2023年度　石川県

数学

Km Km

1.

(1)

ア. 与式 $= 5+4$

$= 9$

イ. 与式 $= 9\times 2-8$

$= 18-8$

$= 10$

ウ. 与式 $= \dfrac{15x^3y^2\times 8}{2\times 5xy^2}$

$= 12x^2$

エ. 与式 $= \dfrac{4(4a-2b)-3(3a+b)}{12}$

$= \dfrac{16a-8b-9a-3b}{12}$

$= \dfrac{7a-11b}{12}$

オ. 与式 $= 3\sqrt{6}-\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$= 3\sqrt{6}-\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= 3\sqrt{6}-\dfrac{2\sqrt{6}}{2}$

$= 3\sqrt{6}-\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

(2) y は x に反比例するので、$y=\frac{a}{x}$ とおく

$x=2,\ y=-6$ より

$$-6=\frac{a}{2} \qquad \therefore\ a=-12$$

よって、$y=-\frac{12}{x}$

(3) $\sqrt{60n}$ が自然数になるには、$60n$ が平方数になれば良い

○^{2}の形

$60=2^2\times3\times5$ より

$$60n \text{ が平方数} \Leftrightarrow 2^2\times3\times5\times\underbrace{3\times5}_{n}$$

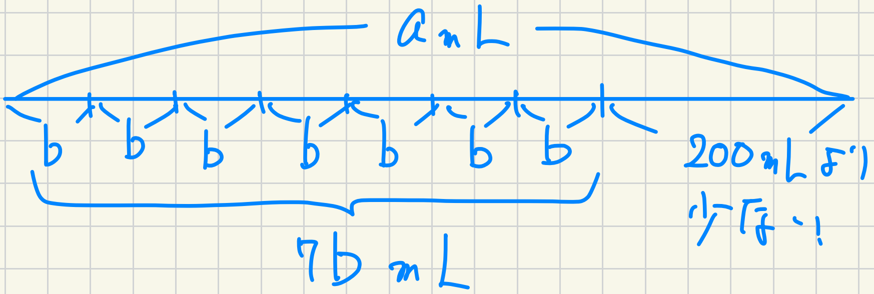
$$=2^2\times3^2\times5^2$$

$$=(2\times3\times5)^2$$

$$=30^2$$

$\therefore\ n=15$

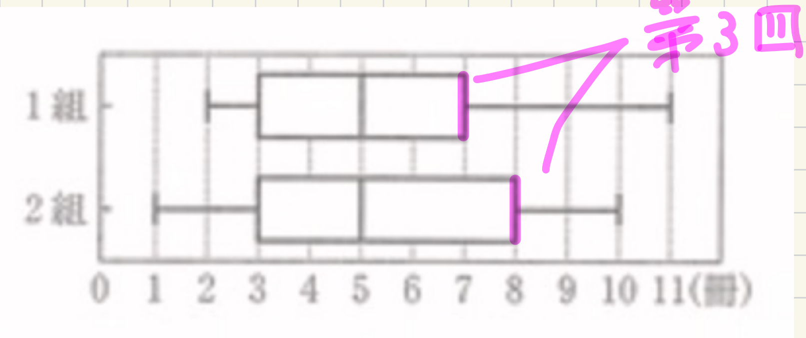
(4) $a-7b<200$



(5)

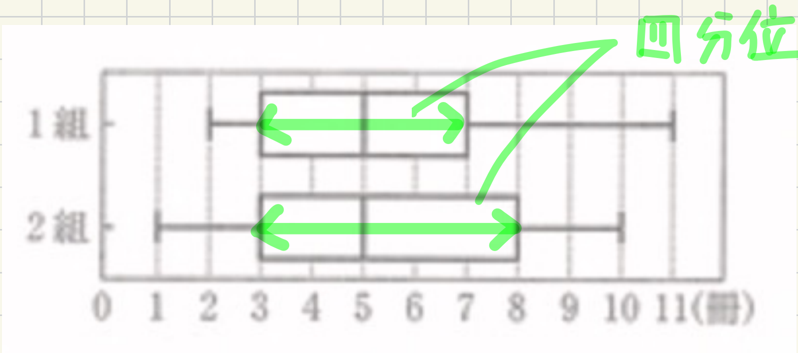
ア. 箱ひげ図から平均値は分からないので 1組と2組の平均値が等しいか分からない。よって誤り

イ.



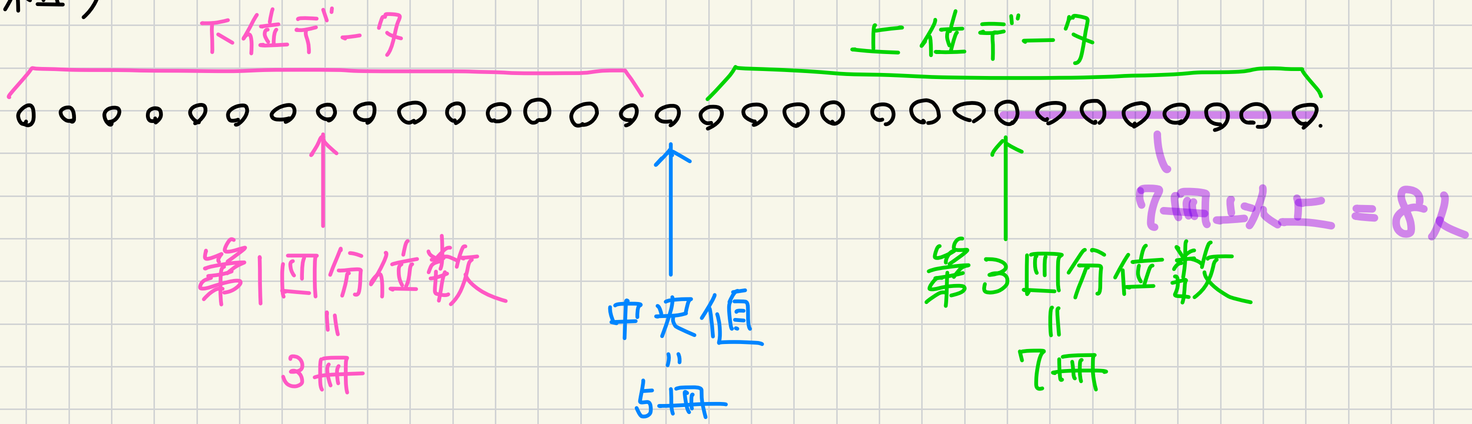
1組の第3四分位数：7冊
2組の第3四分位数：8冊
よって2組の方が大きいので正しい。

ウ.

