2023年度　佐賀県

数学

Km Km

$\boxed{1}$

(1)

(ア)：与式 $= \underline{-11}$

(イ)：与式 $= -2x - 6y + x - 3y$

$= \underline{-x - 9y}$

(ウ)：与式 $= \underline{-4y^2}$

(エ)：与式 $= \sqrt{5}^2 + 2 \times \sqrt{5} \times 1 + 1^2$

$= 5 + 2\sqrt{5} + 1$

$= \underline{6 + 2\sqrt{5}}$

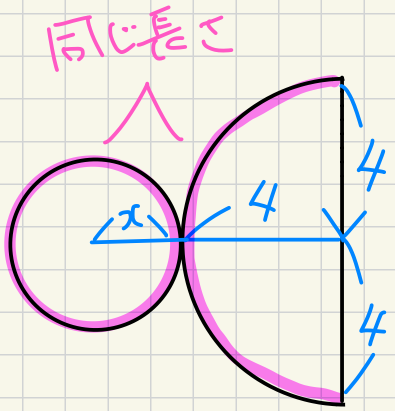
(2) 与式 $= \underline{(x + 3y)(x - 3y)}$

(3) 解の公式より

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2}$$

$$= \underline{\frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}}$$

(4)



半円の周の長さは

$$\underbrace{4 \times 2}_{直径} \times \pi \times \underbrace{\frac{1}{2}}_{半円} = 4\pi$$

半円の周の長さと底面の円周の長さは等しいので、
底面の円の半径を x cm とすると

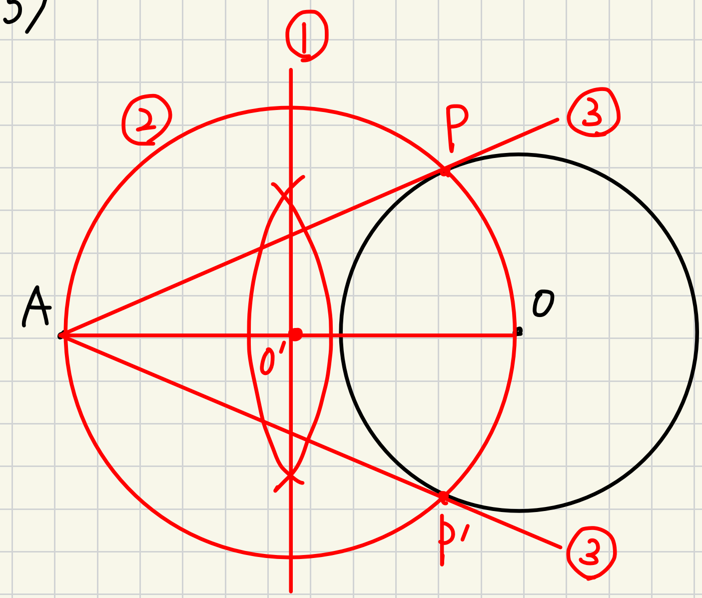
$$\underbrace{x \times 2}_{直径} \times \pi = 4\pi$$

$$2\pi x = 4\pi$$

$$\therefore x = 2$$

よって、底面の半径は 2cm

(5)

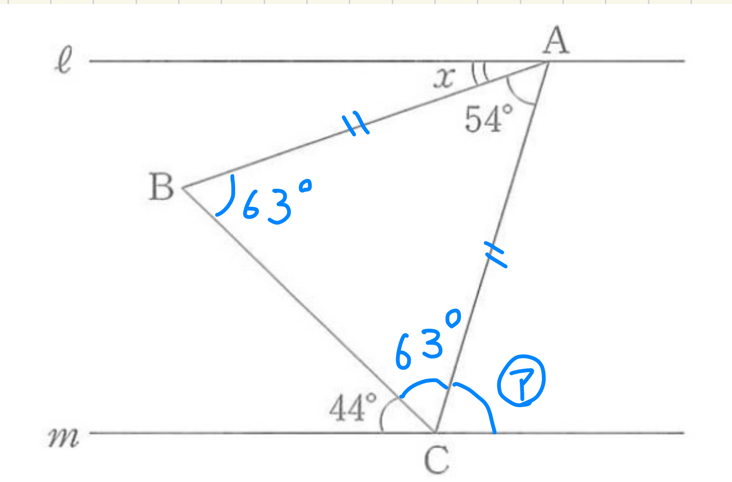


① AO の垂直二等分線を描き、AO との交点を O′ とする

② O′ を中心として、半径 AO′ の円を描く

③ ② と円 O の交点をそれぞれ P、P′ とし A から P、P′ に線を引く

(6)



△ABC は二等辺三角形なので

$$\angle ACB = (180° - 54°) \div 2$$

$$= 63°$$

$l \parallel m$ より錯角が等しいので

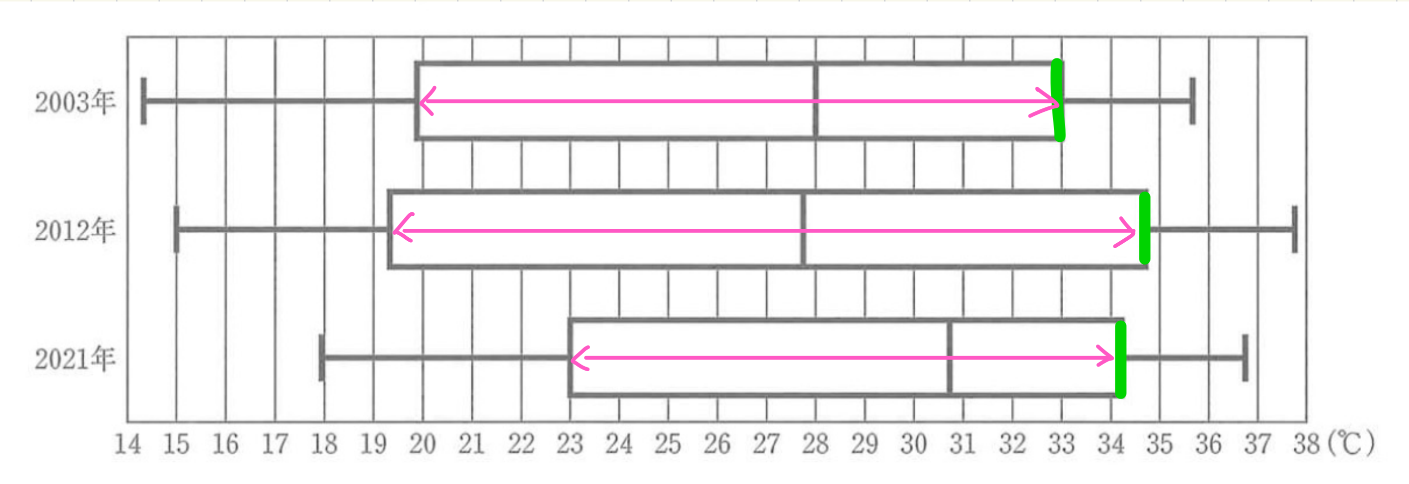
⑦ $= 54 + x$

よって

$$44^\circ + 63^\circ + 54 + x = 180^\circ$$

$$x = 19^\circ$$

(7)

