2023年度　新潟県
数学

kmkm

[1]

(1) 与式 $= 7+3-3$

$= 7$

(2) 与式 $= 6a-4b-8a+12b$

$= -2a+8b$

(3) 与式 $= \dfrac{36a^2b^2}{4ab^2}$

$= 9a$

(4) $\begin{cases} x+3y=21 & \text{—— ①} \\ 2x-y=7 & \text{—— ②} \end{cases}$

①×2 − ② より

$$\begin{array}{rrcl} & 2x+6y & = & 42 \\ -) & 2x-y & = & 7 \\ \hline & 7y & = & 35 \\ & y & = & 5 \end{array}$$

$y=5$ を ② に代入して

$2x-5=7$

$2x=12$

$x=6$

よって、$x=6$, $y=5$

(5) 与式 $= 3\sqrt{5}-\sqrt{5}+2\sqrt{5}$

$= 4\sqrt{5}$

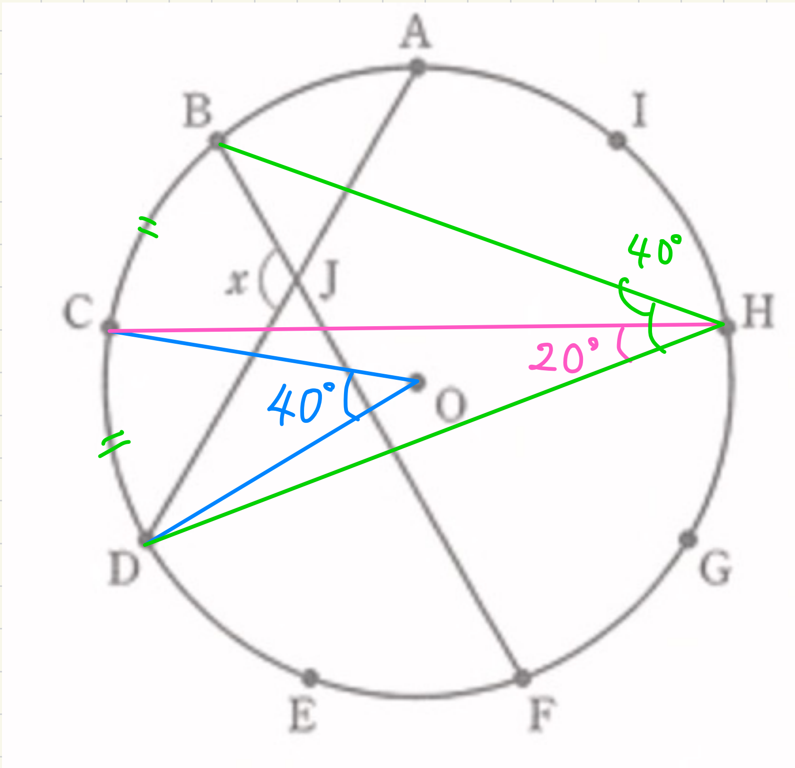
※ $\dfrac{10}{\sqrt{5}} = \dfrac{10}{\sqrt{5}} \times \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$

(6) $130a - (5b + 150 \times 5) > 0$

$130a - 5b - 750 > 0$

$\therefore\ 130a > 5b + 750$

(7)



