2023年度　香川県
数学

kmkm

問題1

(1) 与式 $= 3 - 2$

$= 1$

(2) 与式 $= 10 - 25$

$= -15$

(3) 与式 $= \dfrac{3(x+2y) + 4x - y}{6}$

$= \dfrac{3x + 6y + 4x - y}{6}$

$= \dfrac{7x + 5y}{6}$

(4) 与式 $= \sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{81}$

$= 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 9$

$= 9 - \sqrt{2}$

(5) 与式 $= x^2 - 2x - 3 + 4$

$= x^2 - 2x + 1$

$= (x-1)^2$

(6) $-x^2 + ax + 21 = 0$ に $x = 3$ を代入して

$-3^2 + 3a + 21 = 0$

$\Leftrightarrow -9 + 3a + 21 = 0$

$\Leftrightarrow 3a = -12$

$\therefore a = -4$

(7) 12 を素因数分解すると

$12 = 2^2 \times 3$

よって、12の倍数は、素因数 2 を 2つ以上，かつ，素因数 3 を 1つ以上もつ．

㋐ 2×3^4 ： 素因数 2 が 1つなので不適

㋑ $2 \times 3^2 \times 7$ ： 素因数 2 が 1つなので不適

㋒ $2^2 \times 3^2 \times 5$ ： 素因数 2 が 2つ以上，かつ，素因数 3 が 1つ以上なので適する

㋓ ： $2^3 \times 5 \times 7$ ： 素因数 3 がないので不適

よって、答えは㋒

(参考)

㋐ = 162　　$162 \div 12 = 13.5$

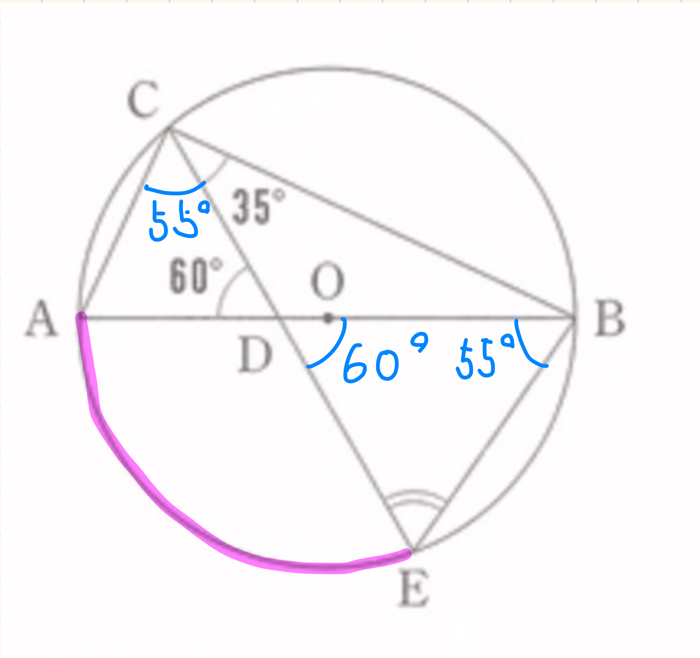
㋑ = 126　　$126 \div 12 = 10.5$

㋒ = 180　　$180 \div 12 = 15$　⇐ 割り切れるので 12の倍数

㋓ = 280　　$280 \div 12 = 23.33\cdots$

問題2

(1)



∠ACB は、直径に対する円周角なので、∠ACB = 90°

よって

$\angle ACE = 90^\circ - 35^\circ$

$= 55^\circ$

$\overset{\frown}{AE}$ に対する円周角は等しいので、

$\angle ACE = \angle ABE$

よって、

$\angle ABE = 55°$

対頂角は等しいから

$\angle ADC = \angle BDE$

$\therefore \angle BDE = 60°$

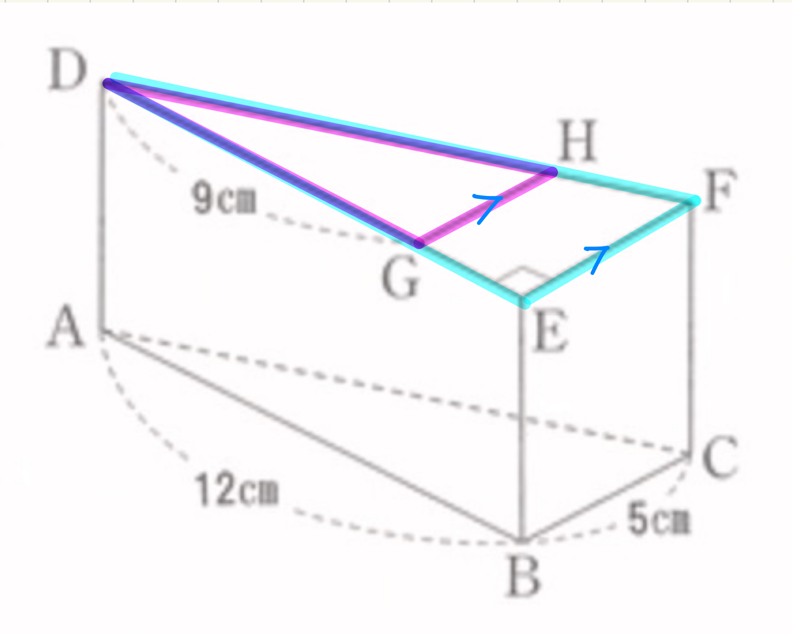
$\triangle BDE$ の内角の和は $180°$ だから

$\angle BEC = 180° - (60° + 55°)$

$= 65°$

(2)

ア.