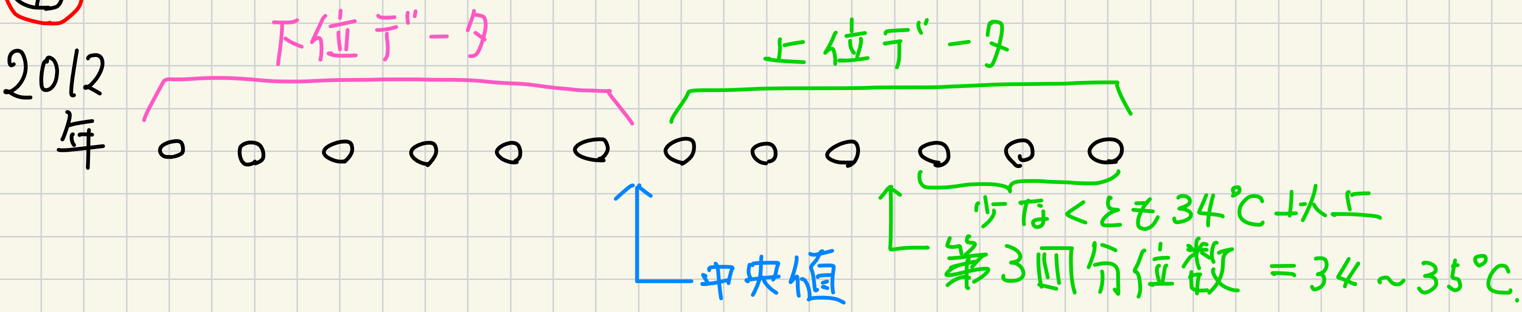


① 第3四分位数は 2012年が最も大きい。
よって誤り

② 四分位範囲は 2012年が最も大きい。
よって正しい

③ 2021年の最小値が18°C，第1四分位数が23°Cなので，20°C以下の月数は分からない。
よって誤り

④



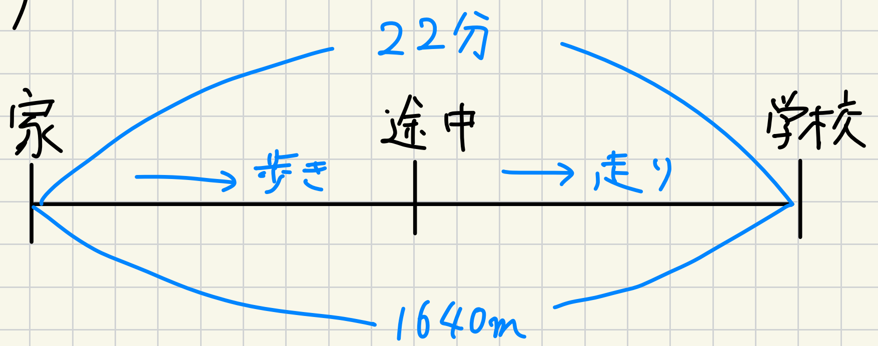
第3四分位数が34°Cより高いので、25% $(=\frac{1}{4})$以上の月が34°C以上である
よって正しい

⑤ 箱ひげ図から平均値は分からないので誤り

$\boxed{2}$

(1)

(ア)



歩いた道のり①をx, 走った道のり①をyと表すと、

$x+y=1640$ となる。

また、

$$\frac{x}{60}+\frac{y}{100}=22$$

は、時間に関する方程式であり、xは道のり、60は速さを表す。したがって、歩いた速さは分速60m②

別の連立方程式を作るには歩いた時間③をx、走った時間③をyとして、連立方程式を作ればよい

以上より答えはア

(イ) 歩いた時間を x，走った時間を y とする．

$$\underbrace{60x}_{\text{速さ×時間}} + \underbrace{100y}_{\text{速さ×時間}} = 1640$$ ―― ④の答え

$$x + y = 22$$ ―― ⑤の答え

(ウ)
ユウさんが作った連立方程式を解くと．

$$\begin{cases} x + y = 1640 & \text{―― ①} \\ \dfrac{x}{60} + \dfrac{y}{100} = 22 & \text{―― ②} \end{cases}$$

② × 300 より

$$5x + 3y = 6600 \quad \text{―― ③}$$

① × 3 − ③ より

$$\begin{array}{rrl} & 3x + 3y & = 4920 \\ -) & 5x + 3y & = 6600 \\ \hline & -2x & = -1680 \\ & x & = 840 \end{array}$$

よって歩いた道のりは 840m

(別解)
(イ)の連立方程式を解くと．

$$\begin{cases} 60x + 100y = 1640 & \text{―― ①} \\ x + y = 22 & \text{―― ②} \end{cases}$$

