2021年度 新潟県

数学

kmkm

[1]

(1) 与式 $= -7$

(2) 与式 $= 6a + 2b - a - 4b$

$= 5a - 2b$

(3) 与式 $= \dfrac{a^3b^5}{ab^2}$

$= a^2b^3$

(4) 与式 $= \sqrt{28} + \sqrt{7}$

$= 2\sqrt{7} + \sqrt{7}$

$= 3\sqrt{7}$

与式 $= \underbrace{\sqrt{7} \times \sqrt{2}}_{\sqrt{14}} \times \sqrt{2} + \sqrt{7}$

$= 2\sqrt{7} + \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

(5) 解の公式より

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{29}}{2}$$

(6) y は x^2 に比例するので $y = ax^2$ とおくと.

$x = -2$, $y = 12$ なので

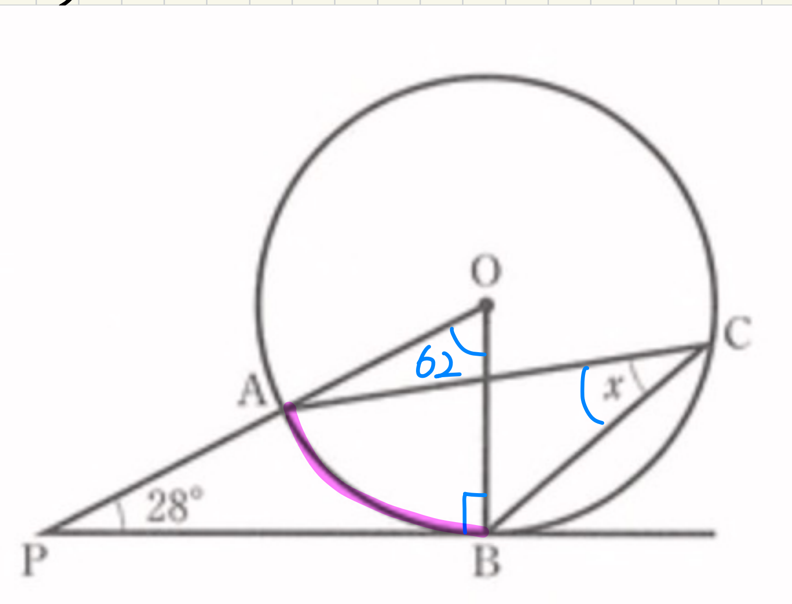
$12 = a \times (-2)^2$

$= 4a$

$\therefore a = 3$

よって $y = 3x^2$

(7)



点Bは円Oに接するので、

$\angle OBA = 90°$

△OABの内角の和は180°なので、

$\angle AOB = 180° - (90° + 28°)$

$= 180° - 118°$

$= 62°$

$\overset{\frown}{AB}$に対して、∠AOBは中心角、∠xは円周角なので、

$\angle x = \frac{1}{2} \angle AOB$

$= \frac{1}{2} \times 62°$

$= 31°$

(8)

① 200m以上400m未満の度数は20人なので、
相対度数は、

$\frac{20}{80} = \frac{1}{4} = 0.25$

② 生徒数が80人なので、中央値が含まれる度数はデータを小さい順に並べたときの40番目と41番目の生徒である。

階級(m)	度数(人)
以上　未満	
0 ～ 200	3
200 ～ 400	20
400 ～ 600	16
600 ～ 800	12
800 ～ 1000	23
1000 ～ 1200	6
計	80

3

$3+20=23$

$3+20+16=39$

$3+20+16+12=51$

600m以上800m未満には、データを小さい順に並べたとき40～51番目の生徒が属する。

よって、中央値が含まれる階級は600m以上800m未満

[2]

(1)

