2023年度　島根県
数学

kmkm

[第1問題]

問1 与式 $= 2 - 4$

$= -2$

問2 与式 $= 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

$= 4\sqrt{5}$

※ $\dfrac{10}{\sqrt{5}} = \dfrac{10}{\sqrt{5}} \times \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$

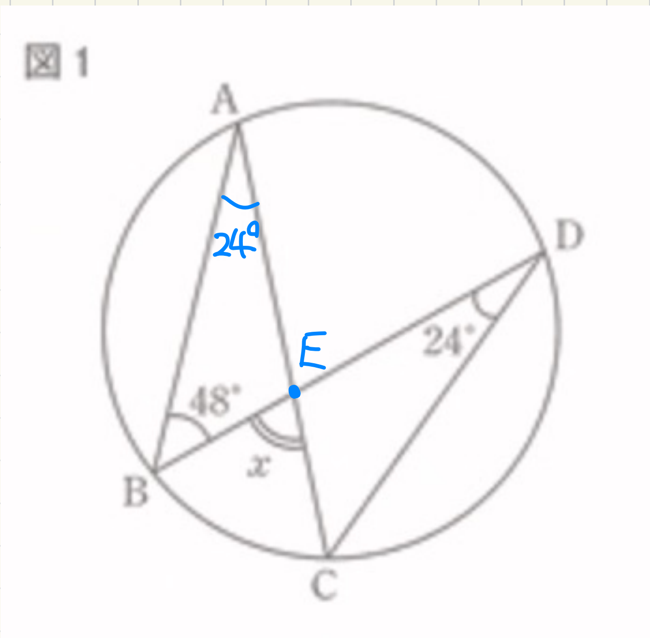
問3 解の公式より

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

問4 $5a + 3b > 1000$

問5

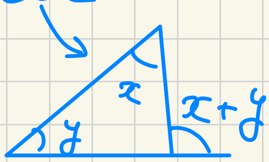


ACとDBの交点をEとする。
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから

$\angle BAC = \angle BDC$

$\therefore \angle BAC = 24°$

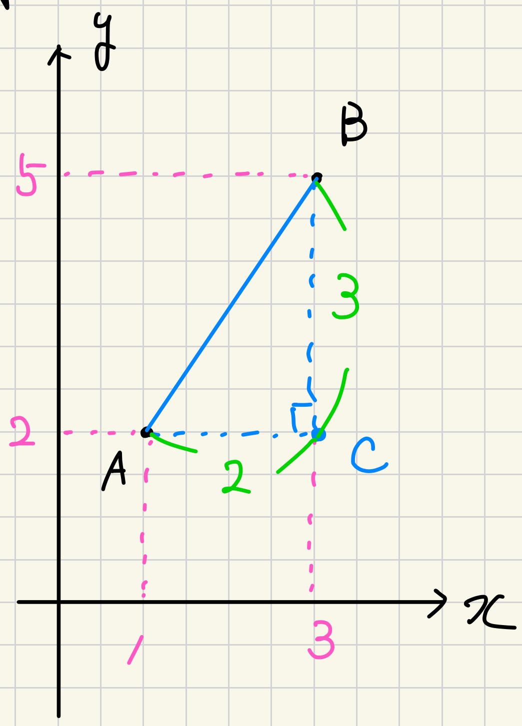
$\triangle ABE$で外角の定理より



$\angle x = 48° + 24°$

$= 72°$

問 6



左図のように点Cをとる.