①÷20より

$$3x+5y=82 \quad \text{——— ③}$$

③−②×5より

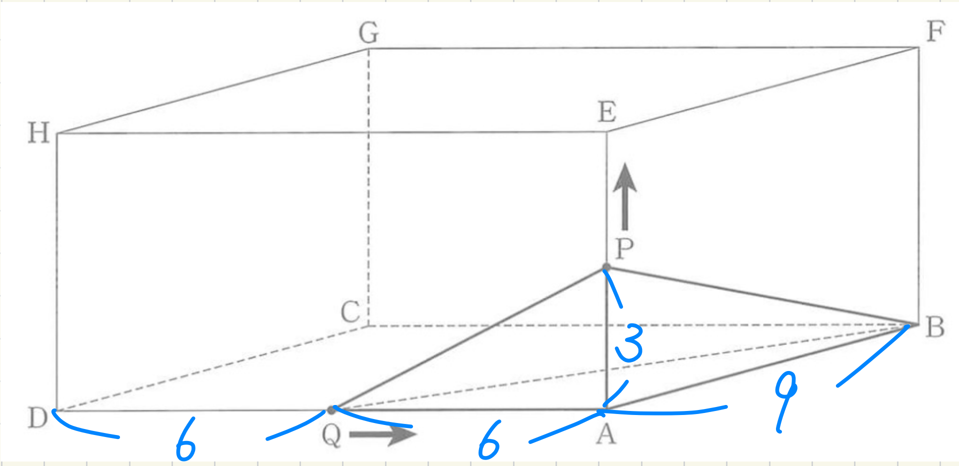
$$\begin{array}{rrcl} & 3x+5y & = & 82 \\ -) & 5x+5y & = & 110 \\ \hline & -2x & = & -28 \\ & x & = & 14 \end{array}$$

よって歩いた時間は14分で、速さは分速60m だから、歩いた道のりは

$$14\times60=\underline{840m}$$

(2)

(ア)



点Pは毎秒1cmで動くので、PA = 3cm

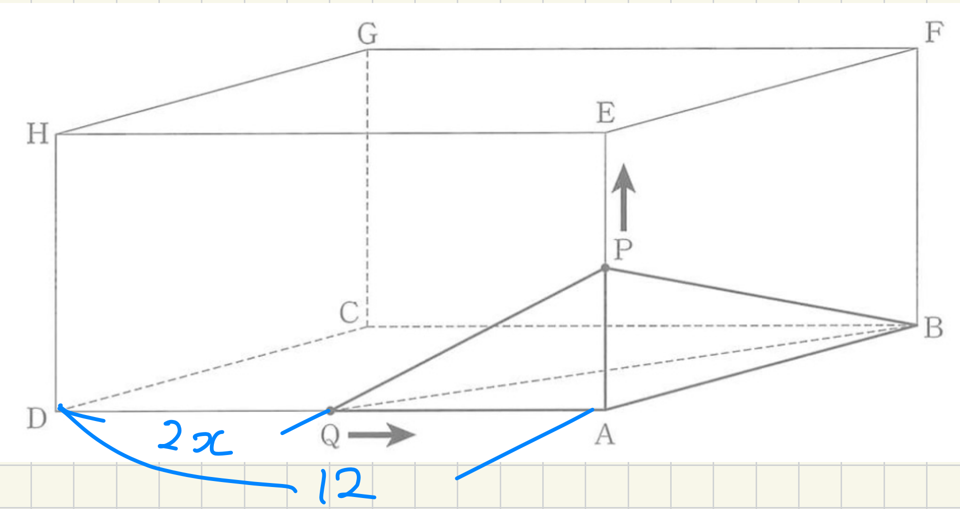
点Qは毎秒2cmで動くので、BQ = 6cm

$\therefore AQ = 12-6=6$ cm

よって、三角錐PABQの体積は、

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times6\times9}_{\triangle ABQ}\times\underbrace{3}_{AP}\times\frac{1}{3}=\underline{27\ cm^3}$$

(イ)



点Qは毎秒2cmで動くので、BQ = $2x$ cm

よって、QA = $12-2x$ cm

(ウ)

APの長さはx cmだから

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times(12-2x)\times 9}_{\triangle ABQ}\times\underbrace{x}_{AP}\times\frac{1}{3}=24$$

$$\Leftrightarrow (6-x)\times 3x-24=0$$

$$\Leftrightarrow -3x^2+18x-24=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-6x+8=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-4)=0$$

$$\therefore\ x=2,4$$

$0 \leqq x \leqq 6$ だから、$x=2, 4$ はどちらも問題に適している。

よって、出発してから2秒後と4秒後

$\boxed{3}$

(1) 点Aは $y=ax^2$ 上にあり　$x=2, y=2$ だから

$$2=a\times 2^2$$
$$4a=2 \qquad \therefore\ a=\frac{1}{2}$$

(2) 直線ABの式を $y=mx+n$ とおくと、A$(2,2)$, B$(-4,8)$ を通るから

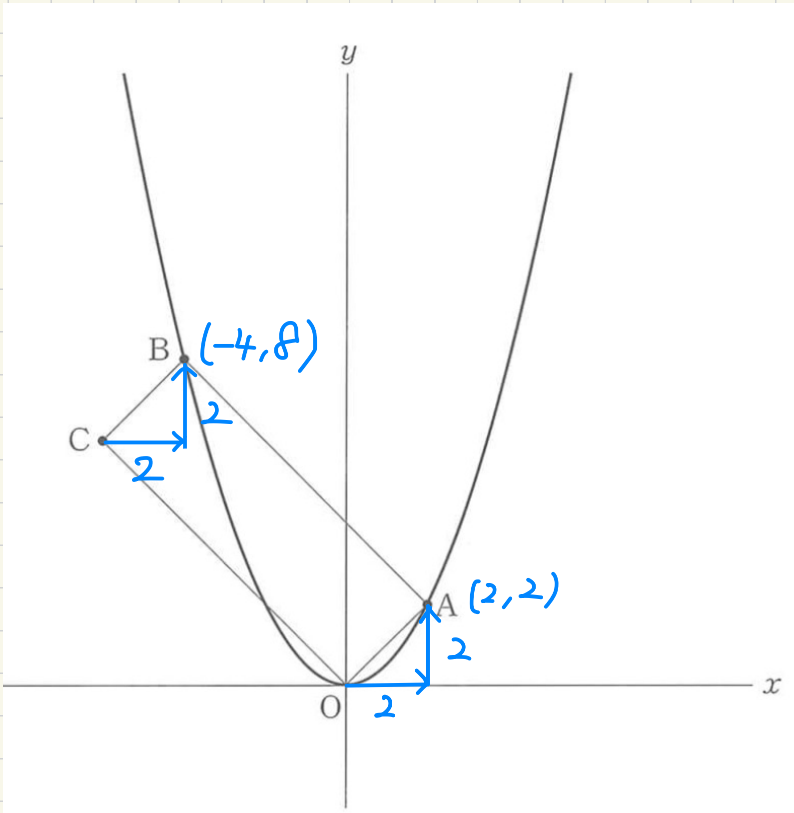
$$2=2m+n \quad \text{―― ①}$$
$$-)\ 8=-4m+n \quad \text{―― ②}$$
$$-6=6m$$
$$m=-1$$

