2021年度 埼玉県
数学

km km

1.

(1) 与式 $= -5x$

(2) 与式 $= -3 - 20$

$= -23$

(3) 与式 $= \dfrac{4xy \times 6y}{8x}$

$= 3y^2$

(4) 式を整理して

$3x - 5x = -2 - 6$

$-2x = -8$

$x = 4$

(5) 与式 $= 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

$= -3\sqrt{3}$

※ $\dfrac{15}{\sqrt{3}} = \dfrac{15}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{15\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3}$

(6) 与式 $= (x-2)(x+9)$

(7) $\begin{cases} 5x - 4y = 9 & \text{——①} \\ 2x - 3y = 5 & \text{——②} \end{cases}$

① × 2 − ② × 5 より

$$\begin{array}{rr} 10x - 8y = 18 \\ -)\ 10x - 15y = 25 \\ \hline 7y = -7 \\ y = -1 \end{array}$$

$y = -1$ を①に代入して

$5x - 4 \times (-1) = 9$

$5x + 4 = 9$

$5x = 5 \quad \therefore x = 1$

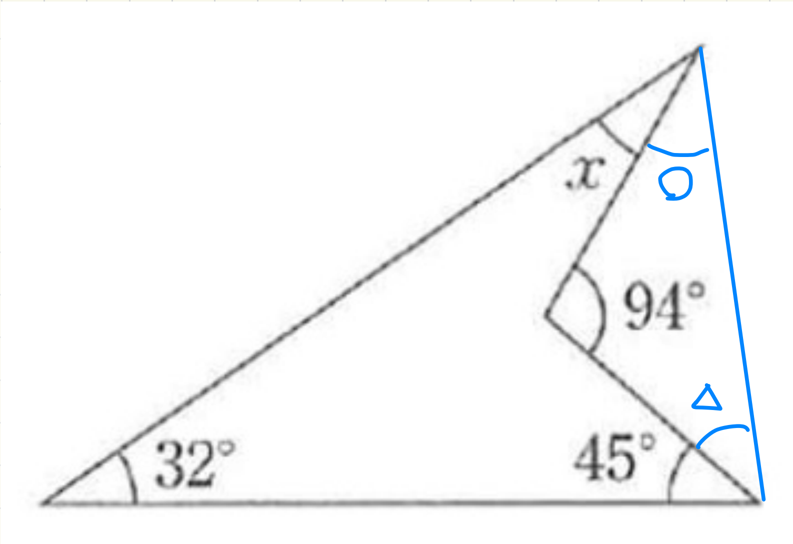
よって $x = 1,\ y = -1$

(8) 解の公式より

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

(9)



$○ + △ + 94° = 180°$

$\therefore\ ○ + △ = 86°$

$x + ○ + 45° + △ + 32° = 180°$

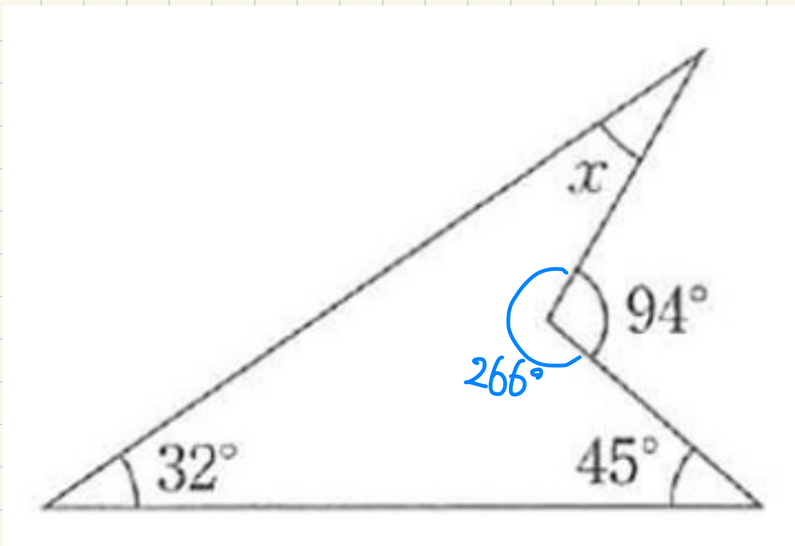
$\Leftrightarrow\ x + \underbrace{○ + △}_{=86°} + 77° = 180°$