連続する2つの自然数は、nを自然数とすると、$n, n+1$とおける。2つの自然数の積は、和より55大きいから

$$n(n+1)=n+n+1+55$$

$$\Leftrightarrow n^2+n=n+n+1+55$$

$$\Leftrightarrow n^2-n-56=0$$

$$\Leftrightarrow (n+7)(n-8)=0$$

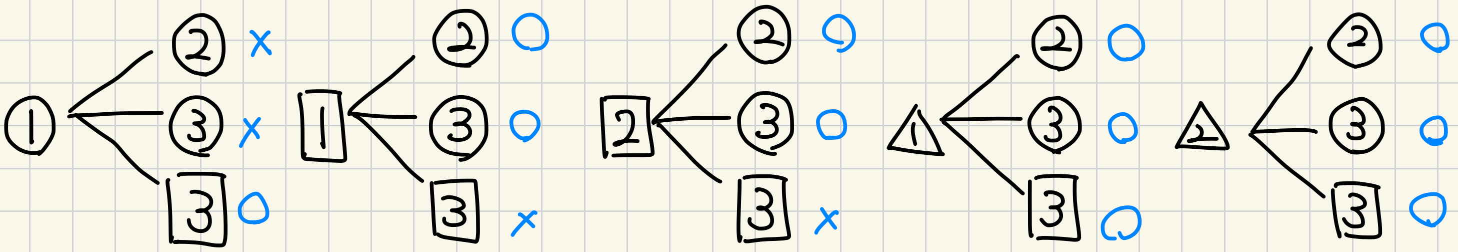
$$\therefore n=-7, 8$$

nは自然数だから $n=8$

よって、求める自然数は 8, 9

(2)

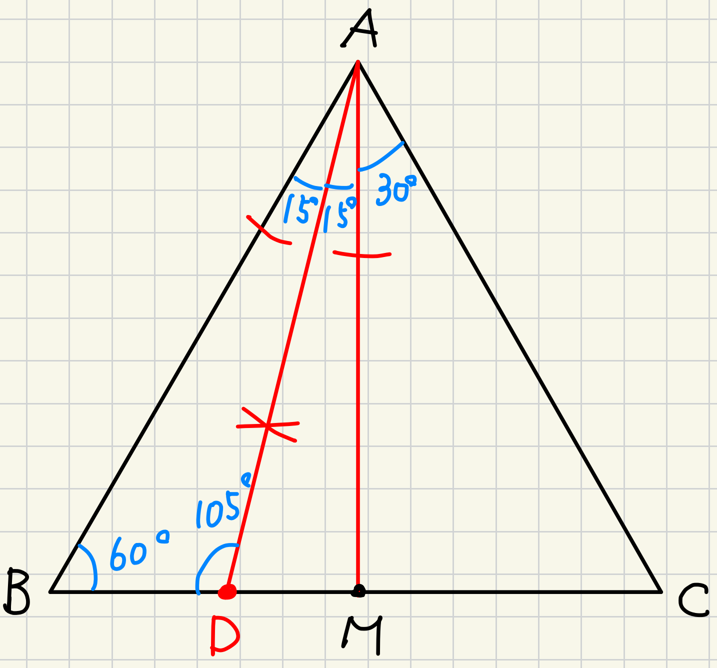
袋Aに入っている赤玉を①，白玉を$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，
青玉を△1，△2
袋Bに入っている赤玉を②，③，白玉を$\boxed{3}$
とおくと，樹形図は以下の通り。



玉の取り出し方は15通り。玉の色が異なる取り出し方は11通り。よって，求める確率は

$\frac{11}{15}$

(3)



∠BAMの二等分線とBCの交点がD

[3]

(1) グラフより、$0 \leqq x \leqq 6$ では、原点と $(6, 180)$ を通る直線なので、$y = ax$ とおくと

$$180 = 6a \qquad \therefore\ a = 30$$

よって傾きは 30

(2)

