2023年度 富山県

数学

Km Km

1.

(1) 与式 $= 9 - 6$

$= 3$

(2) 与式 $= \dfrac{3x^2y \times 4y^2}{6xy}$

$= 2xy^2$

(3) 与式 $= 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$

$= -\sqrt{3}$

※ $\dfrac{9}{\sqrt{3}} = \dfrac{9}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$

(4) 与式 $= 9a + 3b - 8a + 6b$

$= a + 9b$

(5) $\begin{cases} 2x + 5y = -2 & \text{—— ①} \\ 3x - 2y = 16 & \text{—— ②} \end{cases}$

①×3 − ②×2 より

$$\begin{array}{rrrr} & 6x & +15y & = -6 \\ -) & 6x & -4y & = 32 \\ \hline & & 19y & = -38 \\ & & y & = -2 \end{array}$$

$y = -2$ を ② に代入して

$3x - 2 \times (-2) = 16$

$3x + 4 = 16$

$3x = 12$

$x = 4$

よって $x = 4,\ y = -2$

(6) $(x-2)=A$ とおくと.

$$A^2=25$$

$$\therefore A=\pm 5$$

$A=(x-2)$ より

$$x-2=\pm 5$$

$$\therefore x=2\pm 5$$

よって. $x=7,\ -3$

(別解)

式を展開して

$$x^2-4x+4=25$$

$$\Leftrightarrow x^2-4x-21=0$$

$$\therefore (x-7)(x+3)=0$$

よって $x=7,\ -3$

(7) $a-8b=5$

(または $a=8b+5$)

(8) 2つのさいころを投げたときの目の出方は.

全部で $6\times 6=36$ 通り

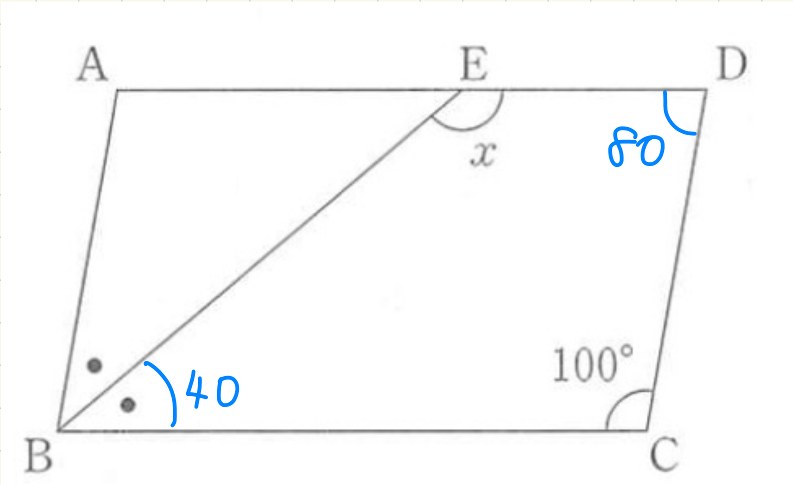
目の差が3となるのは.

$(A,B)=(1,4),\ (2,3),\ (3,6)$

$(4,1),\ (3,2),\ (6,3)$ の6通り

よって求める確率は $\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

(9)



□ABCD は平行四辺形なので隣り合う角の和は180°

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle BCD$$
$$= 180^\circ - 100^\circ$$
$$= 80^\circ$$

$$\angle CDA = 180^\circ - \angle BCD$$
$$= 180^\circ - 100^\circ$$
$$= 80^\circ$$

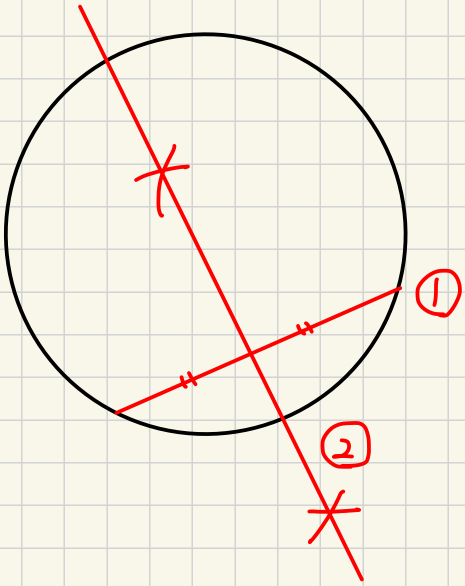
∠ABE = ∠EBC より

$$\angle EBC = \frac{1}{2}\angle ABC$$
$$= \frac{1}{2} \times 80^\circ$$
$$= 40^\circ$$

□EBCD において，内角の和は360°なので

$$\angle x = 360^\circ - (80^\circ + 40^\circ + 100^\circ)$$
$$= 360^\circ - 220^\circ$$
$$= 140^\circ$$

(10)

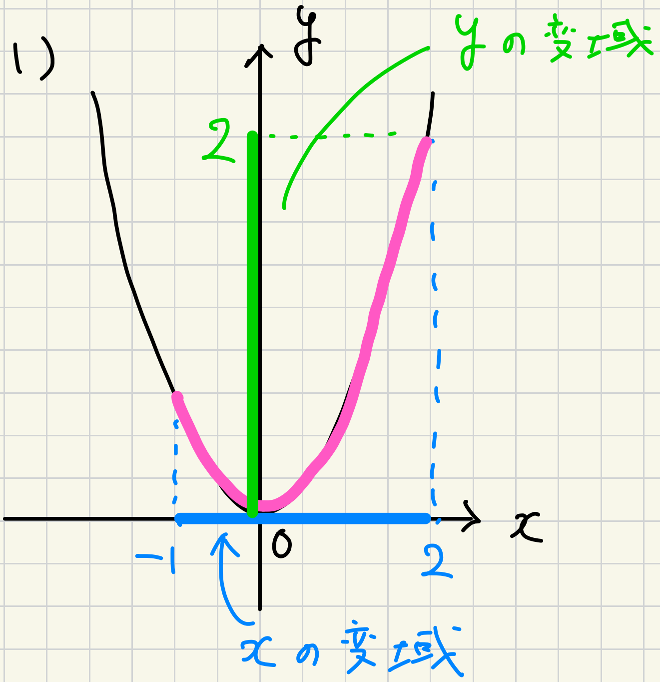


① 弦を引く

② 弦の垂直二等分線を描く

2.