$\Leftrightarrow\ x + 86° + 77° = 180°$

$\therefore\ x = 180° - 86° - 77°$

$= 17°$

(別解)



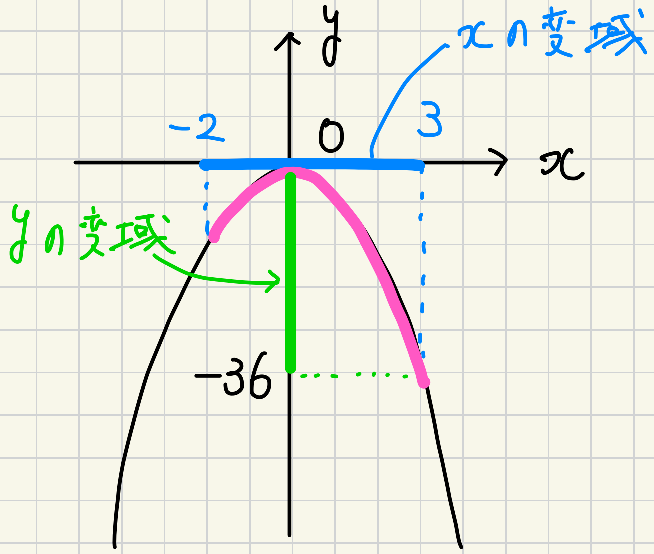
四角形の内角の和は360°なので.

$x + 266° + 45° + 32° = 360°$

$x = 360° - 266° - 45° - 32°$

$= 17°$

(10) yの変域が$-36 \leqq y \leqq 0$なので、$y=ax^2$のグラフは、上に凸なグラフである。$(a<0)$



左図より $x=3$のとき
$y=-36$なので

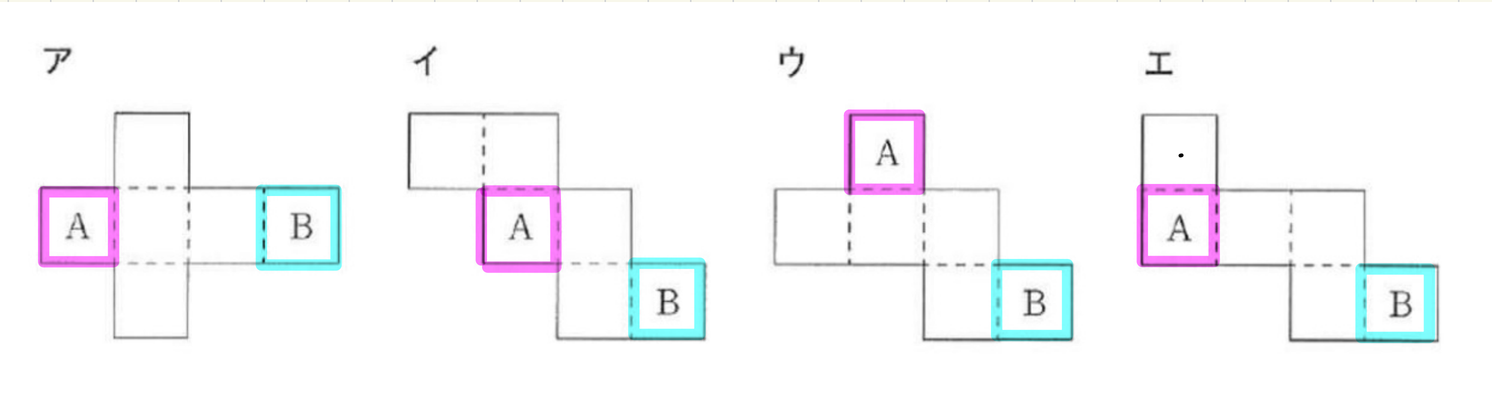
$$-36 = a \times 3^2$$
$$9a = -36$$
$$\therefore a = -4$$