① $6 \leqq x \leqq 10$ のとき、$(6, 180)$、$(10, 230)$ を通るので

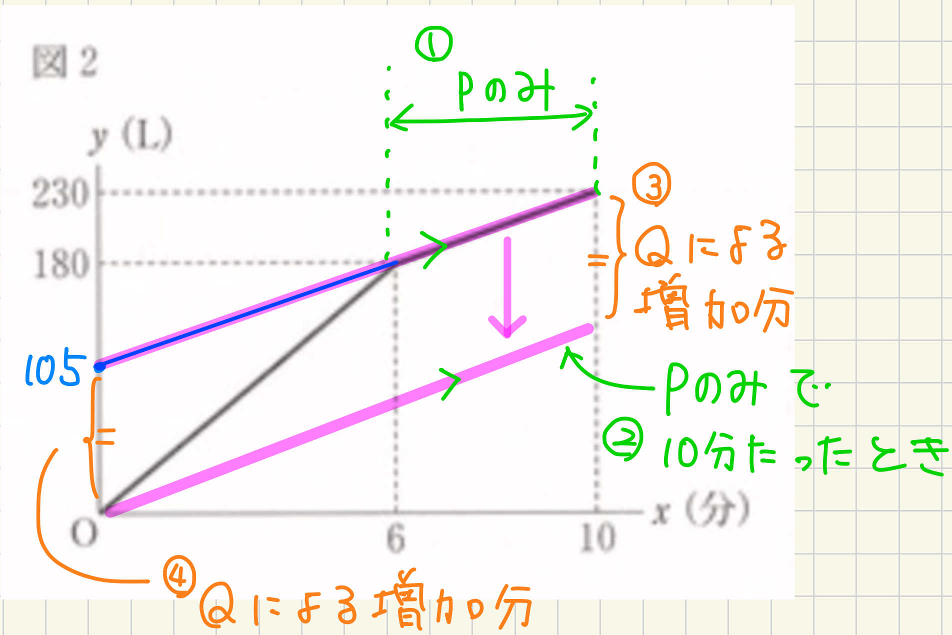
$$\begin{array}{rl} 180 = 6a + b & \text{―― ①} \\ -)\ 230 = 10a + b & \text{―― ②} \\ \hline -50 = -4a & \\ a = \dfrac{25}{2} & \end{array}$$

$a = \dfrac{25}{2}$ を①に代入して

$$180 = 6 \times \frac{25}{2} + b$$

$$180 = 75 + b \qquad \therefore\ b = 105$$

②



左の関係から $b = 105$ は Q から出た水の量に等しい。

よって、エ

(3)

(2)①より Pから毎分 $\frac{25}{2}$ L の水が出ていることが分かる。求める時間を x 分とすると、

$$105 = \frac{25}{2}x \iff x = \frac{2}{25} \times 105$$

(2)②より Qから出た水は 105L

$$= \frac{42}{5}$$

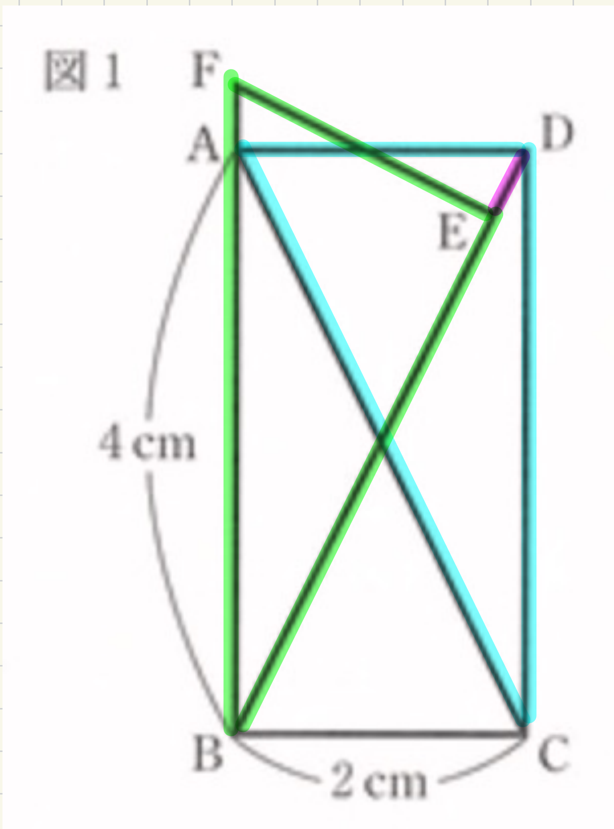
$$= 8\frac{2}{5}$$

$\frac{2}{5}$分は24秒なので、答えは 8分24秒

$\times\frac{2}{5}$ (1分 → 60秒, $\frac{2}{5}$分 → ?秒) $\times\frac{2}{5}$

$\therefore ? = 60 \times \frac{2}{5} = 24$秒

[4]
(1)