$\triangle DGH$ と $\triangle DEF$ において、

$GH \parallel EF$ より同位角が等しいので、

$\angle DGH = \angle DEF$ —①

$\angle DHG = \angle DFE$ —②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle DGH \sim \triangle DEF$

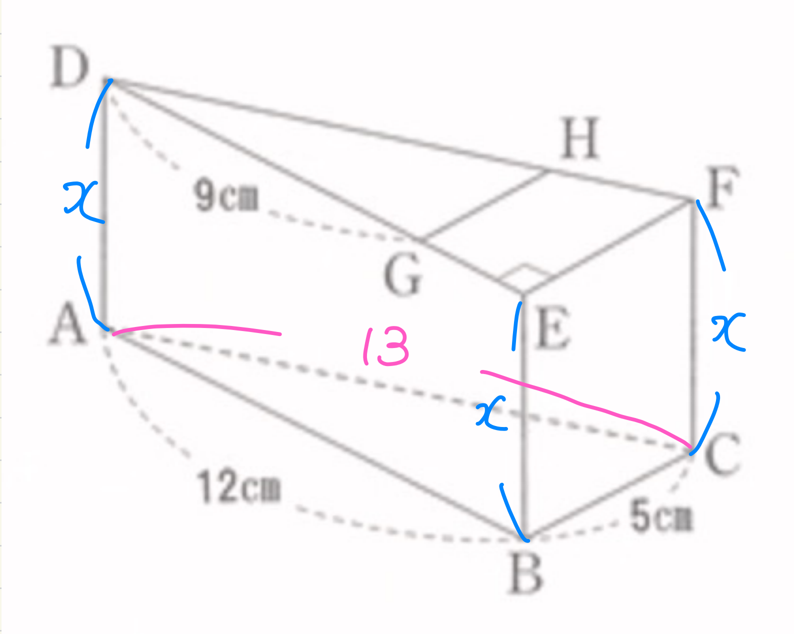
対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{DG}_{9} : \underbrace{DE}_{12} = GH : \underbrace{EF}_{5}$

$3 : 4 = GH : 5$

$4GH = 15 \qquad \therefore GH = \frac{15}{4}$ cm

イ



△ABCで三平方の定理より

$$AC = \sqrt{12^2 + 5^2}$$
$$= \sqrt{144 + 25}$$
$$= \sqrt{169}$$
$$= 13\,cm$$

DA = x cm とおくと、表面積が 240 cm^2 なので

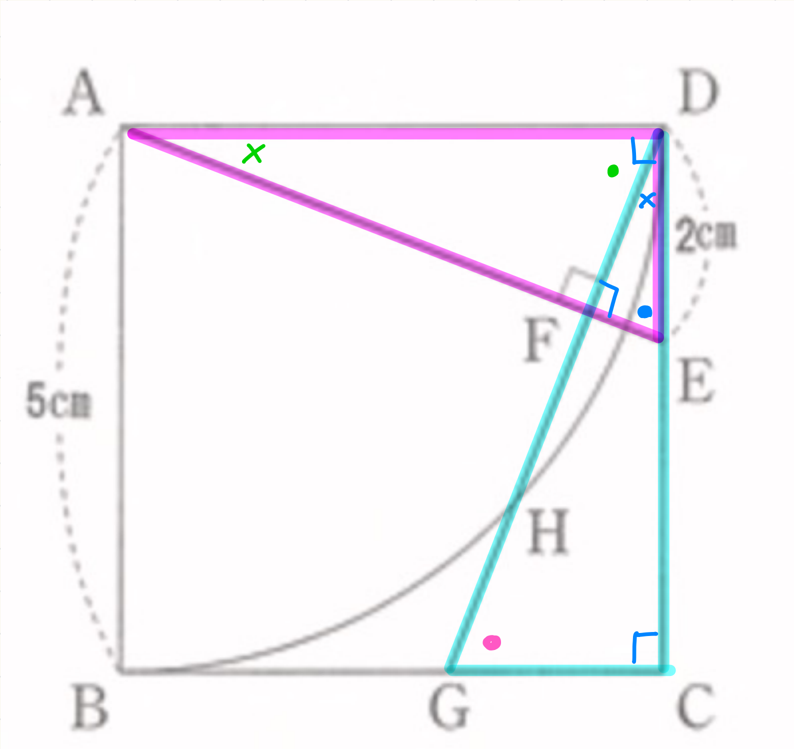
$$\underbrace{\frac{1}{2} \times 5 \times 12}_{\triangle ABC} + \underbrace{\frac{1}{2} \times 5 \times 12}_{\triangle DEF} + \underbrace{12x}_{\square ABED} + \underbrace{5x}_{\square EBCF} + \underbrace{13x}_{\square ACFD} = 240$$

$$\Leftrightarrow 30 + 30 + 30x = 240$$
$$\therefore 30x = 180$$
$$x = 6$$

よって、三角柱の体積は

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 12 \times 6 = 180\ cm^3$$

(3)



