2023年度　愛媛県

数学

km km

(一)

1. 与式 $= 3 + 4$

$= 7$

2. 与式 $= 4x - 8y + 3x + 9y - 3$

$= 7x + y - 3$

3. 与式 $= \dfrac{15x^2y}{8} \times \left(-\dfrac{6}{5x}\right)$

$= -\dfrac{9}{4}xy$

※ $\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{4\sqrt{6}}{2}$

$= 2\sqrt{6}$

4. 与式 $= \sqrt{6}^2 + 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - 6 - 2\sqrt{6}$

$= 6 + 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - 6 - 2\sqrt{6}$

$= -\sqrt{6}$

5 与式 $= 3x^2 - 12x + x - 4 - (x^2 - 6x + 9)$

$= 3x^2 - 12x + x - 4 - x^2 + 6x - 9$

$= 2x^2 - 5x - 13$

(二)

1. 与式 $= (2x + 3y)(2x - 3y)$

2 $V = \frac{1}{3}Sh$

両辺 ×3

$\Leftrightarrow 3V = Sh$

$\Leftrightarrow h = \frac{3V}{S}$

3.

ア. : 3の絶対値は +3と−3なので誤り

イ : $m=2, n=3$ のとき、$m-n=-1$ なので誤り

ウ : $\sqrt{25}=5$ なので誤り

エ : $\frac{4}{3}$ は有理数なので正しい

4. 2つのさいころを投げたときの出る目は、$6 \times 6 = 36$ 通り

2つのさいころを投げたときの和は以下の通り

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

和が5の倍数となるのは、7通り

よって、求める確率は

$\frac{7}{36}$

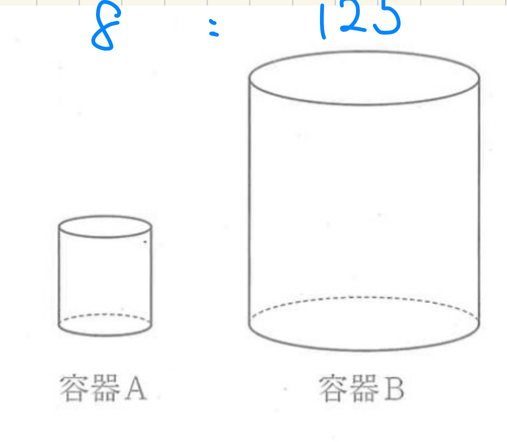
5. 相似な立体の体積比は、相似比の3乗に等しいので.

容器Aの体積 : 容器Bの体積 $= 2^3 : 5^3$

$= 8 : 125$

$\frac{125}{8}$倍 $= 15.625$

8 : 125



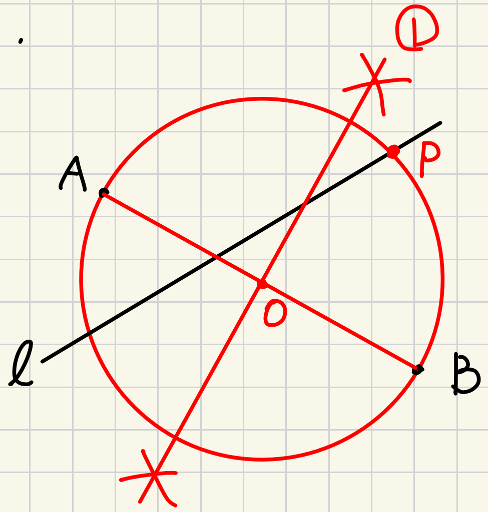
よって、容器Aを使って、容器Bを満水にするには

$$\frac{125}{8} = 15.625$$

答えは整数で答えるので、16回

※15回では満水にならない。

6.



① 直線ABの垂直二等分線

② ①と直線ABの交点を中心Oとして、半径OAの円を描く.

③ ℓ と②の交点がP

⇒ ABは円Oの直径で、∠APBは、直径に対する円周角なので、∠APB = 90°

7. 連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数を x とおくと、連続する3つの自然数は、x，$x+1$，$x+2$ となり、

$$\underbrace{x^2}_{\text{最小}^2} + \underbrace{(x+1)^2}_{\text{中央}^2} = \underbrace{10(x+2)}_{10\times\text{最大}} + 5$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + x^2 + 2x + 1 = 10x + 20 + 5$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x^2 - 8x - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (x+2)(x-6) = 0$$