△ABDで三平方の定理より

$$BD = \sqrt{4^2+2^2} = \sqrt{16+4}$$

$$= \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{5}\ \text{cm}$$

△ACD ≡ △FBEより対応する辺の長さは等しいから

$$BE = CD$$

$$= 4\ \text{cm}$$

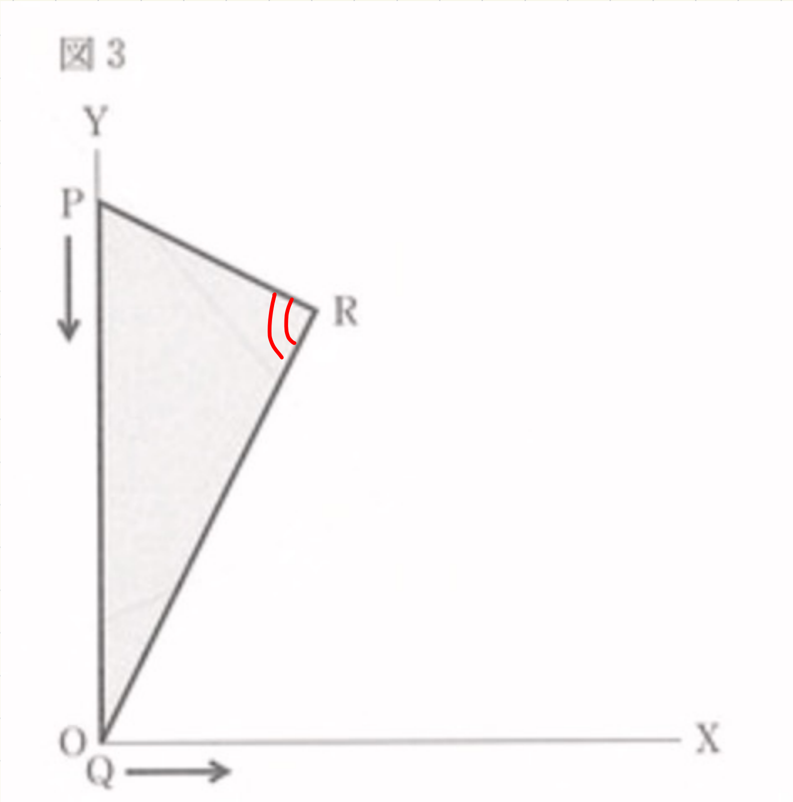
よって

$$DE = BD - BE$$

$$= 2\sqrt{5} - 4\ \text{cm}$$

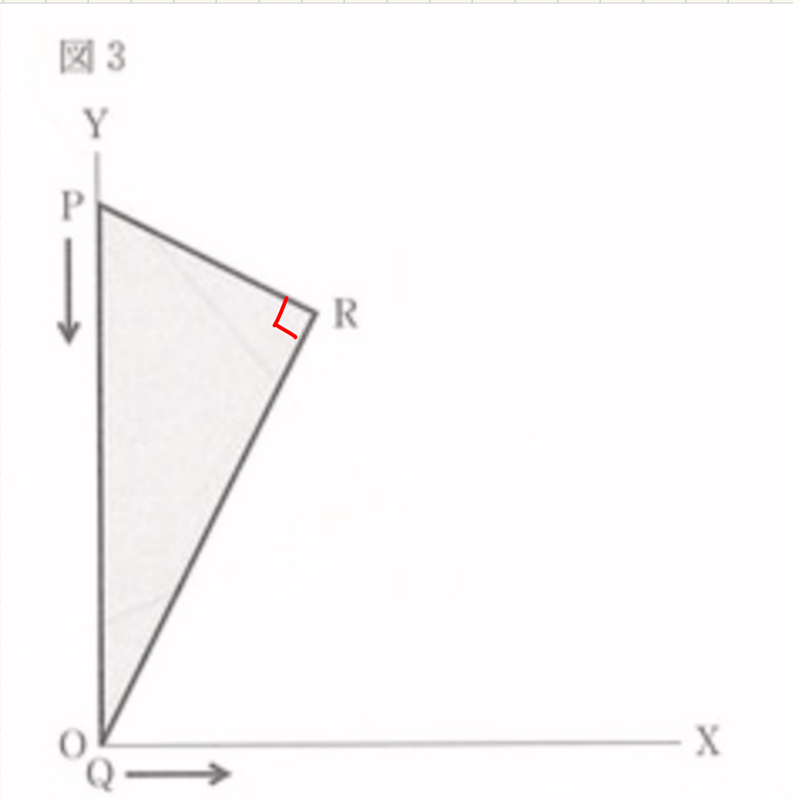
(2)