$AC = 3-1 = 2$

$BC = 5-2 = 3$

△ABCで三平方の定理より

$AB = \sqrt{2^2+3^2}$ $= \sqrt{4+9}$

$= \sqrt{13}$ cm $= \sqrt{13}$

問 7

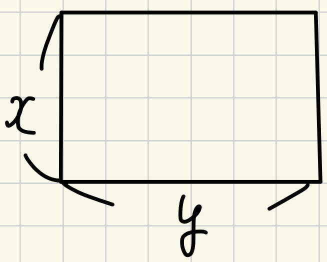
ア : $y = 2 \times x \times \pi$

$= 2\pi x$ … yはxに比例

イ : $y = x \times x \times \pi$

$= \pi x^2$ … yはx^2に比例

ウ : $x + y + x + y = 20$



$\Leftrightarrow 2x + 2y = 20$

$\Leftrightarrow 2y = -2x + 20$

$\therefore y = -x + 10$ … yはxに比例

エ : $x \times y = 20$

$\therefore y = \dfrac{20}{x}$ … yはxに反比例

問8　1日あたり3問解く日数をx日，1日あたり5問解く日数をy日とする．

冬休みは20日なので

$$x + y = 20 \quad \text{——} ①$$

問題数は70問なので

$$3x + 5y = 70 \quad \text{——} ②$$

① × 3 − ② より

$$\begin{array}{rr} & 3x + 3y = 60 \\ -) & 3x + 5y = 70 \\ \hline & -2y = -10 \\ & y = 5 \end{array}$$

$y = 5$ を ① に代入して

$$x + 5 = 20$$

$$\therefore x = 15$$

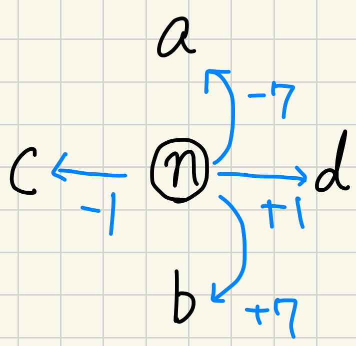
よって 3問解く日は15日，5問解く日は5日

問9

1.

図2

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	



$a = n - 7$

2. $a=n-7$, $b=n+7$, $c=n-1$, $d=n+1$ より

$$bc-ad=(n+7)(n-1)-(n-7)(n+1)$$
$$=n^2+6n-7-(n^2-6n-7)$$
$$=n^2+6n-7-n^2+6n+7$$
$$=12n$$

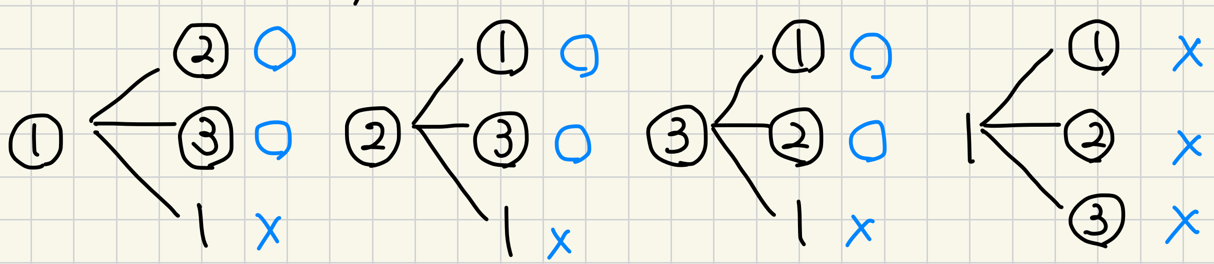
nは整数なので、$12n$は12の倍数。よって、$bc-ad$は12の倍数である
ア

[第2問題]