(1)



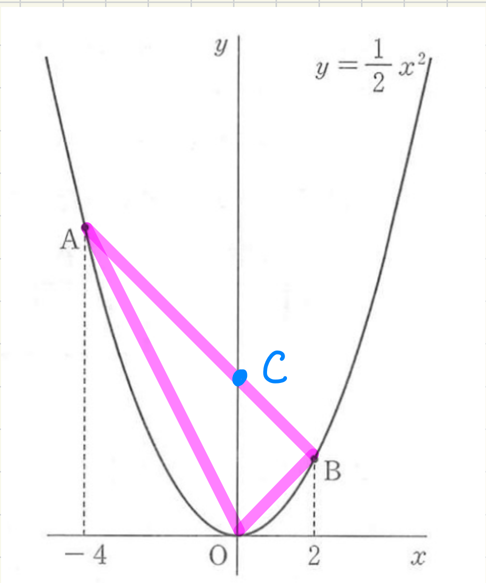
グラフより

$x = 2$ のとき

$$y = \frac{1}{2} \times 2^2$$
$$= 2$$

よって、$0 \leqq y \leqq 2$

(2)



直線ABのy切片の点をCとする

△OAB = △OAC + △OBC

⇒ OCの長さを求める

点Aは $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり $x=-4$ なので

$$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2$$
$$=8$$

$\therefore$ A $(-4, 8)$

点Bは $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり $x=2$ なので

$$y=\frac{1}{2}\times 2^2$$
$$=2$$

$\therefore$ B $(2, 2)$

直線ABの式を $y=ax+b$ とすると、A$(-4, 8)$、B$(2, 2)$ を通るので

$$\begin{array}{rrcl} & 8 & = & -4a+b \quad \text{——} ① \\ -) & 2 & = & 2a+b \quad \text{——} ② \\ \hline & 6 & = & -6a \\ & a & = & -1 \end{array}$$

$a=-1$ を②に代入して

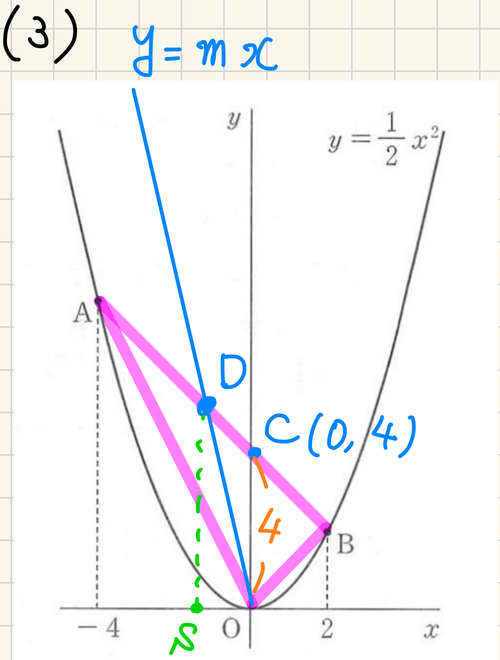
$2=2\times(-1)+b$ $\quad\therefore b=4$

よってCの座標は $(0, 4)$

したがって△OABの面積は

$$\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$$
$$=\frac{1}{2}\times4\times4+\frac{1}{2}\times4\times2$$
$$=8+4$$
$$=12$$

(3) $y = mx$



求める直線の式を $y = mx$ とおく。
また，$y = mx$ と直線ABの交点をDとする。

(2)より $\triangle OAB = 12$ なので
$\triangle OBD = 6$
となれば良い。

点Dの x 座標を s とすると

$$\triangle OBD = \triangle ODC + \triangle OBC$$
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times os + \frac{1}{2} \times 4 \times 2$$

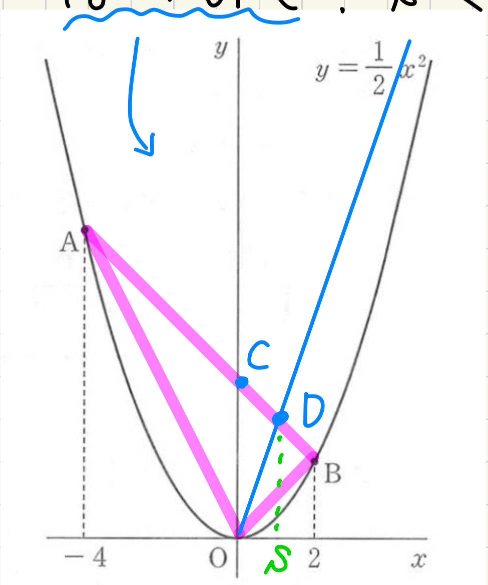
os の長さ

$$= 2os + 4$$

これが6になれば良いので

$$2os + 4 = 6$$
$$\therefore os = 1 \Rightarrow$$ os の長さが1

もし $s > 0$ とすると，直線ODは $\triangle OAB$ の二等分ではないので，$s < 0$



よって，$s = -1$

点Dは直線AB：$y=-x+4$ 上にあり，$x=-1$ なので

$$y=-(-1)+4$$
$$=5$$

$\therefore$ D$(-1, 5)$

$y=mx$ に $x=-1$, $y=5$ を代入して

$5=-m$ $\quad \therefore$ $m=-5$

よって求める直線の式は，$y=-5x$

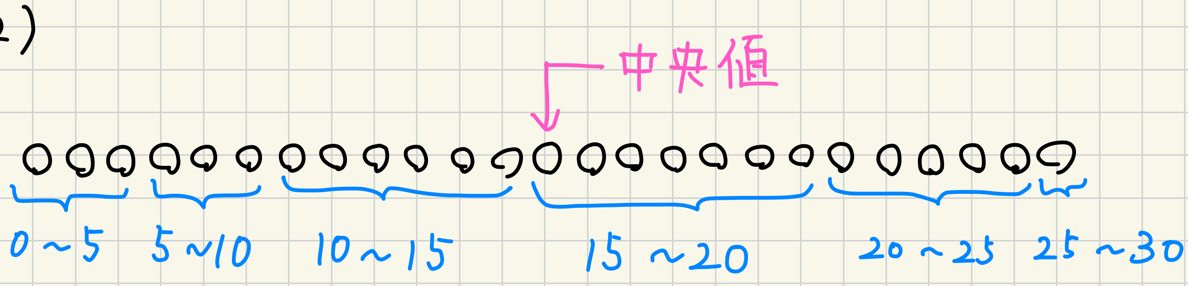
3.

(1) 表よりP組の0〜5の度数は3なので

相対度数は

$$\frac{3}{25}=0.12$$

(2)

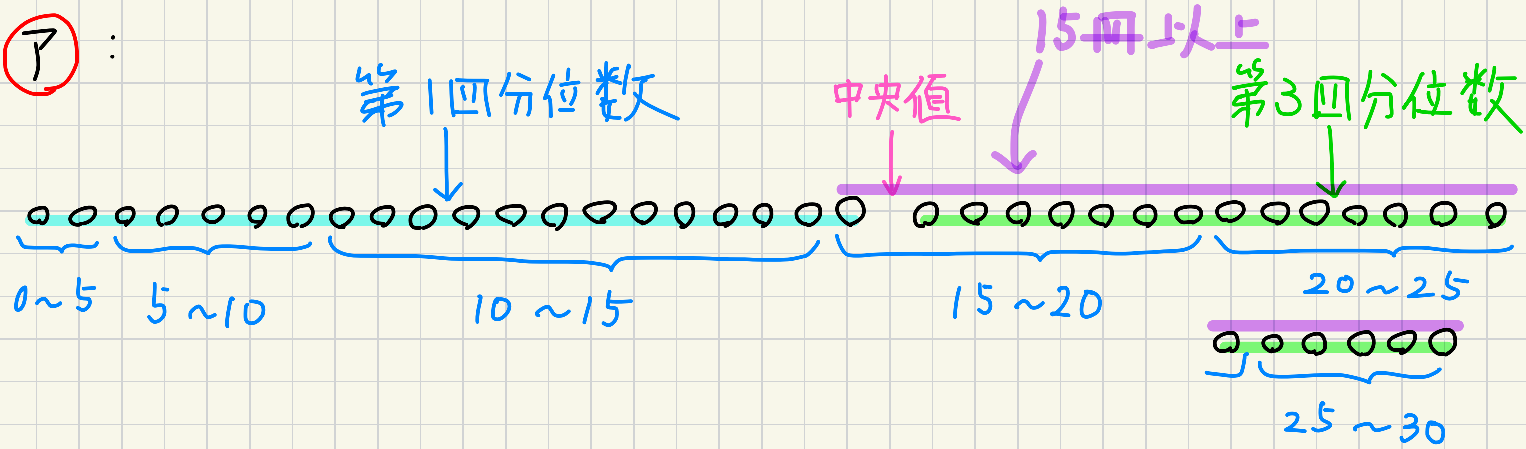


中央値が含まれる階級は，

15日以上20日未満

(3)