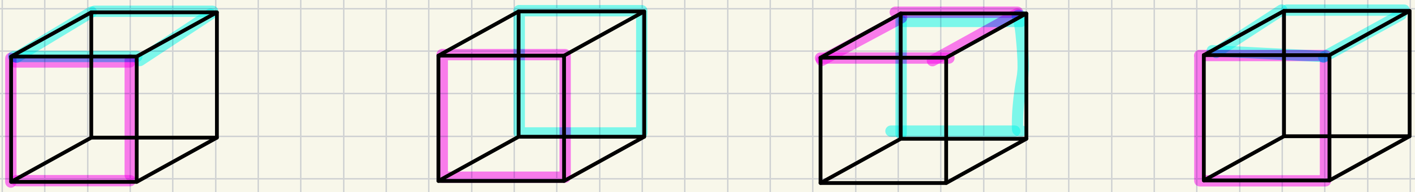
(11)

$$球の体積 = \frac{4}{3} \times \pi \times (半径)^3$$
$$= \frac{4}{3}\pi \times 2^3$$
$$= \frac{32}{3}\pi \ \mathrm{cm}^3$$

$$球の表面積 = 4 \times \pi \times (半径)^2$$
$$= 4\pi \times 2^2$$
$$= 16\pi \ \mathrm{cm}^2$$

(12)





よって答えは イ

(13)

$12700 = \overbrace{1.27}^{\text{1,2,7が有効数字}} \times 10^{4}$ km

整数部分が1けた

(14)

ア：さいころを6回投げても、そのうち1回は必ず6が出るとは限らないので誤り

イ：さいころはどの目が出ることも同様に確からしいので、何回投げても、1の目が出る確率は $\frac{1}{6}$。よって誤り

ウ：さいころを2回投げて、どちらも偶数、あるいはどちらも奇数になる場合もあるので誤り

エ：3以下の目：1, 2, 3 … 3通り

∴ 確率 $= \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

4以上の目：4, 5, 6 … 3通り

∴ 確率 $= \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

どちらも同じ確率なので、正しい

(15) 40人の生徒の中央値は、データを小さい順に並べたときの20番目と21番目の平均値である。

学習時間(時間)			度数(人)
以上		未満	
0	～	2	2
2	～	4	4
4	～	6	12
6	～	8	14
8	～	10	8
合計			40

2人

2+4=6人

2+4+12=18人

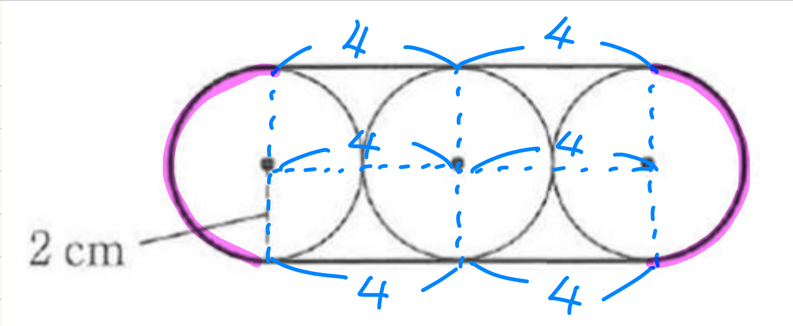
2+4+12+14=32人

中央値はこの階級に含まれる。

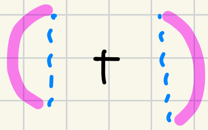
中央値は6～8時間の階級なので、このときの相対度数は $\dfrac{14}{40} = 0.35$

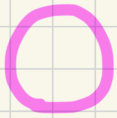
(15)

