2023年度　熊本県

数学　A問題

KmKm

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= \dfrac{2}{14} + \dfrac{7}{14}$

$= \dfrac{9}{14}$

(2) 与式 $= 6 - 12$

$= -6$

(3) 与式 $= 8x + 9y + 7x - 7y$

$= 15x + 2y$

(4) 与式 $= \dfrac{8a^3b \times 9b}{36a^2b^2}$

$= 2a$

(5) 与式 $= x^2 - 4x - 5 + x^2 + 4x + 4$

$= 2x^2 - 1$

(6) 与式 $= \sqrt{6} + 3\sqrt{6}$

$= 4\sqrt{6}$

$\boxed{2}$

(1) 式を整理して

$5x - 3x = -8 - 4$

$\Leftrightarrow \quad 2x = -12$

$x = -6$

(2) 解の公式より

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$$

(3) y は x に反比例するので、$y = \frac{a}{x}$ とおくと、

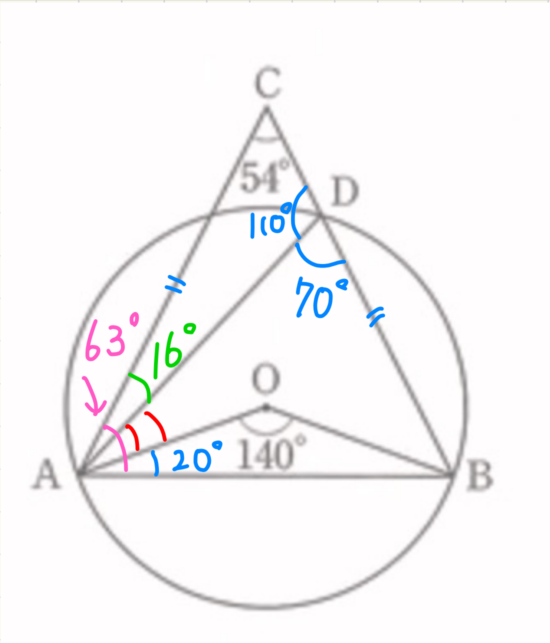
$x = 2,\ y = 3$ だから

$3 = \frac{a}{2}$　　$\therefore a = 6$

よって $y = \frac{6}{x}$ で $x = 5$ を代入すると、

$y = \frac{6}{5}$

(4)



$\triangle ABC$ は $AC = BC$ の二等辺三角形だから

$\angle CAB = (180° - 54°) \div 2$

$= 126° \div 2$

$= 63°$

$\triangle OAB$ は $\underbrace{OA = OB}_{\text{半径}}$ の二等辺三角形だから

$\angle OAB = (180° - 140°) \div 2$

$= 40° \div 2$

$= 20°$

$\overset{\frown}{AB}$に対する中心角，円周角より

$$\angle ADB = \frac{1}{2}\angle AOB$$

$$= \frac{1}{2} \times 140^\circ$$

$$= 70^\circ$$

よって

$$\angle ADC = 180^\circ - 70^\circ$$

$$= 110^\circ$$

$\triangle ADC$の内角の和は180°だから

$$\angle CAD = 180^\circ - (54^\circ + 110^\circ)$$

$$= 180^\circ - 164^\circ$$

$$= 16^\circ$$

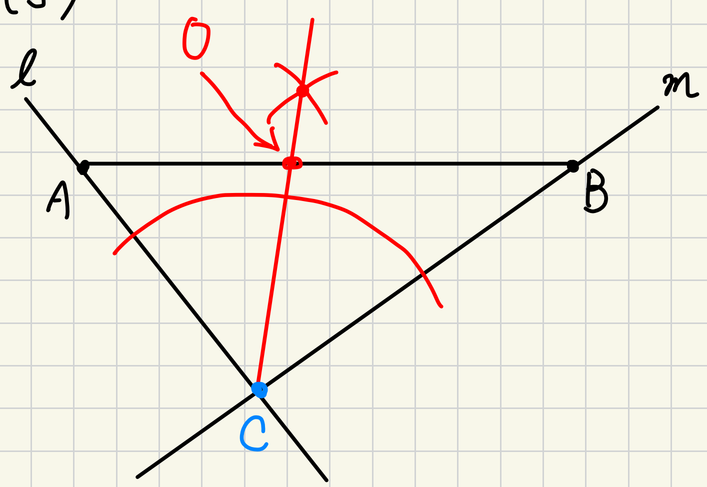
よって

$$\angle OAD = 63^\circ - (16^\circ + 20^\circ)$$

$$= 63^\circ - 36^\circ$$

$$= 27^\circ$$

(5)



