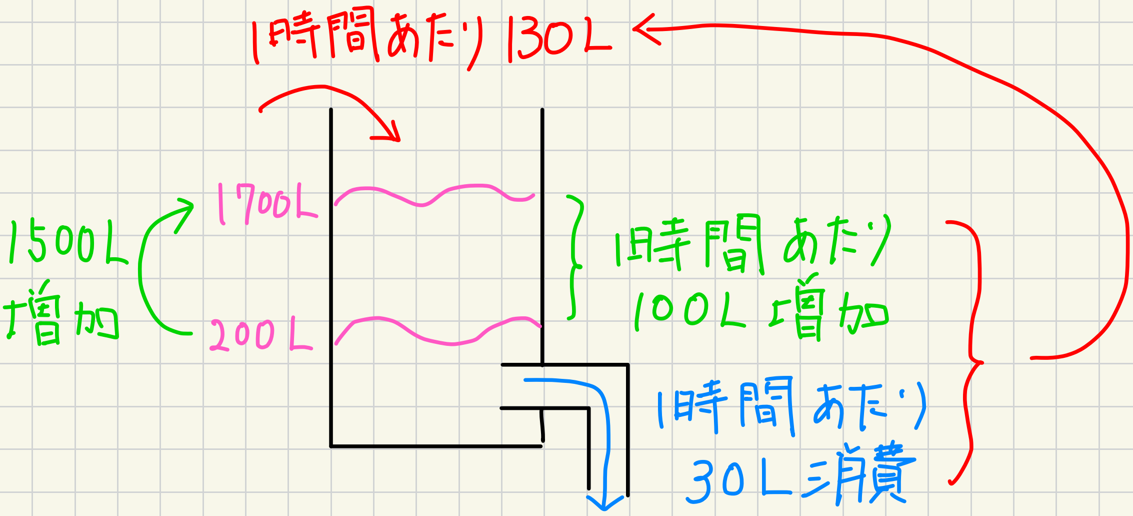
グラフから、15時間で、1500L 増えているので、1時間あたりの増加量は、

$1500 \div 15 = 100$L

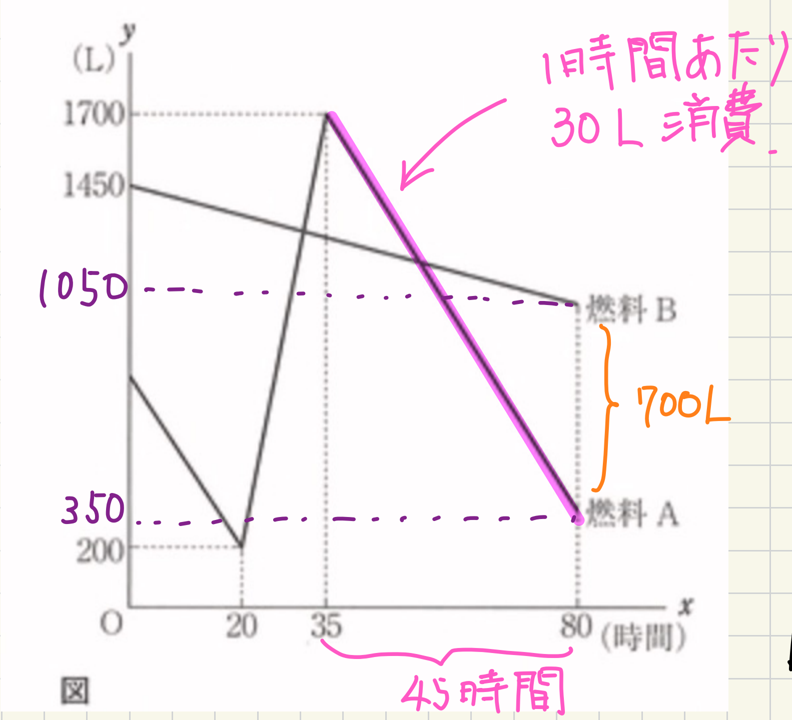
補給している間も1時間あたり 30Lを消費しているので、1時間あたりの補給量は

$100 + 30 = 130$L

(参考) 20〜35時間 のとき



(3)



80時間後の燃料Aの残量は.