ア：

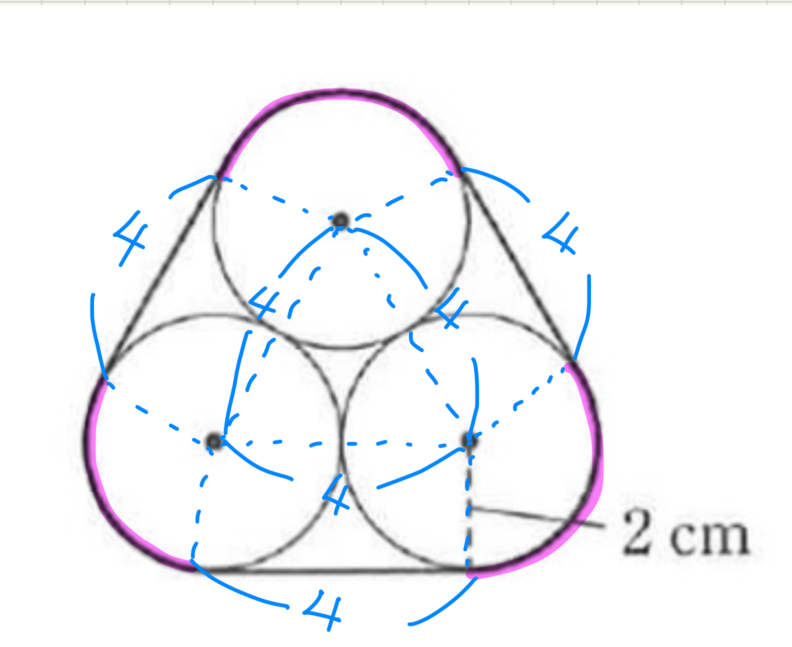


⇒ 周の長さは

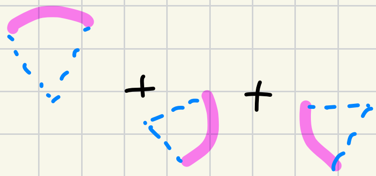
 + 4 × 4

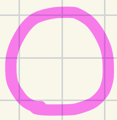
=  + 4 × 4 cm

イ.



周の長さは

⇒  + 4 × 3 cm

=  + 4 × 3 cm

曲線部分の長さの和 は ともに

$\underbrace{2 \times 2}_{\text{直径}} \times \pi = 4\pi$ cm

で等しいので、ア と イ の ひもの長さの差は 直線部分の差になる。

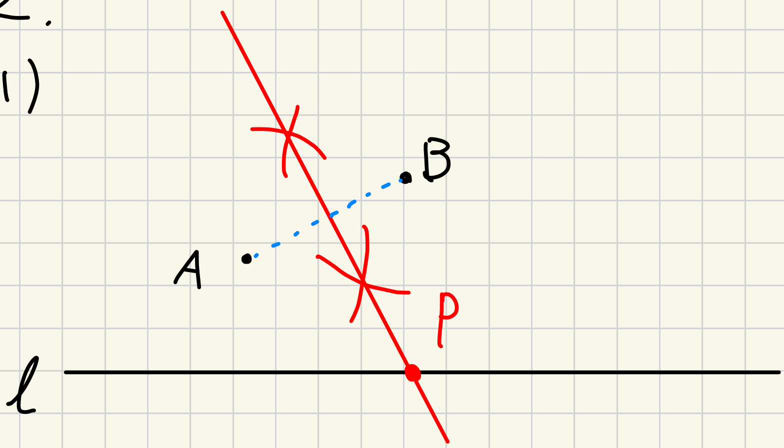
したがって、その差は

$\underbrace{4 \times 4}_{ア} - \underbrace{4 \times 3}_{イ} = 16 - 12$

$= 4$ cm

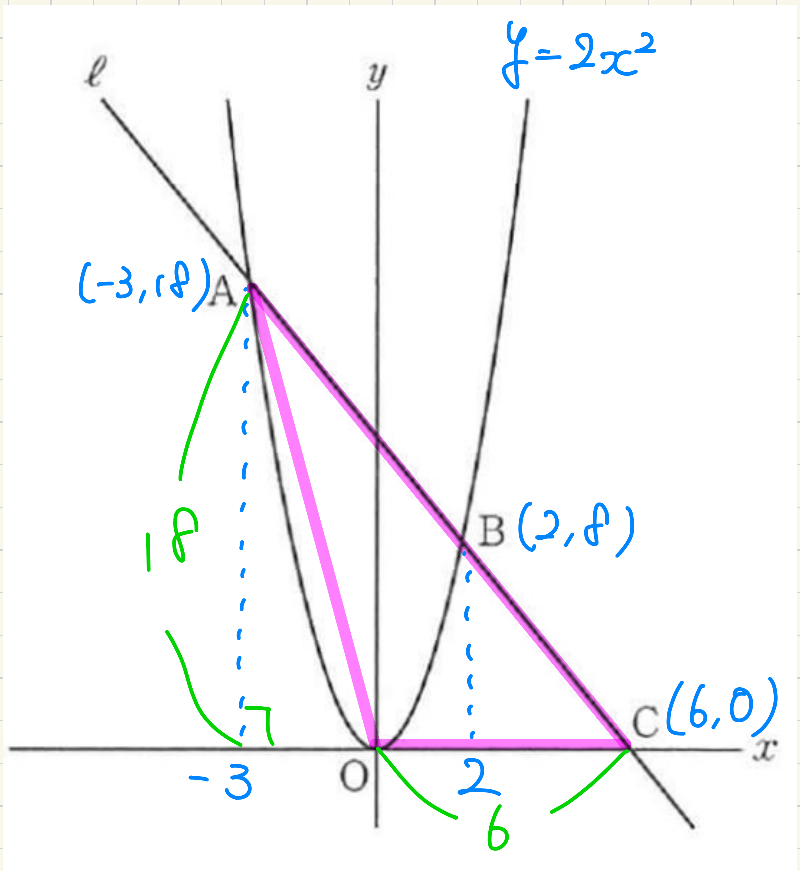
2.