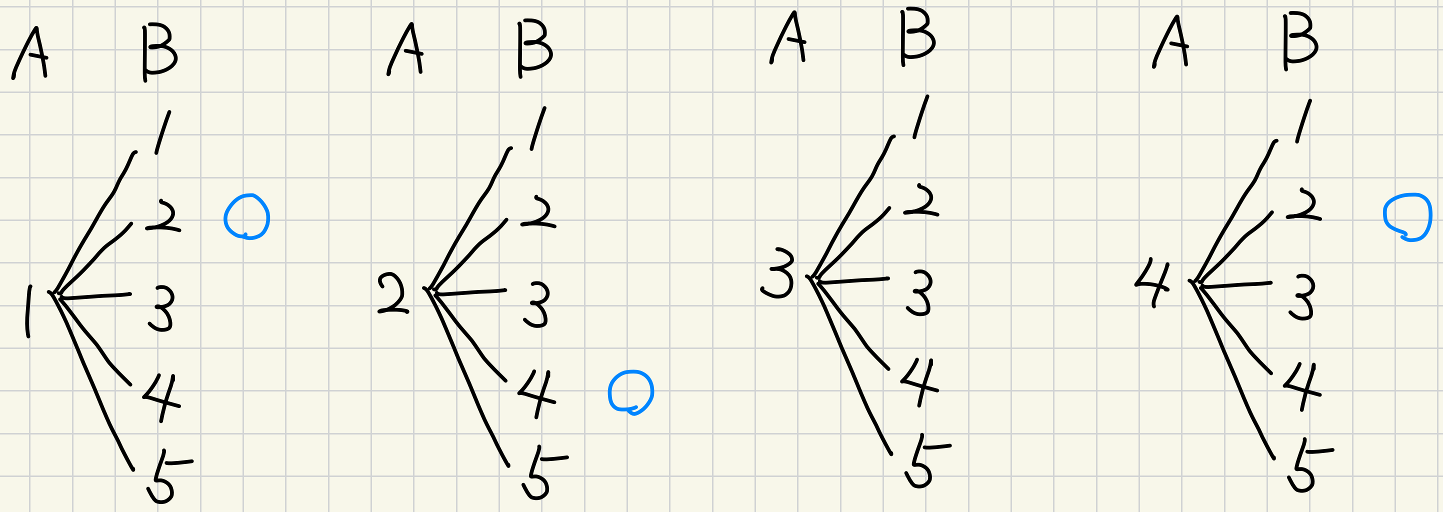
$\angle ACB$の二等分線を描き，ABとの交点がO.

⇒ 二等分線上は．点A，点Bからの距離が等しいので

OA = OB となる

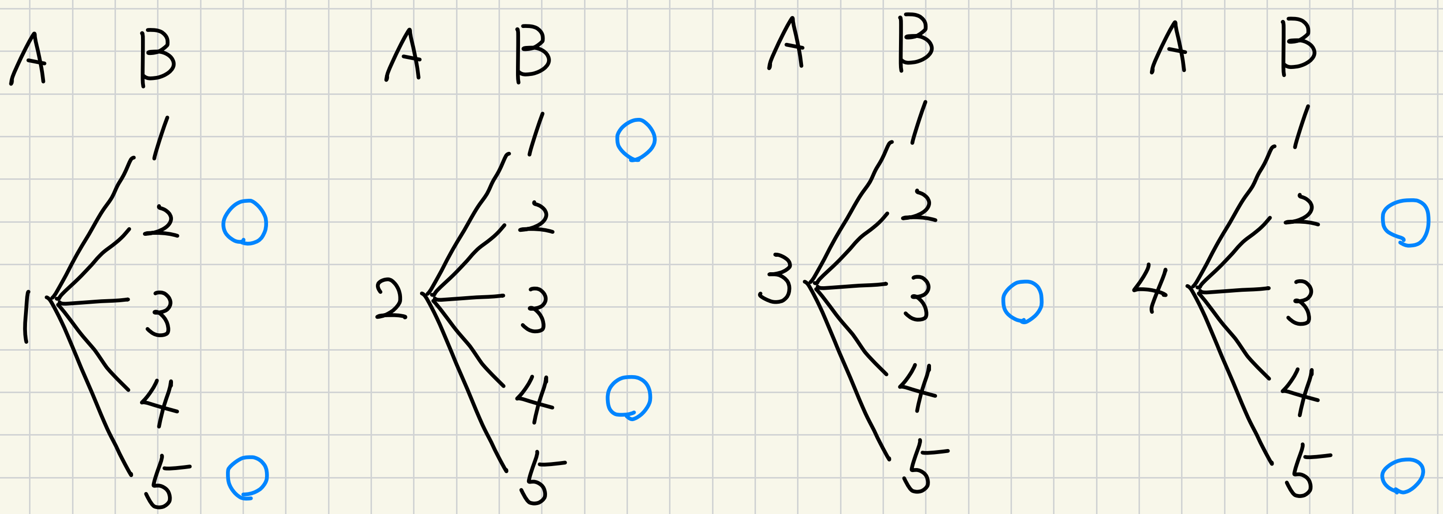
(6)

① 樹形図は以下の通り



6の倍数となるのは、12, 24, 42 の 3個

② 樹形図は以下の通り

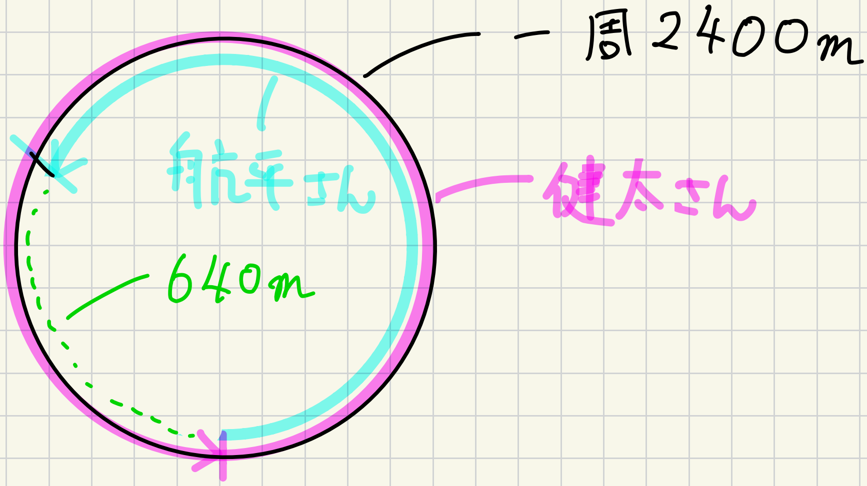


カードの取り出し方は 20通り。そのうち 3の倍数となるのは 7通り。よって求める確率は、

$$\frac{7}{20}$$

(7)