①



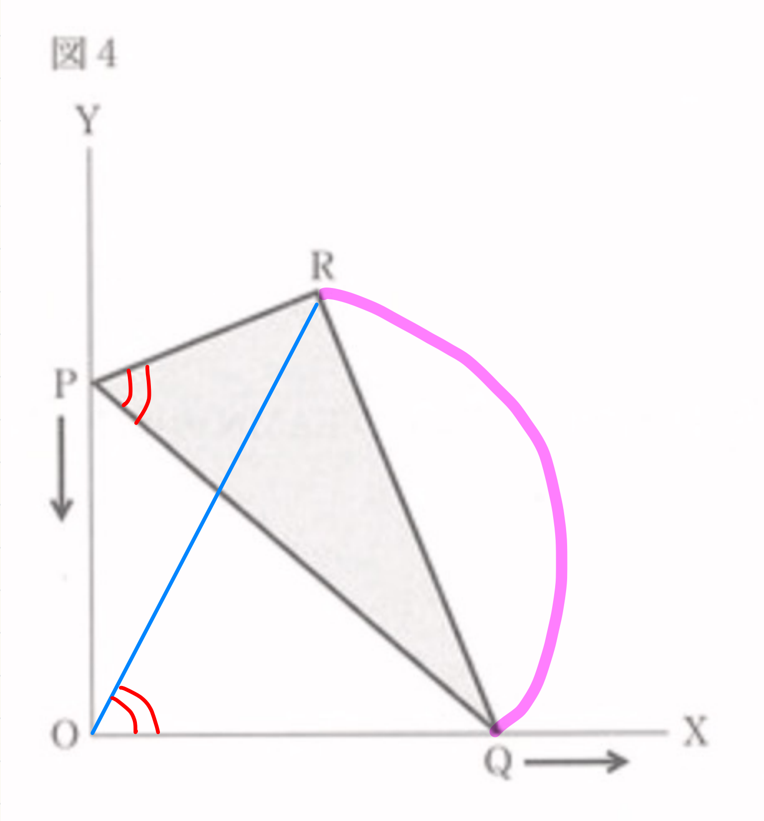
△ACD ≡ △FBE より
対応する角は等しいから
∠BEF = ∠CDA
= 90°
△FBE ≡ △PQR より
対応する角は等しいから
∠QRP = ∠BEF
= 90°

②



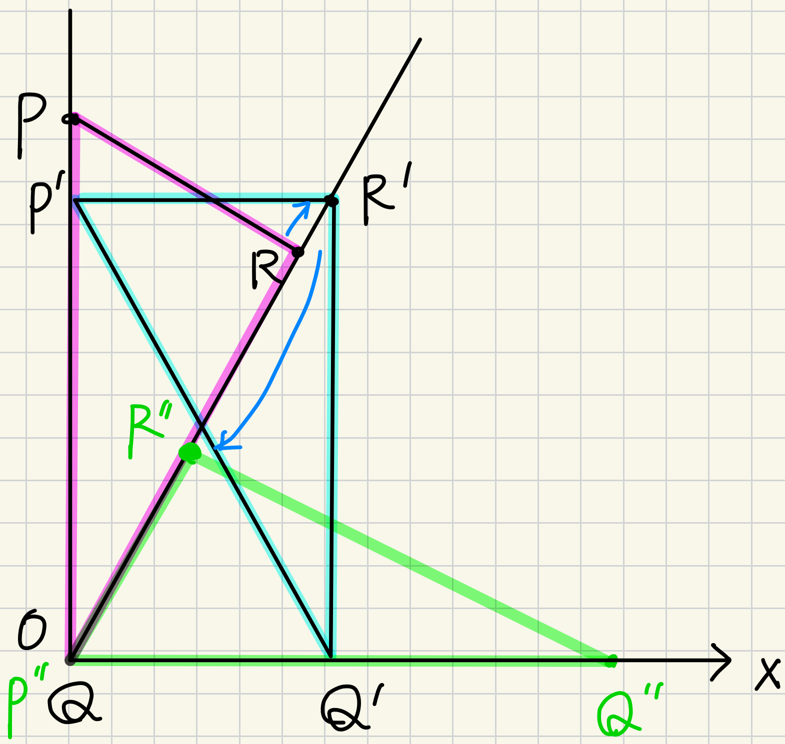
直径に対する円周角は90°で，△PQRにおいて∠QRP = 90°だから3点P, Q, Rは，PQを直径とする円周上にある．

③ 難問



3点P, O, Qを通る円をかくと、∠POQ = 90°だから、辺PQはこの円の直径になる。
3点P, Q, Rを通る円もPQが直径となるので、4点P, O, Q, Rは同じ円周上にあることがわかる。
したがって、円周角の定理から、∠ROX = ∠RPQ
↳ PQに対する円周角

④ 難問



線分ORの長さが最も長くなるのは、∠RQO = 90°になるときである。このときの頂点P, Q, Rをそれぞれ P′, Q′, R′とおく。
また、P, Q, Rが止まる点をP″, Q″, R″とおく。

Rは.