ア：



Q組の中央値は15~20冊なので、15冊以上の生徒は20人以上いる。よって正しい

イ：P組の最頻値：15~20冊
Q組の最頻値：10~15冊
よって誤り

ウ：P組の20~25冊の割合は、$\frac{5}{20} = 0.25$
Q組の20~25冊の割合は $\frac{8}{40} = 0.25$
P組とQ組の20~25冊の割合は等しいので、正しい

エ：P組、Q組ともに25~30冊の生徒はいるが、具体的な冊数は分からない。
よって、必ず正しいとは言えないので誤り。

オ：P組の5～10の累積相対度数は、

$$\underbrace{\frac{3}{25}}_{\text{0～5の相対度数}} + \underbrace{\frac{3}{25}}_{\text{5～10の相対度数}} = \frac{6}{25} = 0.24$$

Q組の5～10の累積相対度数は、

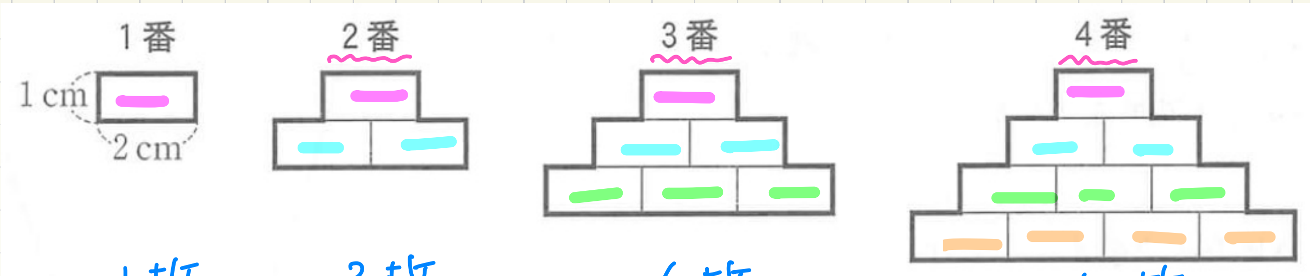
$$\underbrace{\frac{2}{40}}_{\text{0～5の相対度数}} + \underbrace{\frac{5}{40}}_{\text{5～10の相対度数}} = \frac{7}{40} = 0.175$$

よってP組の方が大きいので正しい

答えは、ア，ウ，オ

4

(1)

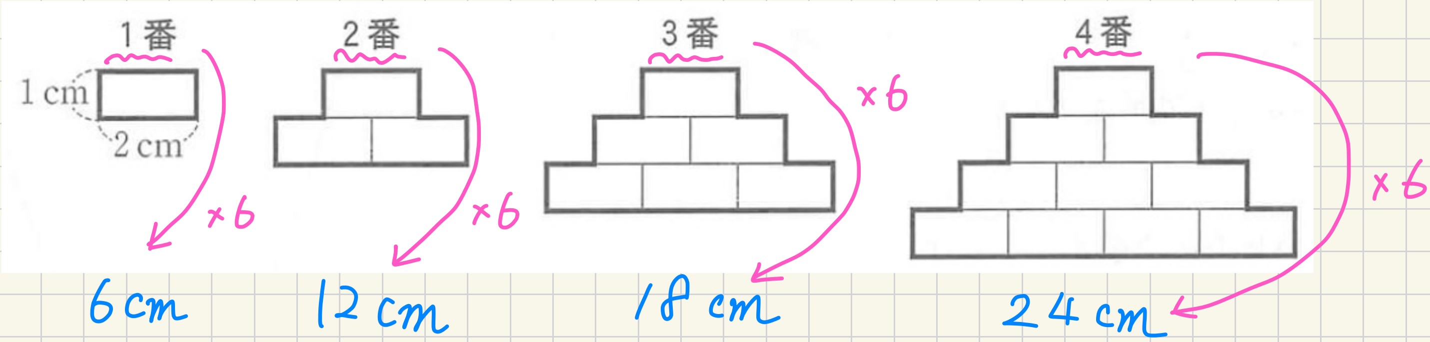


1枚　3枚 $=1+2$　6枚 $1+2+3$　10枚 $1+2+3+4$

6番目の図形は

$1+2+3+4+5+6=21$ 枚

(2)



n番目の周の長さは $6n$ cm

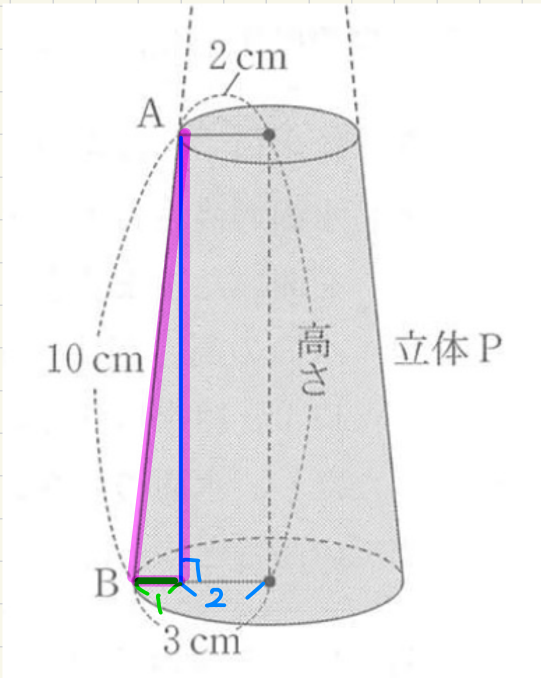
(3)

図形の番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
タイルの枚数	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
周の長さ	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66

よって、11番目の図形では、タイルの枚数が66枚で、周の長さが66 cm

5.

(1)

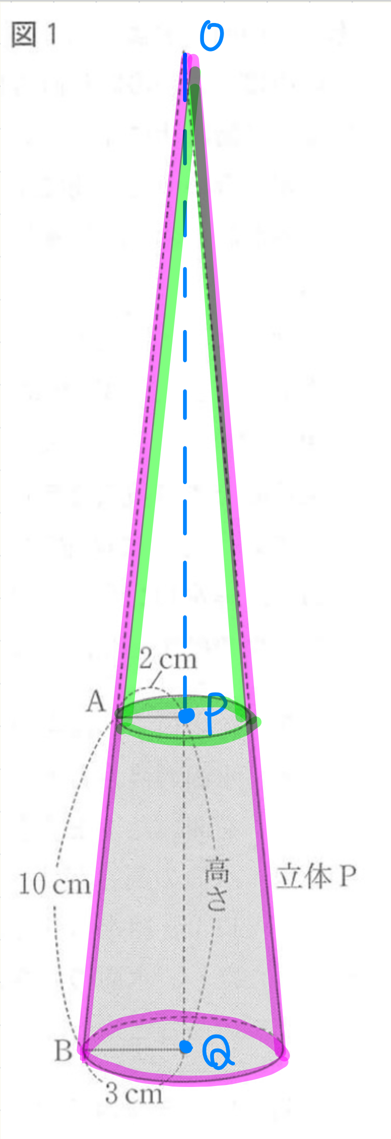


左図のピンクの三角形で三平方の定理より

$$高さ = \sqrt{10^2 - 1^2} = \sqrt{100-1} = \sqrt{99} = 3\sqrt{11}$$

$$= 3\sqrt{11}\ \text{cm}$$

(2)



左図のように、O, P, Q と定める.