(1)



線分ABの垂直二等分線と、直線ℓの交点がPである。

(2)



点Aは $y=2x^2$ 上にあり $x=-3$ なので

$y=2\times(-3)^2$

$=18$

$\therefore A(-3,18)$

点Bは $y=2x^2$ 上にあり $x=2$ なので

$y=2\times 2^2$

$=8$

$\therefore B(2,8)$

直線ℓの式を $y=ax+b$ とおくと、$A(-3,18)$, $B(2,8)$を通るので

$18=-3a+b$ ―― ①

$-)\ 8=2a+b$ ―― ②

$10=-5a$

$\therefore a=-2$

$a=-2$ を②に代入して

$8=2\times(-2)+b \Rightarrow b=12$

∴直線 ℓ は $y=-2x+12$

点Cは $y=-2x+12$ 上にあり、$y=0$ なので.

$0=-2x+12$

$2x=12$

$\therefore x=6 \qquad \therefore C(6,0)$

よって△AOCの面積は

$\frac{1}{2}\times 6\times 18=54\ cm^2$

3.

(1)

ア. $\underbrace{1,\ 5}_{+4},\ \underbrace{9}_{+4},\ \underbrace{?}_{+4}$ よって $9+4=13$

イ x に13を代入すると.

$3\times 13+5=39+5$

$=44$

(2) n を0以上の整数とすると、4で割って1余る自然数は. $4n+1$ ① と表される.

→ $4n$ は4の倍数

4で割って1余る ⇒ 4の倍数より1大きい.

これを $3x+5$ の x に代入すると、

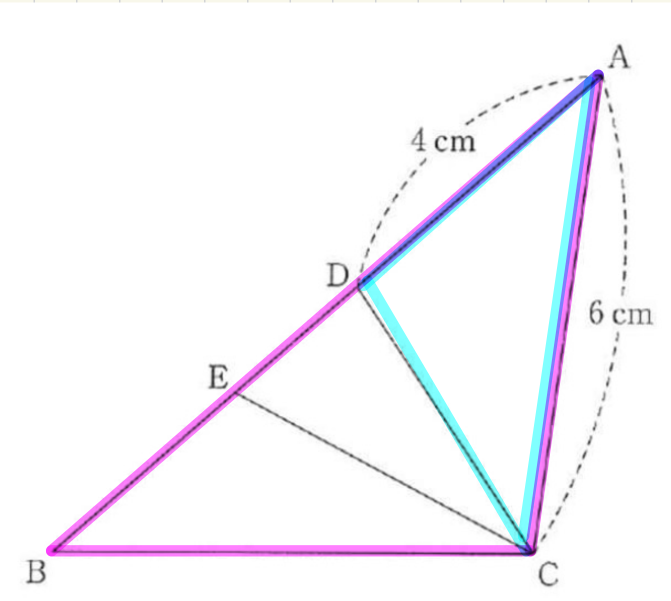
$$3(4n+1)+5=12n+3+5$$
$$=12n+8$$
$$=4(3n+2)$$

$3n+2$ は整数だから $4(3n+2)$ は4の倍数である。

したがって、$3x+5$ の x に4で割ると1余る自然数を代入すると、$3x+5$ の値は4の倍数になる。

4.