$1700-30\times45$

$=1700-1350$

$=350\text{L}$

燃料Aの残量は.燃料Bの残量より700L少ないので.80時間後の燃料Bの残量は.

$350+700=1050\text{L}$

燃料Bのグラフの式を$y=ax+b$とおくと.

$(0,1450)$,$(80,1050)$を通るので.

$$\begin{cases}1450=0+b & \text{——①}\\ 1050=80a+b & \text{——②}\end{cases}$$

①より$b=1450$.これを②に代入して

$1050=80a+1450$

$-80a=400$

$\therefore a=-5$

よって.$y=-5x+1450$. $y=200$のとき.補給されるので.

$200=-5x+1450$

$$5x = 1250$$
$$\therefore x = 250$$

よって、250時間後

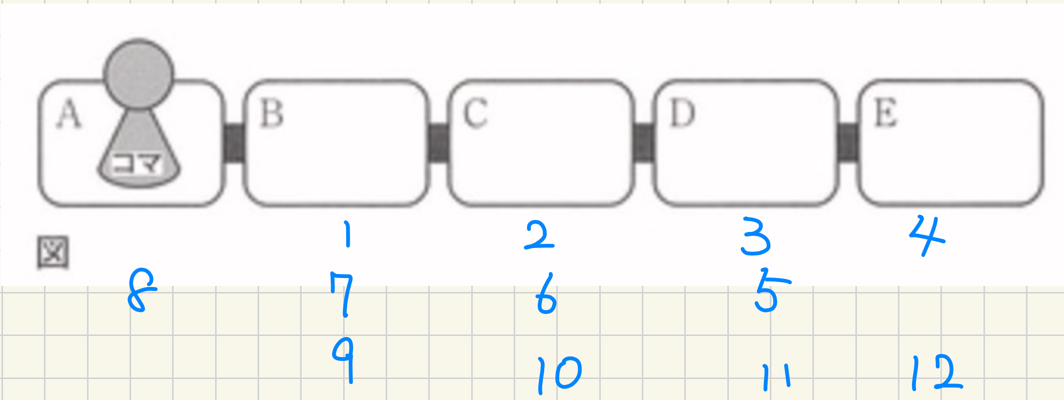
5.

(1)