△OAP と △OBQ において

AP // BQ より同位角が等しいから

$\angle OAP = \angle OBQ$ —— ①

$\angle OPA = \angle OQB$ —— ②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので, △OAP ∽ △OBQ

対応する辺の比は等しいから

$OP : OQ = AP : BQ$

$= 2 : 3$

$OQ = OP + PQ = OP + 3\sqrt{11}$ より

$OP : OP + 3\sqrt{11} = 2 : 3$

よって

$2(OP + 3\sqrt{11}) = 3OP$

$2OP + 6\sqrt{11} = 3OP \Rightarrow OP = 6\sqrt{11}$ cm

$OQ = OP + PQ$

$= 6\sqrt{11} + 3\sqrt{11}$

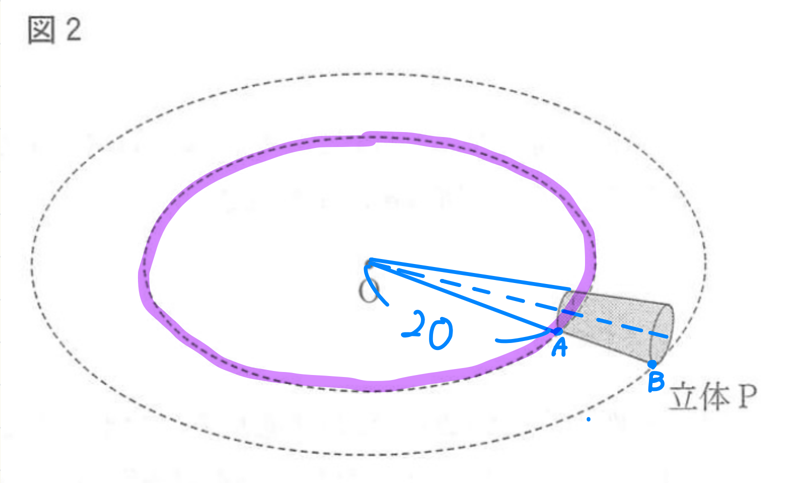
$= 9\sqrt{11}$

したがって

立体Pの体積 $= 3 \times 3 \times \pi \times 9\sqrt{11} \times \frac{1}{3} - 2 \times 2 \times \pi \times 6\sqrt{11} \times \frac{1}{3}$

$= 27\sqrt{11}\pi - 8\sqrt{11}\pi = 19\sqrt{11}\pi$ cm³

(3)



(2) より $\triangle OAP \backsim \triangle OBQ$

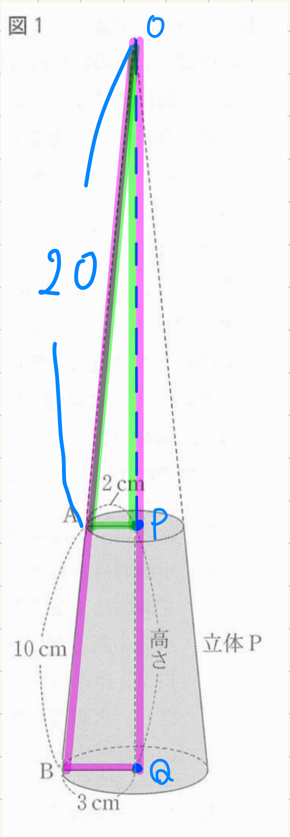
だから、

$OA : OB = 2 : 3$

$OB = OA + AB = OA + 10$

より

$OA : OA + 10 = 2 : 3$



$3OA = 2(OA + 10)$

$= 2OA + 20$

$\therefore OA = 20\,\text{cm}$

立体Pが回転した回数をx回とおくと、

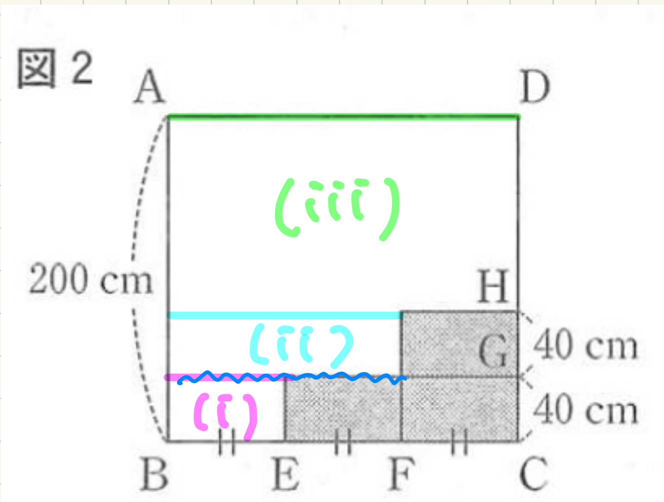
$\underbrace{20 \times 2 \times \pi}_{\text{円Oの円周}} = \underbrace{2 \times 2 \times \pi}_{\text{円Pの円周}} \times x$

$\therefore 40\pi = 4\pi x$

$x = 10$

よって立体Pの回転数は10回

6



(i) 給水口Iのみ

(ii) 給水口Iのみであるが、底面積が2倍になり高さは変わらないので、(i)に比べて給水時間は2倍になる。

(iii) 給水口Ⅰと Ⅱで給水され表より50分で満水になる.

(1) 表より $x=5$ のとき $y=20$ なので.(i)の部分である。したがって.$x=1$ のときも(i)の部分であり.このとき,給水口Ⅰのみで給水される.

(i)のときのグラフの式を $y=ax$ とおくと.$x=5$, $y=20$ であるから

$$20=5a \qquad \therefore a=4$$

よって $y=4x$ で $x=1$ より $y=4$

(2)