①



・健太さんが1周したとき，航平さんと健太さんは640m離れていた

⇒健太さんが1周したとき，航平さんが走った距離は，2400 − 640 = 1760m

・健太さんは1周を12分で走った。

・航平さんは，健太さんの走り始めから4分後にスタートした。

⇒健太さんが1周したとき，航平さんが走った時間は 12 − 4 = 8分

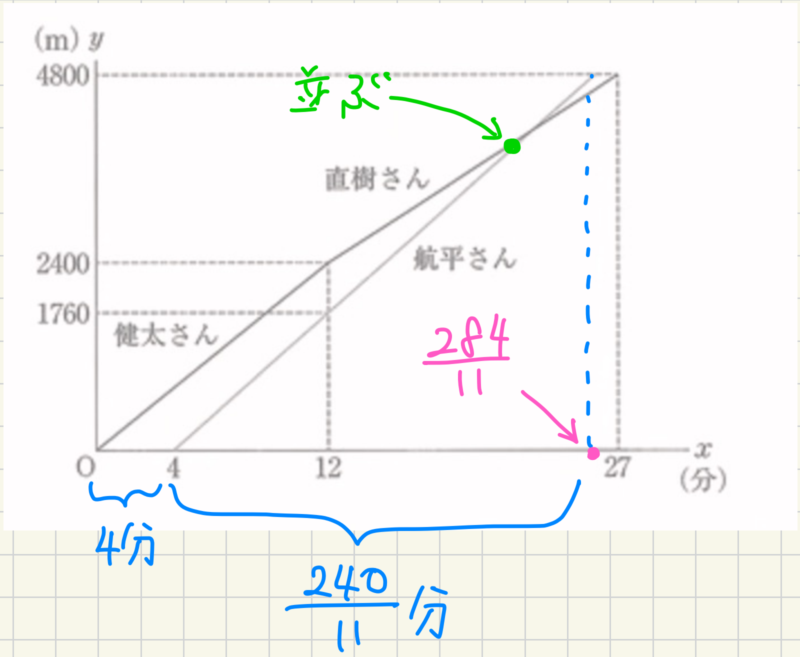
よって航平さんは，1760mを8分で走ったから速さは，

1760 ÷ 8 = 220

毎分220m

② 航平さんは毎分 220 m で走ったから、2周する時間は、

$$4800 \div 220 = \frac{240}{11} \text{ 分}$$



よって航平さんが2周したのは、健太さんがスタートしてから

$$\frac{240}{11} + 4 = \frac{240+44}{11}$$

$$= \frac{284}{11} \text{ 分}$$

グラフから、航平さんが直樹さんと並ぶのは、航平さんと直樹さんのグラフの交点である。

・航平さんのグラフ、

$y = ax + b$ とおくと、$(4, 0)$、$\left(\frac{284}{11}, 4800\right)$ を通るから

$$0 = 4a + b \quad \text{―― ①}$$

$$-)\ 4800 = \frac{284}{11}a + b \quad \text{―― ②}$$

$$-4800 = 4a - \frac{284}{11}a$$

$$= \frac{44-284}{11}a$$

$$= -\frac{240}{11}a$$

$$\therefore a = \frac{11}{240} \times 4800$$

$$= 220$$

$a = 220$ を ① に代入して

$$0 = 4 \times 220 + b \Rightarrow b = -880$$

$$\therefore y = 220x - 880 \text{ —— ㋐}$$

・直樹さんのグラフ

$y = ax + b$ とおくと, $(12, 2400)$, $(27, 4800)$ を通るから

$$2400 = 12a + b \text{ —— ③}$$

$$-)\ 4800 = 27a + b \text{ —— ④}$$

$$-2400 = -15a$$

$$a = 160$$

$a = 160$ を ③ に代入して

$$2400 = 12 \times 160 + b$$

$$b = 2400 - 1920$$

$$= 480$$

$$\therefore y = 160x + 480 \text{ —— ㋑}$$

よって,並ぶ時間は

$$\begin{cases} y = 220x - 880 & \text{—— ㋐} \\ y = 160x + 480 & \text{—— ㋑} \end{cases}$$

㋐を㋑に代入して.

$$220x - 880 = 160x + 480$$
$$60x = 1360$$
$$x = \frac{68}{3}$$
$$= 22\frac{2}{3}$$