$$\therefore \quad x = -2,\ 6$$

x は自然数だから、$x=-2$ は不適

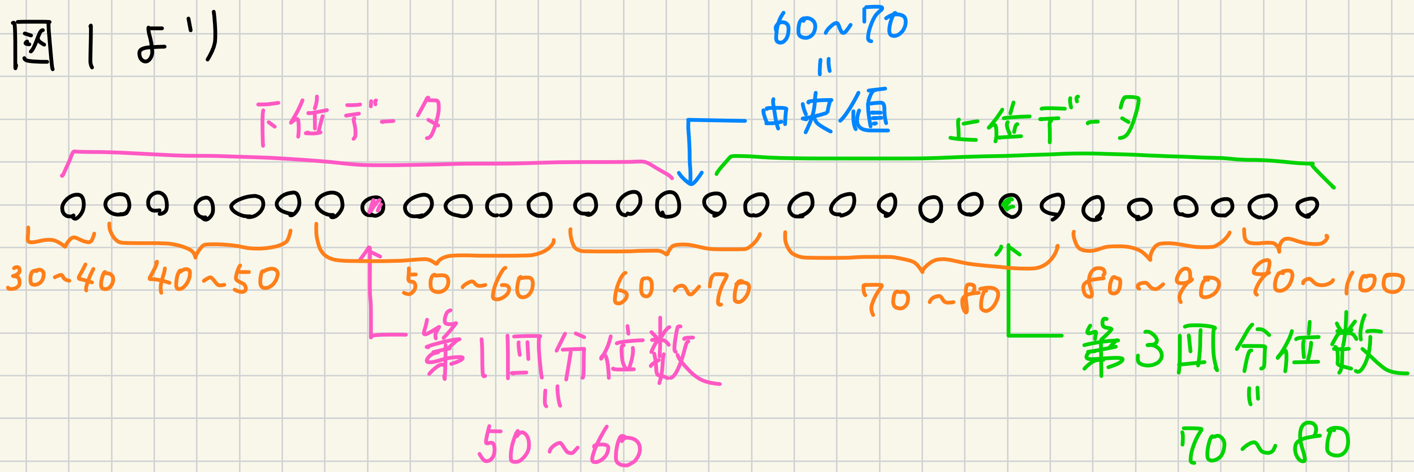
$x=6$ のとき、連続する3つの自然数は、6, 7, 8 となり、問題に適している。

よって、答えは 6, 7, 8

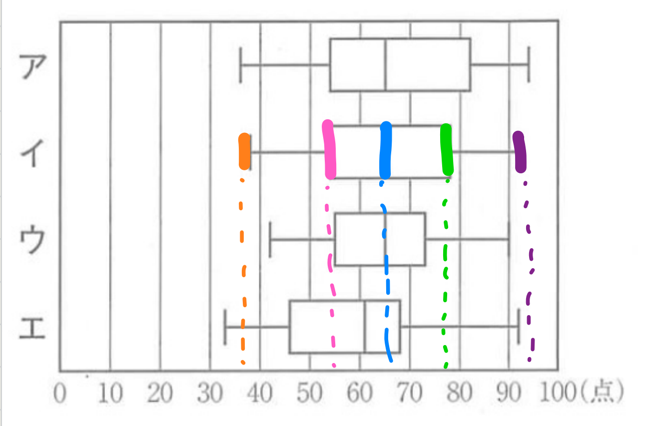
(三)

(1)

図1より

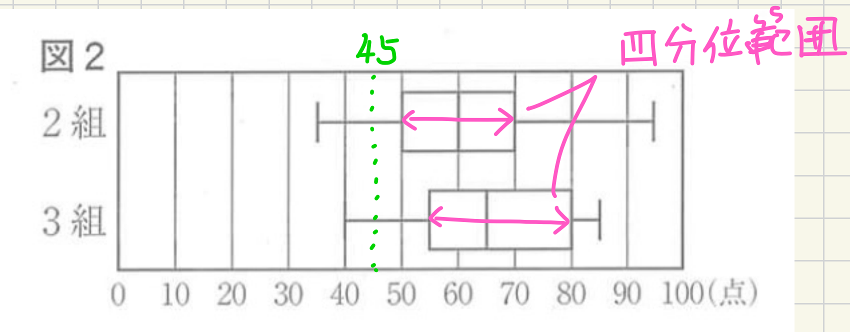


よって.
最小値 : 30 ~ 40
第1四分位数 : 40 ~ 50
中央値 : 60 ~ 70
第3四分位数 : 70 ~ 80
最大値 : 90 ~ 100



したがって, 答えは イ

(2)

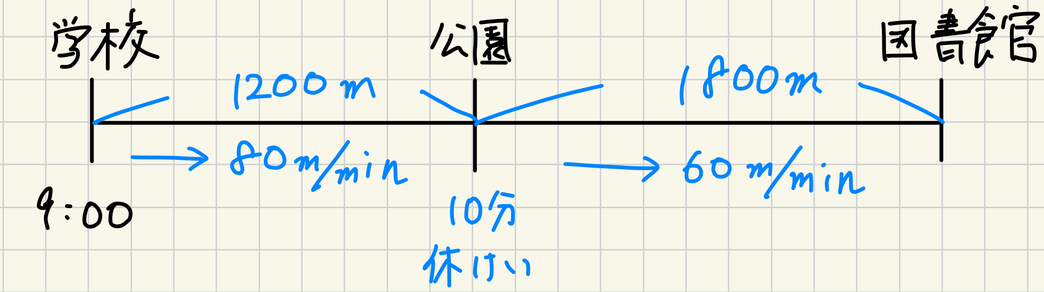


① 四分位範囲は3組の方が大きいので, 正しくない
⇒ イ

② 45点は, 2組, 3組ともに第1四分位範囲より
小さいので, 45点以下の生徒の人数は, 分からない
⇒ ウ

2.