$m=-1$ を①に代入して

$$2=2\times(-1)+n \Rightarrow n=4$$

よって $y=-x+4$

(3)



O→Aは

右に2, 上に2

だけ進むので、

C→Bも

右に2, 上に2

だけ進む。

よって

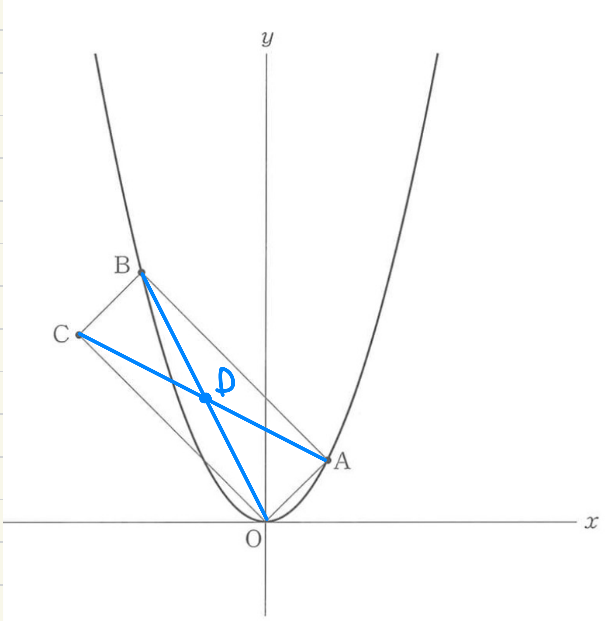
Cのx座標：-6

Cのy座標：6

$\therefore$ C$(-6, 6)$

(4)

(ア)



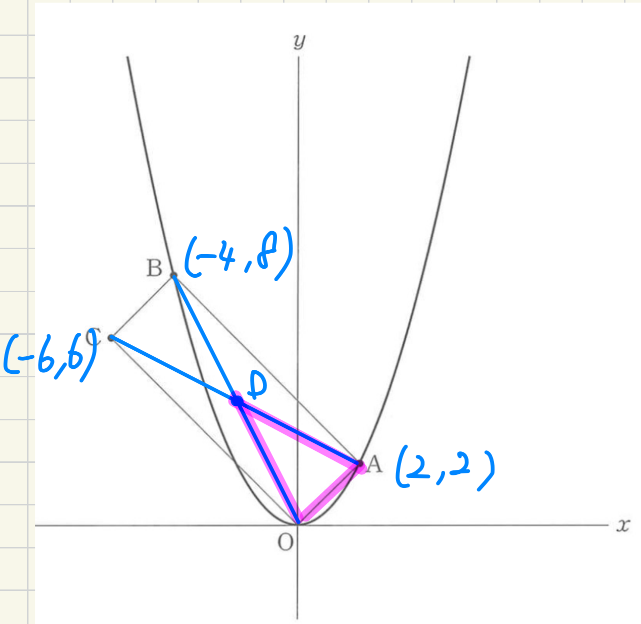
平行四辺形の対角線は
それぞれの中点で交わるので

OD = DB

よって

OD : DB = 1 : 1

(イ)



点DはOBの中点だから

Dのx座標 : $\dfrac{0+(-4)}{2} = -2$

Dのy座標 : $\dfrac{0+8}{2} = 4$

∴ D(−2, 4)

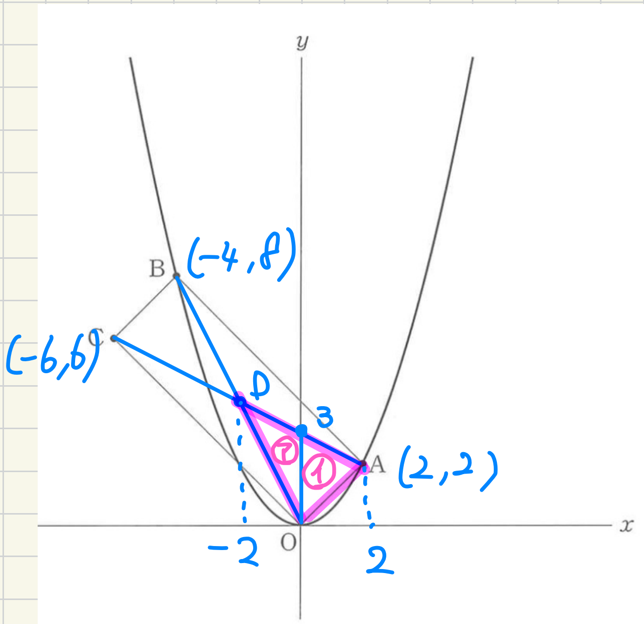
また、直線ACの式を $y = mx + n$ とおくと、A(2, 2)、
C(−6, 6)を通るから

$$
\begin{array}{rl}
2 = 2m + n & \text{——— ①} \\
-)\ 6 = -6m + n & \text{——— ②} \\
\hline
-4 = 8m & \\
m = -\dfrac{1}{2} &
\end{array}
$$