△DFEにおいて、

$\angle DEF = \bullet$

$\angle FDE = x$

と表すことにする。

△DEFの内角の和は180°だから

$$\bullet + x + 90 = 180^\circ$$

$$\therefore \bullet + x = 90^\circ$$

$\angle ADE = 90^\circ$, $\angle FDE = x$ より

$$\angle ADF = 90^\circ - x$$

$$= \bullet$$

△AFDの内角の和は180°だから

$$\angle DAF + \underbrace{\angle ADF}_{\bullet} + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle DAF = 90^\circ - \bullet$$

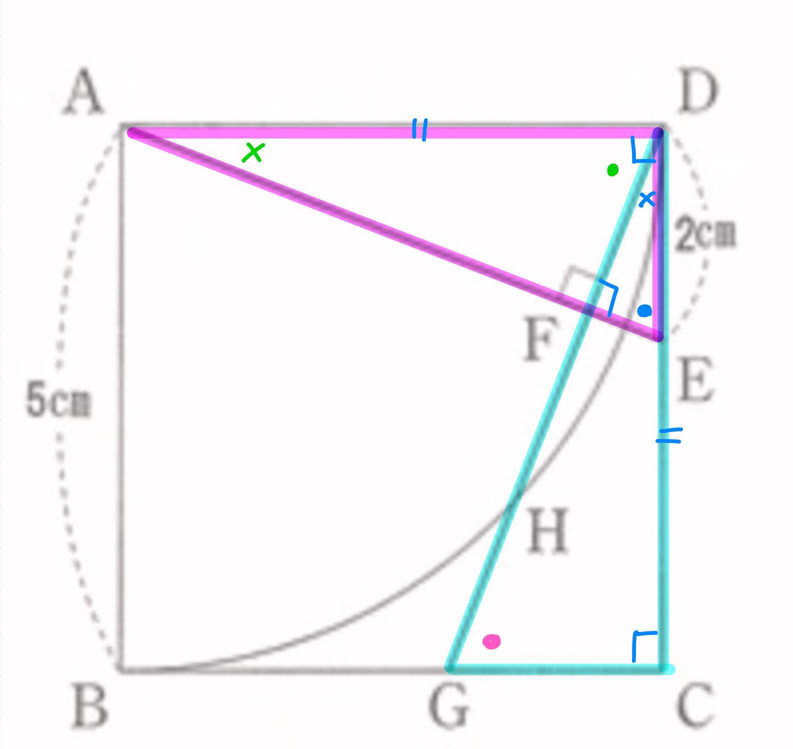
$$= x$$

△DGCの内角の和は180°だから

$$\angle DGC + \underbrace{\angle FDE}_{x} + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle DGC = 90^\circ - x$$

$$= \bullet$$



△AEDと△DGCにおいて，□ABCDは正方形だから

$AD = DC$ ―①

$\angle ADE = \angle DCG = 90^\circ$ ―②

また，

$\angle DAE = x$

$\angle CDG = x$

より

$\angle DAE = \angle CDG$ ―③

①，②，③より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AED \equiv \triangle DGC$