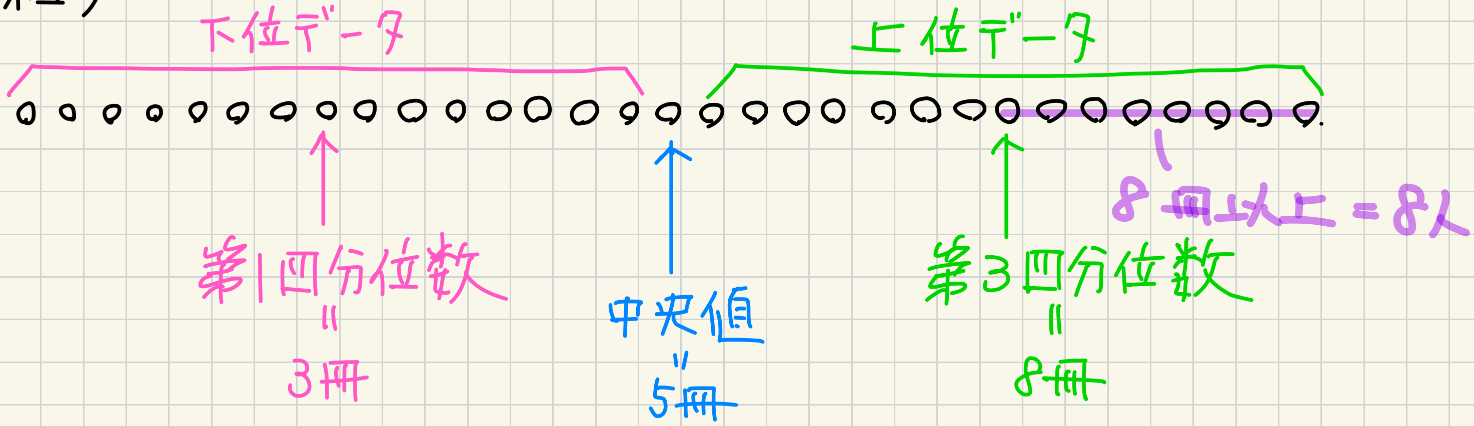


1組の四分位範囲：7−3＝4冊
2組の四分位範囲：8−3＝5冊
よって誤り

エ.
(1組)



(2組)



よって、どちらの組にも7冊以上の生徒は8人以上いるので正しい

オ. 1組は7冊以上11冊以下の具体的な冊数は分からない。
2組は最大値が10冊なので、10冊の生徒は必ずいる。
よって誤り

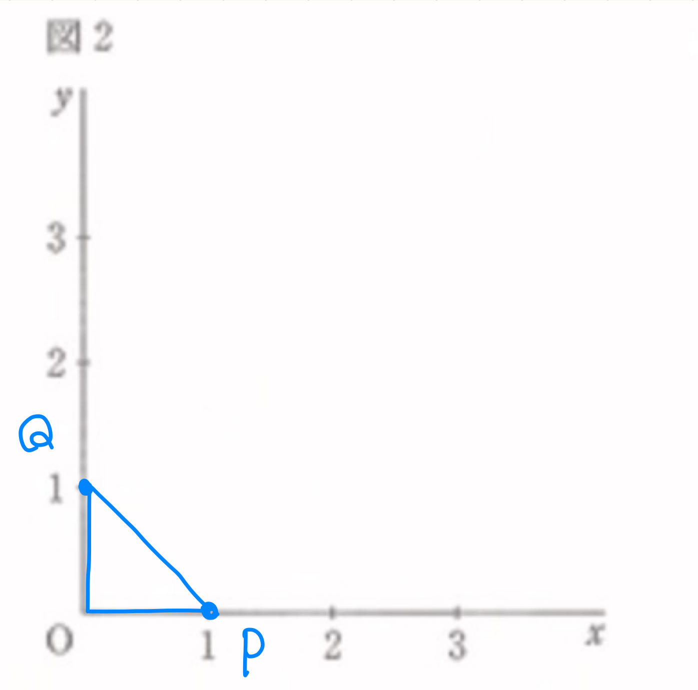
以上より、答えは、イ、エ

2

(1) 玉の数の合計が4となるのは、
(赤1, 赤3), (赤2, 白2), (赤3, 白1)
の3通り

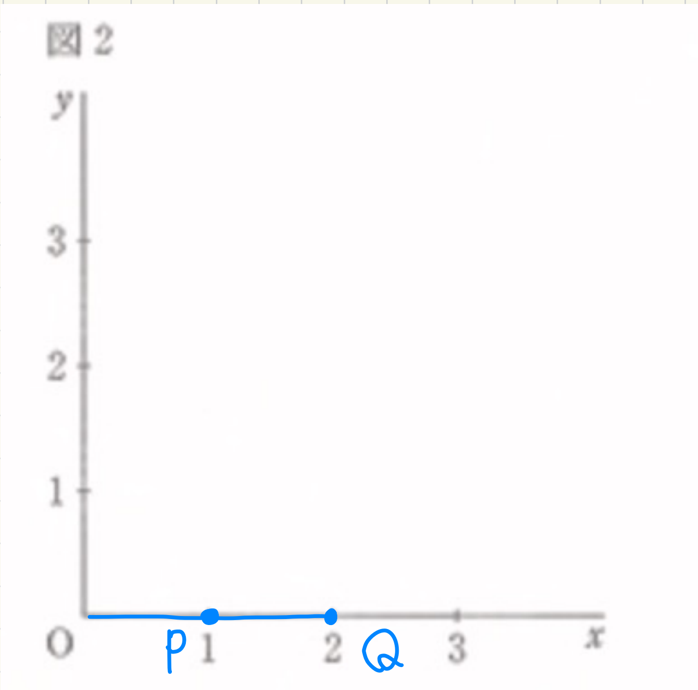
(2)

(例1) 1回目に赤1, 2回目に白1を取り出した場合



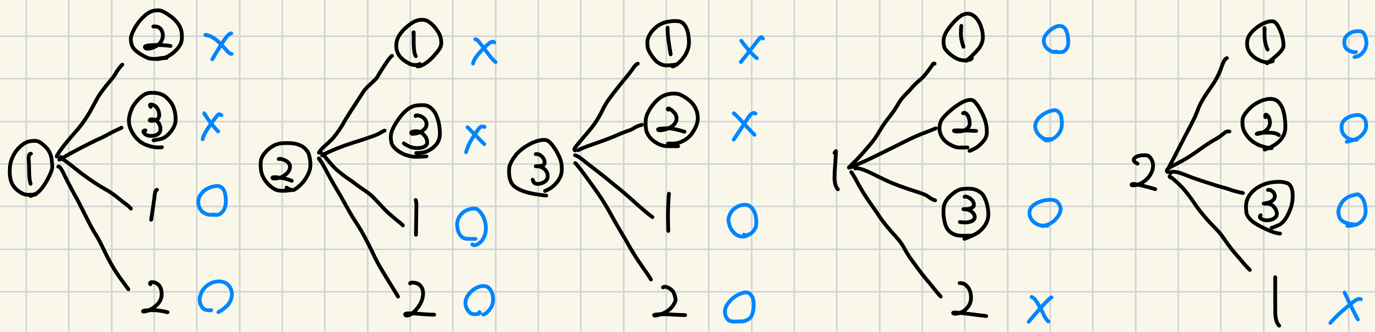
⇒ △OPQは三角形になる.