(1)



△ABCと△ACDにおいて、

∠Aは共通 ―― ①

仮定から

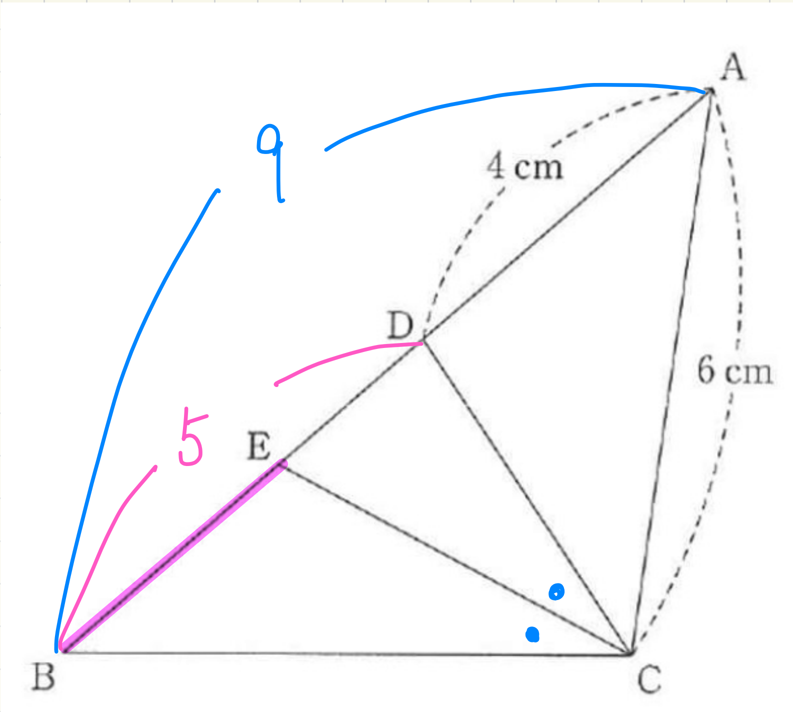
∠ABC = ∠ACD ―― ②

①, ②から2組の角がそれぞれ等しいので

△ABC ∽ △ACD

(証明終わり)

(2)



(1)より$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$なので、対応する辺の比は等しいから、

$$\underbrace{}_{}AB : \underbrace{AC}_{6} = \underbrace{AC}_{6} : \underbrace{AD}_{4}$$