△AEDで三平方の定理より

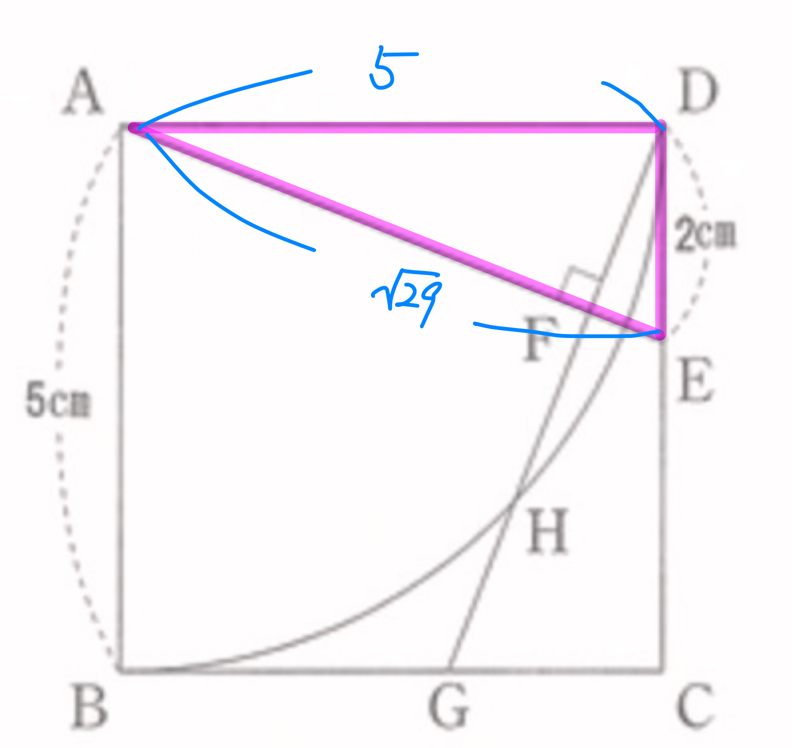
$AE = \sqrt{5^2 + 2^2}$

$= \sqrt{29}$ cm

であり，合同な図形の対応する辺の長さは等しいから

$AE = DG$

$\therefore DG = \sqrt{29}$ cm



△ADFの面積において、
AD, DEを底辺，高さと
すると．

$$\frac{1}{2}\times 5\times 2 = 5\ cm^2$$

また，AE，DFを底辺，
高さとすると．

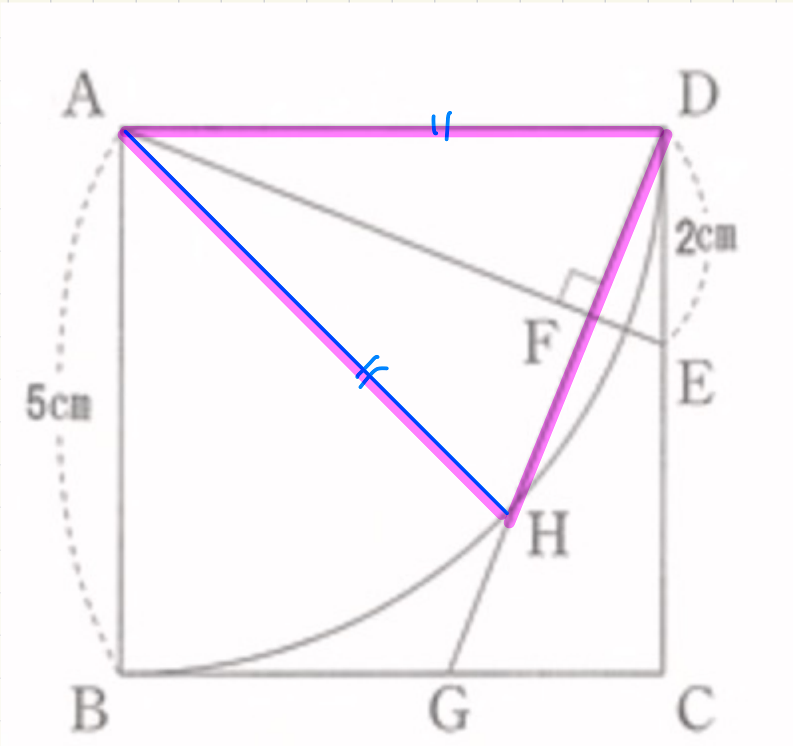
$$\frac{1}{2}\times\sqrt{29}\times DF = \frac{\sqrt{29}}{2}DF$$

よって

$$5 = \frac{\sqrt{29}}{2}DF$$

$$\frac{10}{\sqrt{29}} = \frac{10}{\sqrt{29}}\times\frac{\sqrt{29}}{\sqrt{29}} = \frac{10\sqrt{29}}{29}$$

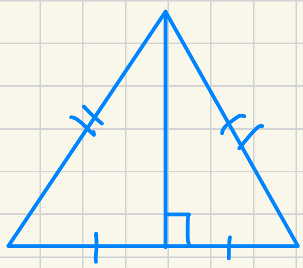
$$\sqrt{29}\,DF = 10 \quad\Rightarrow\quad DF = \frac{10}{\sqrt{29}} = \frac{10\sqrt{29}}{2}\ cm$$



△AHDにおいて，AH，
ADは半径なので

$$AH = AD$$

よって△AHDは二等辺
三角形であり，AF⊥HD
であるから，点Fは
DHの中点である．



よって

$$DH = 2DF$$

$$= 2 \times \frac{10\sqrt{29}}{29}$$

$$= \frac{20\sqrt{29}}{29}$$

$DG = \sqrt{29}$ cm だから

$$GH = \sqrt{29} - \frac{20\sqrt{29}}{29}$$

$$= \frac{29\sqrt{29} - 20\sqrt{29}}{29}$$

$$= \frac{9\sqrt{29}}{29} \text{ cm}$$

問題 3

(1) y は x に反比例するので、$y = \frac{a}{x}$ とおく。

$x = 2$, $y = 5$ なので

$$5 = \frac{a}{2} \quad \therefore a = 10$$

よって、$y = \frac{10}{x}$ で $x = 3$ を代入して

$$y = \frac{10}{3}$$

(2) 少なくとも1本は当たる確率

⇔ $1 -$ 全て外れる確率

くじAが外れ，かつ，くじBも外れ

くじAが外れる確率 $= \frac{3}{5}$

くじBが外れる確率 $= \frac{1}{4}$

よって，くじAもくじBも外れる確率は

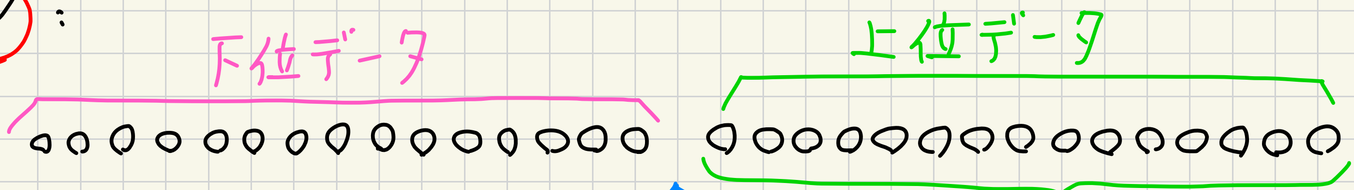
$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$$