(1)

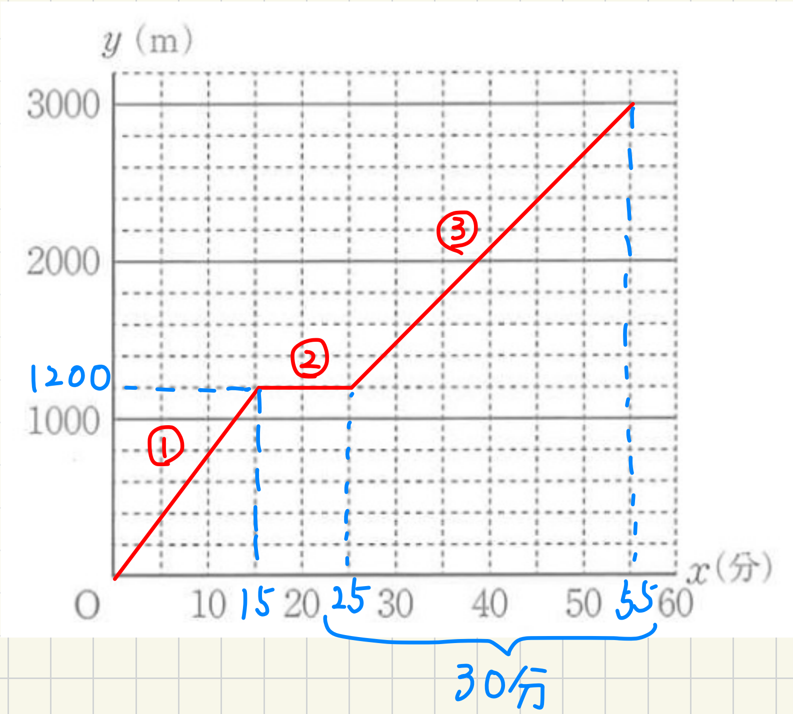


学校から公園まで1200mの道のりを80m/minで進んだから、

$1200 \div 80 = 15$

よって、公園に着いた時刻は午前9時15分

(2)



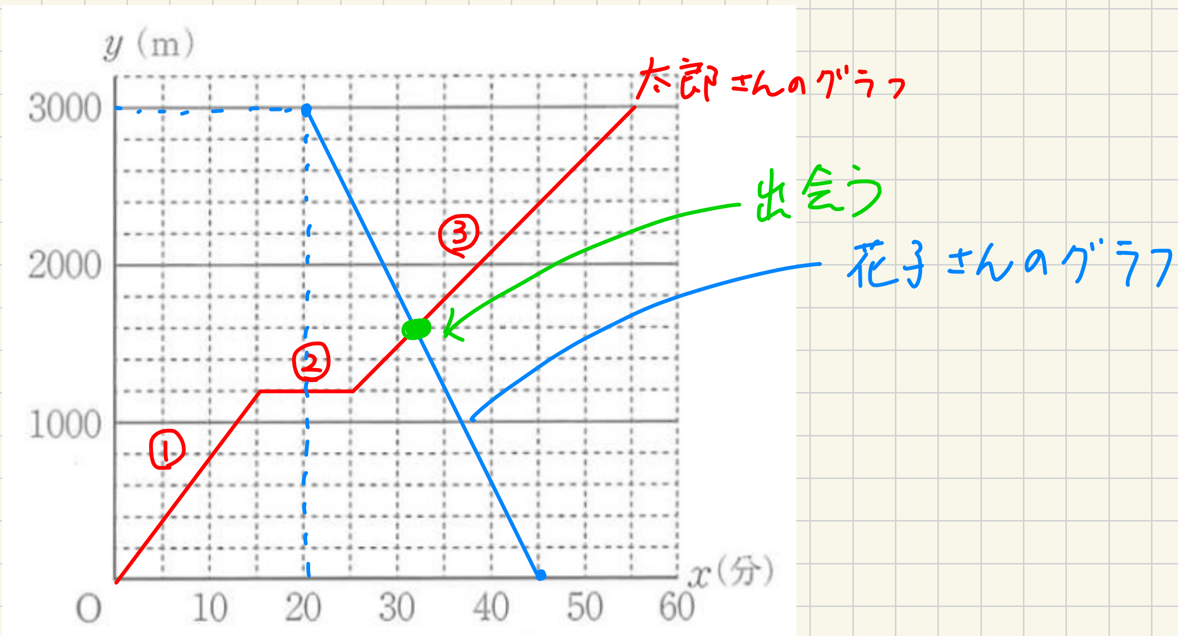
① 原点と(15, 1200)を通る直線

② 10分休けい

③ 1800mの道のりを60m/minで進んだので

$1800 \div 60 = 30$

よって、③は(25, 1200)、(55, 3000)を通る直線



グラフから、太郎さんの③のグラフと、花子さんのグラフの交点が出会う時間である。

太郎さんの③のグラフ

$y = ax + b$ とおくと、$(25, 1200)$、$(55, 3000)$ を通るから

$$1200 = 25a + b \quad — ①$$
$$-)\ 3000 = 55a + b \quad — ②$$
$$-1800 = -30a$$
$$a = 60$$

$a = 60$ を①に代入して

$$1200 = 25 \times 60 + b \Rightarrow b = -300$$

よって、$y = 60x - 300$ — ㋐

花子さんのグラフ

$y = ax + b$ とおくと、$(20, 3000)$、$(45, 0)$ を通るから

$$3000 = 20a + b \quad — ③$$
$$-)\ 0 = 45a + b \quad — ④$$
$$3000 = -25a$$
$$a = -120$$

$a = -120$ を④に代入して

$$0 = 45 \times (-120) + b \Rightarrow b = 5400$$

よって、$y = -120x + 5400$ — ㋑

よって、出会う時刻は ㋐ と ㋑ を連立して

$$\begin{cases} y = 60x - 300 & \text{—— ㋐} \\ y = -120x + 5400 & \text{—— ㋑} \end{cases}$$