$R \to R' \to R''$

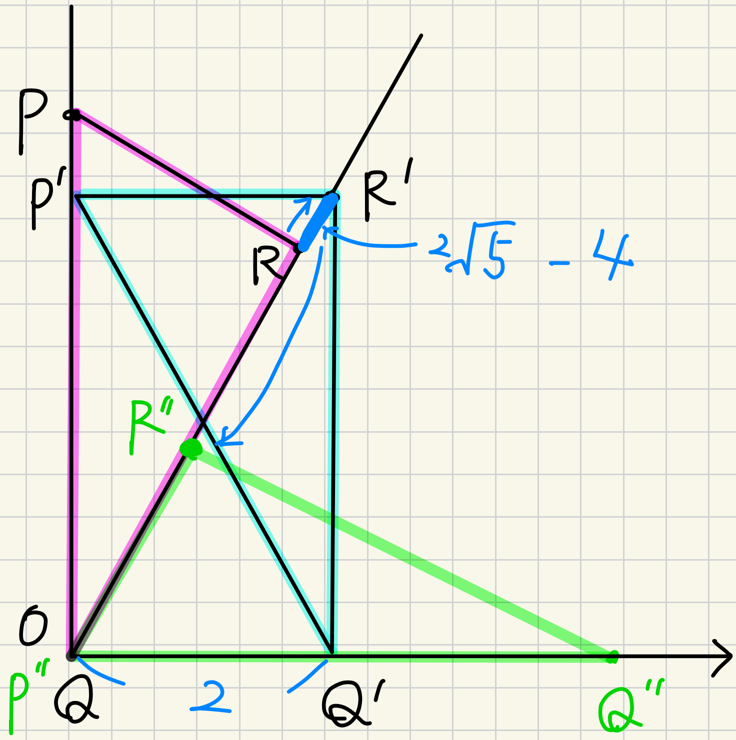
と動く.

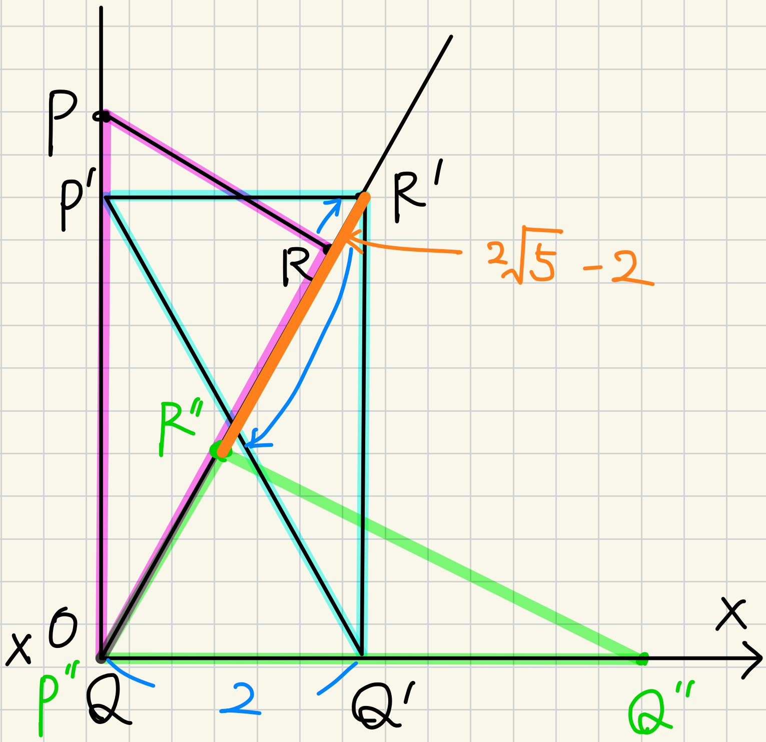
線分PQと半直線OYが重なっているときの

Rは.(1)より

$RR' = 2\sqrt{5} - 4$

である





また,辺PQと半直線OXが重なっているとき(P'',Q'',R'')