したがって，少なくとも1本は当たる確率は，

$$1 - \frac{3}{20} = \frac{17}{20}$$

(3)

ア：



15日以上あり　全て200台より多い

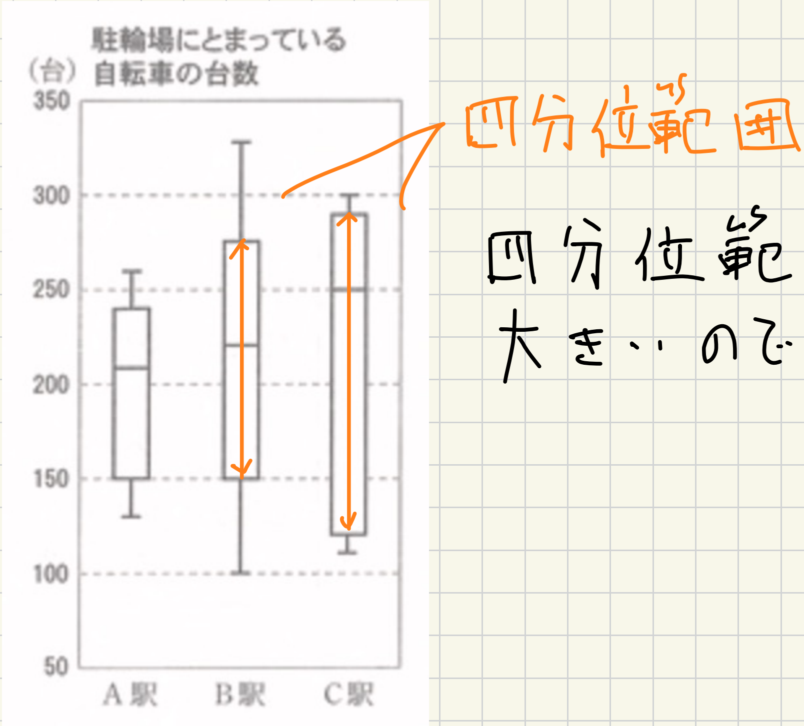
中央値 = 200台より多い

箱ひげ図より

よって，アは正しい

イ：A駅，B駅ともに第1四分位数が150台なので，150台未満の日数は，A駅，B駅ともに同じ日数である．よって誤り

ウ：



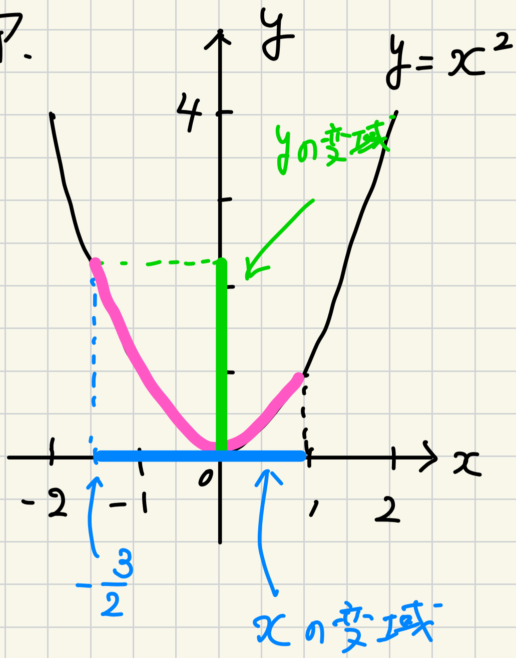
四分位範囲は，C駅の方が大きいので正しい

エ：

A駅の最大値：250～300
B駅の最大値：300～350
C駅の最大値：300
よって，最大値が最も大きいのはB駅なので誤り

(4)

ア.



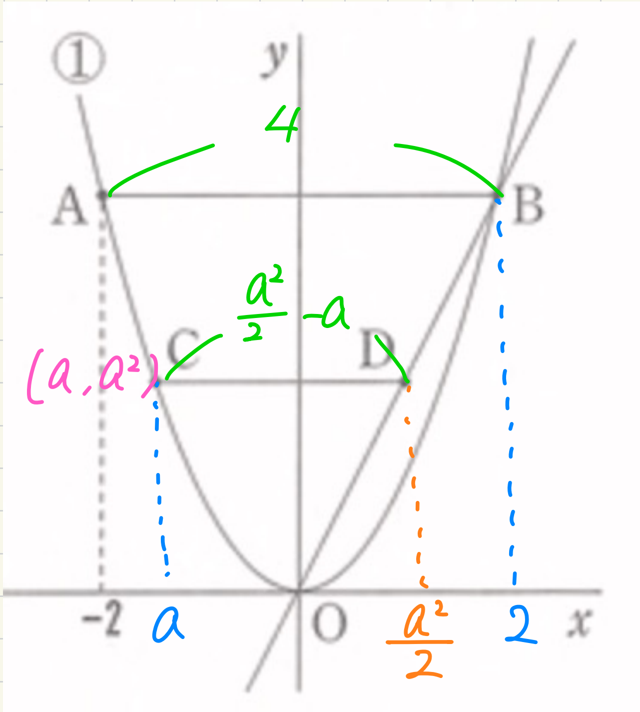
グラフより，$x=-\frac{3}{2}$ のとき

$$y=\left(-\frac{3}{2}\right)^2$$
$$=\frac{9}{4}$$

よってyの変域は，

$$0 \leqq y \leqq \frac{9}{4}$$

イ.