(例2) 1回目に赤1, 2回目に赤2を取り出した場合



⇒ OPQは三角形にならない.

以上より, O, P, Qを線分で結んだ図形が三角形になるのは, 1回目と2回目で異なる色の玉を取り出したときである。赤玉を①, ②, ③, 白玉を1, 2として, 樹形図を書くと.

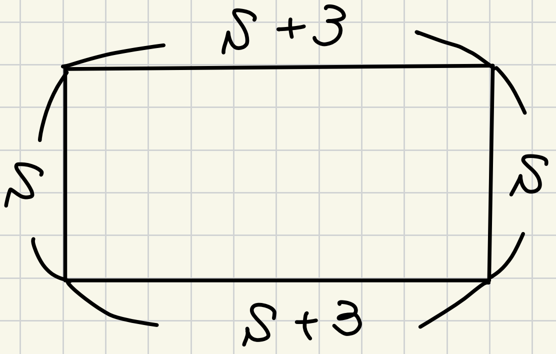


玉の取り出し方は20通りで、1回目と2回目の玉の色が違う取り出し方は12通り。よって確率は

$$\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$$

3.

(1)



縦の長さを x cm とすると、横の長さは $x+3$ cm と表される。

この周の長さが 22cm なので、

$$x + x+3 + x + x+3 = 22$$
$$4x = 16$$
$$x = 4$$

これは問題に適するので、縦の長さは4cm

(2) 周の長さが 8 cm の正方形の一辺の長さは

$$8 \div 4 = 2\text{cm}$$

よって、面積は $2 \times 2 = 4$

周の長さが20 cmの正方形の一辺の長さは

$20 \div 4 = 5\,\text{cm}$

よって，面積は $5 \times 5 = 25$

よって $x = 8$ のとき $y = 4$，$x = 20$ のとき $y = 25$

だから

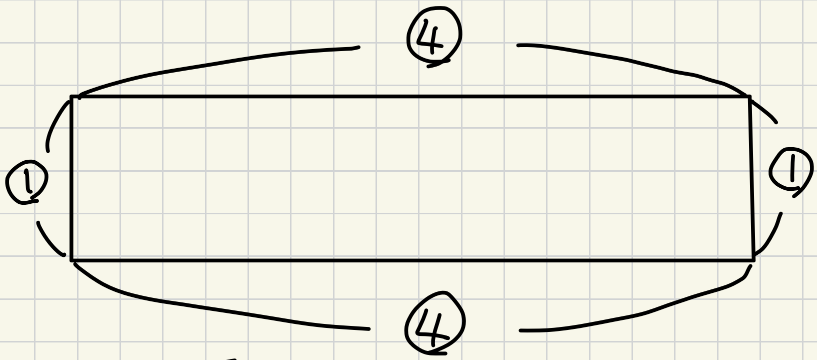
$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{25 - 4}{20 - 8}$$

$$= \frac{21}{12}$$

$$= \frac{7}{4}$$

(3) (i) 縦：横 $= 1 : 4$ のとき



周の長さ x $=$ ① $+$ ④ $+$ ① $+$ ④ $=$ ⑩

面積 y $=$ ① $\times$ ④ $=$ ④

グラフより y は x^2 に比例するので，$y = tx^2$ とおくと，

④ $= t \times$ ⑩^2 $\Rightarrow t = \dfrac{4}{100} = \dfrac{1}{25}$

よって、縦と横の長さの比が1:4のとき、

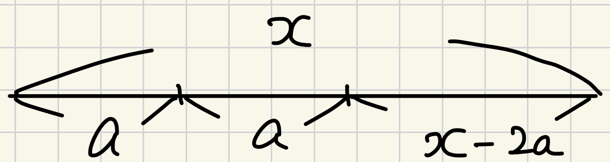
$$y = \frac{1}{25}x^2$$

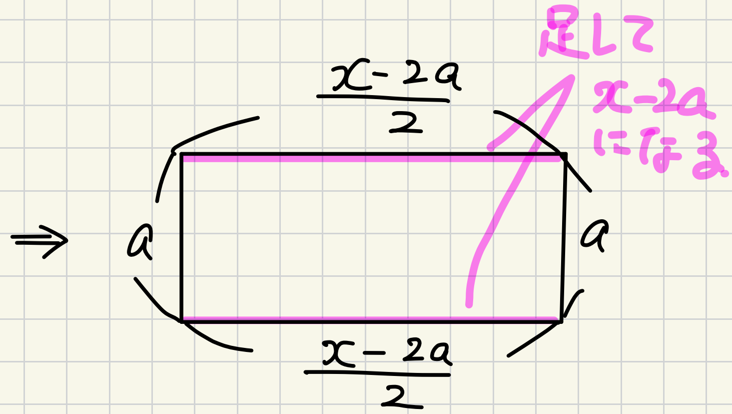
$x = 50$ のとき、

$$y = \frac{1}{25} \times 50^2 \qquad = \frac{1}{25} \times 2500$$

$$= 100 \qquad = 100$$

(ii) 縦が a cm のとき





$$y = a\left(\frac{x-2a}{2}\right)$$

$$= \frac{a}{2}x - a^2$$

$x = 50$ のとき

$$y = 25a - a^2$$

$x = 50$ のとき、y 座標の差が14なので、

$$25a - a^2 - 100 = 14$$

$$\therefore a^2 - 25a + 114 = 0$$

$$(a-6)(a-19) = 0$$

$$a = 6, 19$$

$a < \frac{25}{2}$ $(a < 12.5)$ より $a = 6$

4. とり肉1パックとぶた肉1パックの内容量をそれぞれ xg, yg とすると.

$$\begin{cases} x + 2y = 720 & \text{—— ①} \\ \underbrace{\frac{x}{100} \times 120}_{} + \underbrace{\frac{2y}{100} \times 150}_{} = 1020 & \text{—— ②} \end{cases}$$

100gあたり120円なので xg では $\frac{x}{100} \times 120$

100gあたり150円なので $2y$g では $\frac{2y}{100} \times 150$

②を整理して.

$$120x + 300y = 102000$$

両辺÷60

$$\Leftrightarrow 2x + 5y = 1700 \quad \text{—— ③}$$

①×2 − ③ より

$$\begin{array}{rl} & 2x + 4y = 1440 \\ -) & 2x + 5y = 1700 \\ \hline & -y = -260 \\ & y = 260 \end{array}$$