∠CODは360°を9等分したので

$\angle COD = \dfrac{360^\circ}{9} = 40^\circ$

∠CHDは$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角なので

$\angle CHD = \dfrac{1}{2}\angle COD$

$= \dfrac{1}{2} \times 40^\circ$

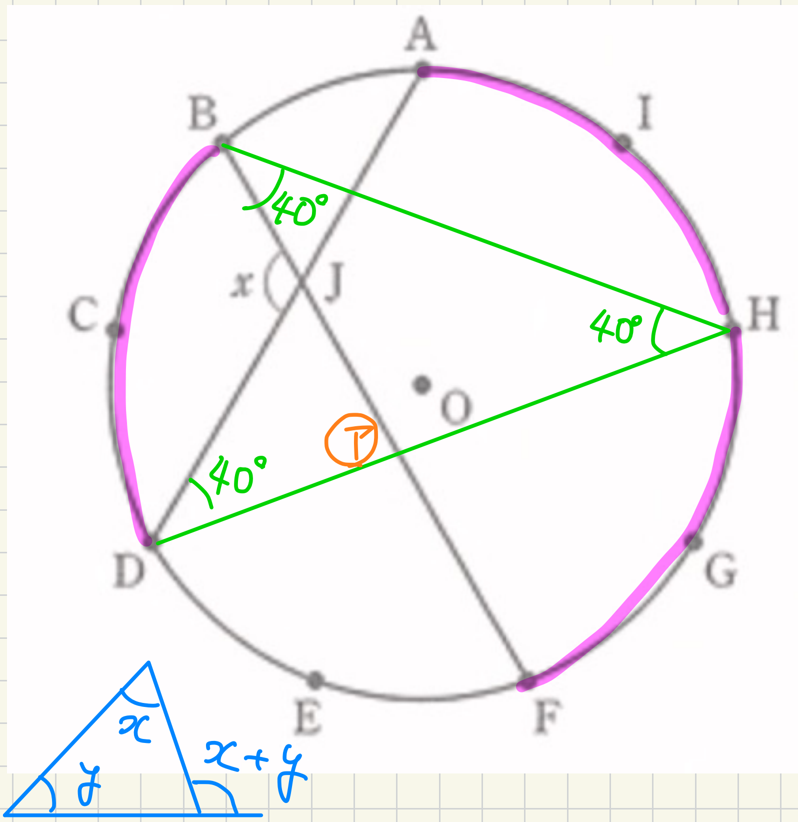
$= 20^\circ$

$\overset{\frown}{BD} = 2\overset{\frown}{CD}$ より

$\angle BHD = 2\angle CHD$

$= 2 \times 20^\circ$

$= 40^\circ$



$\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{AH} = \overset{\frown}{HF}$ より