$y=x^2$ のグラフは、y軸について対称だから、点Bのx座標は2であり

$$AB = 2-(-2) = 4$$

点Cの座標は、(a, a^2)であり、点Cと点Dのy座標は等しいから、点Dのy座標もa^2である.

点Dは$y=2x$上にあり、$y=a^2$だから

$$a^2 = 2x \quad \therefore x = \frac{a^2}{2} \qquad \therefore D\left(\frac{a^2}{2}, a^2\right)$$

よって

$$CD = \frac{a^2}{2} - a$$

$AB : CD = 8 : 5$ だから

$$4 : \frac{a^2}{2} - a = 8 : 5$$

×2

$$\Leftrightarrow 8 : a^2 - 2a = 8 : 5$$

よって

$$a^2 - 2a = 5$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2a - 5 = 0$$

解の公式より

$$a = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{24}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$= 1 \pm \sqrt{6}$$

点Cのx座標は負なので、$a < 0$、よって
$\sqrt{6} > 1$だから$1 + \sqrt{6} > 1$であり不適。また、
$1 - \sqrt{6} < 0$より適する。よって$a = 1 - \sqrt{6}$

問題4
(1)
ア
花子さんのとき

操作①
$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{5}$ $\boxed{7}$

操作②
$\boxed{3}$と$\boxed{5}$を取り出す ⇒ $3 + 5 = 8$なので$\boxed{8}$を追加する。

⇒ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$

操作③
例えば$\boxed{1}$と$\boxed{2}$を取り出す ⇒ $1 + 2 = 3$
3に1を足した$\boxed{4}$を追加する

$\boxed{4}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$

操作④

例えば $\boxed{4}$ と $\boxed{7}$ を取り出す ⇒ $4+7=11$

11に2を足した $\boxed{13}$ を追加する

$\boxed{8}$ $\boxed{13}$

操作⑤

残り2枚なので、取り出したカードは $\boxed{8}$ と $\boxed{13}$ であり、和は $8+13=21$

よって、花子さんが操作⑤を終えたときの X は 21 である。問題文から、花子さんも太郎さんも同じ値になったので答えは21

(参考)

太郎さんのとき

操作③を終えたときのカードが $\boxed{5}$, $\boxed{7}$, $\boxed{7}$ なので、操作④から考える。

操作④

例えば $\boxed{5}$ と $\boxed{7}$ を取り出す ⇒ $5+7=12$

12に2を足した $\boxed{14}$ を追加する。

$\boxed{7}$ $\boxed{14}$

操作⑤

残り2枚なので、取り出したカードは $\boxed{7}$ と $\boxed{14}$ であり、和は $7+14=21$

1. 5つの自然数をA, B, C, D, Eとする.

操作①

$\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$ $\boxed{E}$

操作②

$\boxed{A}$, $\boxed{B}$ を取り出したとする. 一方に書いてあるカードが 3 だったので.

$A = 3$ または $B = 3$ —— ①

$\boxed{A+B}$ のカードを追加する.

$\boxed{C}$ $\boxed{D}$ $\boxed{E}$ $\boxed{A+B}$

操作③

$\boxed{C}$, $\boxed{D}$ を取り出したとする. 一方に書いてあるカードが 1 だったので.

$C = 1$ または $D = 1$ —— ②

$\boxed{C+D+1}$ のカードを追加する

$$\underbrace{\boxed{E}\ \boxed{A+B}\ \boxed{C+D+1}}_{\text{全て同じ数}}$$

$\Rightarrow E = A + B = C + D + 1$ —— ③

操作④

$\boxed{E}$, $\boxed{A+B}$ を取り出したとする ⇒ 追加する

カードの数は. $\underbrace{E + A + B}_{\text{カードの和}} + 2$

$\boxed{E+A+B+2}$, $\boxed{C+D+1}$

操作⑤

これら2枚のカードを取り出したときの和が62だったので

$$(E+A+B+2)+(C+D+1)=62$$

式を整理して

$$A+B+C+D+E=59$$

ここで③を利用するため、両辺に1を加えると、

$$A+B+C+D+E+1=59+1$$

$$\Leftrightarrow (A+B)+(C+D+1)+E=60$$

③より $A+B=E$, $C+D+1=E$ とおくと、

$$\underbrace{E}_{A+B}+\underbrace{E}_{C+D+1}+E=60$$

$$\Leftrightarrow 3E=60$$

$$E=20$$

さらに、$A+B=E$ より

$$A+B=20$$

A, Bのどちらかは3なので、もう一方は17。

$C+D+1=E$ より

$$C+D=19$$

C, Dのどちらかは1なので、もう一方は18

よって、求める自然数は 1, 3, 17, 18, 20

(2)