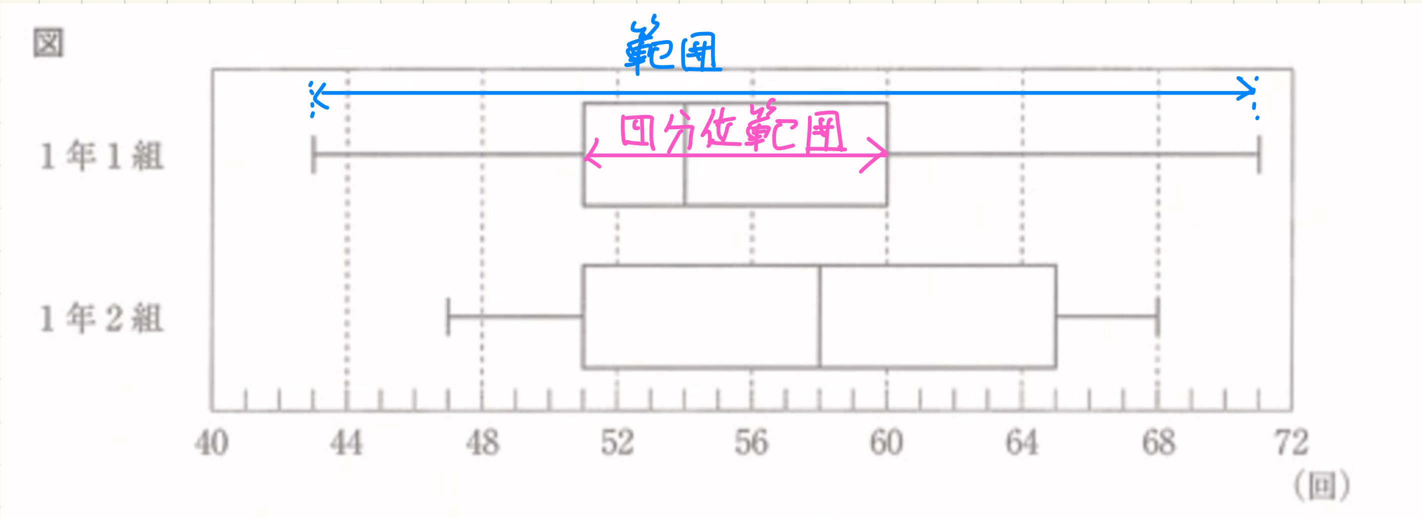
$\frac{2}{3}$分 = 40秒 より. 並ぶ時間は 22分40秒

$\times\frac{2}{3}$ (1分 = 60秒
$\frac{2}{3}$分 = ?秒) $\times\frac{2}{3}$

$? = 60 \times \frac{2}{3} = 40$

$\boxed{3}$

(1)



範囲 = 71 − 43 = 28回

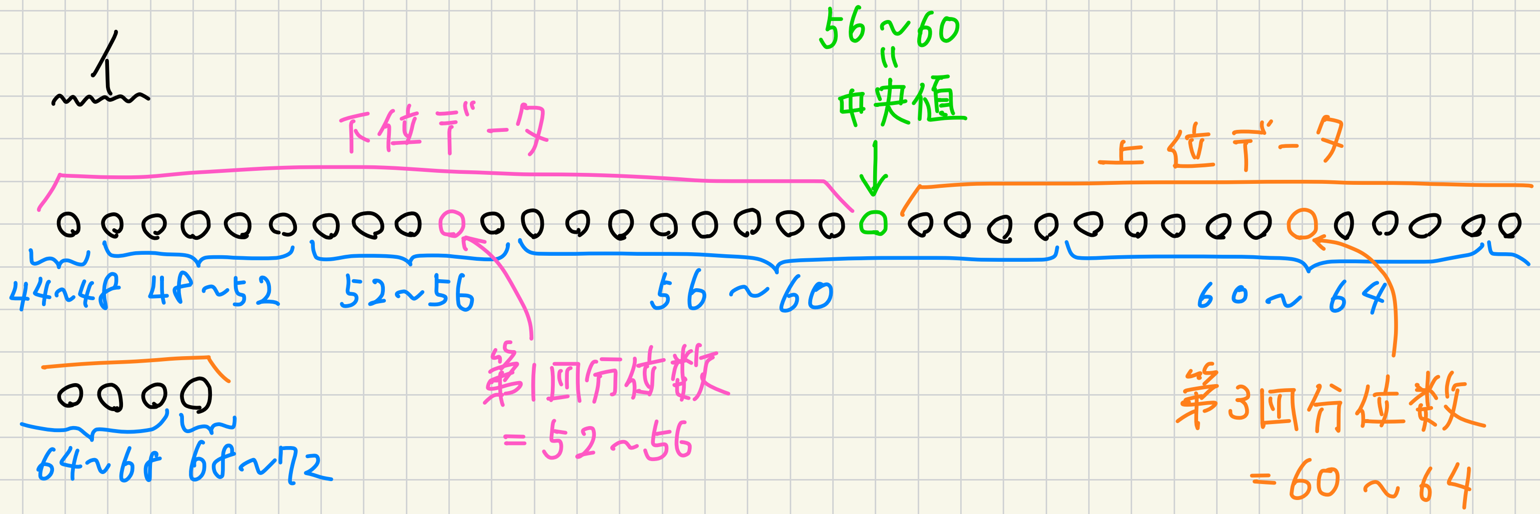
四分位範囲 = 60 − 51 = 9回

(2)

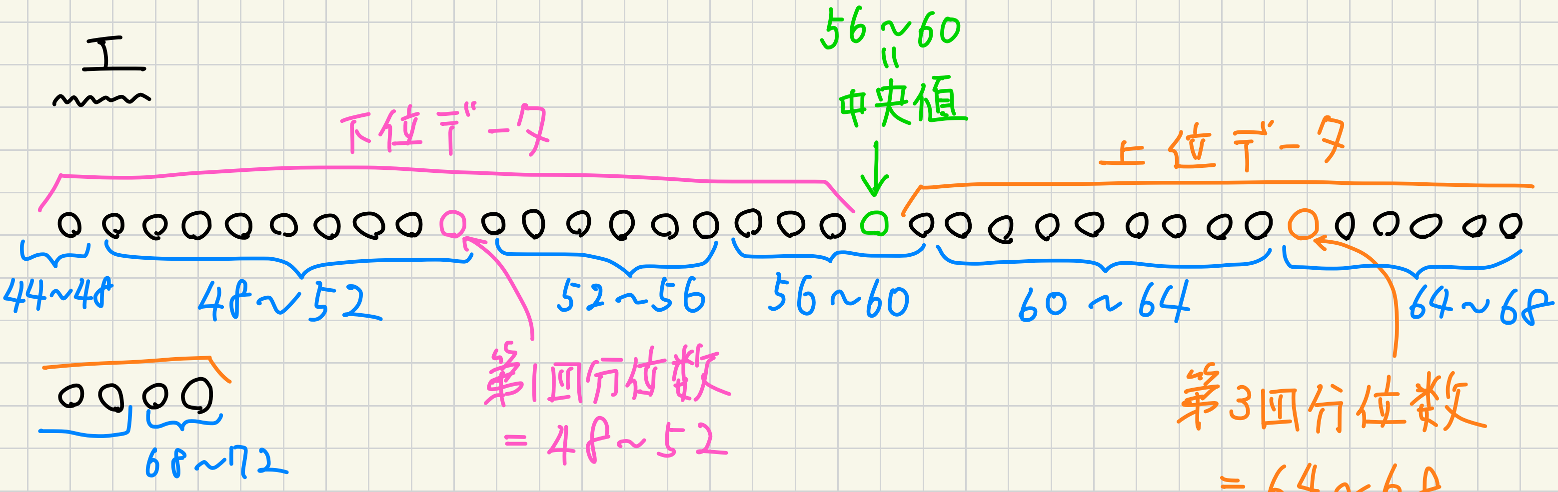
1組：最小値が40～44回なので、ア、ウのいずれかである。
最大値が68～72回なので、ア