① さいころの目の最小は1、最大は6なので、

$a+b$ の最小値 : $1+1=2$

$a+b$ の最大値 : $6+6=12$



E に止まるのは、$a+b=4, 12$ のときである。

・$a+b=4$ のとき

$(a, b) = (1, 3), (2, 2), (3, 1)$ の3通り

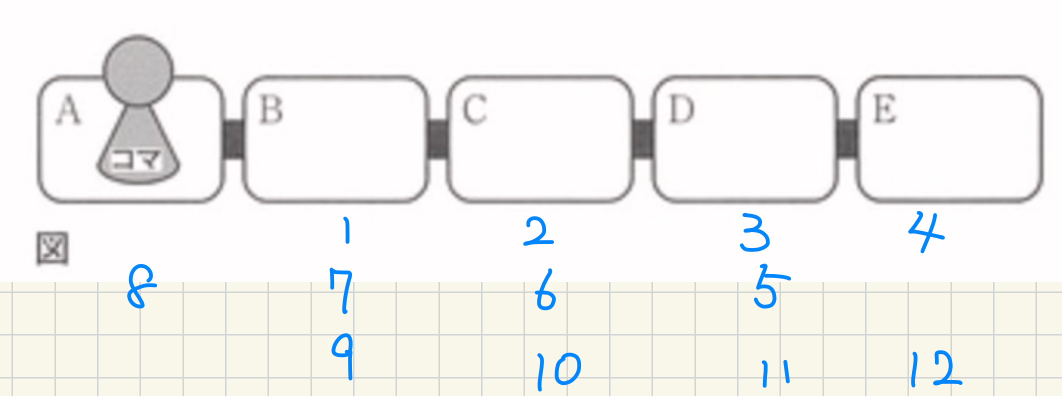
・$a+b=12$ のとき

$(a, b) = (6, 6)$ の1通り。

よって、E に止まるのは $3+1=4$ 通り。さいころの出る目は $6 \times 6 = 36$ 通りなので、求める確率は

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

②



〈Aに止まるとき〉

$a+b=8$: $(a,b)=(2,6),(3,5),(4,4),(5,3)$
$(6,2)$　5通り

〈Bに止まるとき〉

$a+b=7$: $(a,b)=(1,6),(2,5),(3,4),(4,3)$,
$(5,2),(6,1)$　6通り.