ア　1日目に売れたペットボトル飲料の本数をx本，2日目に売れたペットボトル飲料の本数をy本とする．

1日目と2日目で280本売れたので

$$x + y = 280 \quad \text{——} \ ①$$

1日目は2日目より130本少なかったので

$$x = y - 130 \quad \text{——} \ ②$$

②を①に代入して

$$y - 130 + y = 280$$
$$2y = 410$$
$$y = 205$$

$y = 205$を①に代入して

$$x + 205 = 280$$
$$x = 75$$

よって，1日目に売れたペットボトル飲料の本数は75本

イ．

y

1日目において，1日目の8時に届けられたドーナツはすべて売れた。1日目に売れたアイスクリームの個数は，$\underbrace{\text{1日目の8時に届けられたアイスクリームの個数の30％}}_{\frac{3}{10}x}$で，$\underbrace{\text{1日目に売れたドーナツの個数よりも34個多かった}}_{y+34}$。

$$x \times \frac{3}{10} = y + 34$$

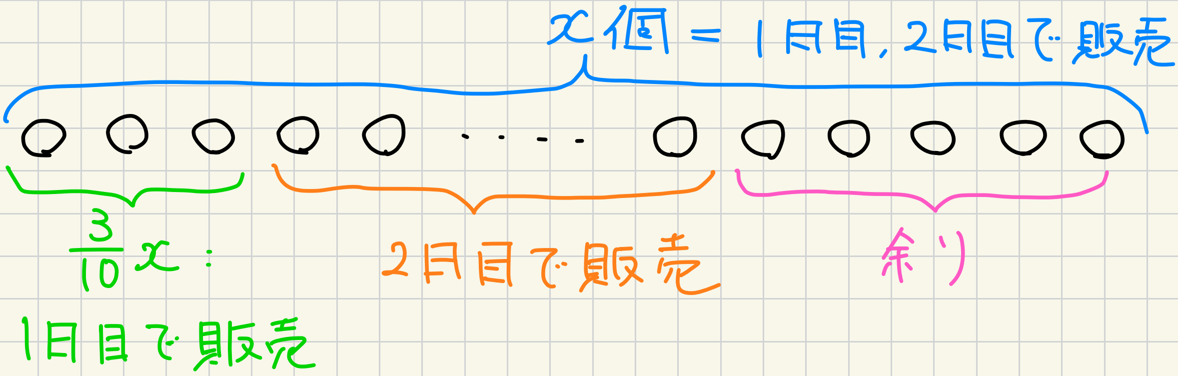
$$\therefore y = \frac{3}{10}x - 34$$

う.

イ.の結果より

$$y = \frac{3}{10}x - 34 \quad —— ①$$

2日目に売れたアイスクリームの個数は.



$$x - \frac{3}{10}x - 5 = \frac{7}{10}x - 5 \text{ 個}$$

この中に, セットにできなかったアイスクリームが4個含まれているので. 2日目にセットして売れたアイスクリームの個数は.

$$\left(\frac{7}{10}x - 5\right) - 4 = \frac{7}{10}x - 9 \text{ 個}$$

また, ドーナツは1日目にy個仕入れ, 2日目には1日目の3倍仕入れたので. 2日目に仕入れたドーナツの個数は$3y$個。

1日目に仕入れたドーナツは全て売れたので. 2日目の在庫は$3y$個であり 終了後に3個余っていたので, 2日目のドーナツの売れた個数は $3y - 3$ 個である.

2日目にセットにして売れたアイスクリームの個数と，2日目に売れたドーナツの個数は等しいから.

$$\frac{7}{10}x - 9 = 3y - 3$$

式を整理して

$$7x - 90 = 30y - 30$$

$$30y = 7x - 60$$

$$\therefore y = \frac{7}{30}x - 2 \quad —— ②$$

① を ② に代入して.

$$\frac{3}{10}x - 34 = \frac{7}{30}x - 2$$

両辺 ×30

$$9x - 1020 = 7x - 60$$

$$2x = 960$$

$$x = 480$$

$x = 480$ を ① に代入して

$$y = \frac{3}{10} \times 480 - 34$$

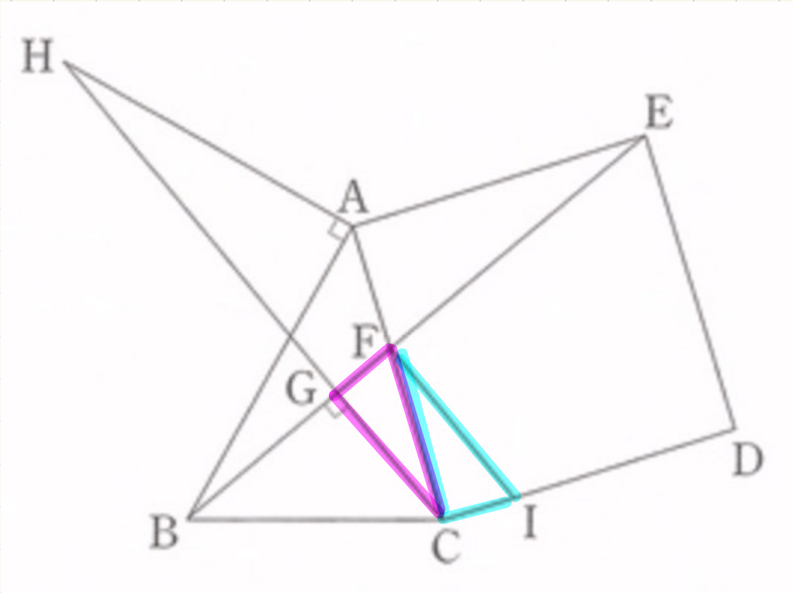
$$= 144 - 34$$

$$= 110$$

よって. $x = 480$, $y = 110$

問題5

(1)