2組：最小値が44～48回なので、イ、エのいずれかである。

イ



エ



エは第1四分位数が48～52、第3四分位数が64～68なので、箱ひげ図と一致する。
よって答えはエ

1組：ア、2組：エ

(3)

大輔さん：1組の範囲 = 71 − 43 = 28回
(箱ひげ図)　2組の範囲 = 68 − 47 = 21回
よって1組の方が大きいので誤り.

由衣さん：1組の四分位範囲 = 60 − 51 = 9回
(箱ひげ図)　2組の四分位範囲 = 65 − 51 = 14回
よって2組の方が大きいので正しい.

雄太さん：1組の64回以上 = 4 + 1 = 5回 (アより)
(ヒストグラム)　2組の64回以上 = 8 + 2 = 10回 (エより)
よって2組の方が大きいので正しい

恵子さん：アのヒストグラムより.平均値は.以下の通り.
(ヒストグラム)　〰：階級値

$$\frac{42\times1+46\times4+50\times5+54\times14+58\times4+62\times6+66\times4+70\times1}{39}$$

$$=\frac{42+184+250+756+232+372+264+70}{39}$$

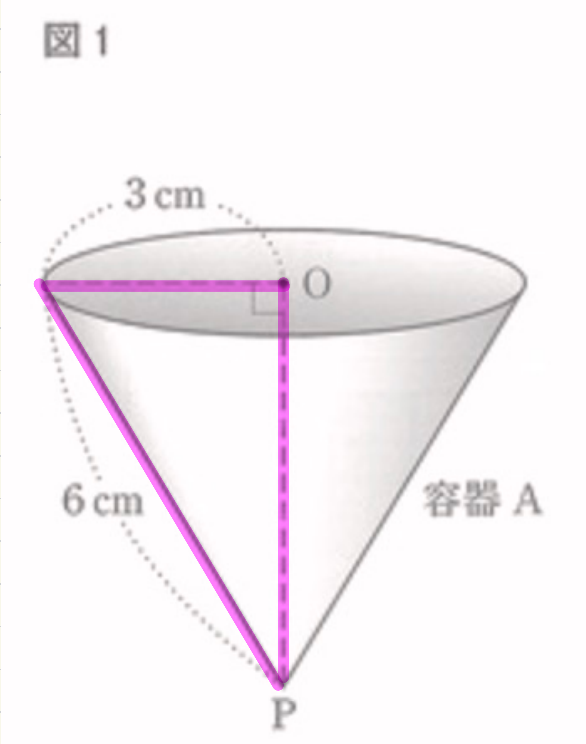
$$=\frac{2170}{39}$$

$= 55.64\cdots$ 回
よって誤り

以上より.答えは.イ,ウ

$\boxed{4}$

(1)



三平方の定理より

$$OP = \sqrt{6^2 - 3^2} \quad = \sqrt{36-9}$$
$$= 3\sqrt{3} \quad = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

よって体積は

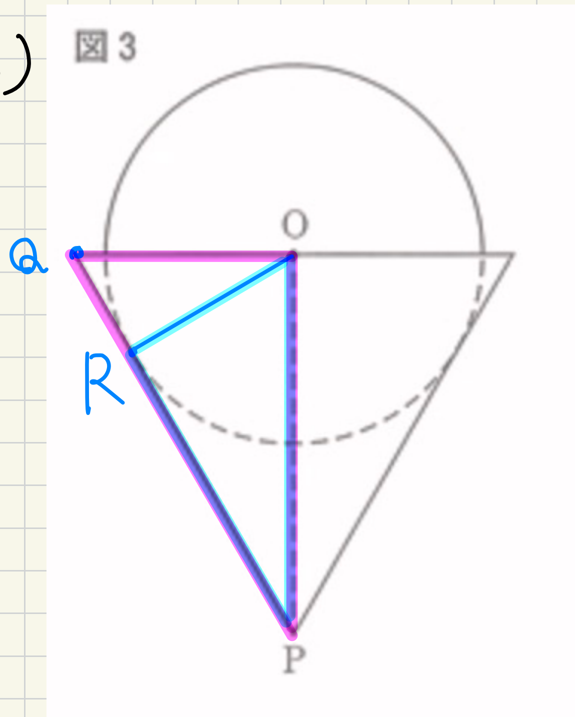
$$3 \times 3 \times \pi \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{3}$$
$$= 9\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$$

(2)

円すいの表面積 = 母線 × 底面の半径 × π

$$= 6 \times 3 \times \pi$$
$$= 18\pi \text{ cm}^2$$

(3)



左図のように、Q, R をとる

※ R は容器Aと球Bの接点。

⇒ QP と円O は接する

⇒ ∠PRO = 90°

△OPQ と△RPO において,

$\angle POQ = PRO = 90°$ ― ①

共通な角は等しいから

$\angle OPQ = \angle RPO$ ― ②

①,② より 2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle OPQ \sim \triangle RPO$