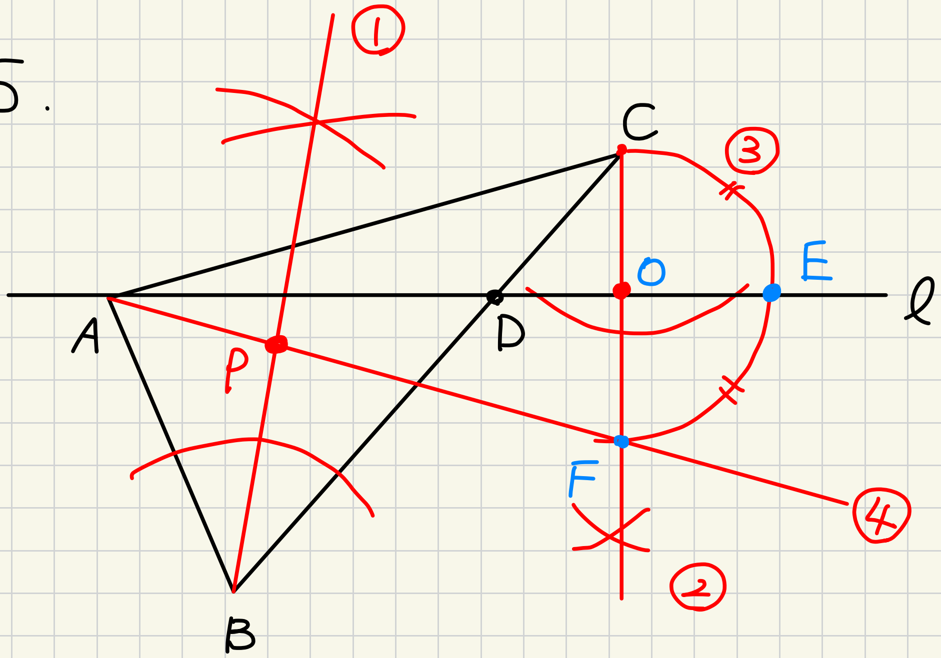
$y = 260$ を①に代入して.

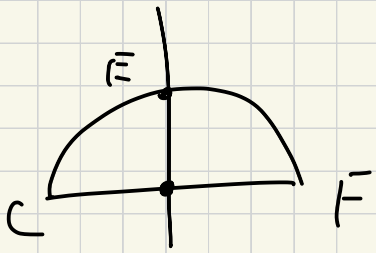
$$x + 2 \times 260 = 720$$

$$x = 200$$

よって, とり肉1パック200g, ぶた肉1パック260g

5.



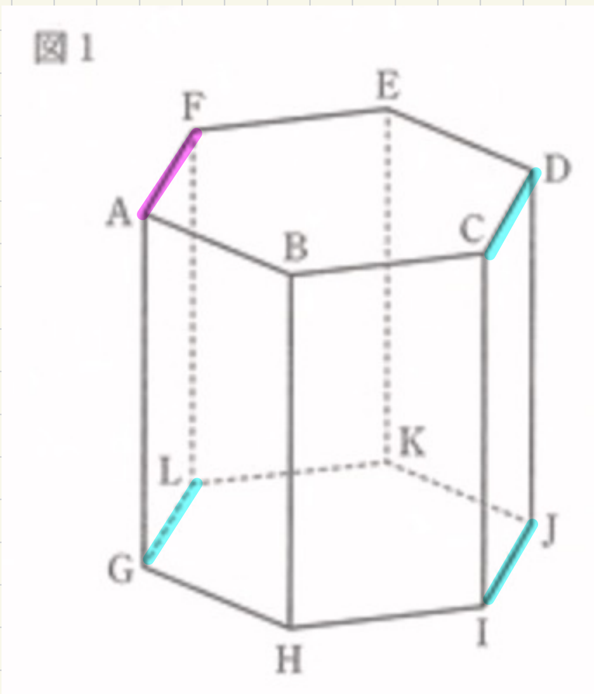


① ∠ABP = ∠CBP より ∠ABCの二等分線を描く
② 点Cを通りℓに垂直な線を描く
③ ②とℓの交点をOとする。Oを中心に半径OCの円を描き、ℓとの交点をEとする。
④ ②と③の円の交点をFとし、AFを結ぶ
⇒ $\overset{\frown}{CE} = \overset{\frown}{FE}$ より ∠EAC = ∠EAF

⑤ ①と④の交点がP.

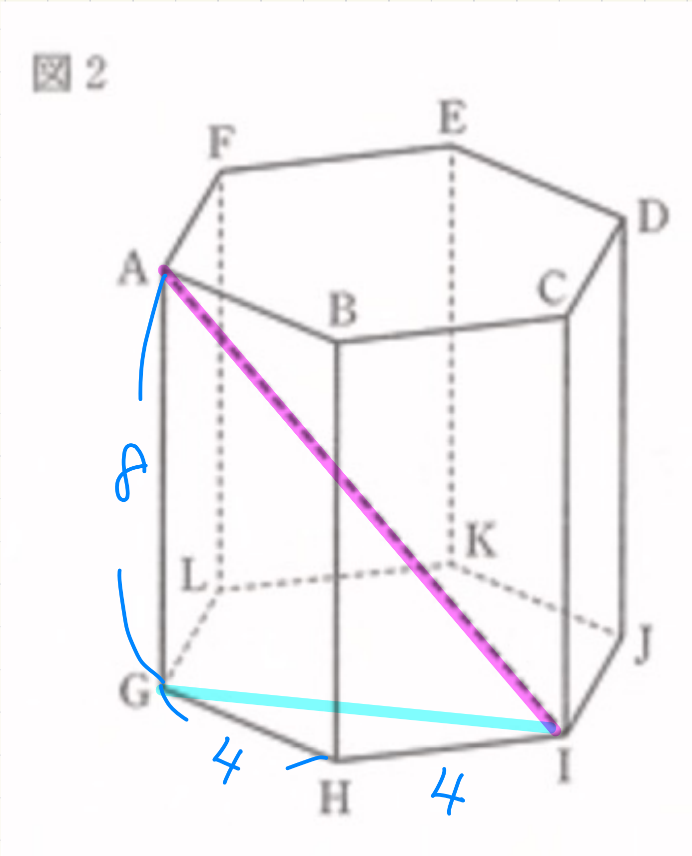
6

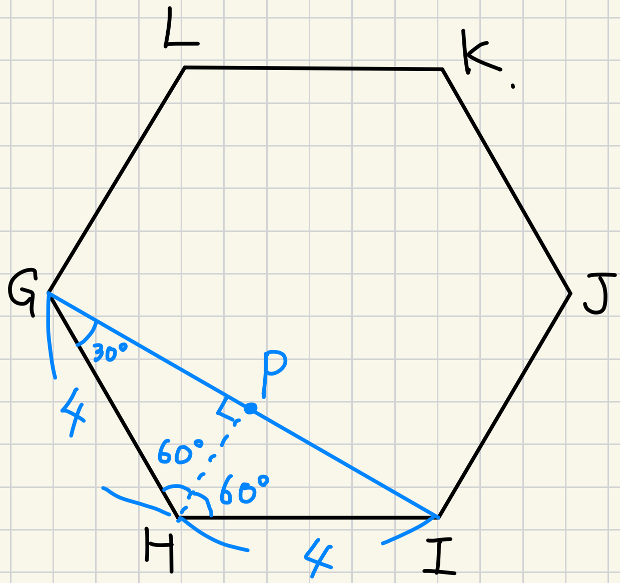
(1)