$$\therefore\ 4AB = 36$$

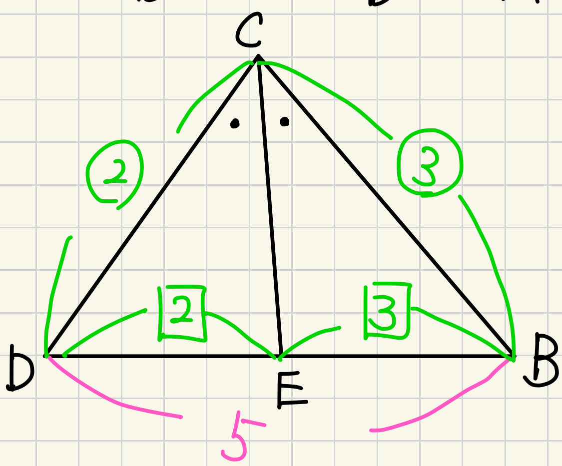
$$AB = 9\ \text{cm}$$

したがって、

$$BD = 9 - 4 = 5\ \text{cm}$$

(1)より $\triangle ABC \backsim \triangle ACD$ なので、対応する辺の比は等しいから

$$BC : CD = AC : AD \Leftrightarrow BC : CD = 6 : 4$$
$$= 3 : 2$$



角の二等分線において

$$CD : CB = DE : BE$$

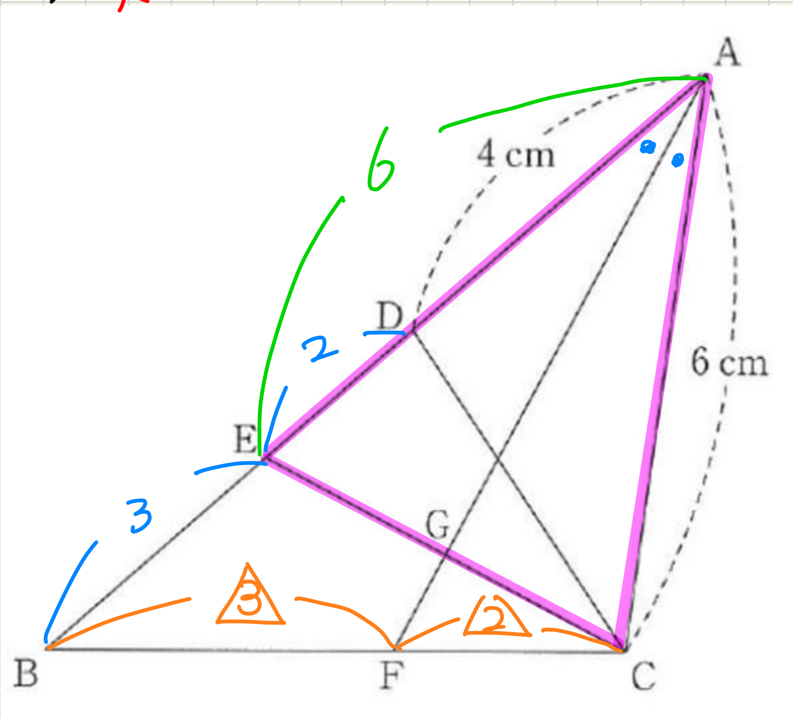
が成り立つ。

よって、$DE : BE = 3 : 2$ であり、$BD = 5$ cm なので、

$$BE = 5 \times \frac{3}{3+2}$$

$$= 5 \times \frac{3}{5} = 3\ \text{cm}$$

(3) 難問

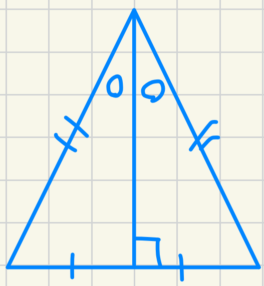


(2)より

$$DE = 9 - 4 - 3$$
$$= 2\ \mathrm{cm}$$
$$\therefore AE = 4 + 2$$
$$= 6\ \mathrm{cm}$$