対応する辺の比は等しいから

$$\underbrace{OQ}_{3} : RO = \underbrace{PQ}_{6} : \underbrace{PO}_{3\sqrt{3}}$$

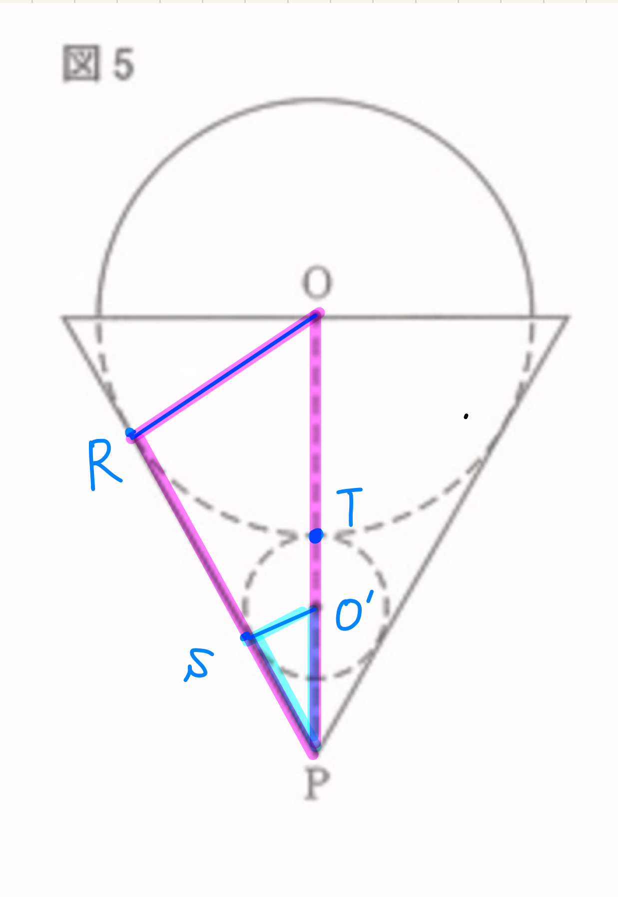
よって

$$6RO = 9\sqrt{3}$$

$$\therefore RO = \frac{3}{2}\sqrt{3} \text{ cm}$$

球Bの半径

(4)



左図のように, R, S, T をとる.

また球C の中心をO′とする.

△ORP と△O′SP において,

$\angle ORP = \angle O'SP = 90°$ ― ①

共通な角は等しいから

$\angle OPR = \angle O'PS$ ― ②

①,② より 2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ORP \sim \triangle O'SP$

対応する辺の比は等しいから

$$OR : O'S = OP : O'P \quad ―― ③$$

ここで

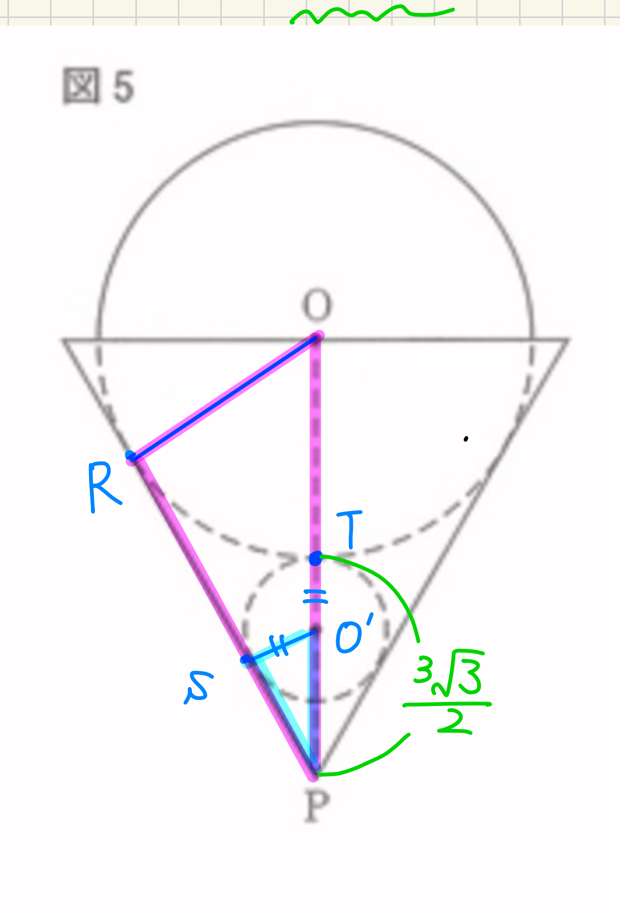
$$OP = 3\sqrt{3}, \quad OT = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

だから

$$TP = 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{6\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2}$$



O'S と O'T は球Cの半径だから

$$O'S = O'T$$

よって

$$O'P = \frac{3\sqrt{3}}{2} - O'T$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - O'S$$

したがって ③ から

$$\underbrace{OR}_{\frac{3\sqrt{3}}{2}} : O'S = \underbrace{OP}_{3\sqrt{3}} : \underbrace{O'P}_{\frac{3\sqrt{3}}{2} - O'S}$$

よって

$$3\sqrt{3}\,O'S = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - O'S\right)$$

$$= \frac{9 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{4} - \frac{3\sqrt{3}}{2} O'S$$

$$\Leftrightarrow \left(3\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right) O'S = \frac{9 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9\sqrt{3}}{2} O'S = \frac{9 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore\ O'S = \frac{9 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{4} \times \frac{2}{9\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\ \text{cm}$$

したがって，球Cの体積は．

$$\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \times \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\pi\ \text{cm}^3$$