$\angle ADH = \angle HBF = 40^\circ$

よって三角形の外角より

ア $= 40^\circ + 40^\circ$

$= 80^\circ$

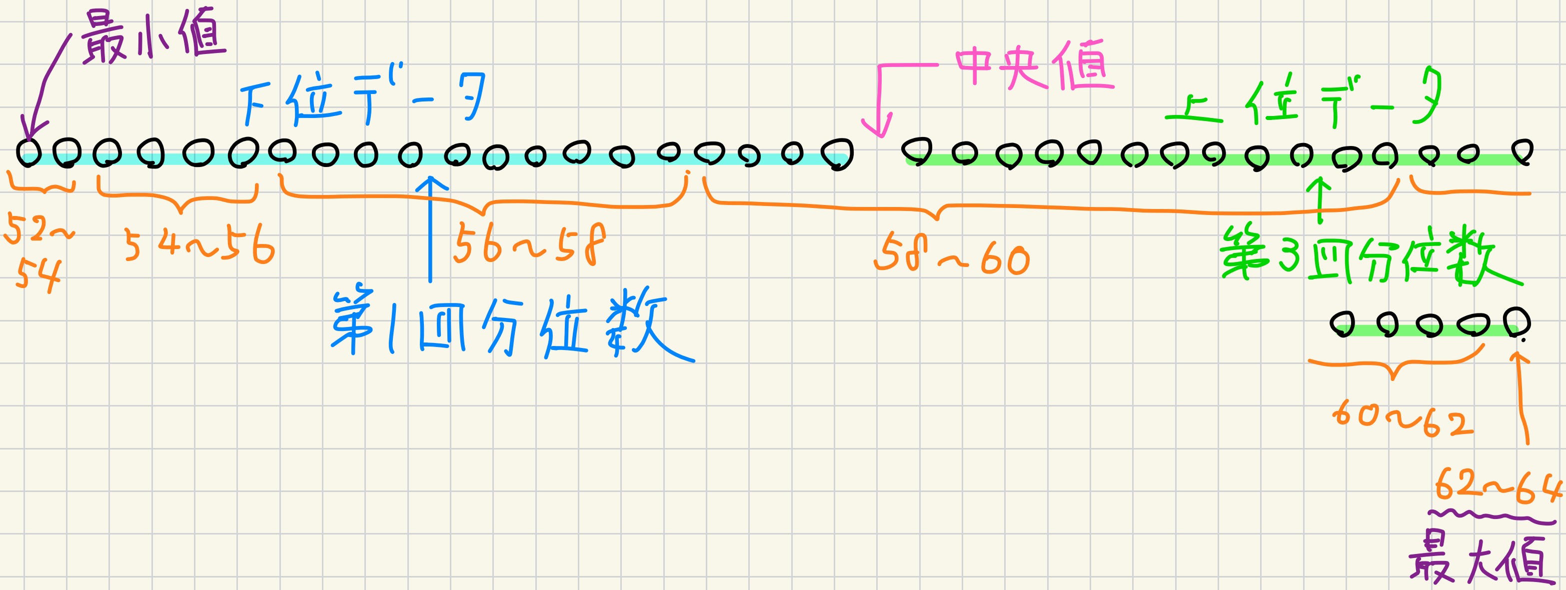
同様に三角形の外角より

$\angle x = ㋐ + 40^\circ$

$= 80^\circ + 40^\circ$

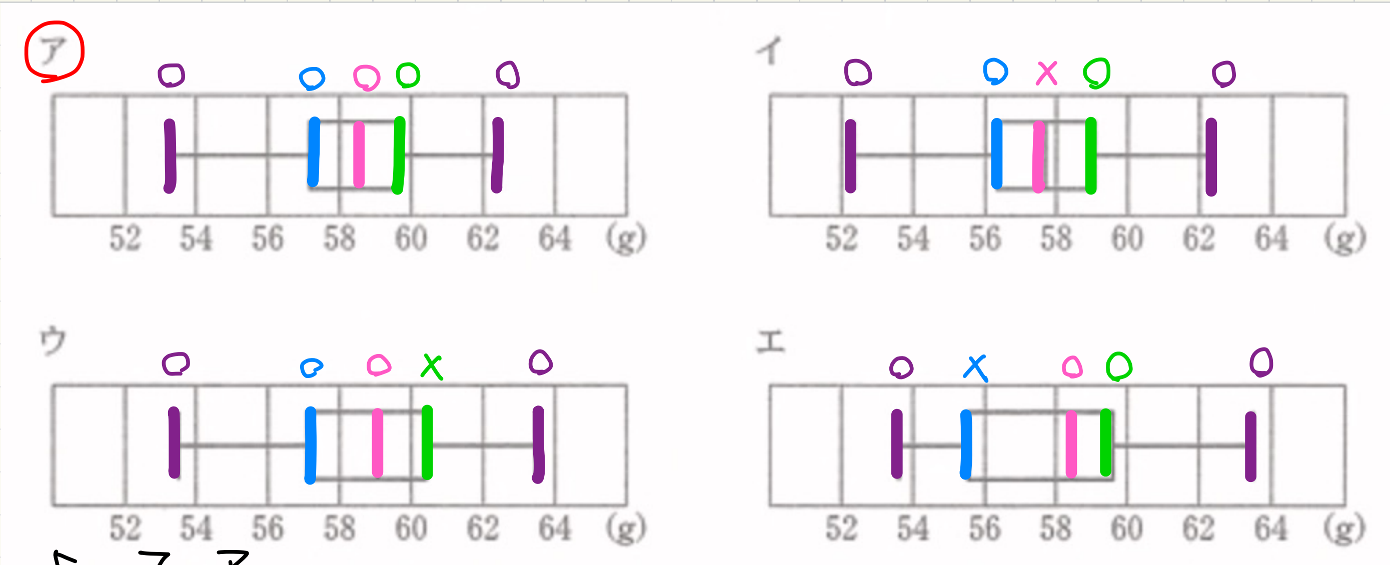
$= 120^\circ$

(8)



最小値 = 52〜54
第1四分位数 = 56〜58
中央値 = 58〜60
第3四分位数 = 58〜60
最大値 = 62〜64

のヒストグラムを選ぶ



よって ア

[2]

(1) $\dfrac{24}{a+b}$ が整数 ⇔ $a+b$ が24の約数

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

a\b	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

さいころの目の出方は全部で

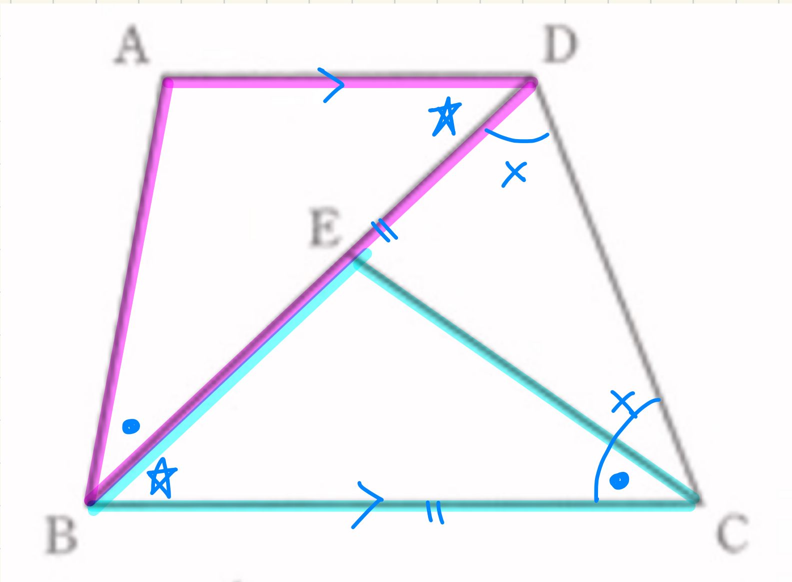
$6\times6=36$ 通り

このうち $a+b$ が24の約数となるのは、左表より17通り

よって求める確率は

$$\frac{17}{36}$$

(2)