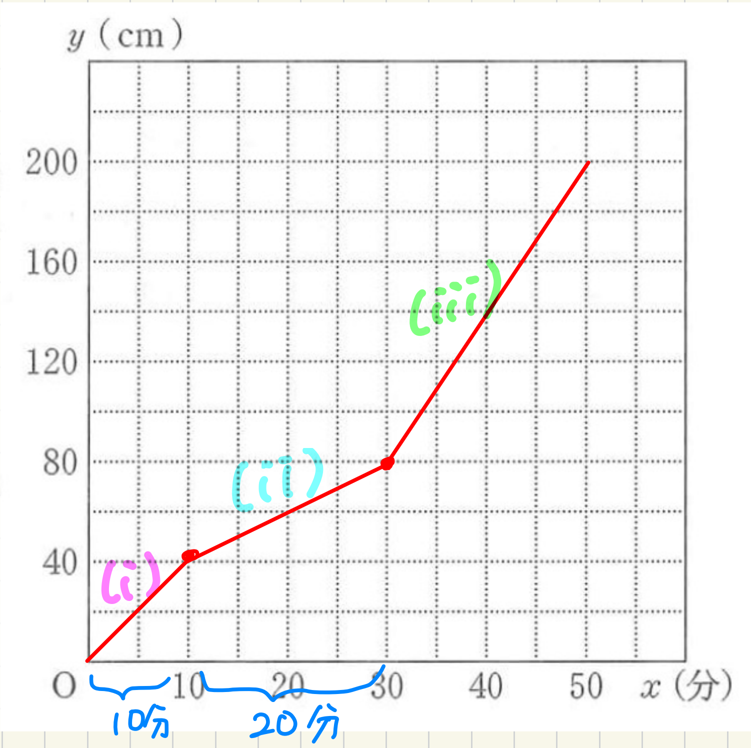
(i) 高さが40 cmになるまでは.$y=4x$

$\Rightarrow$ $y=40$ のとき $x=10$

(ii) 高さが80 cmになるまでは.(i)に比べて2倍の時間がかかる

$\Rightarrow$ $y=80$ のとき.$x=10+10\times2=30$

(iii) $x=50$ のとき.$y=200$ を通る



(3) $y=100$ となるのは、(2) より (iii) のときである。
グラフの式を $y=mx+n$ とおくと、(30, 80)、(50, 200) を通るので

$$
\begin{aligned}
80 &= 30m + n \quad \text{——} \ ① \\
-)\ 200 &= 50m + n \quad \text{——} \ ② \\
\hline
-120 &= -20m
\end{aligned}
$$

$$\therefore m = 6$$

$m=6$ を①に代入して

$$80 = 30\times 6 + n \quad \Rightarrow n = -100$$

よって、$y = 6x - 100$。これに $y=100$ を代入して

$$100 = 6x - 100$$

$$6x = 200$$

$$x = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$$

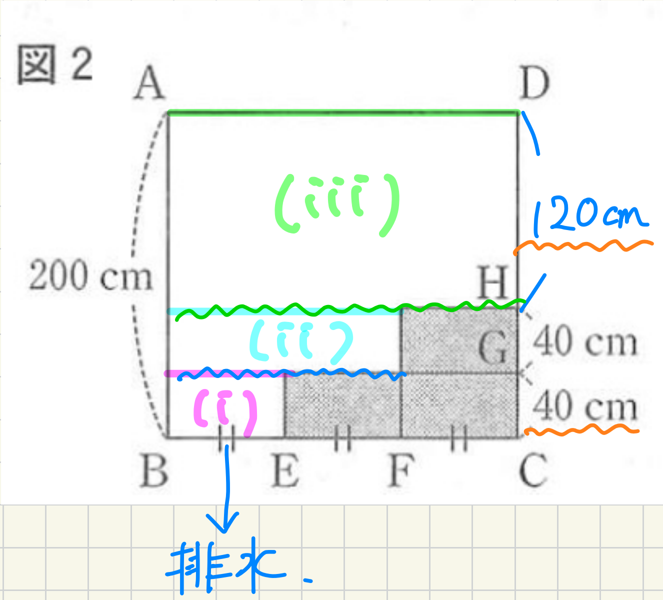
$\frac{1}{3}$分 $= \frac{1}{3} \times 60 = 20$秒なので、33分20秒

$\times\frac{1}{3}$ 1分 $= 60$秒 $\times\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$分 $=$?秒

$? = 60\times\frac{1}{3} = 20$

(4)