$m=-\frac{1}{2}$ を①に代入して

$$2=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+n \Rightarrow n=3$$

よって. 直線AC : $y=-\frac{1}{2}x+3$



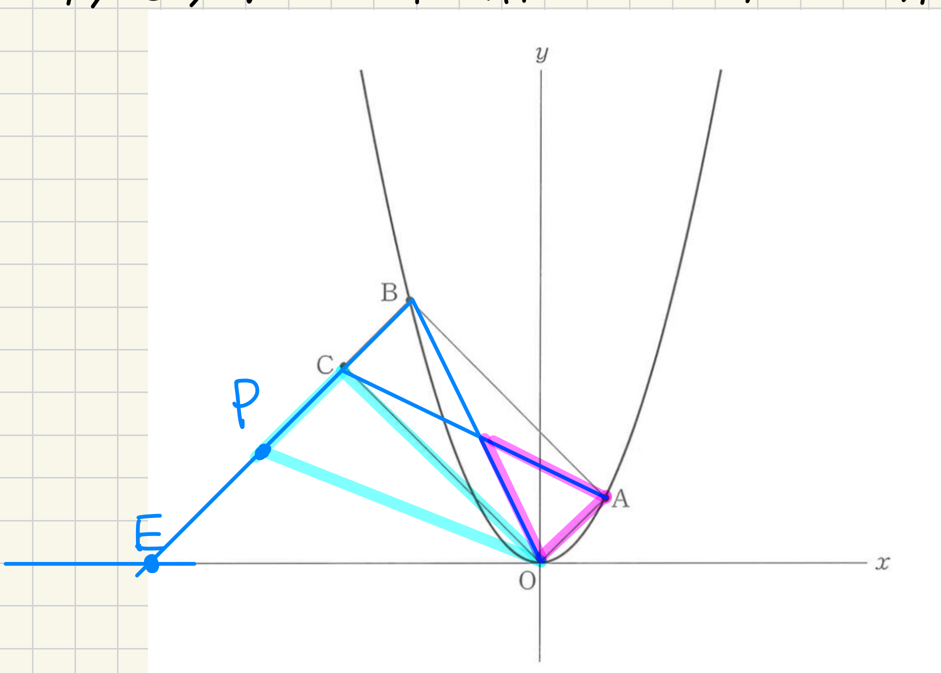
したがって. △OAD の面積は

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times3\times2}_{ア}+\underbrace{\frac{1}{2}\times3\times2}_{イ}$$

$=3+3$

$=6$

(ウ) (i) Pのx座標がCのx座標より小さいとき.



BCの延長線とx軸との交点をEとする.

△OAD : △OPC = 3 : 7

で. (イ) より △OAD = 6

だから

6 : △OPC = 3 : 7

3△OPC = 42

∴ △OPC = 14

⇒ △OPC の面積が14になれば良い.

直線BCの式を $y=mx+n$ とおくと，B$(-4,8)$，C$(-6,6)$ を通るから

$$\begin{array}{rl} 8=-4m+n & \text{——①} \\ -)\ 6=-6m+n & \text{——②} \\ \hline 2=2m & \end{array}$$