$R'R'' = 2\sqrt{5} - 2$

$\triangle PQR \equiv \triangle P'Q'R' \equiv \triangle P''Q''R''$

⇒図1より $P'R' = 2$cm だから. $P''R'' = 2$cm

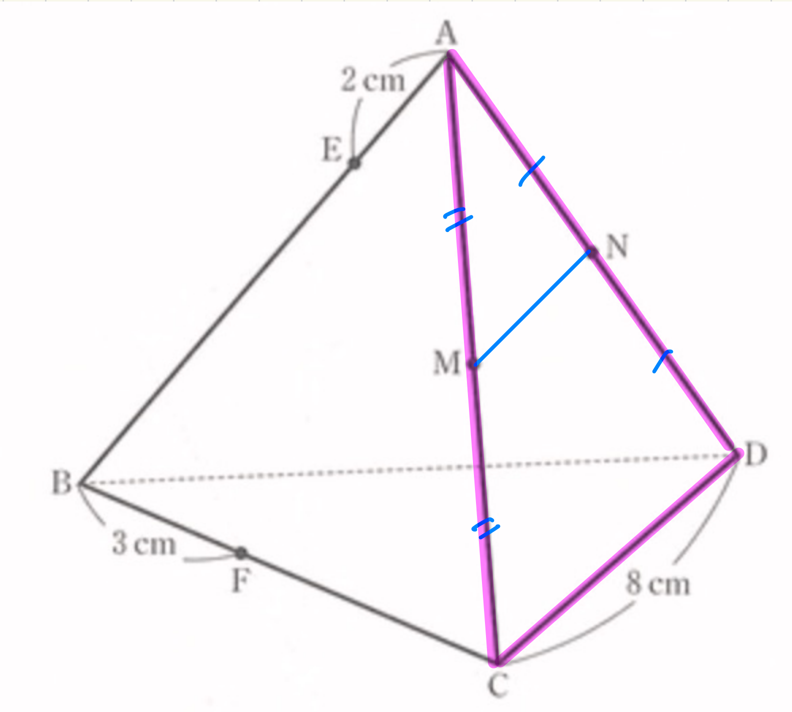
$P''R' = 2\sqrt{5}$ より $P'R'' = 2\sqrt{5} - 2$

よって求める長さは.

$\underbrace{2\sqrt{5} - 4}_{RR'} + \underbrace{2\sqrt{5} - 2}_{R'R''} = 4\sqrt{5} - 6$ cm

[5]

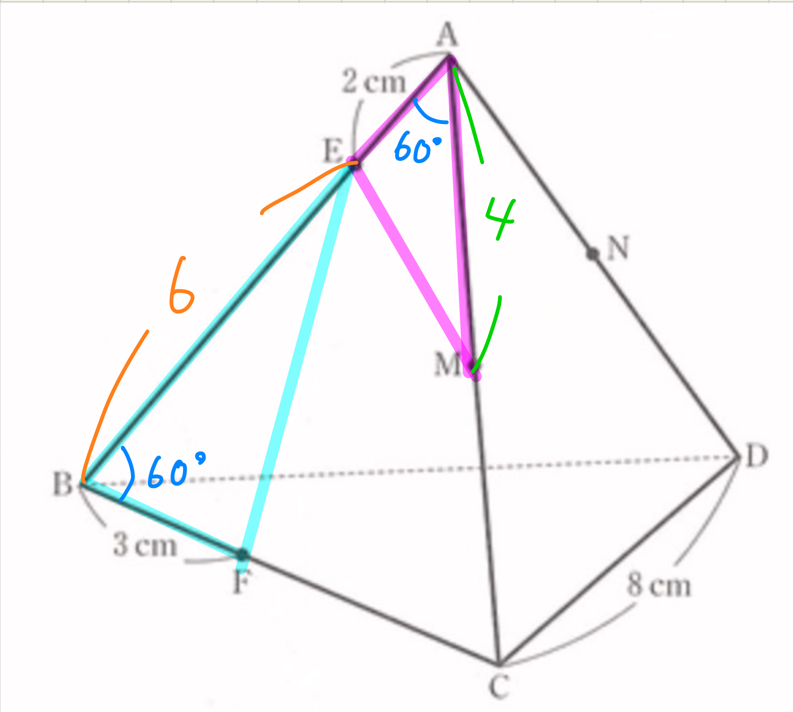
(1)