㋐ を ㋑ に代入して

$$60x - 300 = -120x + 5400$$

$$180x = 5700$$

$$x = \frac{95}{3} = 31\frac{2}{3}$$

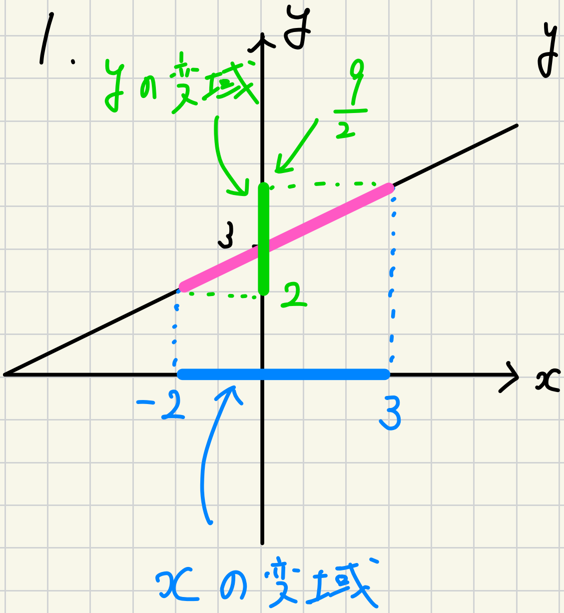
$\frac{2}{3}$分 = 40秒だから求める時間は午前9時31分40秒

$$\times\frac{2}{3}\left(\begin{aligned} 1分 &= 60秒 \\ \frac{2}{3}分 &= ?秒 \end{aligned}\right)\times\frac{2}{3}$$

$$? = 60 \times \frac{2}{3} = 40$$

(四)

1.



$y = \frac{1}{2}x + 3$

グラフより

$x = -2$ のとき

$$y = \frac{1}{2} \times (-2) + 3$$
$$= -1 + 3$$
$$= 2$$

$x = 3$ のとき

$$y = \frac{1}{2} \times 3 + 3$$
$$= \frac{3}{2} + 3$$
$$= \frac{9}{2}$$

よってyの変域は

$$2 \leqq y \leqq \frac{9}{2}$$

2. 点Aは$y=\frac{1}{2}x+3$上にあり$x=-2$なので、

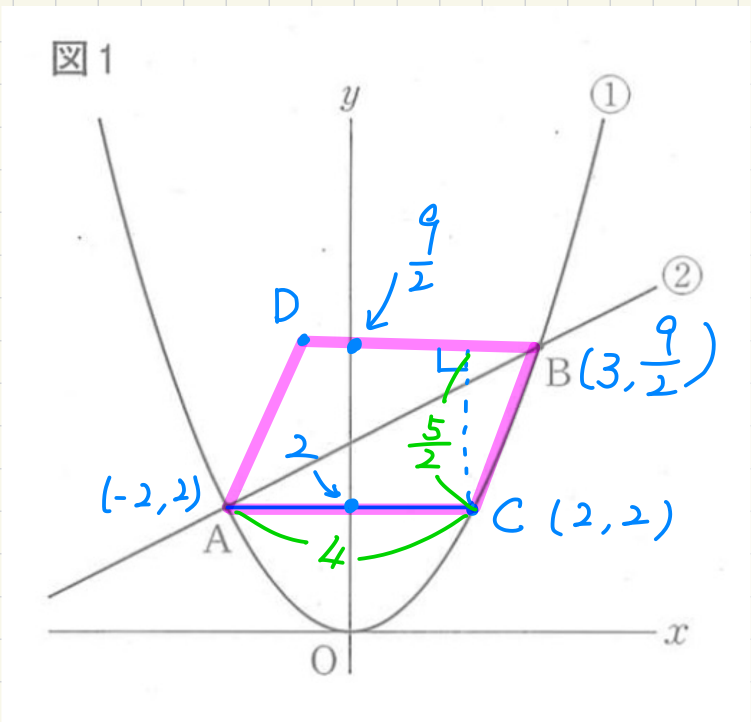
$$y=\frac{1}{2}\times(-2)+3$$
$$=2 \qquad \therefore A(-2,2)$$

また、点Aは$y=ax^2$上にもあるので、

$$2=a\times(-2)^2$$
$$4a=2$$
$$\therefore a=\frac{1}{2}$$

3.

(1)