$m=1$

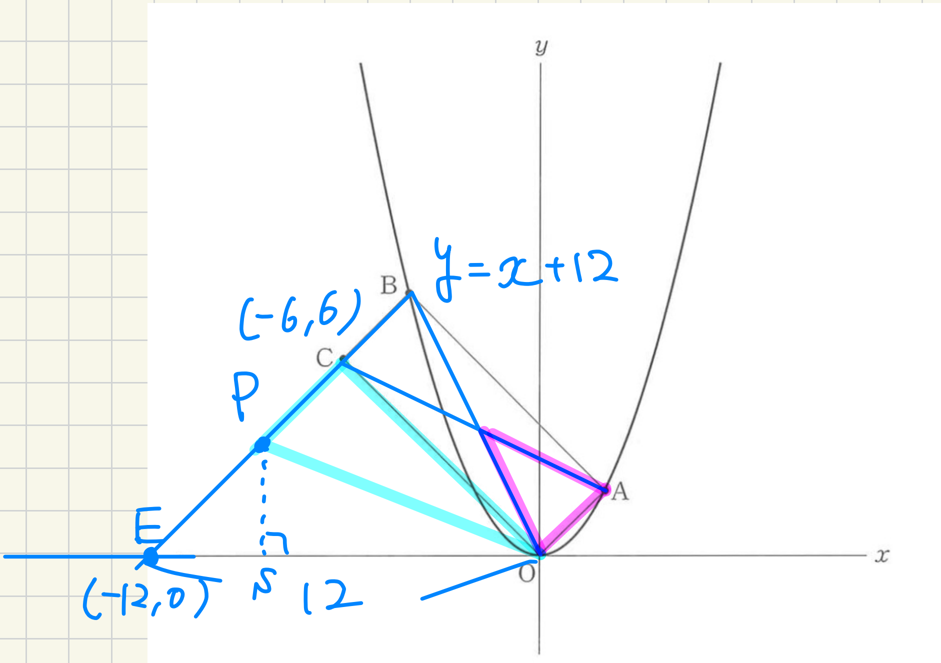
$m=1$ を①に代入して

$8=-4\times1+n \Rightarrow n=12$

よって直線BC：$y=x+12$

点Eは $y=x+12$ 上にあり，$y=0$ だから

$0=x+12 \quad \therefore x=-12 \quad \therefore E(-12,0)$



よって△CEOの面積は

$\frac{1}{2}\times12\times6=36$

$\underbrace{\triangle OPC}_{14}=\underbrace{\triangle CEO}_{36}-\triangle PEO$

$\Rightarrow 14=36-\triangle PEO$

$\therefore \triangle PEO=22$

点Pのx座標をsとすると，点Pは $y=x+12$ 上にあるから

$y=s+12$

△PEOで，EOを底辺としたときの高さ．

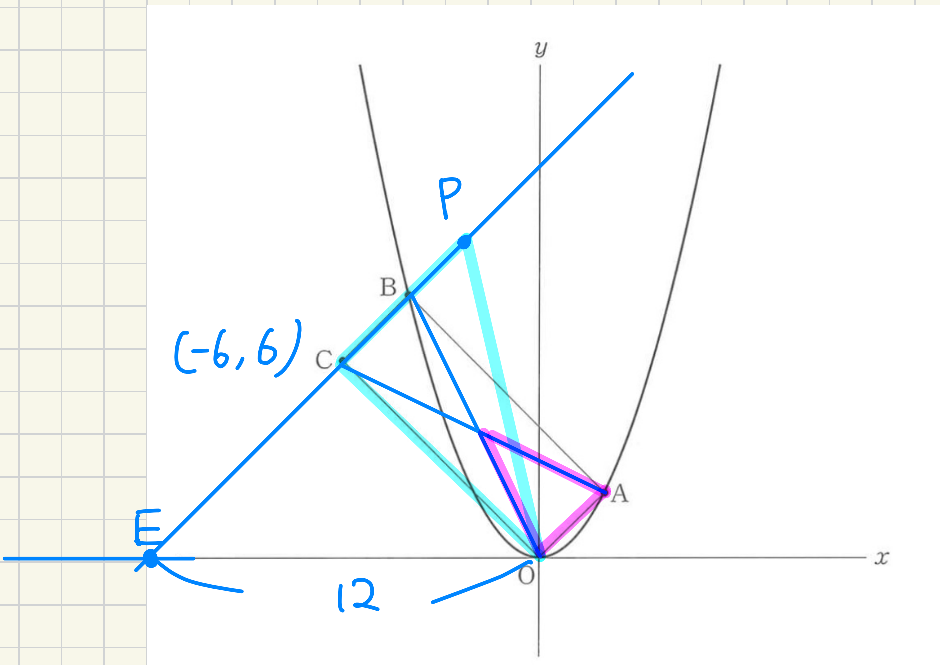
よって，△PEOの面積は

$$\frac{1}{2}\times 12\times(s+12)=6(s+12)$$

これが22になれば良いので

$$6(s+12)=22$$
$$\Leftrightarrow\ 6s+72=22$$
$$\Leftrightarrow\ 6s=-50$$
$$\therefore s=-\frac{25}{3}$$

(ii) Pのx座標がCのx座標より大きいとき．



$\triangle OPC=\triangle OPE-\triangle OCE$

$\triangle OPC$: 14　$\triangle OCE$: 36

よって

$14=\triangle OPE-36$

$\triangle OPE=50$

となれば良い！

Pのx座標をtとすると，Pは$y=x+12$上にあるから

$$y=t+12$$

△OPEでEOを底辺としたときの高さ

よって△OPEの面積は

$$\frac{1}{2}\times 12\times (t+12)=6(t+12)$$

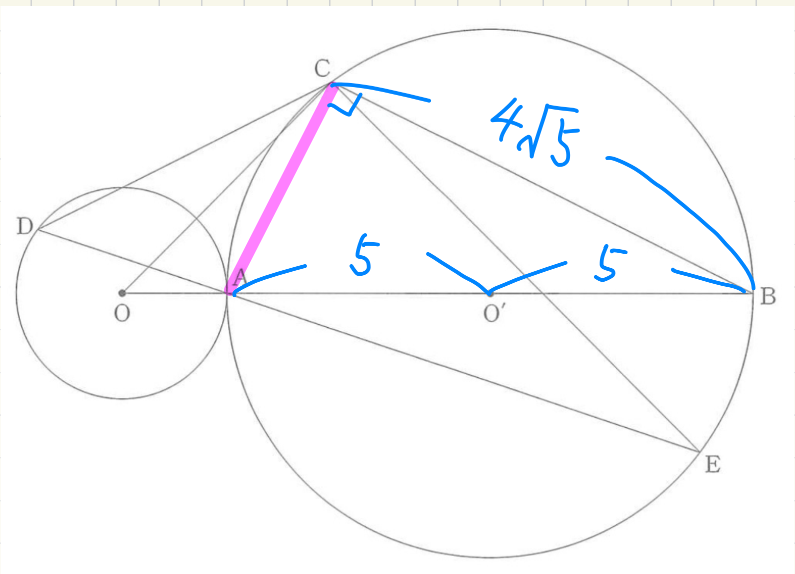
これが50になれば良いので

$$6(t+12)=50$$
$$\Leftrightarrow\ 6t+72=50$$
$$\Leftrightarrow\ 6t=-22$$
$$\therefore\ t=-\frac{11}{3}$$

以上より，求めるPのx座標は $-\frac{11}{3}$，$-\frac{25}{3}$

$\boxed{4}$

(1)



∠ACBは直径ABに対する円周角だから

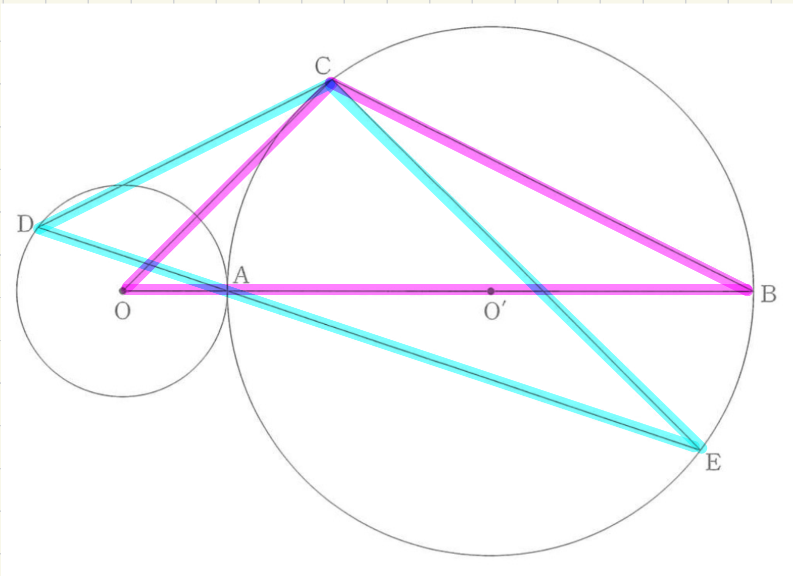
$$\angle ACB=90^\circ$$

△ABCで三平方の定理より

$$AC = \sqrt{10^2 - (4\sqrt{5})^2} = \sqrt{100-80} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$= 2\sqrt{5}$ cm

(2)



△OBCと△DECにおいて，仮定より

∠COA = ∠CDA なので

∠COB = ∠CDE ―①

円O′において$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角だから

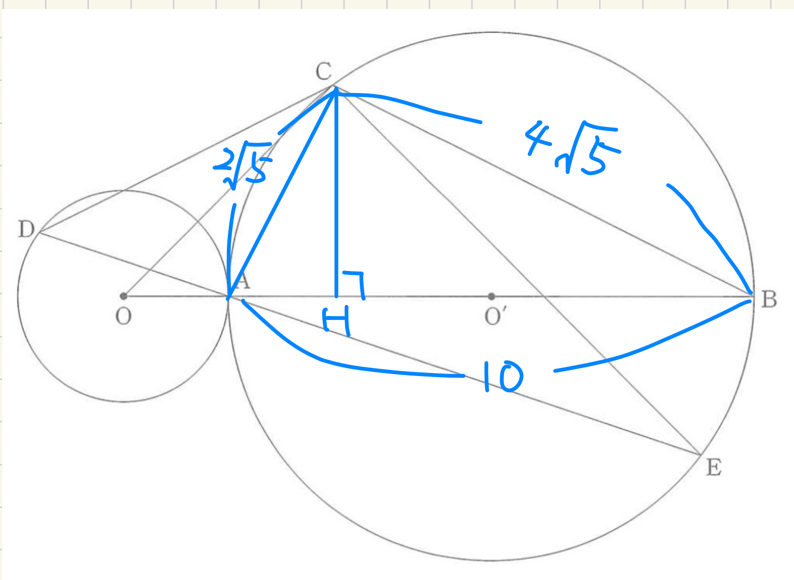
∠CBO = ∠CED ―②

①,② より2組の角がそれぞれ等しいので

△OBC ∽ △DEC (証明終わり)