辺AFと平行な辺は、
辺CD、辺IJ、辺GL

(2)





まずGIの長さを求める。右上の図のように点Pを定める。

正六角形の内角の和は、$180° \times (6-2) = 720°$ より

1つあたりの角は、$720° \div 6 = 120°$

△GHIは二等辺三角形なので、点PはGIの中点

であり、∠GHP = ∠IHP より ∠GHP = 60°

よって、△GHPは30°−60°−90°の直角三角形なので、

$$HP : \underset{4}{HG} : GP = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

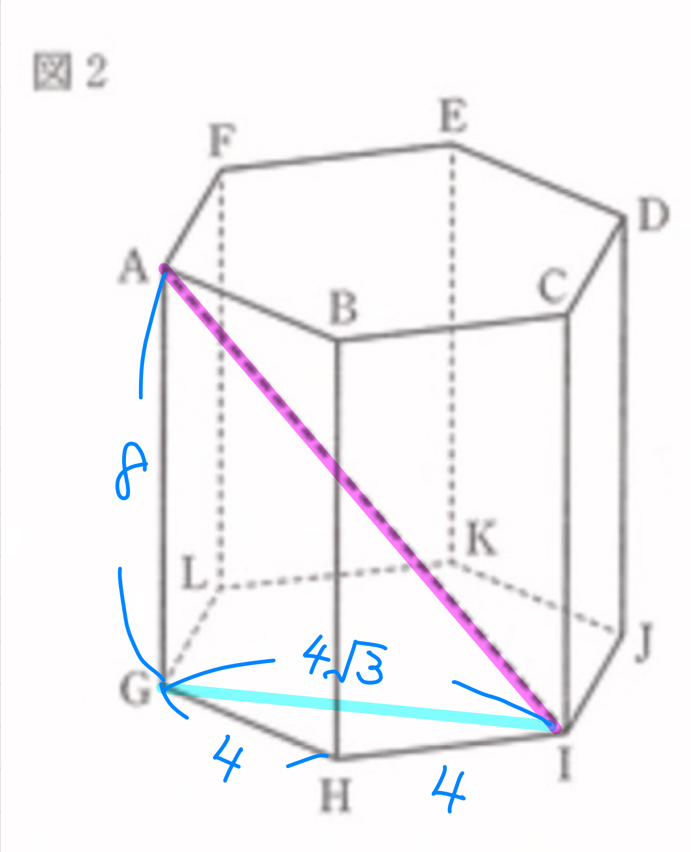
$$\therefore 4 : GP = 2 : \sqrt{3}$$

$$2GP = 4\sqrt{3}$$

$$GP = 2\sqrt{3}$$

したがって、

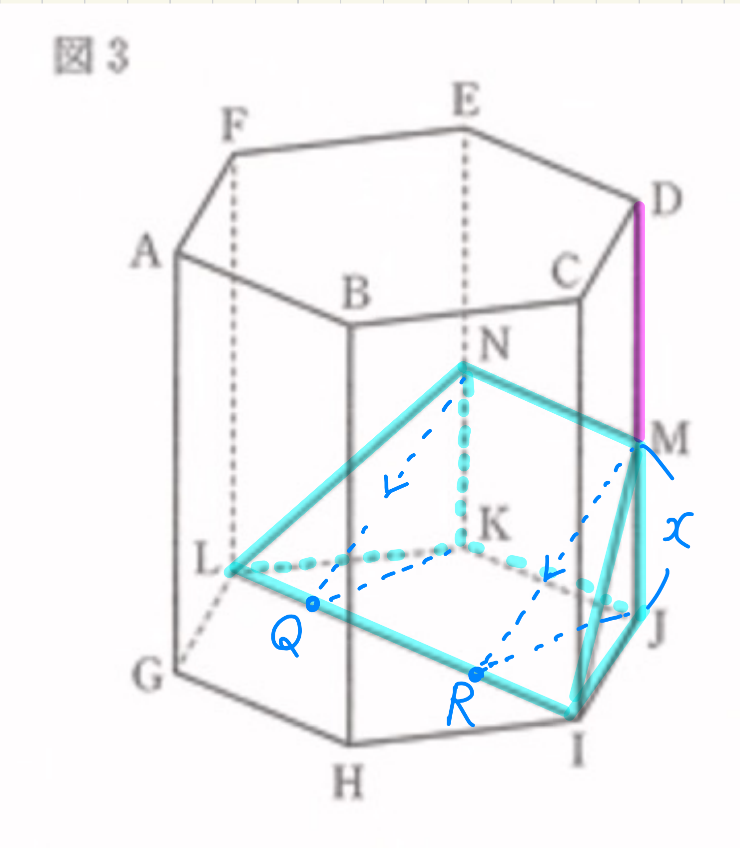
$$GI = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}\ \text{cm}$$



$\triangle AGI$ で三平方の定理より

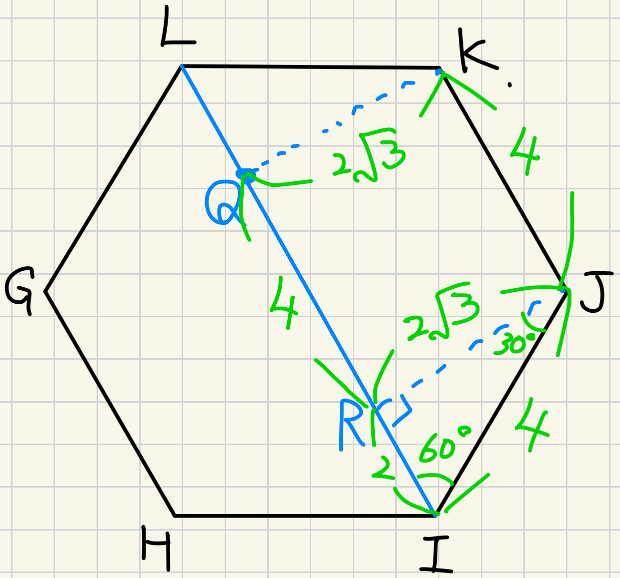
$$AI = \sqrt{8^2 + (4\sqrt{3})^2}$$
$$= \sqrt{64 + 48}$$
$$= \sqrt{112}$$
$$= 4\sqrt{7}\ \text{cm}$$

(3)



MJの長さを x cm とする.
また,左図のように,点Q,R
を定める.
立体NM−IJKLの体積
は,
立体M−IJR
+立体NM−KQRJ
+立体N−KLQ
である.