直線ACがx軸に平行で$y=\frac{1}{2}x^2$はy軸について対称だから、点Cは点Aとy軸について対称である。

$$\therefore C(2,2)$$

$$\Rightarrow AC=2-(-2)$$
$$=4$$

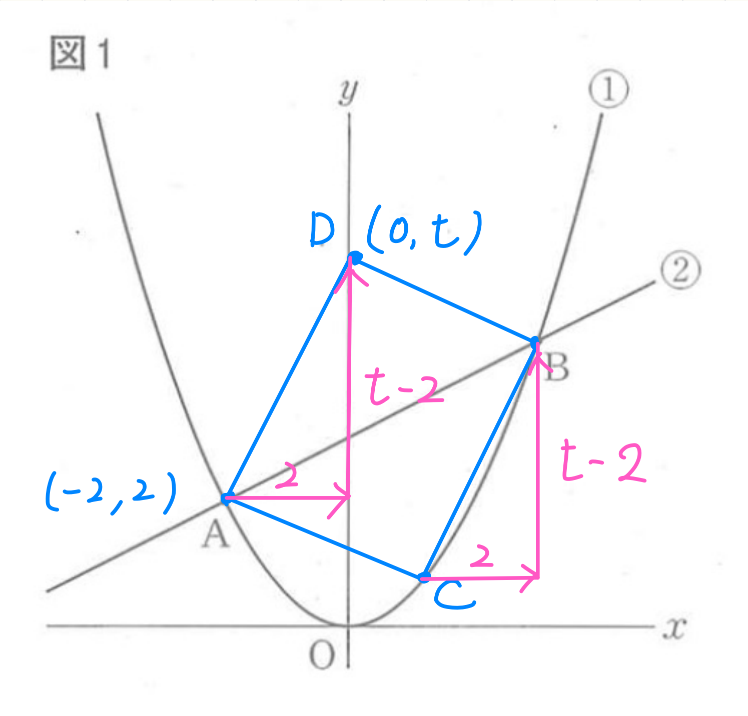
□ACBDの底辺をACとしたときの高さは

$$\frac{9}{2}-2=\frac{5}{2}$$

よって、□ACBDの面積は

$$4\times\frac{5}{2}=10$$

(2) Dのy座標をtとする.



点A → 点Dは
右方向に2.
上方向に t−2
だけ進む. したがって.
点C → 点Bも
右方向に2 —— ①
上方向に t−2 —— ②
だけ進む.

$B\left(3, \frac{9}{2}\right)$より

Cのx座標：$3-2=1$ …①より

Cのy座標：$\frac{9}{2}-(t-2)$ …②より

$$=\frac{9}{2}-t+2$$

$$=-t+\frac{13}{2} \quad —— ㋐$$

一方，点Cは $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり，$x=1$ なので，

$$y=\frac{1}{2} \quad \text{——} \quad ①$$

よって ㋐ = ① だから

$$-t+\frac{13}{2}=\frac{1}{2}$$

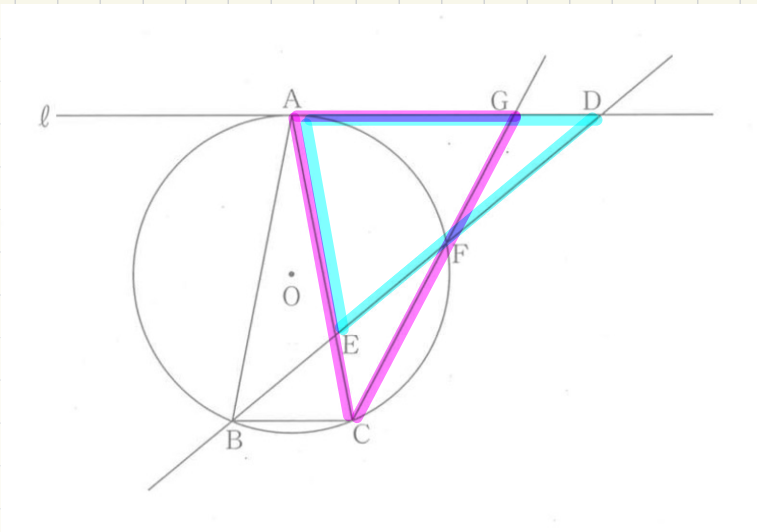
$$-t=-6$$

$$\therefore t=6$$

したがって，点Dのy座標は 6

(五)

1.