△ABDと△ECBにおいて、

仮定より

$\angle DBA=\angle BCE$ ―①

△BCDは $\angle BCD=\angle BDC$ の二等辺三角形なので

$BD=CB$ ―②

$AD /\!/ BC$ より錯角は等しいから

$\angle ADB=\angle EBC$ ―③

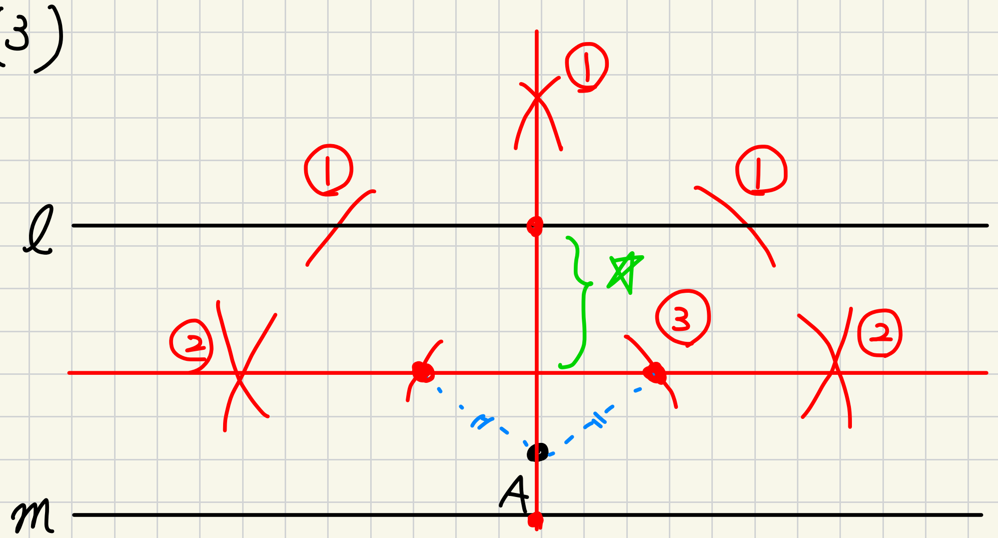
①, ②, ③より1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので.

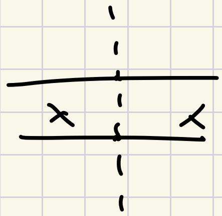
$\triangle ABD \equiv \triangle ECB$

対応する辺の長さは等しいから

$AB = EC$ (証明終わり)

(3)