ここで,対称性から,立体M−IJR=立体N−KLQ.
である.



(2)より

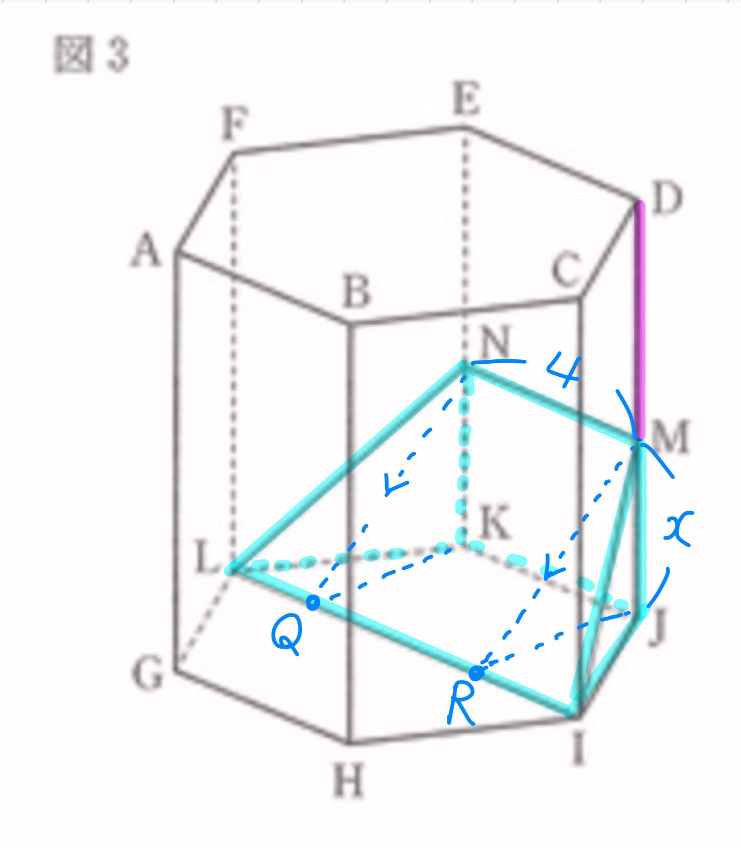
JR = $2\sqrt{3}$ cm

△JRIは30°-60°-90°の直角三角形なので、

IR : IJ : JR = 1 : 2 : $\sqrt{3}$

（IJ = 4）

$\therefore$ IR : 4 = 1 : 2 $\Rightarrow$ 2IR = 4 $\therefore$ IR = 2



以上より、立体NM−IJKLの体積は、

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}}_{\triangle JRI}\times x\times\frac{1}{3}$$

三角すい

$$+\underbrace{\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}}_{\triangle MRJ}\times x\times 4$$

三角柱

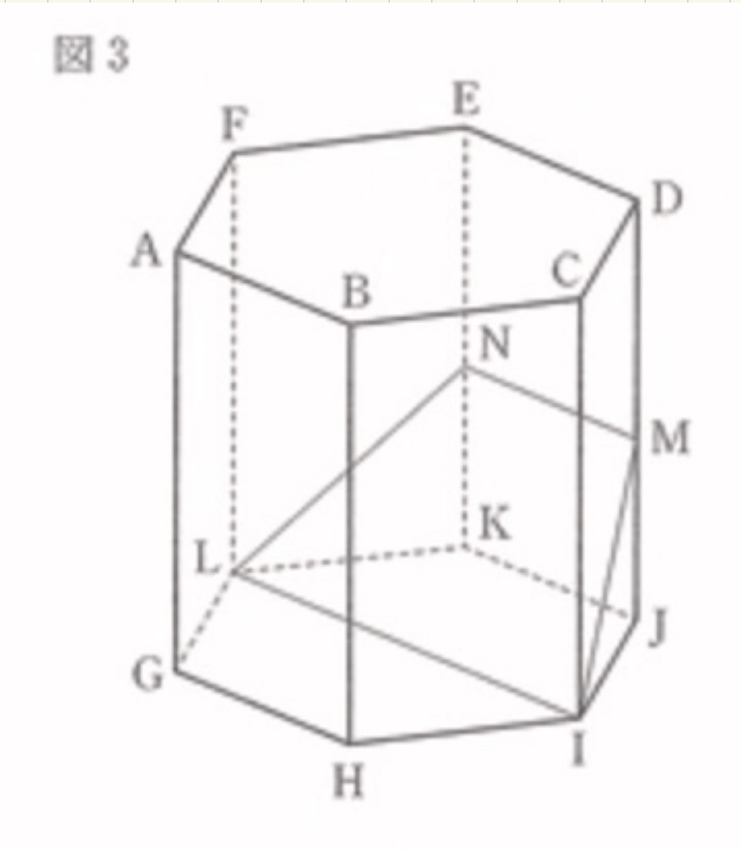
$$+\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}\times x\times\frac{1}{3}$$

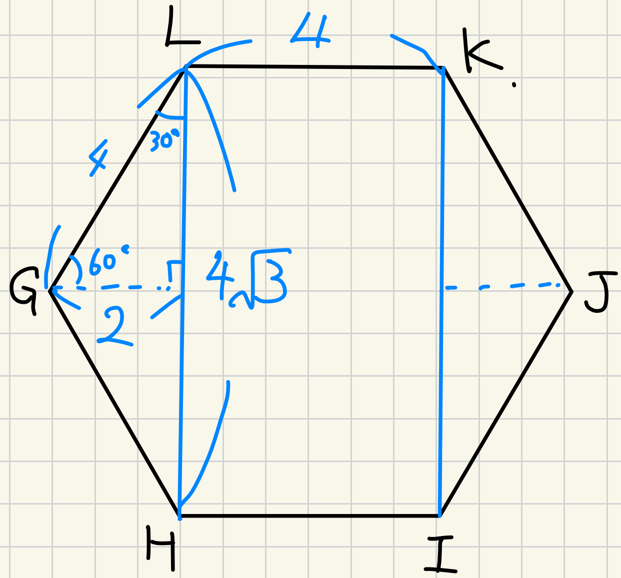
三角すい

$$=\frac{2\sqrt{3}}{3}x+4\sqrt{3}x+\frac{2\sqrt{3}}{3}x$$

$$=\frac{2\sqrt{3}+12\sqrt{3}+2\sqrt{3}}{3}x$$

$$=\frac{16\sqrt{3}}{3}x$$





また，正六角柱の体積は

$$\Bigl(\underbrace{\tfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 2}_{\triangle LGH}+\underbrace{4\times 4\sqrt{3}}_{\square LHIK}+\underbrace{\tfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 2}_{\triangle KIJ}\Bigr)\times 8$$