よって△AECは、AE=ACの二等辺三角形である。

二等辺三角形において、頂角の二等分線は、底辺と垂直に交わり、底辺を二等分するから

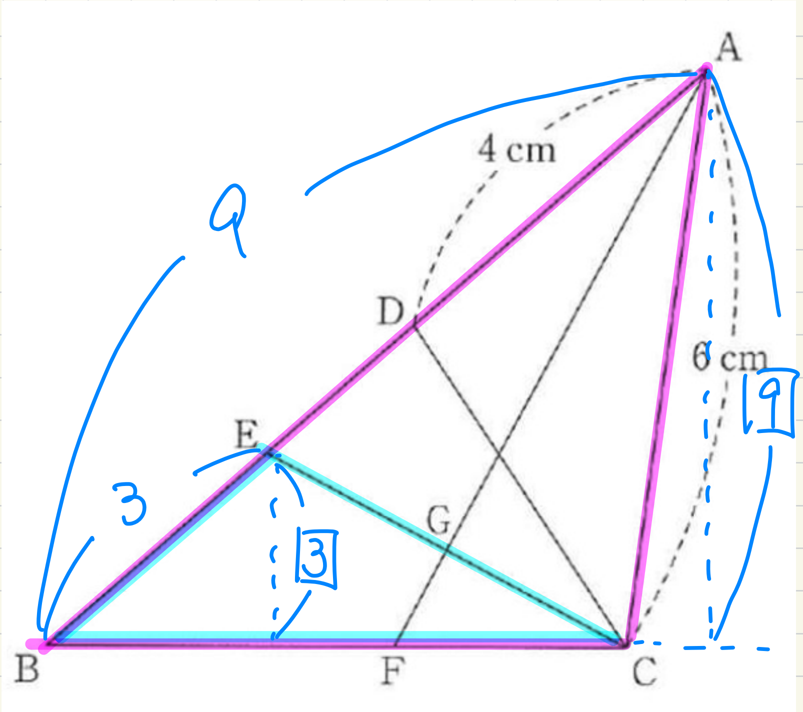


$$AG \perp EC$$
$$EG = CG$$

また、角の二等分より

$$\underbrace{AB}_{9} : \underbrace{AC}_{6} = BF : CF$$

$$\therefore BF : CF = 3 : 2$$

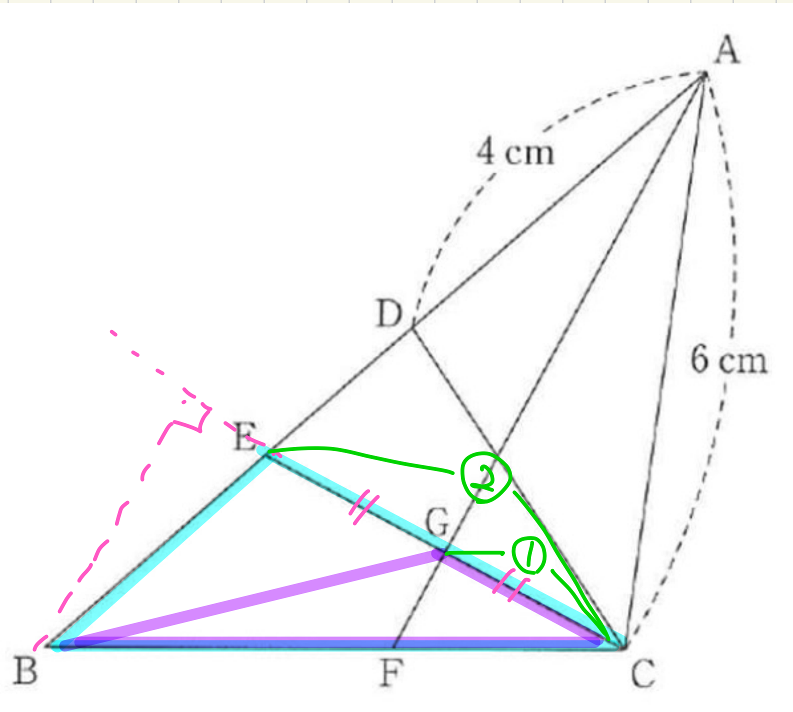


△ABCと△EBCにおいて、BCを底辺とすると、面積比は、高さの比になるから

$\underbrace{\triangle ABC}_{18} : \triangle EBC = 3 : 1$

$\therefore\ 3\triangle EBC = 18$

$\triangle EBC = 6\ \mathrm{cm}^2$

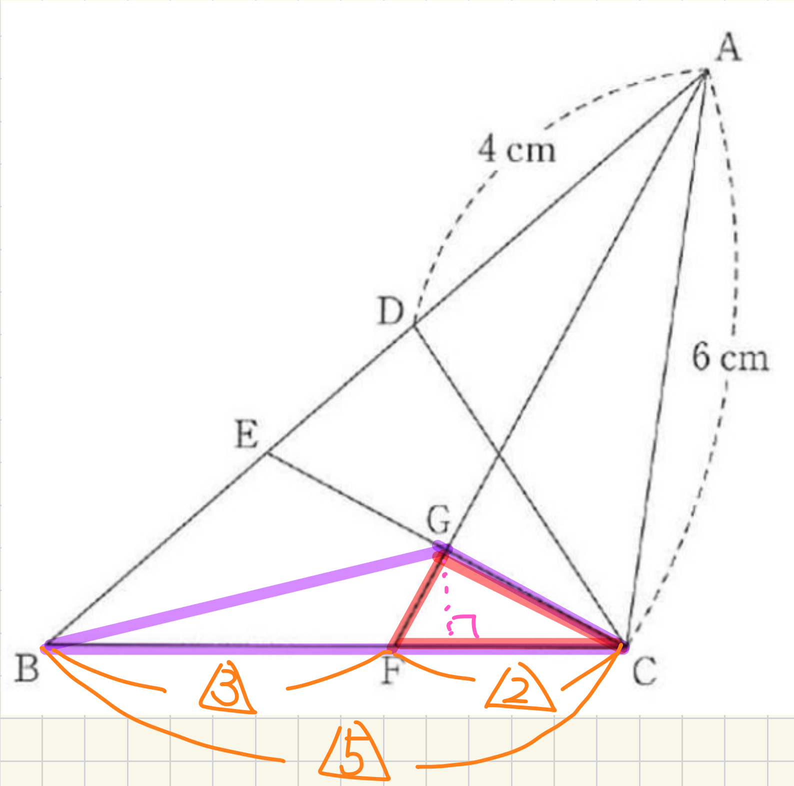


△EBCと△GBCにおいて、EC、GCをそれぞれ底辺とすると、高さは等しいから、面積比は、底辺比と等しい。よって

$\underbrace{\triangle EBC}_{6} : \triangle GBC = 2 : 1$

$\therefore\ 2\triangle GBC = 6$

$\triangle GBC = 3\ \mathrm{cm}^2$



△GBCと△GFCにおいて，BC，FCをそれぞれ底辺とすると高さは等しいから面積比は底辺比と等しい。よって

$\underbrace{\triangle GBC}_{3}:\triangle GFC = 5:2$

$5\triangle GFC = 6$

$\therefore \triangle GFC = \frac{6}{5}\ cm^2$