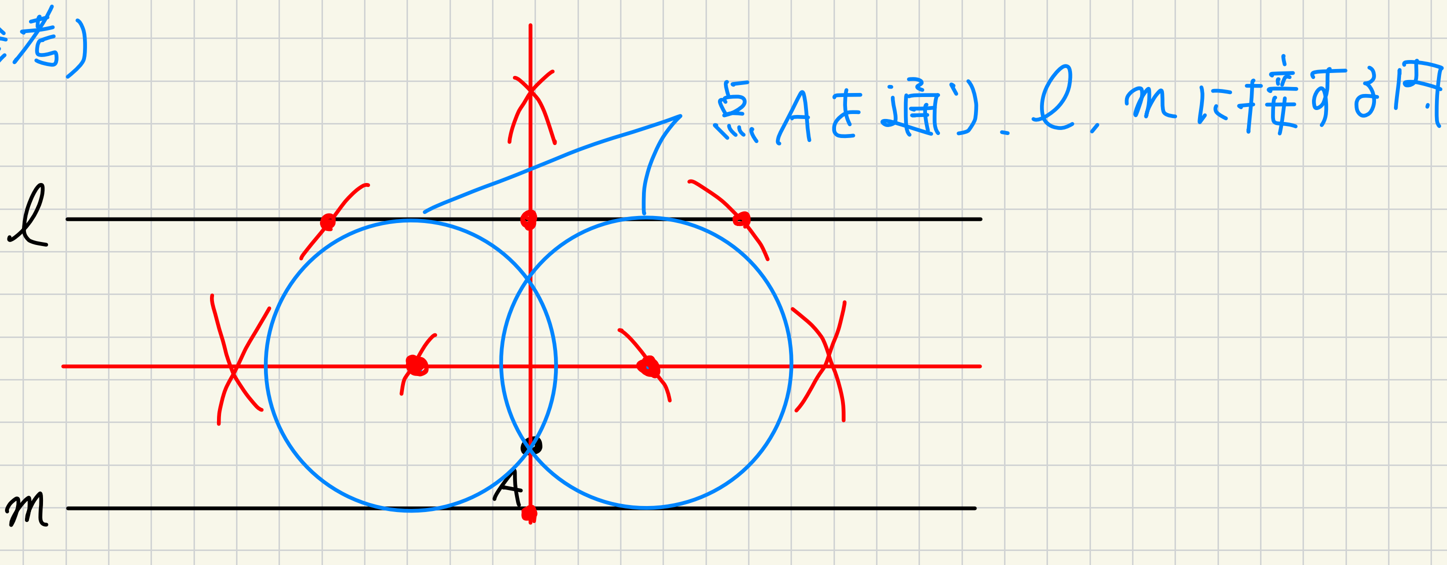


① 点Aを通りℓと垂直な直線を描く.

② ①とℓ, mの交点から, 半径が等しい円を描き, 交点を結ぶ

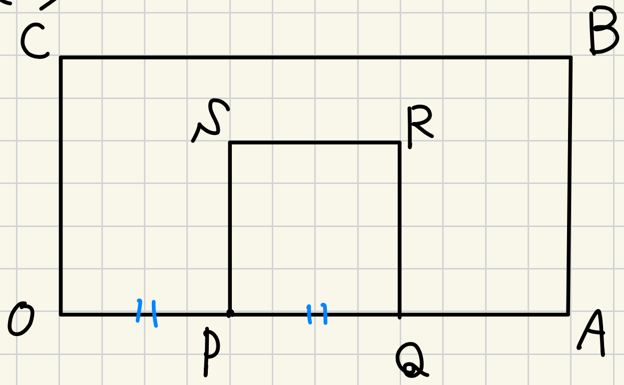
③ 点Aから, 半径☆の円を描き, ②との交点が作図すべき点.

(参考)



[3]

(1)



$x=2$ のとき、$OP=4$ cm

$OP=PQ$ より $PQ=4$ cm

□PQRSは正方形なので、

その面積 y は

$y=4\times4=16$

(2)