△ACGと△ADEにおいて，

共通な角だから

$\angle CAG=\angle DAE$ —— ①

仮定より

$AB=AC$ —— ②

$AB=AD$ —— ③

②，③から

$AC=AD$ —— ④

$\overset{\frown}{AF}$ に対する円周角だから

$\angle ACG=\angle ABF$ —— ⑤

③より△ABDは二等辺三角形だから

$\angle ABF = \angle ADE$ — ⑥

⑤, ⑥より

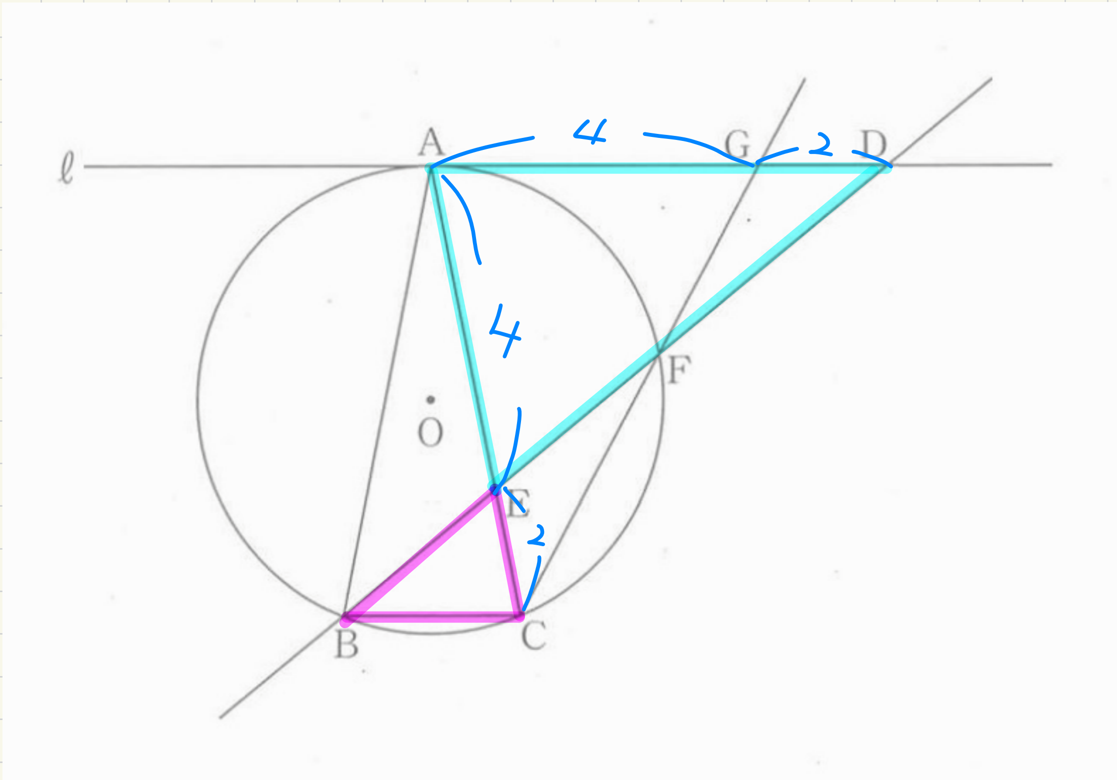
$\angle ACG = \angle ADE$ — ⑦

①, ④, ⑦で2つの三角形は, 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいことがいえたから

$\triangle ACG \equiv \triangle ADE$ (証明終わり)

2.

(1)



△AEDと△CEBにおいて,

AD // BCより錯角が等しいので

$\angle EAD = \angle ECB$ — ①

$\angle EDA = \angle EBC$ — ②

①,② より2組の角がそれぞれ等しいので
$\triangle AED \backsim \triangle CEB$ ―― ③

1. より $\triangle ACG \equiv \triangle ADE$ だから

$AC = AD \quad \therefore AC = 6$

$AG = AE \quad \therefore AE = 4$

よって

$CE = 6 - 4$
$= 2$

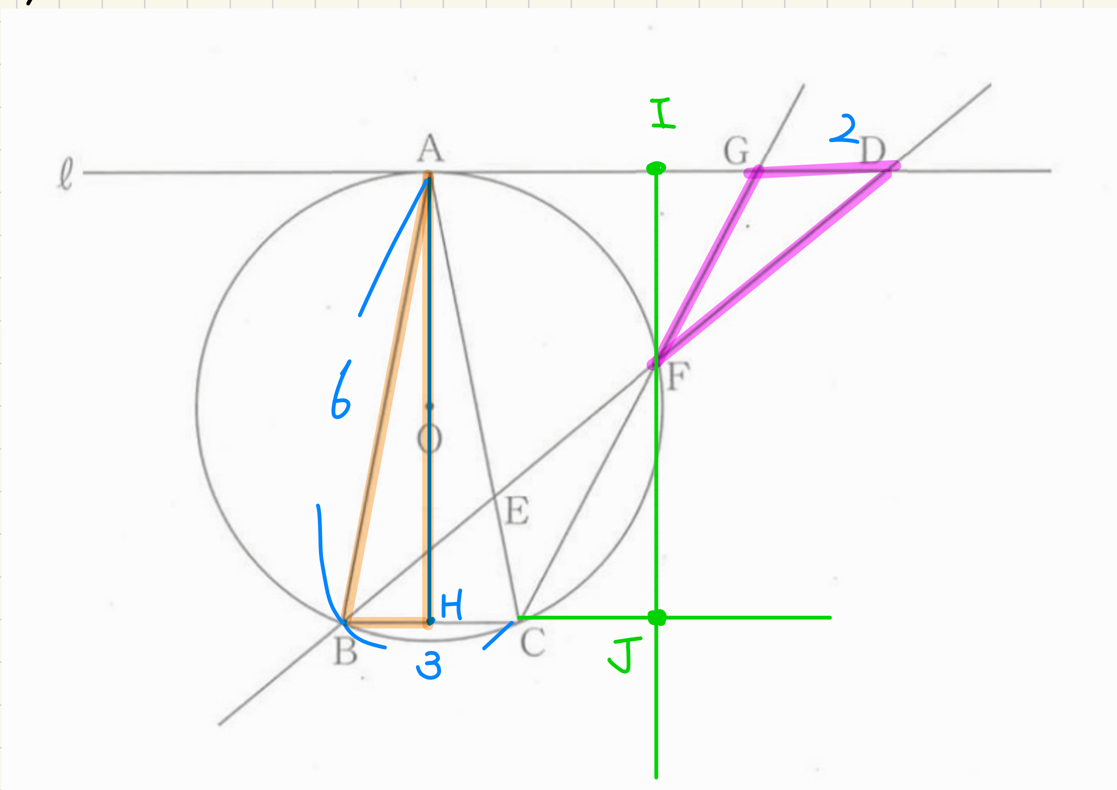
③ より対応する辺の比は等しいから

$\underset{6}{AD} : CB = AE : CE$
$= 4 : 2$
$= 2 : 1$

よって

$2BC = 6 \quad \therefore BC = 3\text{cm}$

(2)



点Aを通りBCに垂線を下ろした足をH
点Fを通りℓに垂線を下ろした足をI
点Fを通りBCの延長線に垂線を下ろした足をJ
とする.