(3)

(ア)



△ABCにおいて，

底辺をAC，高さをBCとすると，面積は

$$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 4\sqrt{5}$$

$$= \frac{1}{2} \times 40$$

$$= 20 \quad \text{—— ①}$$

一方，ABを底辺，CHを高さとすると，面積は

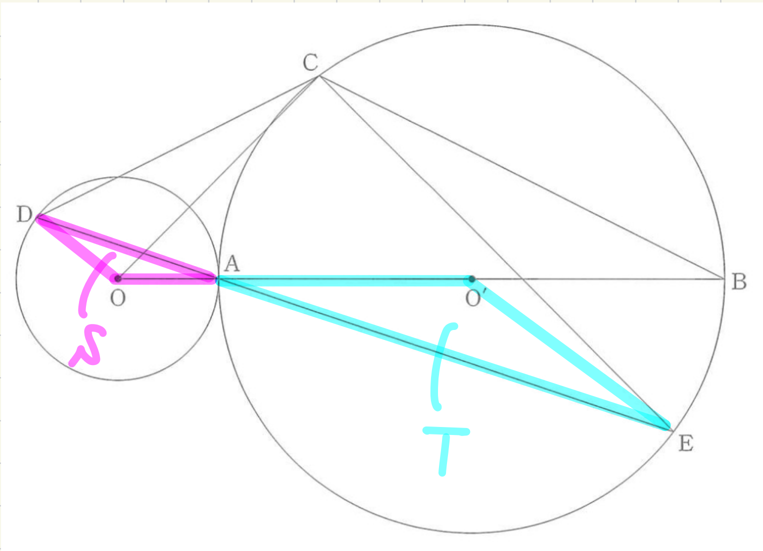
$$\frac{1}{2} \times 10 \times CH = 5CH \quad —— ②$$

① = ② だから

$$5CH = 20$$

$$\therefore CH = 4\,cm$$

(イ)



△OADはOA = OD
の二等辺三角形なので，

$$\angle OAD = \angle ODA \quad —— ①$$

△O'AEはO'A = O'E
の二等辺三角形なので，

$$\angle O'AE = \angle O'EA \quad —— ②$$

対頂角は等しいから

$$\angle OAD = \angle O'AE \quad —— ③$$

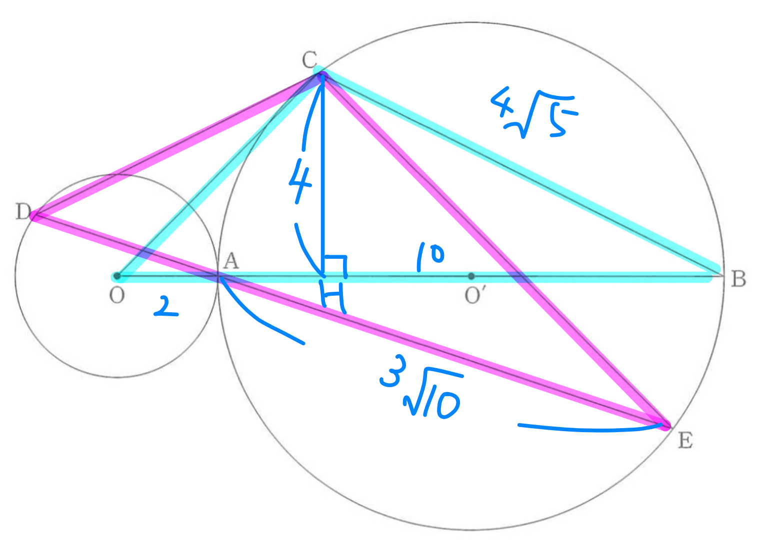
①，②，③から

$$\angle ODA = \angle O'EA \quad —— ④$$

よって，△OADと△O'AEは，③，④から2組の角がそれぞれ等しいので，△OAD∽△O'AE
相似比はOA : O'A = 2 : 5であり，面積比は，相似比の2乗に等しいから

$$S : T = 2^2 : 5^2 = 4 : 25$$

(ウ)



(イ)より △OAD ∽ △O′AE で，相似比は 2 : 5 で
あるから．

$$\underbrace{AD : AE}_{AE = 3\sqrt{10}} = 2 : 5$$

$$\therefore\ 5AD = 6\sqrt{10}$$

$$AD = \frac{6\sqrt{10}}{5}$$

したがって

$$DE = \frac{6\sqrt{10}}{5} + 3\sqrt{10}$$

$$= \frac{6\sqrt{10} + 15\sqrt{10}}{5}$$

$$= \frac{21\sqrt{10}}{5}\ \text{cm}$$

(2)より △OBC ∽ △DEC だから，相似比は．

$$OB : DE = 12 : \frac{21\sqrt{10}}{5}$$

$OB = OA + AB$
$= 2 + 10$
$= 12$

$$= 60 : 21\sqrt{10} \quad \times 5$$

$$= 20 : 7\sqrt{10} \quad \div 3$$

よって．△OBC と △DEC の面積比は．相似比の
2乗に等しいから

$$\triangle OBC : \triangle DEC = 20^2 : (7\sqrt{10})^2$$
$$= 400 : 490$$
$$= 40 : 49$$