(i) が空になる排水時間を t とする。

(ii) が空になるのは (i) に比べて、底面積が2倍、高さが同じなので、空になる時間は (i) の2倍 ⇒ $2t$

(iii) が空になるのは (i) に比べて、底面積が3倍 高さが3倍 なので、空になる時間は (i) の9倍 ⇒ $9t$

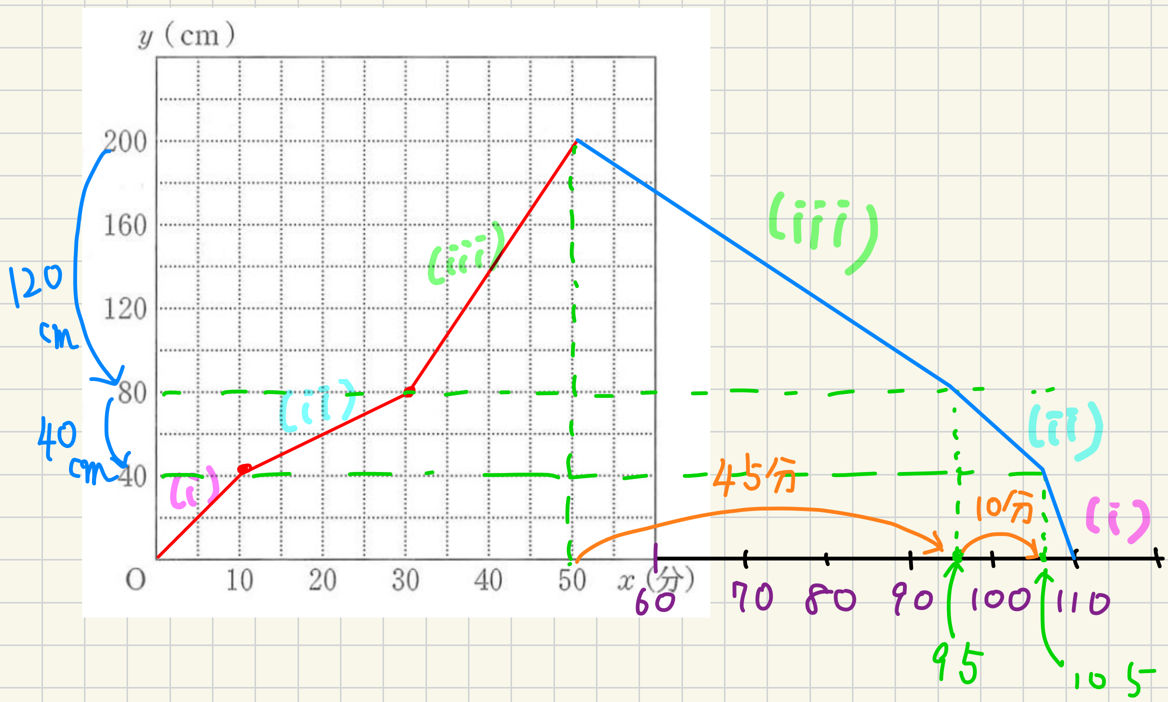
これらの時間の合計が60分なので、

$$t + 2t + 9t = 60$$

$$12t = 60$$

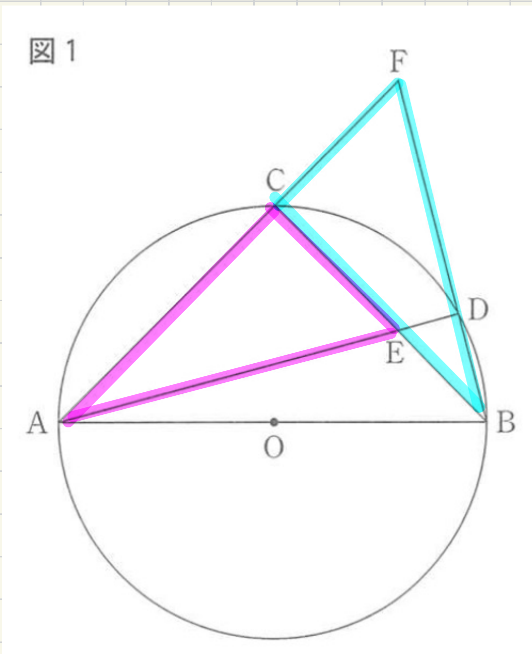
$$t = 5$$

したがって、(i) が空になるのは5分、(ii) が空になるのは10分、(iii) が空になるのは45分である。



グラフより、排水から48分後は
$x = 48 + 50$
$= 98$
のときであり、グラフは(ii)のときである。この直線の式を $y = ax + b$ とおくと、(95, 80)、(105, 40) を通るから
$$80 = 95a + b \quad \text{——} ①$$
$$-)\ 40 = 105a + b \quad \text{——} ②$$
$$40 = -10a$$
$$a = -4$$
$a = -4$ を①に代入して
$$80 = 95 \times (-4) + b \Rightarrow b = 460$$
よって $y = -4x + 460$ で、$x = 98$ を代入して
$$y = -4 \times 98 + 460$$
$$= 68$$
よって 68 cm

7.
(1)



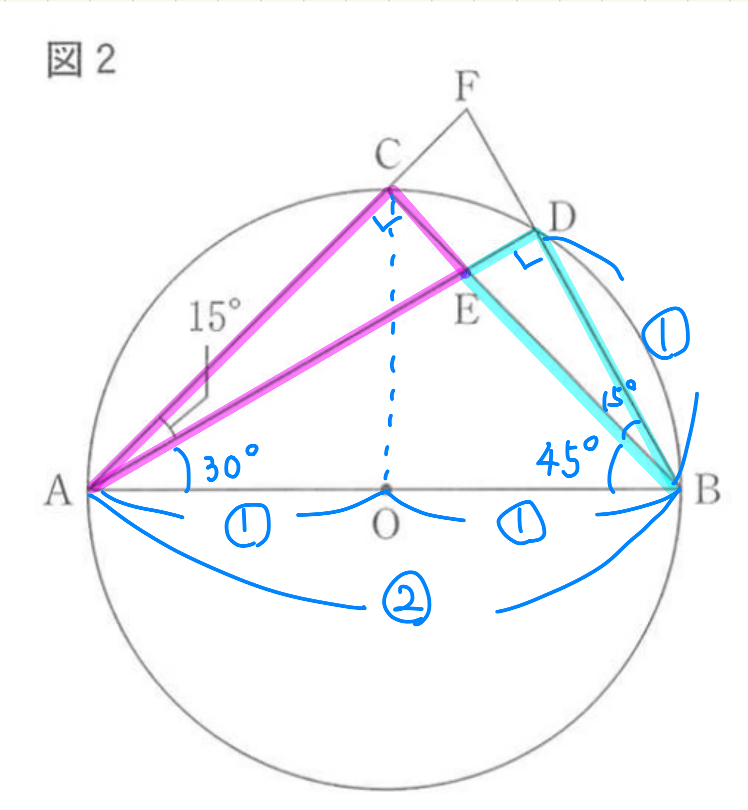
△ACEと△BCFにおいて、
仮定より
$$AC = BC \quad \text{——} ①$$
半円の弧に対する円周角は90°だから
$$\angle ACE = \angle BCF = 90° \text{——} ②$$
$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから

$\angle CAE = \angle CBF$ ― ③

①, ②, ③ より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ACE \equiv \triangle BCF$ (証明終わり)

(2)



$\triangle ACE$ と $\triangle BDE$ において、

$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから

$\angle CAE = \angle DBE$ ― ㋐

対頂角は等しいから

$\angle AEC = \angle BED$ ― ㋑

㋐, ㋑ より2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ACE \sim \triangle BDE$ ― ㋒

また、$AC = BC$ で、$\angle ACB = 90°$ だから、$\triangle ACB$ は直角二等辺三角形。よって、

$\angle CAB = \angle CBA = 45°$

$\therefore \angle EAB = 45° - 15°$

$= 35°$

$\angle ADB = 90°$ より、$\triangle DAB$ は $30° - 60° - 90°$ の直角三角形なので、$DB : BA : DA = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$DB =$ ① とすると、$BA =$ ②、$DA = \sqrt{3}$

点Oは AB の中点だから、$OA =$ ①

△CAOは直角二等辺三角形だから

$$OA : OC : AC = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

$OA = 1$ より $AC = \sqrt{2}$

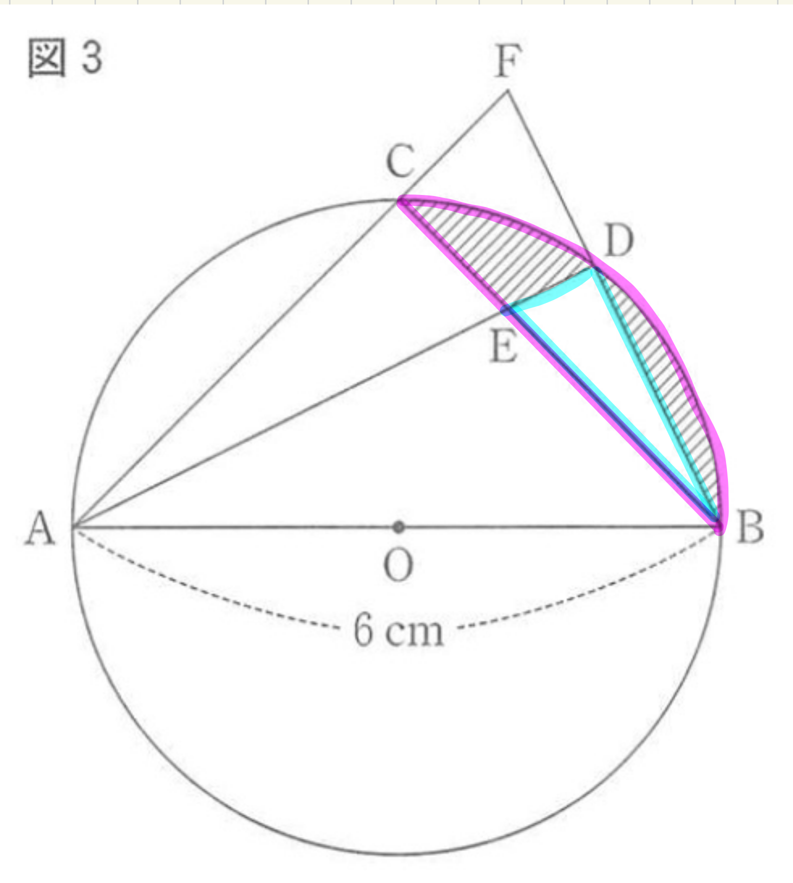
㋐より $\triangle ACE \sim \triangle BDE$ だから、相似比は