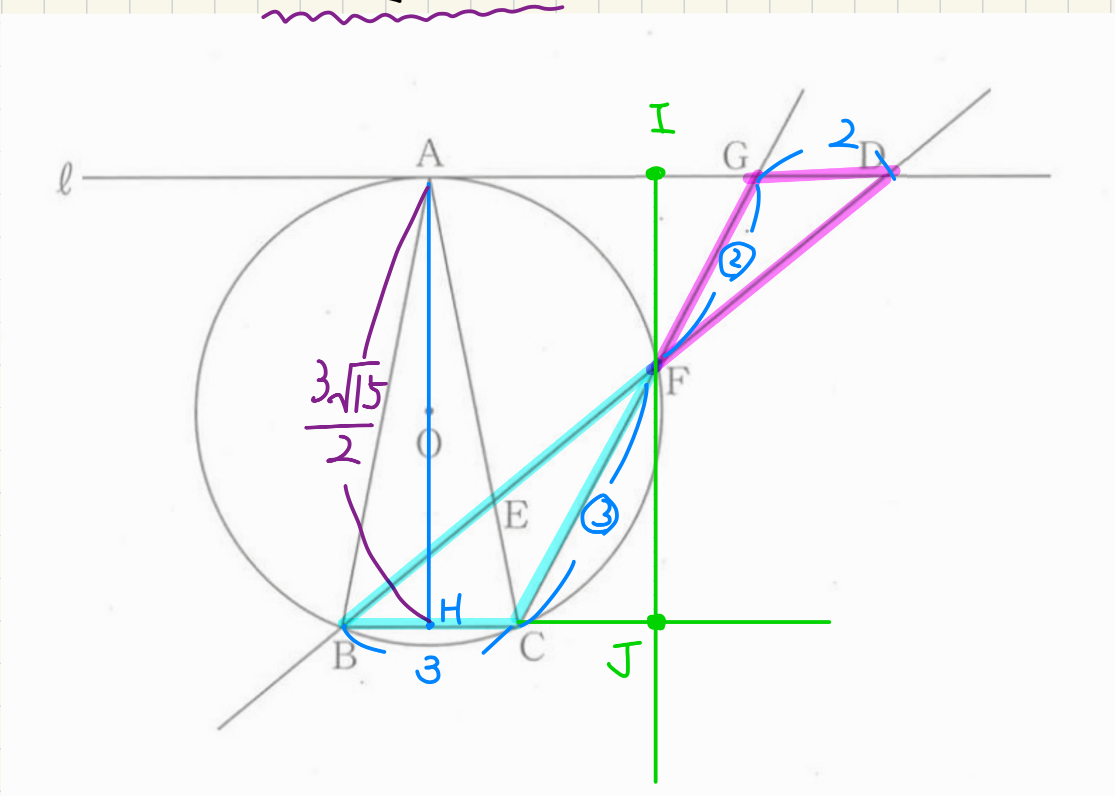
△ABCはAB＝ACの二等辺三角形だから.
点HはBCの中点であり.(1)よりBC＝3だから.

$$BH = \frac{1}{2}BC$$
$$= \frac{3}{2}\ \text{cm}$$

△ABHで三平方の定理より

$$AH = \sqrt{6^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2}$$
$$= \frac{3\sqrt{15}}{2}\ \text{cm}$$

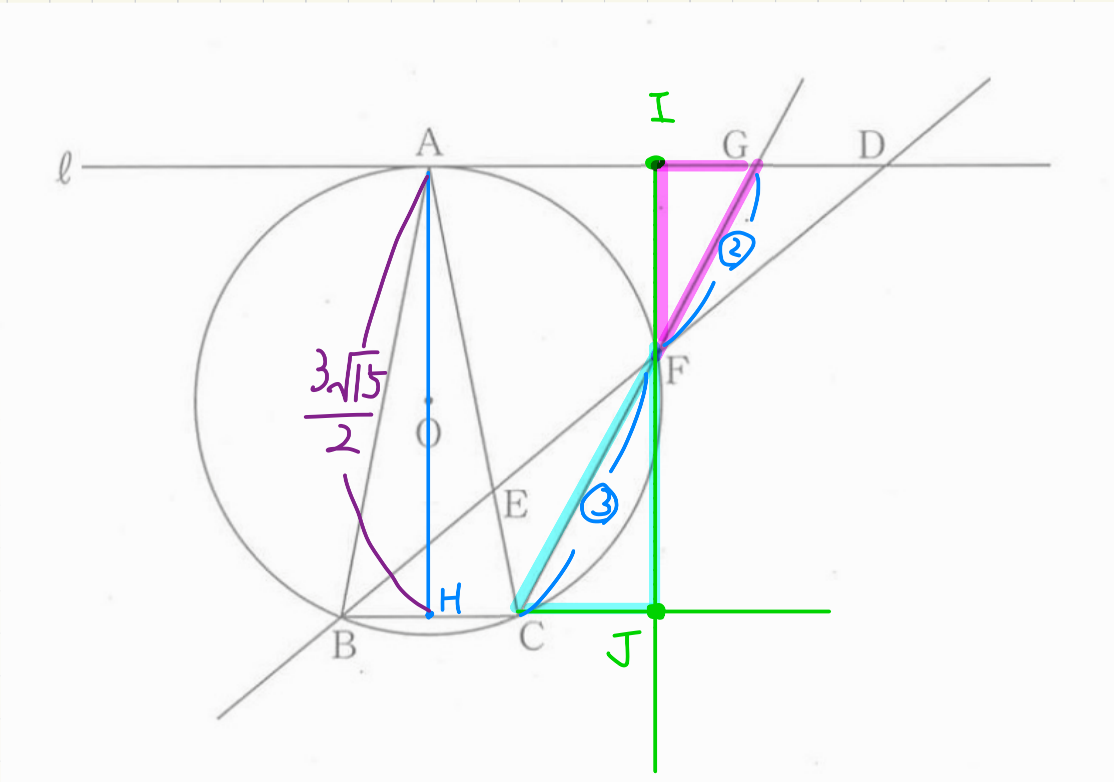
$$= \sqrt{36 - \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{144-9}{4}}$$
$$= \sqrt{\frac{135}{4}} = \frac{3\sqrt{15}}{2}$$