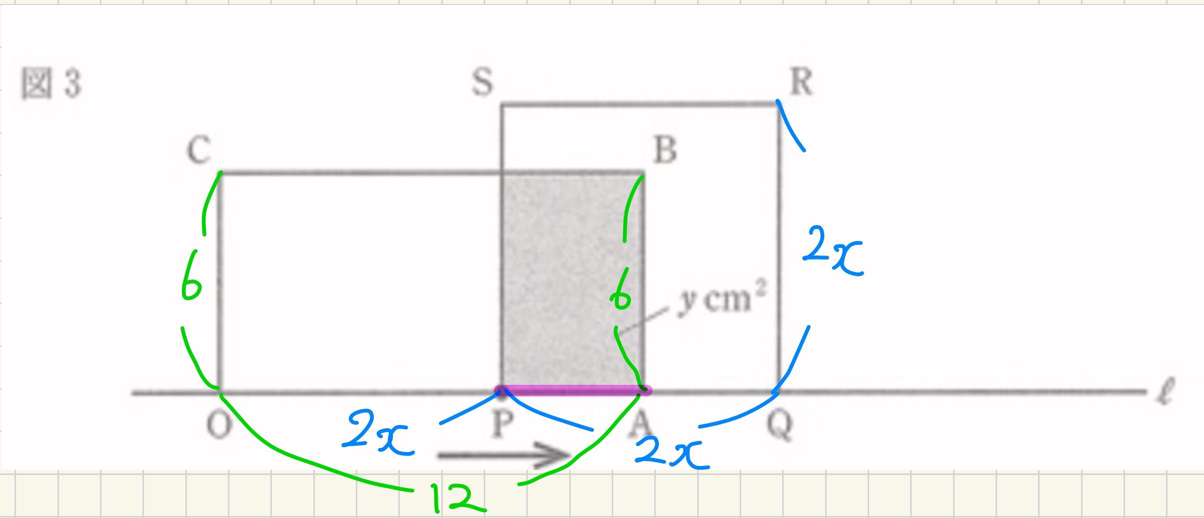
① $0\leqq x\leqq3$ のとき、

$OP=2x$ より $PQ=2x$。よって

$y=2x\times2x$

$=4x^2$

② $3\leqq x\leqq6$ のとき



$OA=12$ cm、$OP=2x$ cm より

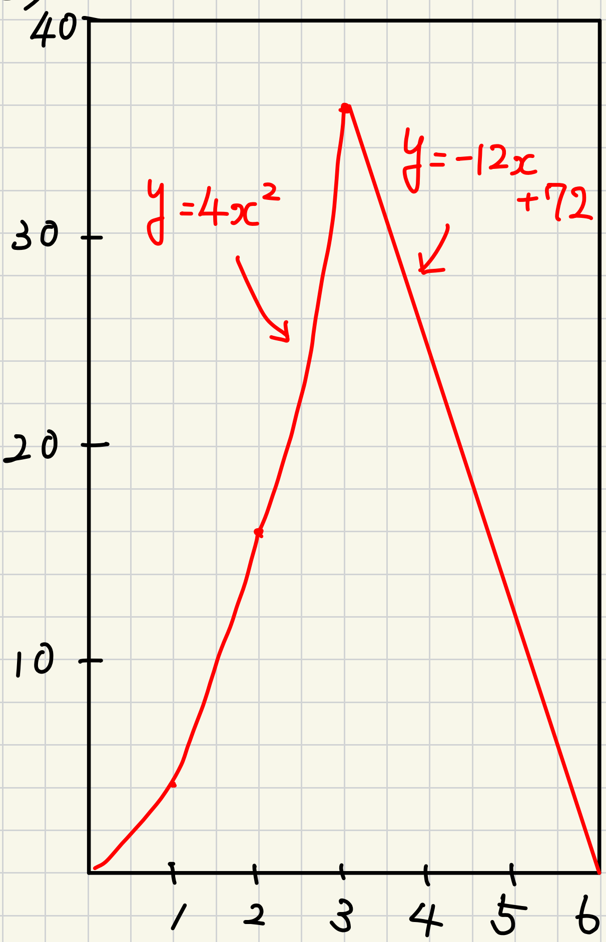
$PA=12-2x$ cm

よって

$y=(12-2x)\times6$

$=-12x+72$

(3)



$0 \leqq x \leqq 3$

$y=4x^2$

$3 \leqq x \leqq 6$

$y=-12x+72$

参考

・$0 \leqq x \leqq 3$ のとき

$\left.\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=4 \\ x=2 \Rightarrow y=16 \\ x=3 \Rightarrow y=36 \end{array}\right\}$ 放物線

・$3 \leqq x \leqq 6$ のとき

$\left.\begin{array}{l} x=3 \Rightarrow y=36 \\ x=6 \Rightarrow y=0 \end{array}\right\}$ 直線.

(4)

(3) のグラフより. $y=20$ となるのは. $0 \leqq x \leqq 3$ で1回

$3 \leqq x \leqq 6$ で1回ある.

(i) $0 \leqq x \leqq 3$ のとき

$y=4x^2$ で $y=20$ より

$20=4x^2$

$\therefore x^2=5$

$x>0$ より $x=\sqrt{5}$

(ii) $3 \leqq x \leqq 6$ のとき

$y=-12x+72$ で $y=20$ より

$$20 = -12x + 72$$
$$12x = 52$$
$$x = \frac{13}{3}$$

よって、$x = \sqrt{5},\ \frac{13}{3}$

[4]

(1)

例えば，手順Ⅰで $\boxed{2}$ のカード，手順Ⅱで $\boxed{3}$ のカードを取り出したときには，下のように，記録用紙の1番目の欄には2，2番目の欄には3を記入する。このとき，16番目の欄に記入する数は $\boxed{ア}$ ，17番目の欄に記入する数は $\boxed{イ}$ ，18番目の欄に記入する数は $\boxed{ウ}$ となる。

1番目	2番目	3番目	4番目	5番目	6番目	…	16番目	17番目	18番目
2	3	5	8	3	1	…	ア	イ	ウ

		5	8	3	1
		$= 2+3$	$= 3+5$	$= 5+8 = 13$	$= 8+3 = 11$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
2	3	5	8	3	1	4	5	9	4	3	7	0	7	7	4	1	5
						3+1	1+4	4+5	5+9 =14	9+4 =13	4+3	3+7 =10	7+0	0+7	㋐	㋑	㋒

(2)

① 1番目の数をa，2番目の数をbとし，10の倍数を取り除きながら17番目まで順に書き出すと．

$a,\ b,\ a+b,\ a+2b,\ 2a+3b,\ 3a+5b$

$5a+8b,\ 8a+3b,$

$= 3a+5b+5a+8b = 8a+13b$

10を超えるので．1の位のみ → 3b.