$a+b=9$: $(a,b)=(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)$
4通り

$\therefore\ 6+4=10$通り

〈Cに止まるとき〉

$a+b=2$: $(a,b)=(1,1)$　1通り

$a+b=6$: $(a,b)=(1,5),(2,4),(3,3),(4,2)$
$(5,1)$　5通り

$a+b=10$: $(a,b)=(4,6),(5,5),(6,4)$
3通り

$\therefore\ 1+5+3=9$通り

〈Dに止まるとき〉　3, 5, 11

$a+b=3$: $(a,b)=(1,2),(2,1)$ 2通り

$a+b=5$: $(a,b)=(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)$ 4通り

$a+b=11$: $(a,b)=(5,6),(6,5)$ 2通り

$\therefore\ 2+4+2=8$通り

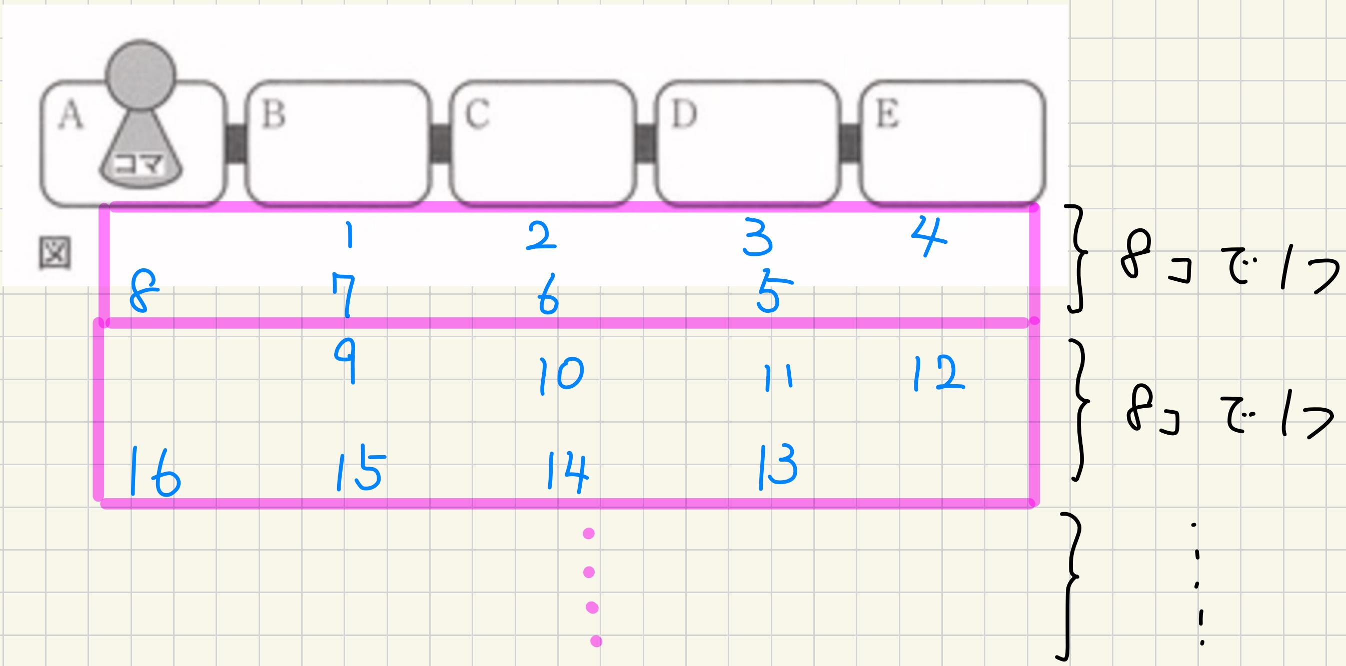
〈Eに止まるとき〉

①より4通り

以上より、Bに止まるパターンが一番多く、
そのときの確率は

$$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$

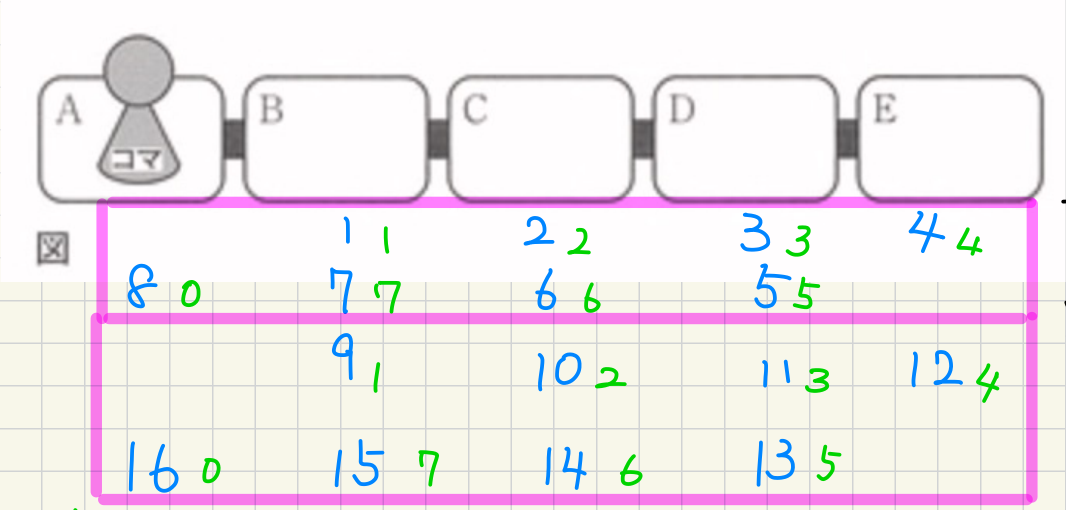
(2) $4^5=1024$



8コで1つを繰り返す.

1024 ÷ 8 = 128 で余りは0なので、Aに止まる。

(参考) 8で割った余り



8コで1つ

8コで1つ

⋮

8で割った余りが0.

6.

(1)