△ACDで中点連結定理より

$$MN = \frac{1}{2}CD$$
$$= \frac{1}{2} \times 8$$
$$= 4\ cm$$

(2)



△AEMと△BFEにおいて,
△ABCは正三角形だから
∠MAE = ∠EBF = 60° ―― ①

AE = 2 cm で,点Mは
ACの中点だから
AM = 4 cm
また BF = 3 cm より

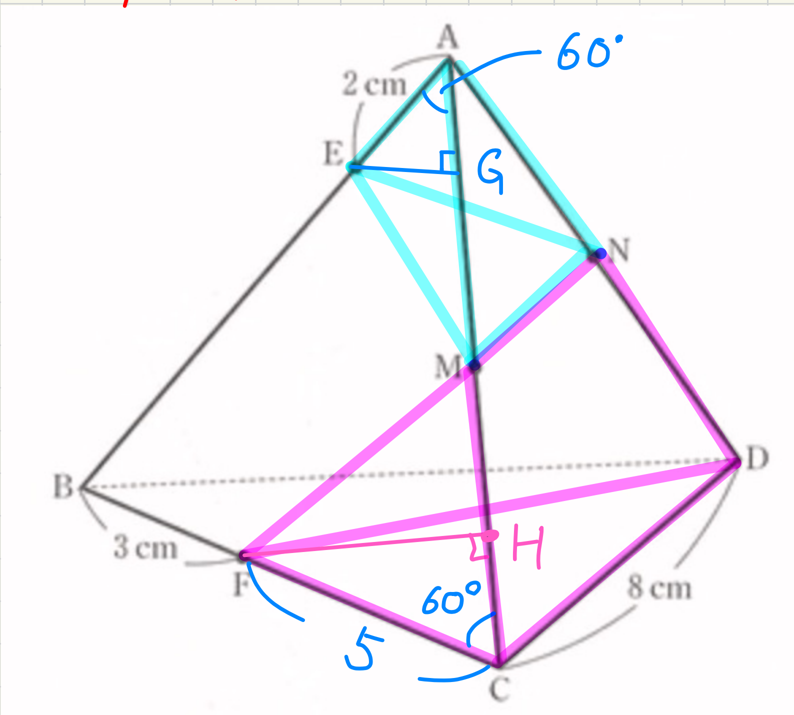
BE = AB − AE = 6 cm

よって.

$$\underset{2}{AE} : \underset{3}{BF} = \underset{4}{AM} : \underset{6}{BE} = 2 : 3 \text{ ―― ②}$$

①、②より2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから
$\triangle AEM \sim \triangle BFE$（証明終わり）

(3) 難問



中点連結定理より
$MN // CD$ だから
$\triangle AMN \sim \triangle ACD$ であり
相似比は $1:2$
よって、面積比は、相似比の2乗に等しいから
$\triangle AMN : \triangle ACD = 1^2 : 2^2$
面積比 $= 1:4$

$\triangle AMN =$ ①、$\triangle ACD =$ ④ とおくと、
□CDNM $= \triangle ACD - \triangle AMN$
$=$ ④ − ①
$=$ ③

よって、□CDNMは$\triangle AMN$の3倍である。—㋐

また、点EからAMに垂線を下ろした足をG、
点FからMCに垂線を下ろした足をH
とする。
四角すいの高さ ⇒ □CDNMを底面としたときのFH
三角すいの高さ ⇒ $\triangle AMN$を底面としたときのEG
であるから、$FH : EG$ を求める。

△FCH，△EAGは，ともに30°-60°-90°の直角三角形なので，△FCH ∽ △EAG.
よって，対応する辺の比は等しいから

$$FH : EG = FC : EA$$
$$= 2 : 5$$
$$= 1 : \frac{5}{2}$$

よって，FHはEGの$\frac{5}{2}$倍である．— ㋑

㋐，㋑より，四角すいFCDNMは，三角すいEAMNの底面積が3倍，高さが$\frac{5}{2}$倍なので，

$$3 \times \frac{5}{2} = \frac{15}{2}\text{倍}$$