$3a+b$, $a+4b$, $4a+5b$, $5a+9b$, $9a+4b$,

$=5a+8b+8a+3b$

$=13a+11b$

→ 10を超えるので…
1の位のみ
⇒ b.

→ 10を超えるので…
1の位のみ
⇒ $3a$

$4a+3b$, $3a+7b$, $7a$, $7b$ (17番目)

$7b$は aに関係なく, bは2番目の数なので.
17番目の数は. 1番目の数に関係なく, 2番目の数によって決まる.

②

① より 16番目は$7a$, 17番目は$7b$なので.
18番目の数は

$$7a+7b$$

問題文より $a=x$, $b=4$なので、

$$7x+7\times4=7(x+4)$$

$7(x+4)$の1の位の数が 1 になれば良く.
これを満たすxは9に限る。よって 9

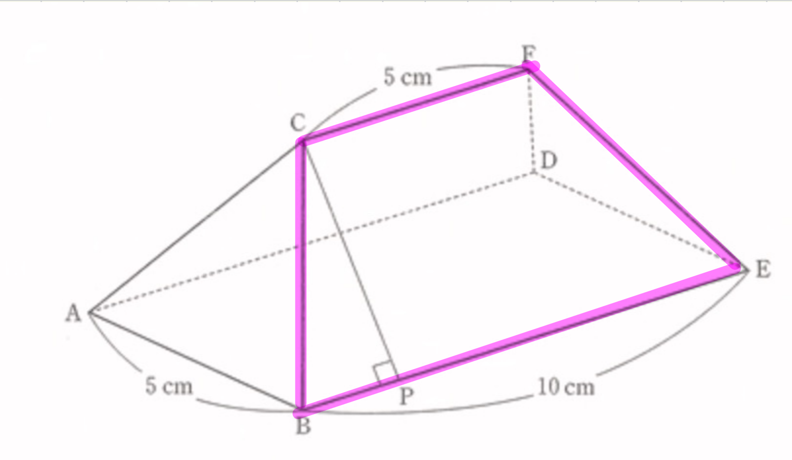
(参考)

$x=9$のとき
$7(4+9)=7\times13$
$=91$ ok

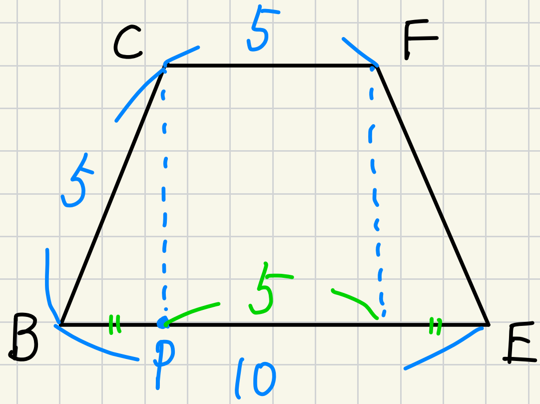
$x=1$のとき
$7(1+4)=7\times5$
$=35$ NG.

[5]

(1)



$\Rightarrow$



△ABCは正三角形なので.

$BC = 5\text{cm}$

また, □CBEFは等脚台形なので

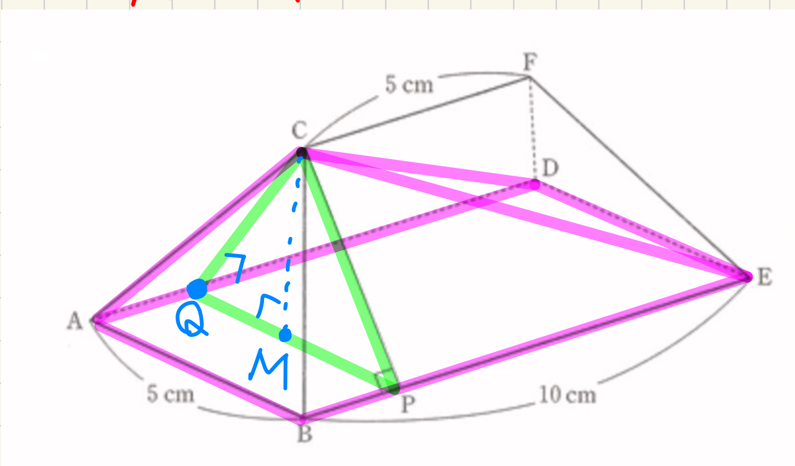
$$BP = \frac{1}{2} \times (10 - 5) = \frac{5}{2}$$

△CBPで三平方の定理より

$$CP = \sqrt{5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{25 - \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{100 - 25}{4}} = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{2}\ \text{cm}$$

(2) 難問



点Cから辺ADに引いた垂線と辺ADの交点をQとする.