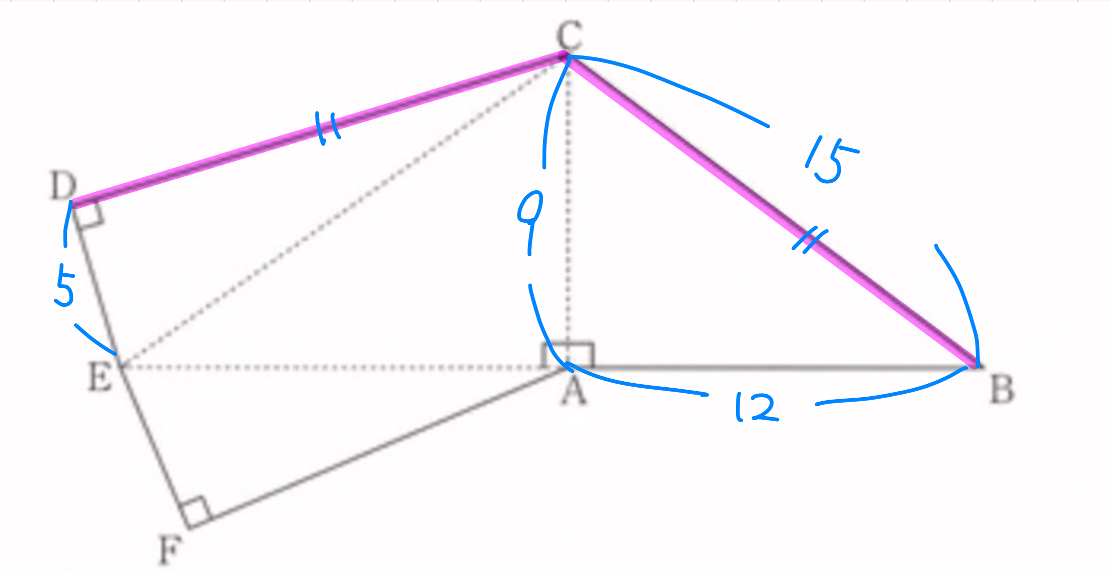


図1

△ABCで三平方の定理より

$BC = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15$

$= 15$

展開図よりBC = CDなので. CD = 15 cm.
よって. △CDEの面積は

$$\frac{1}{2}\times 5\times 15=\frac{75}{2}\ \text{cm}^2$$

(2)
①

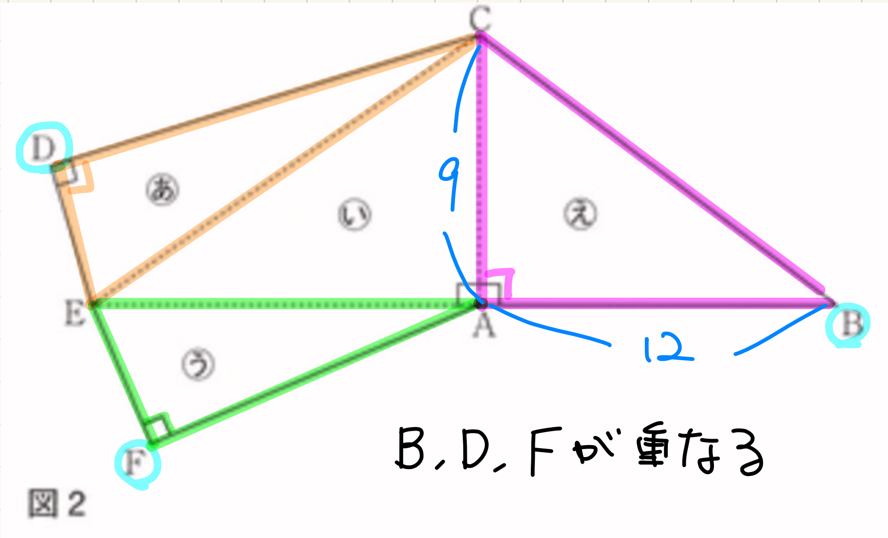
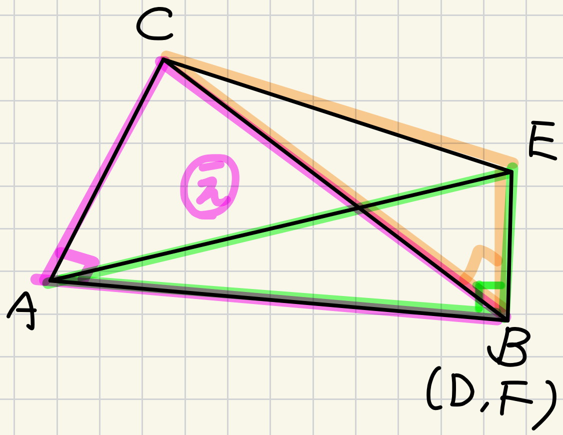