※半径 r の球の体積は．

$$\frac{4}{3}\pi r^3$$

$\boxed{5}$

(1) 点Aは $y=ax^2$ 上にあり、$x=-1$, $y=2$ なので

$$2=a\times(-1)^2 \qquad \therefore\ a=2$$

(2) 点Bは $y=2x^2$ 上にあり $y=8$ なので

$$8=2x^2$$
$$\Leftrightarrow\ x^2=4 \qquad \therefore\ x=\pm 2$$

点Bの x 座標は正なので $x=2$

(3) 直線ABの式を $y=ax+b$ とおくと、A$(-1, 2)$、B$(2, 8)$ を通るので

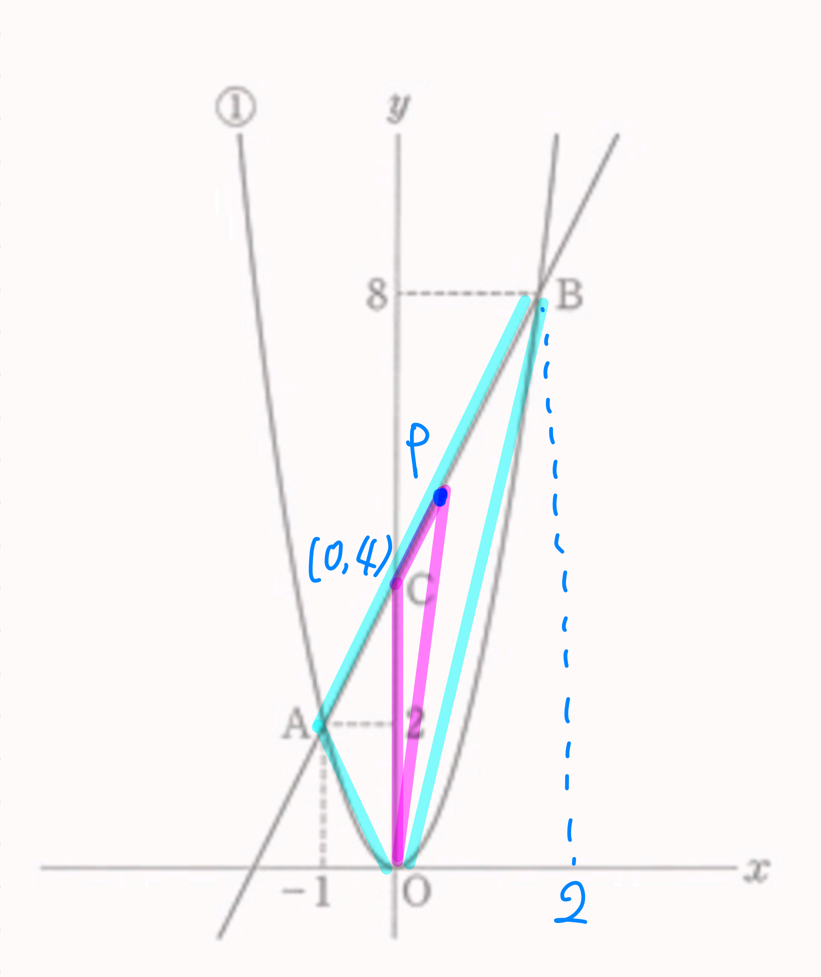
$$\begin{array}{rrcl} & 2 & = & -a+b \quad \text{——} ① \\ -) & 8 & = & 2a+b \quad \text{——} ② \\ \hline & -6 & = & -3a \\ & a & = & 2 \end{array}$$

$a=2$ を①に代入して

$$2=-2+b \qquad \therefore\ b=4$$

よって $y=2x+4$

(4)



点Cは直線AB：$y=2x+4$ の切片なので、

$C(0,4)$

よって、△AOBの面積は、

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times4\times1}_{\triangle AOC}+\underbrace{\frac{1}{2}\times4\times2}_{\triangle BOC}$$

$=2+4$

$=6$

△OPCの面積が△AOBの面積の$\frac{1}{4}$倍となるので、

$$\triangle OPC=\frac{1}{4}\times6$$

$$=\frac{3}{2}\quad\text{——}\ ㋐$$

点Pのx座標をsとすると、△OPCの面積は

$$\frac{1}{2}\times4\times s=2s\quad\text{——}\ ㋑$$

㋐＝㋑だから

$2s=\frac{3}{2}$　∴ $s=\frac{3}{4}$

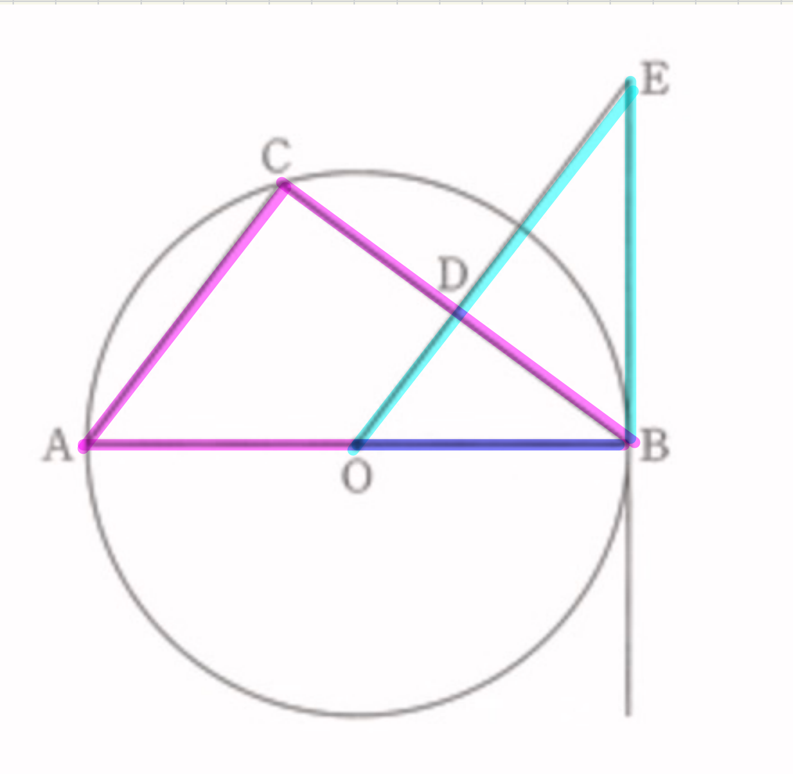
また，点Pは直線AB：$y=2x+4$ 上にあり，
x座標が $\frac{3}{4}$ なので．

$$y=2\times\frac{3}{4}+4$$
$$=\frac{3}{2}+4$$
$$=\frac{3}{2}+\frac{8}{2}$$
$$=\frac{11}{2}$$