（$\triangle LGH$，$\square LHIK$，$\triangle KIJ$：正六角形の面積）

$$= (4\sqrt{3}+16\sqrt{3}+4\sqrt{3})\times 8$$

$$= 24\sqrt{3}\times 8$$

$$= 192\sqrt{3}$$

立体MN-IJKLの体積は正六角柱の体積の$\frac{1}{12}$倍なので

$$\frac{16\sqrt{3}}{3}x = 192\sqrt{3}\times\frac{1}{12}$$

$$\frac{16\sqrt{3}}{3}x = 16\sqrt{3}$$

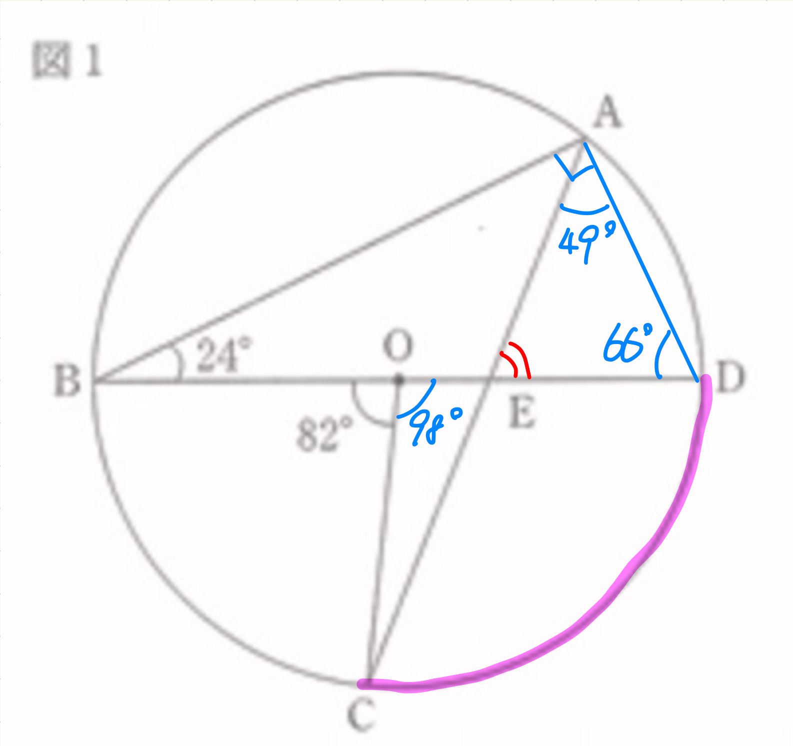
$$\therefore x = 3$$

よって、MJ = 3cm、DM = 8 − 3 = 5cm より

$\text{DM} : \text{MJ} = 5 : 3$

7.

(1)



ADに補助線を引く。
∠BADは直径に対する円周角なので、

$\angle BAD = 90°$

△ABDの内角の和は180°なので、

$\angle BDA = 180° - 90° - 24°$
$= 66°$

また、$\angle COD = 180° - 82° = 98°$ で、$\overset{\frown}{CD}$ に対する中心角、円周角より

$\angle CAD = \frac{1}{2}\angle COD$

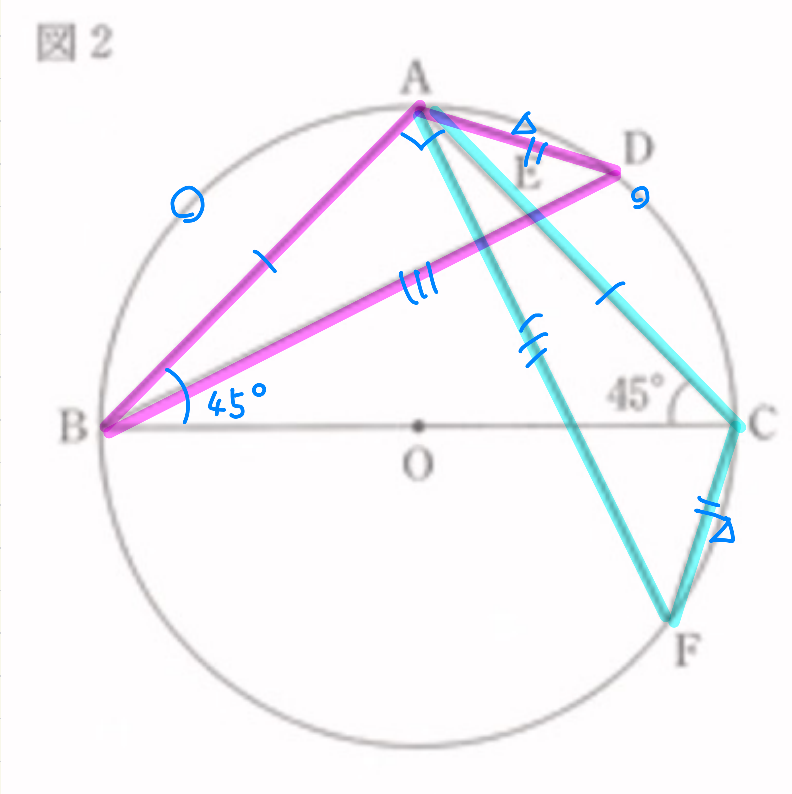
$= \frac{1}{2} \times 98° = 49°$

△AEDの内角の和は180°なので、

$\angle AED = 180° - 49° - 66°$

$= 65°$

(2)