△CPQはCP = CQの二等辺三角形であり

$PQ = AB = 5\text{cm}$

線分PQの中点をMとすると，線分CMが求める四角すいの高さになる．

$\angle CMP = 90°$ より $\triangle CMP$ で三平方の定理から

$$CM = \sqrt{\underbrace{\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2}_{CP^2} - \underbrace{\left(\frac{5}{2}\right)^2}_{PM^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{75}{4} - \frac{25}{4}}$$

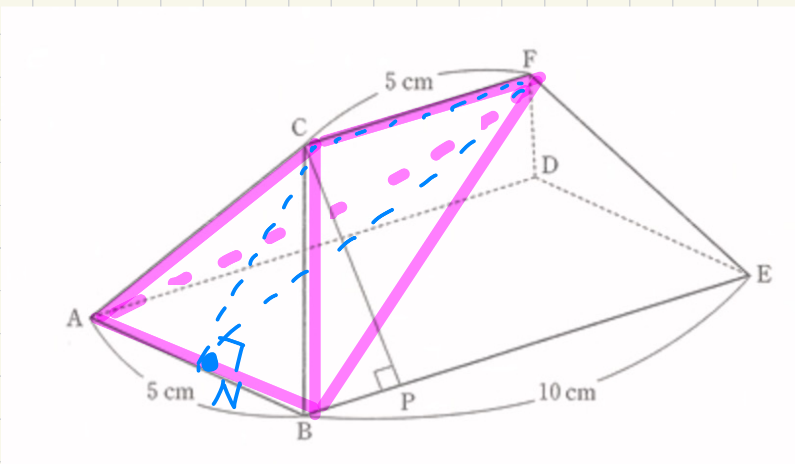
$$= \sqrt{\frac{50}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$

よって，求める体積は

$$\frac{1}{3} \times 5 \times 10 \times \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{125\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$$

(3) 難問

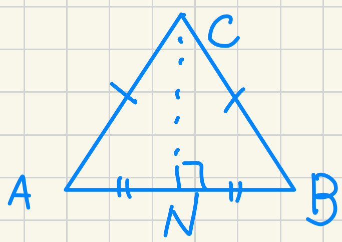


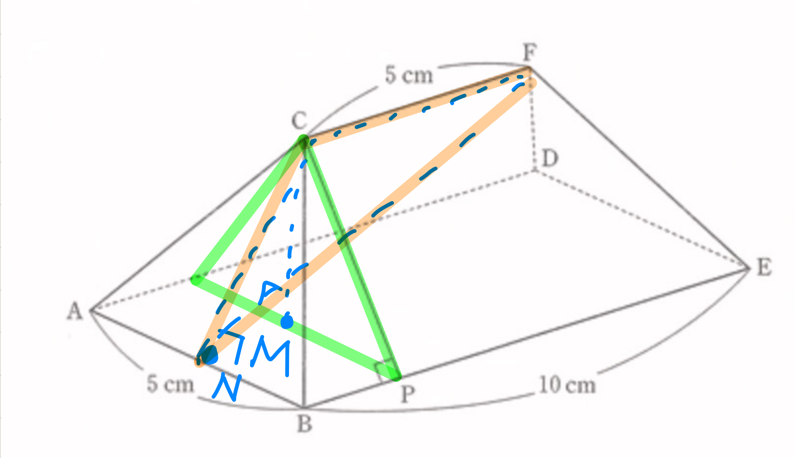
辺ABの中点をNとし，求める体積を△CFNで分割する

⇒ 求める体積
= 三角すいA－CFN ＋ 三角すいB－CFN.

ここで，△ABCは正三角形で，NはABの中点だから

$CN \perp AB$





$$\triangle CFN = \frac{1}{2} \times CF \times CM$$
$$= \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{25\sqrt{2}}{4} \text{ cm}^2$$

よって、

$$\text{求める体積} = \text{三角すい} A\text{-}CFN + \text{三角すい} B\text{-}CFN$$
$$= \frac{1}{3} \times \triangle CFN \times AN + \frac{1}{3} \times \triangle CFN \times BN$$
$$= \frac{1}{3} \times \triangle CFN \times \underbrace{(AN + BN)}_{= AB}$$
$$= \frac{1}{3} \times \triangle CFN \times AB$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{25\sqrt{2}}{4} \times 5$$
$$= \frac{125\sqrt{2}}{12} \text{ cm}^3$$