よって，点Pの座標は，$\left(\frac{3}{4},\frac{11}{2}\right)$

$\boxed{6}$

(1)



△ABCと△OEBにおいて，AC∥OEだから
$\angle BAC=\angle EOB$ ―― ①
線分ABは円の直径だから
$\angle ACB=90^\circ$ ―― ②
BEは円の接線で，線分ABは円の直径だから
$\angle OBE=90^\circ$ ―― ③

②、③より

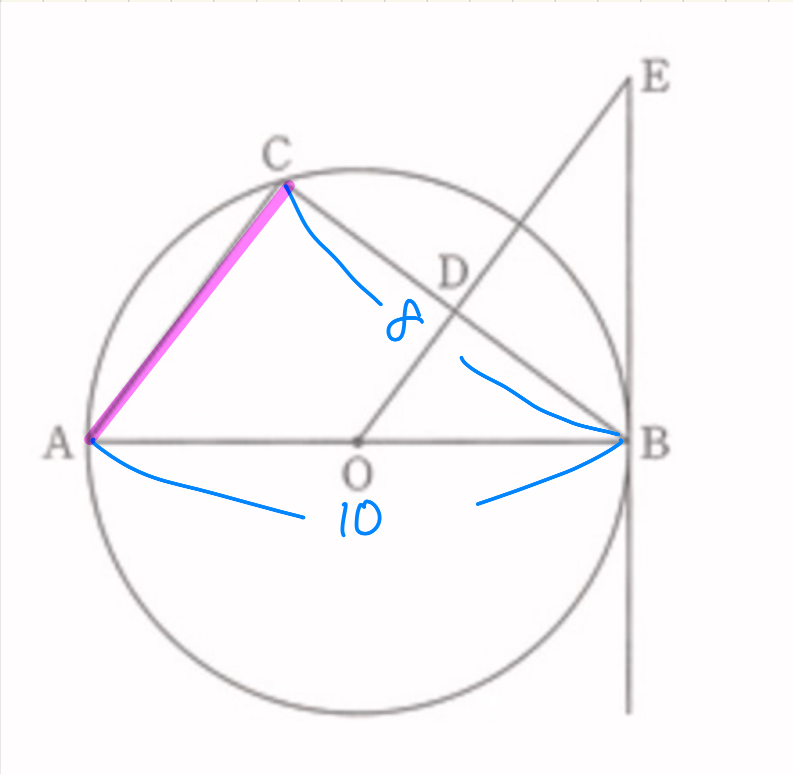
$\angle ACB = \angle OBE$ ― ④

①、④より 2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABC \backsim \triangle OEB$ （証明終わり）

(2)

①



$\triangle ABC$は直角三角形なので、三平方の定理より

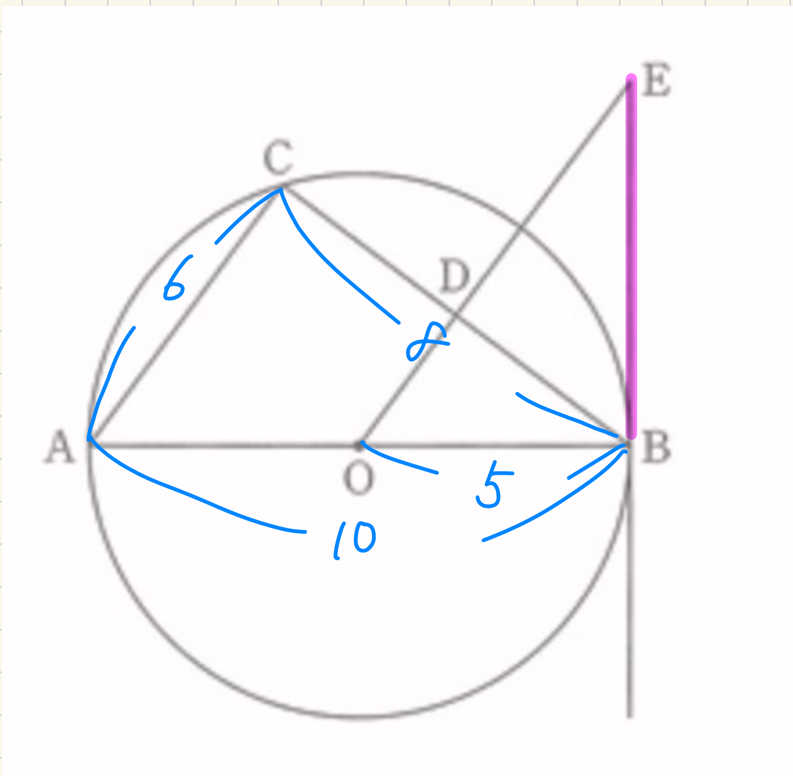
$$AC = \sqrt{10^2 - 8^2}$$

$$= \sqrt{100 - 64}$$

$$= \sqrt{36}$$

$$= 6\ \text{cm}$$

②



(1)より $\triangle ABC \backsim \triangle OEB$ なので、対応する辺の比は等しいから

$$\underbrace{BC}_{8} : EB = \underbrace{AC}_{6} : \underbrace{OB}_{5}$$

$$6EB = 40$$

$$EB = \frac{20}{3}\ \text{cm}$$