よって
$$IJ = \frac{3\sqrt{15}}{2}\ \text{cm}$$

※AH＝IJより.

△FGDと△FCBにおいて.
GD//BCより錯角が等しいから
$\angle FGD = \angle FCB$ ―― ①
$\angle FDG = \angle FBC$ ―― ②
①,②より2組の角がそれぞれ等しいので.
$\triangle FGD \backsim \triangle FCB$
対応する辺の比は等しいから
$FG : FC = GD : CB$
$= 2 : 3$



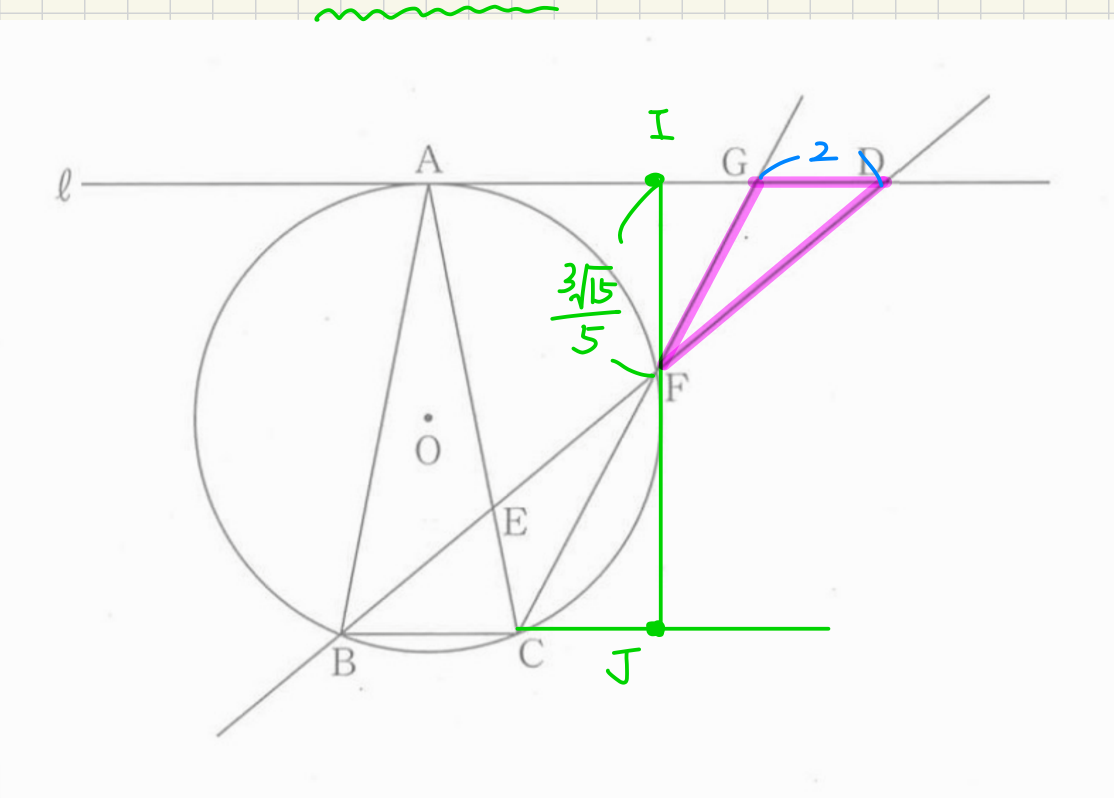
△FGIと△FCJにおいて.
GI//CJより錯角が等しいので.
$\angle FGI = \angle FCJ$ ―― ③
$\angle FIG = \angle FJC$ ―― ④
③,④より2組の角がそれぞれ等しいので.
$\triangle FGI \backsim \triangle FCJ$

対応する辺の比は等しいから

$$FI : FJ = FG : FC$$
$$= 2 : 3$$

$IJ = \dfrac{3\sqrt{15}}{2}$ より

$$FI = \frac{3\sqrt{15}}{2} \times \frac{2}{2+3}$$
$$= \frac{3\sqrt{15}}{2} \times \frac{2}{5}$$
$$= \frac{3\sqrt{15}}{5} \text{ cm}$$



よって、△DGFの面積は

$$\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3\sqrt{15}}{5} = \frac{3\sqrt{15}}{5} \text{ cm}^2$$