$$CA : DB = \sqrt{2} : 1$$

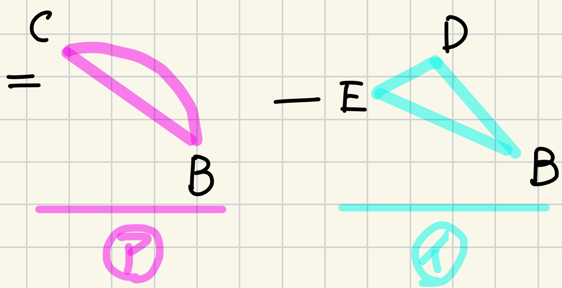
相似な三角形の面積比は、相似比の2乗に等しいから

$$\triangle ACE : \triangle BDE = \sqrt{2}^2 : 1^2$$
$$= 2 : 1$$

(3) 難問

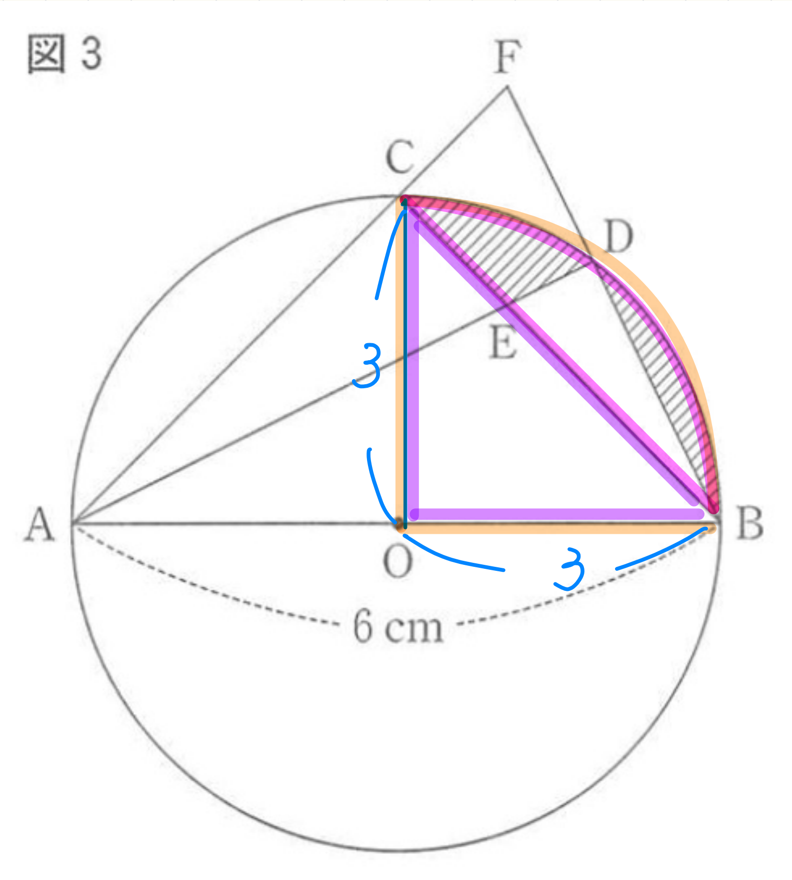


求める面積



よって、㋐と㋑の面積を求めれば良い。

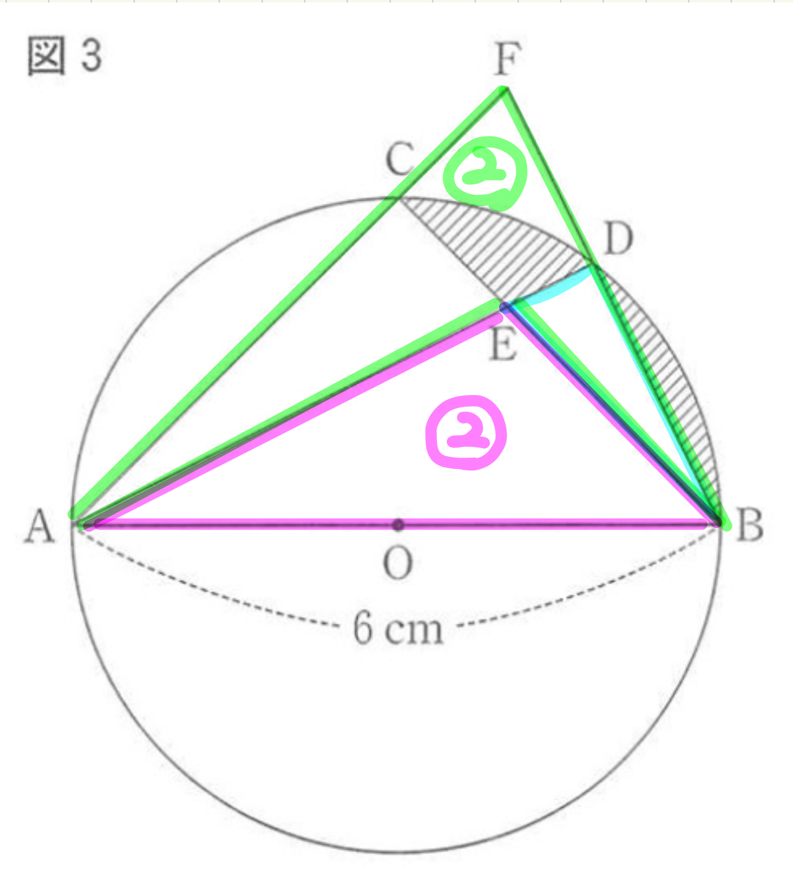
ア



$$3\times3\times\pi\times\frac{1}{4} - \underbrace{6\times3\times\frac{1}{2}}_{\triangle CAB}\times\frac{1}{2}$$