△CFGと△FICにおいて、

CG // IFより錯角は等しいから

∠FCG = ∠IFC ― ①

仮定より

∠CGF = 90°

□ACDEは正方形だから ∠FCI = 90°

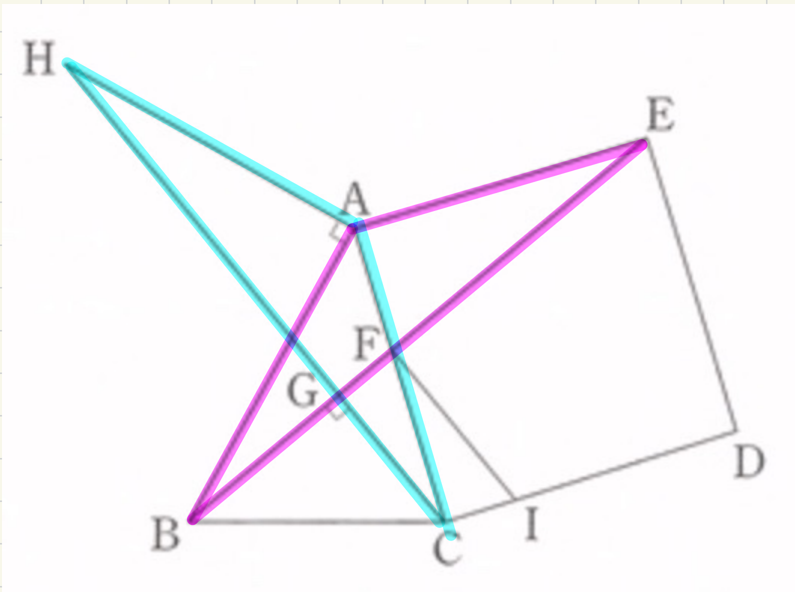
よって

∠CGF = ∠FCI ― ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいから

△CFG ∽ △FIC (証明終わり)

(2)



△ABEと△AHCにおいて、

□ACDEは正方形だから

AE = AC ― ①

∠EAC = 90°

仮定より∠HAB = 90°

だから

∠EAC = ∠HAB ― ②

∠BAE = ∠BAC + ∠EAC ― ③

∠HAC = ∠HAB + ∠BAC ― ④

②.③.④より

$\angle BAE = \angle HAC$ ―― ⑤

また,

$\angle EAF = \angle EAC = 90^\circ$

仮定より

$\angle CGF = 90^\circ$

△EAFは直角三角形だから

$\angle AEF = 90^\circ - \angle AFE$ ―― ⑥

△CGFは直角三角形だから

$\angle FCG = 90^\circ - \angle CFG$ ―― ⑦

対頂角は等しいから

$\angle AFE = \angle CFG$ ―― ⑧

⑥.⑦.⑧から

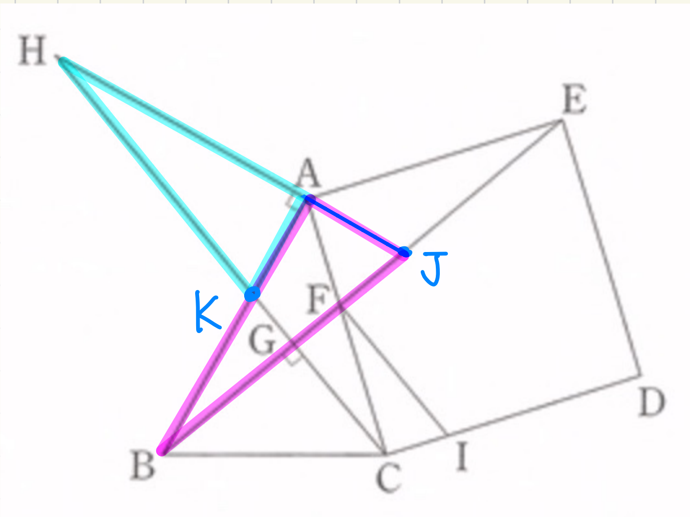
$\angle AEE = \angle FCG$

$\angle AEF = \angle AEB$, $\angle FCG = \angle FCH$ だから

$\angle AEB = \angle FCH$ ―― ⑨

①.⑤.⑨より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABE \equiv \triangle AHC$ ―― ⑩



$\triangle ABJ$ と $\triangle AHK$ において、⑩より対応する辺、角は等しいから

$$AB = AH \quad —⑪$$

$$\angle ABJ = \angle AHK \quad —⑫$$

仮定より

$$\angle BAJ = \angle HAK = 90^\circ \quad —⑬$$

⑪、⑫、⑬より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABJ \equiv \triangle AHK$$

対応する辺の長さは等しいから

$BJ = HK$ （証明終わり）