図2



よって. えと垂直になるのは. あ, う

ウ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 9=54\ \text{cm}^2$

$DE=5$ cm

よって. 求める体積は.

$$\frac{1}{3}\times 54\times 5=90\ \text{cm}^3$$

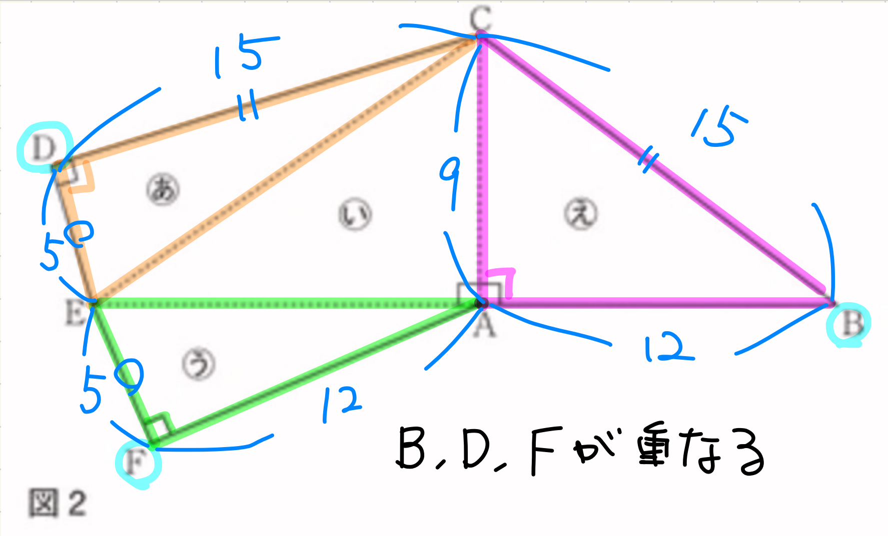
(3)

三角すいの体積 = 底面積 × 高さ × $\frac{1}{3}$

三角すいの体積は一定 ($90\,cm^3$) なので.

高さが最も高い ⇔ 底面積が最も小さい,

高さが最も低い ⇔ 底面積が最も大きい.



よって, ㋐～㋓の面積を求めれば良い.

㋐ : $5 \times 15 \times \frac{1}{2} = \frac{75}{2} = 37.5\ cm^2$.

㋑ : ㋒で三平方の定理より

$AE = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$

$= 13$

$\therefore 9 \times 13 \times \frac{1}{2} = \frac{117}{2} = 58.5\ cm^2$

㋒ : $5 \times 12 \times \frac{1}{2} = 30\ cm^2$

㋓ : $12 \times 9 \times \frac{1}{2} = 54\ cm^2$.

よって,

面積が最も小さい ⇒ ㋒

面積が最も大きい ⇒ ㋑

なので.

㊀ 高さが最も高い ⇒ ㋒

㋔ 高さが最も低い ⇒ ㋑

(参考)

三角すいの体積は.(2)㋐より $90 cm^3$ である。高さを h (cm) とすると.

㋐を底面としたとき

$$90 = \frac{175}{2} \times h \times \frac{1}{3} \quad \therefore h = \frac{36}{5} = 7.2\text{ cm}$$

㋑を底面としたとき

$$90 = \frac{117}{2} \times h \times \frac{1}{3} \quad \therefore h = \frac{540}{117} \fallingdotseq 4.6\text{ cm}$$

㋒を底面としたとき

$$90 = 30 \times h \times \frac{1}{3} \quad \therefore h = 9\text{ cm}$$

㋓を底面としたとき

$$90 = 54 \times h \times \frac{1}{3} \quad \therefore h = 5\text{ cm}$$

よって,

高さが最も高い ⇒ ㋒を底面としたとき

高さが最も低い ⇒ ㋑を底面としたとき.