ここで、$\triangle OBC$ の面積は

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24$$

であるから

$$24 : \triangle DEC = 40 : 49$$

よって

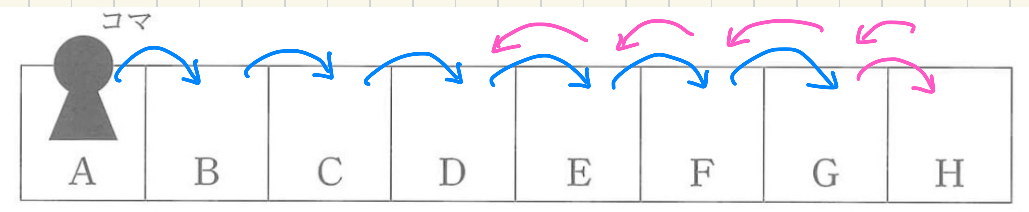
$$40 \triangle DEC = 24 \times 49$$

$$\triangle DEC = \frac{24 \times 49}{40}$$
$$= \frac{3 \times 49}{5}$$
$$= \frac{147}{5} \text{ cm}^2$$

$\boxed{5}$

(1)

(ア)



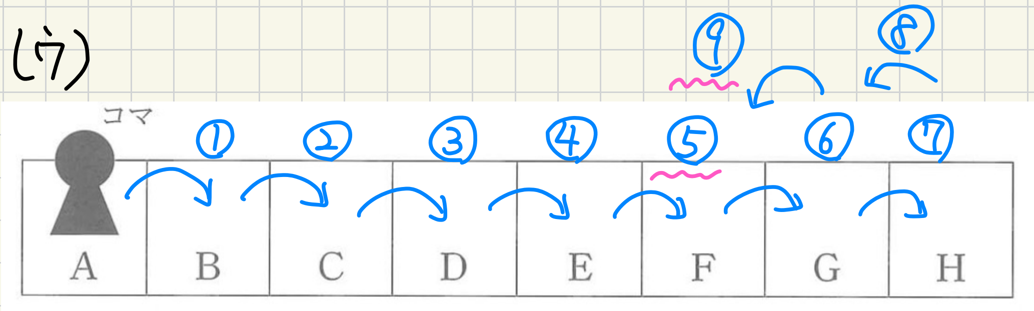
→ : 1回目

→ : 2回目

図より D

(イ) 1回目で6，2回目で6が出たときが最大であるが，これときコマはCにいる。よって，Aに止まることはないので，確率は0

(ウ)



コマがFにいるとき，2つのさいころの目の和が5または8になれば良い．

・和が5のとき
(1回目，2回目) = (1，4)，(2，3)，(3，2)，(4，1)
の4通り

・和が9のとき
(1回目，2回目) = (3，6)，(4，5)，(5，4)，(6，3)
の4通り

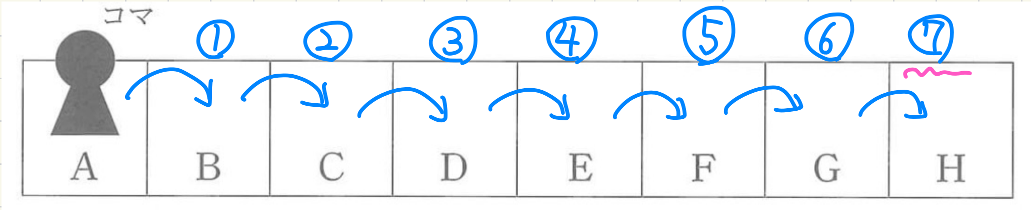
よって コマがFに止まる場合の数は．

$$4+4=8\text{通り}$$

2つのさいころを投げたときの出る目は，$6\times6=36$通りなので，求める確率は

$$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$$

(1)



コマがHにいるのは、2つのさいころの目の和が7なので、

(1回目, 2回目) = (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)

の6通り。よって、コマがHにいる確率は

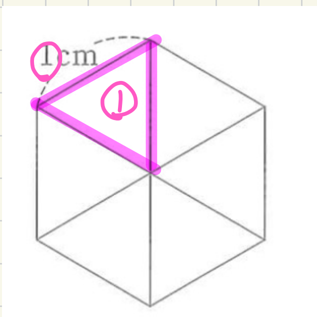
$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

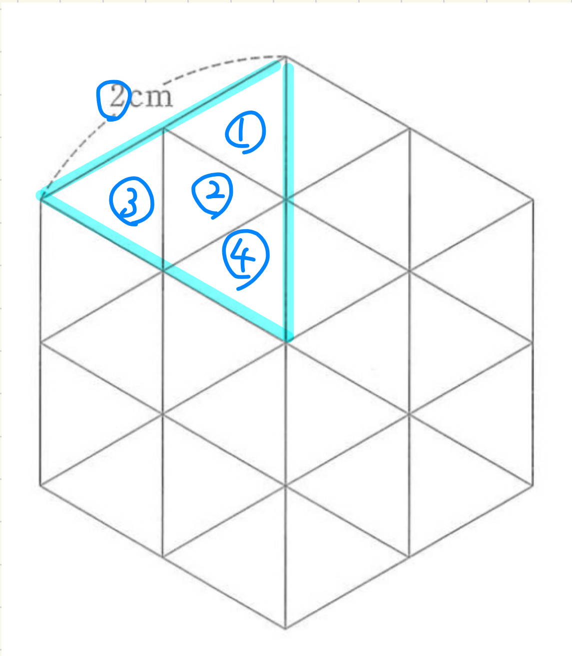
したがって、コマがHにいない確率は

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

(2)

(ア)





① × 6 = 6枚

1^2

④ × 6 = 24枚

2^2

1辺が3cmのとき ⇒ $3^2 \times 6 = 54$枚

⇒ 1辺がn cmのとき ⇒ $n^2 \times 6 = 6n^2$枚

(イ)

1辺が6cmのとき ⇒ $6^2 \times 6 = 216$枚

(ウ)

求める1辺の長さをn cmとおくと、使用するタイルの枚数は $n^2 \times 6 = 6n^2$ 枚である。よって、

$$6n^2 \leqq 2023$$

となれば良い。

$$n^2 \leqq \frac{2023}{6} = 337.1666\cdots$$

$$\Leftrightarrow n^2 \leqq 337.1666\cdots$$

よって、平方数であり、337より小さく、337に近い数を求めれば良い

$18^2 = 324$、 $19^2 = 361$

OK NG

であるから、$n^2 \leqq 337.1666\cdots$ を満たす整数nで、337に最も近いのは、$n = 18$ である。

よって、求める値は18cm