$$= \frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2}$$

イ



$\triangle ABF : \triangle ABE = 2 : 1$

また、

$\square AEBF = \triangle ABF - \triangle ABE$

より

$\underbrace{\square AEBF + \triangle ABE}_{= \triangle ABF} : \triangle ABE$

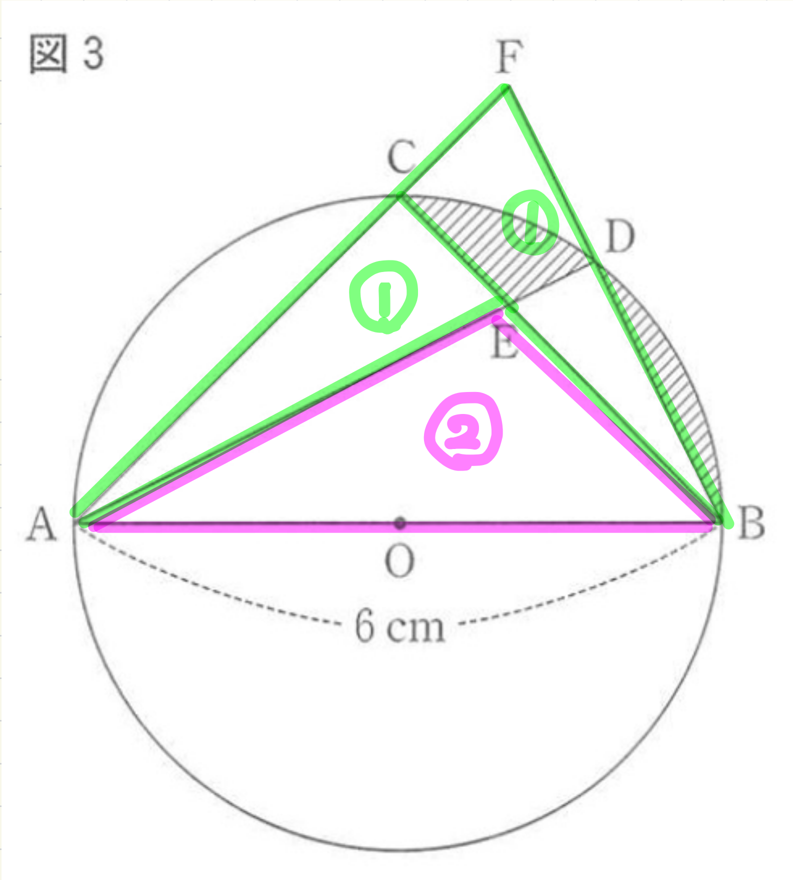
$= 2 : 1$

$\square AEBF + \triangle ABE = 2\triangle ABE$

$\therefore \square AEBF = \triangle ABE$

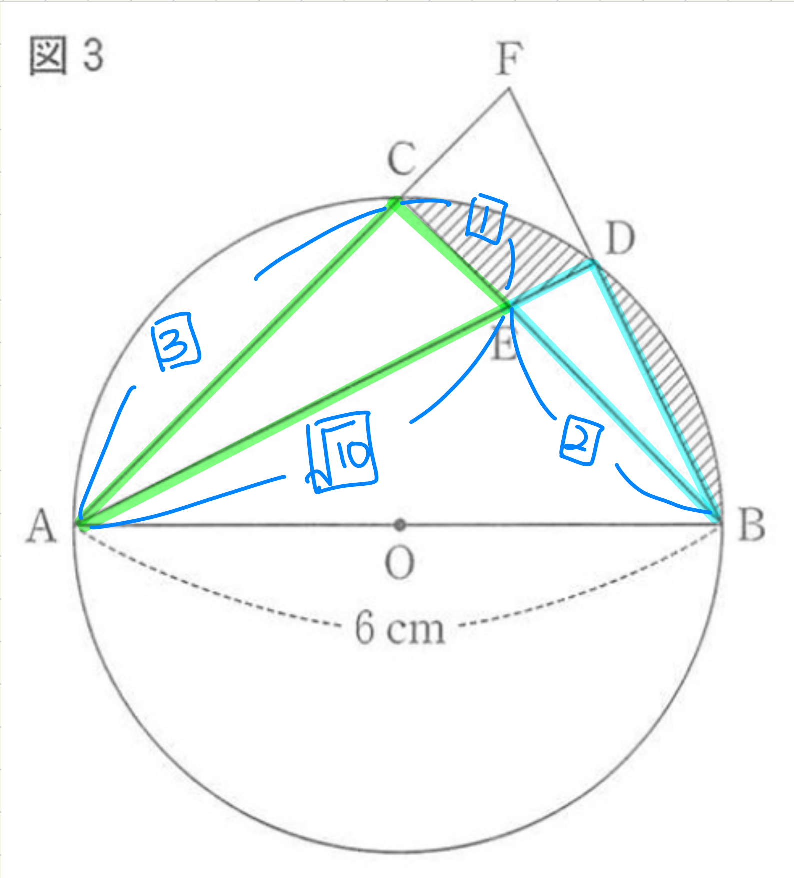
ここで $\triangle ABE = ②$ とすると、

$\square AEBF = ②$



(1)より△ACE ≡ △BCF
より、△ACEと△BCFの面積は等しい。また、

□AEBF = △ACE + △BCF、
□AEBF = ② より
△ACE = △BCF = ①
よって
△ACE : △ABE = 1 : 2
ここで △ACEと△ABE
において、底辺をCE, BE
とすると、高さが等しいので、面積比は底辺比となる。
よって、CE : BE = 1 : 2 ⇒ CE = $\boxed{1}$、BE = $\boxed{2}$ と書く。



AC = BC より、
AC = $\boxed{1} + \boxed{2}$
$= \boxed{3}$
△ACEで三平方の定理
より
$AE = \sqrt{\boxed{3}^2 + \boxed{1}^2}$

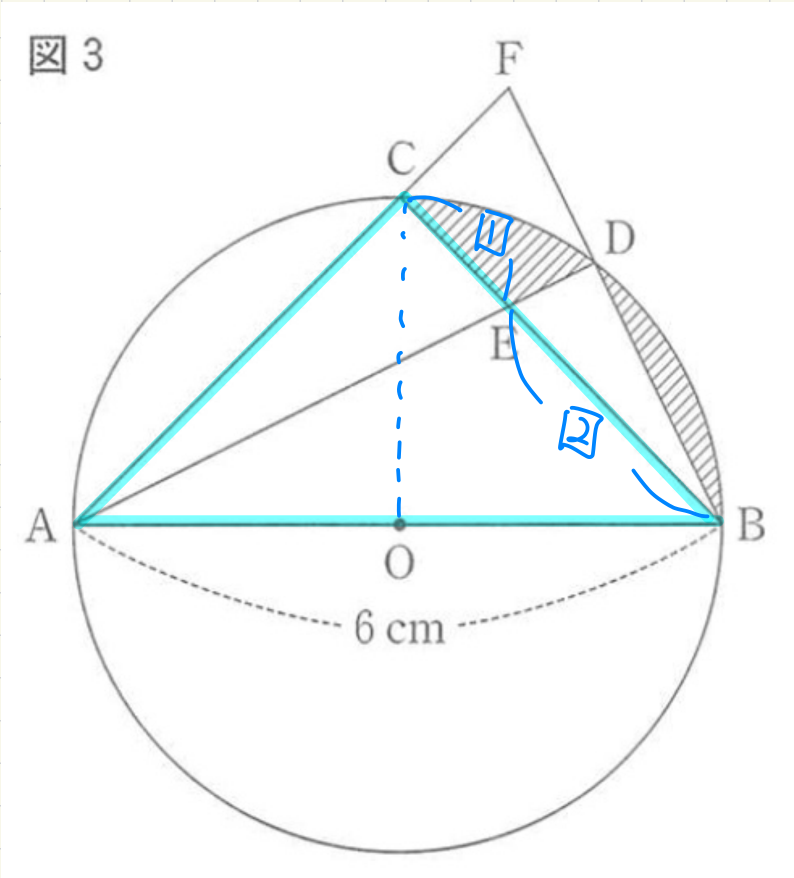
$= \boxed{\sqrt{10}}$

(2) より△ACE ∽ △BDE だから相似比は

$AE : BE = \sqrt{10} : 2$

相似な三角形の面積比は、相似比の2乗に等しいから

$$\triangle ACE : \triangle BDE = \sqrt{10}^2 : 2^2$$
$$= 10 : 4$$
$$= 5 : 2$$



$$\triangle ABC = 6 \times 3 \times \frac{1}{2}$$
$$= 9$$

$$\triangle ACE = \triangle ABC \times \frac{1}{3}$$
$$= 9 \times \frac{1}{3}$$
$$= 3$$

$\triangle ACE : \triangle BDE = 5 : 2$ より

$$3 : \triangle BDE = 5 : 2$$

よって

$$5\triangle BDE = 6 \Rightarrow \triangle BDE = \frac{6}{5}$$

以上より、求める面積は

$$\underbrace{\frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2}}_{ア} - \underbrace{\frac{6}{5}}_{イ} = \frac{9}{4}\pi - \frac{45}{10} - \frac{12}{10}$$
$$= \frac{9}{4}\pi - \frac{57}{10} \text{ cm}^2$$