△ABDと△CAFにおいて、

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CF}$ より

$AD = CF$ —— ①

$\angle ABC = \angle ACB = 45°$ より

↳ $\angle BAC = 90°$ より

$AB = CD$ —— ②

等しい円周角に対する弧は等しいので

$\overset{\frown}{BA}=\overset{\frown}{AC}$

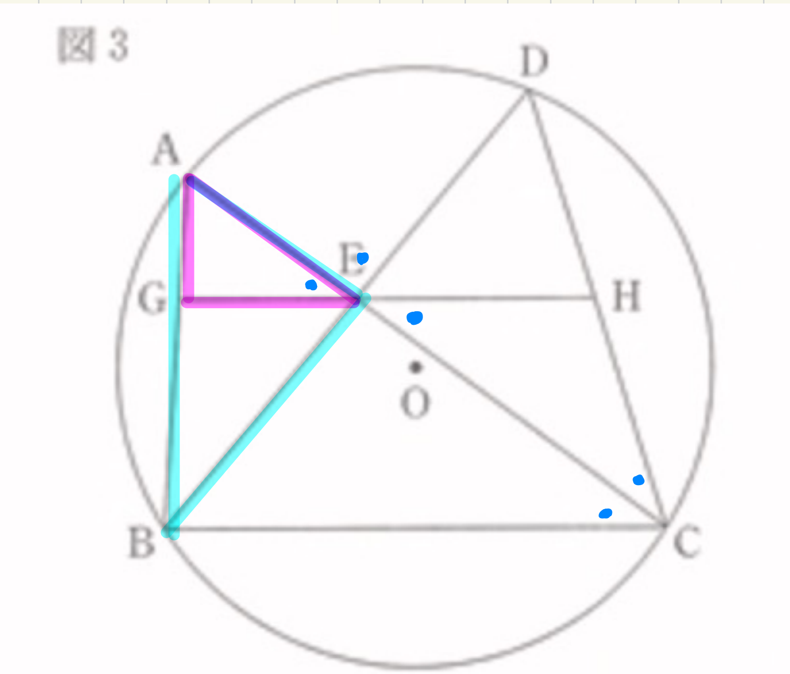
$\overset{\frown}{BA}=\overset{\frown}{AC}$, $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CF}$ より $\underset{○+△}{\overset{\frown}{BD}} = \underset{○+△}{\overset{\frown}{AF}}$

したがって $BD = AF$ —— ③

①, ②, ③より 3組の辺がそれぞれ等しいので

$\triangle ABD \equiv \triangle CAF$ (証明終わり)

(3)



△AGEと△AEBにおいて、共通な角は等しいから

$\angle GAE = \angle EAB$ —— ①

ACは∠BCDの二等分線だから

$\angle BCA = \angle DCA$ —— ②

GE // BC より錯角が等しいから

$\angle DCA = \angle HEC$ ─ ③

対頂角は等しいから

$\angle AEG = \angle HEC$ ─ ③

②, ③ より

$\angle DCA = \angle AEG$ ─ ④

$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角は等しいから

$\angle ABD = \angle DCA$ ─ ⑤

④, ⑤ より

$\angle AEG = \angle ABE$ ─ ⑥

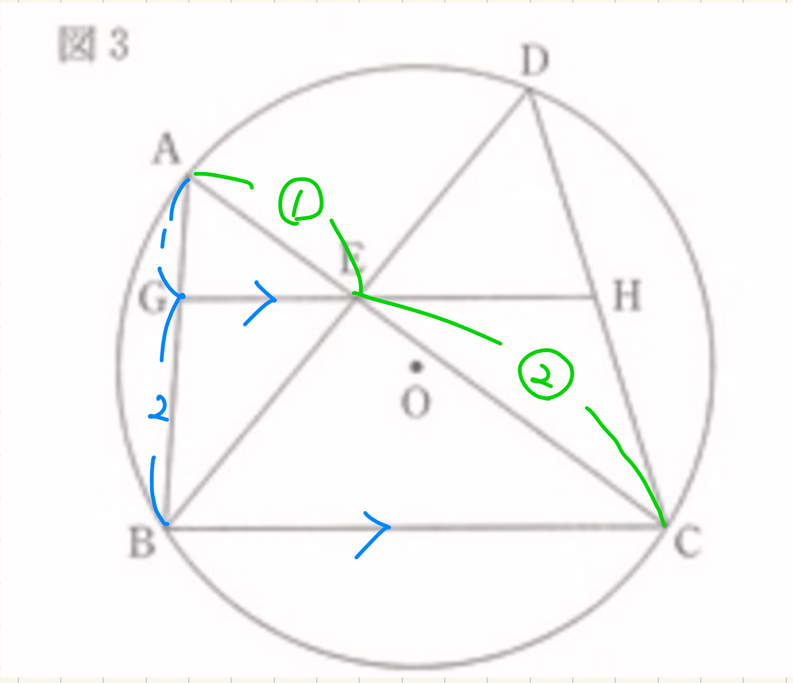
①, ⑥ より 2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle AGE \backsim \triangle AEB$

対応する辺の比は等しいから

$AE : \underset{3}{AB} = \underset{1}{AG} : AE$

$\therefore AE^2 = 3$　$AE > 0$ より $AE = \sqrt{3}$



GE // BC, AG : GB = 1 : 2

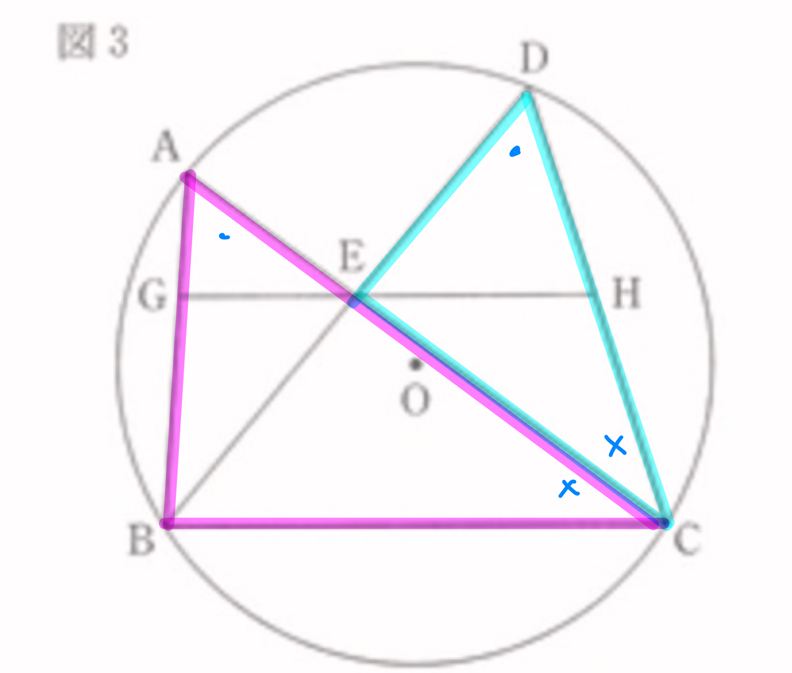
より

$\underset{\sqrt{3}}{AE} : EC = 1 : 2$

よって

$EC = 2\sqrt{3}$ cm

$AE = \sqrt{3}$ cm



△ABCと△DECにおいて
ACは∠BCDの二等分線だから
∠BCA＝∠ECD ―⑦
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから
∠BAC＝∠EDC ―⑧

⑦,⑧より2組の角がそれぞれ等しいので
△ABC∽△DEC
対応する辺の比は等しいから

$$\underset{3\sqrt{3}}{AC} : \underset{4}{DC} = BC : \underset{2\sqrt{3}}{EC}$$

よって

$$4BC = 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}$$
$$= 18$$
$$\therefore BC = \frac{9}{2} \text{ cm}$$