問1

1 球の取り出し方は4通り。そのうち赤球の取り出し方は3通り。よって求める確率は $\frac{3}{4}$

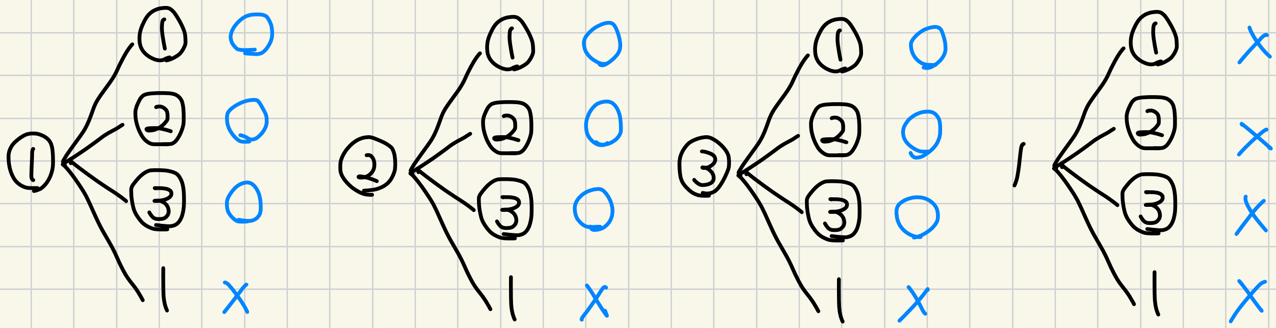
2. 赤球を①、②、③、白球を1として、樹形図は以下の通り



よって、求める確率は

$$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

3. 樹形図は、以下の通り

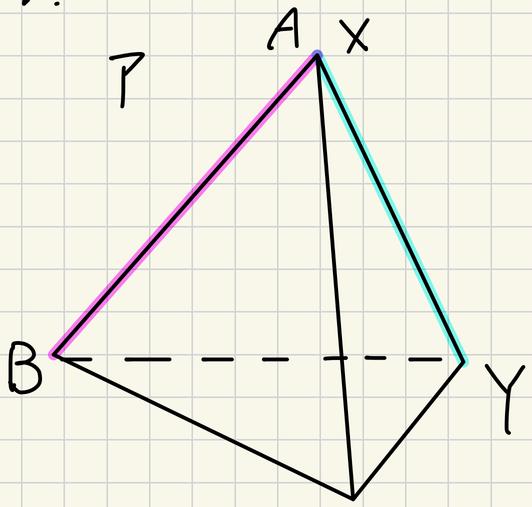


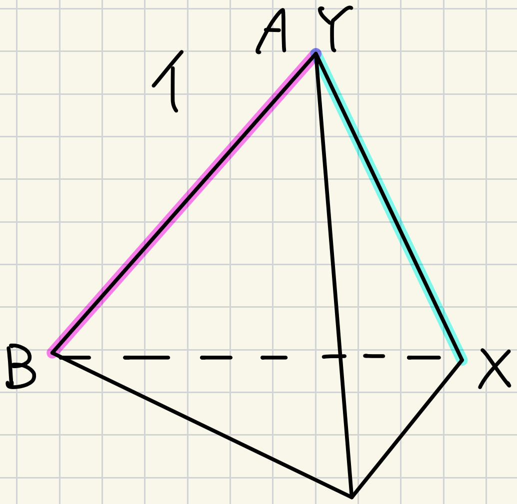
よって、求める確率は

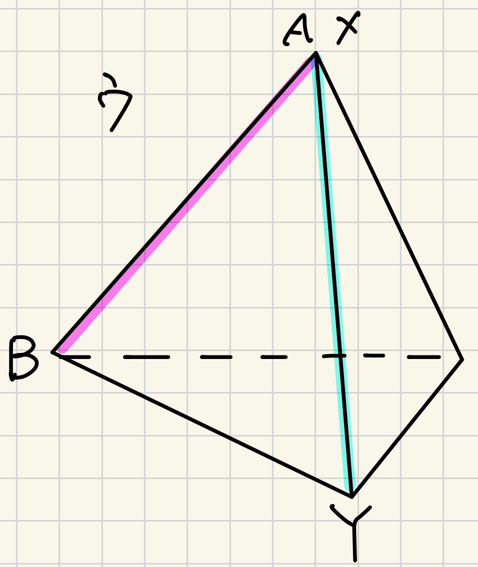
$\frac{9}{16}$

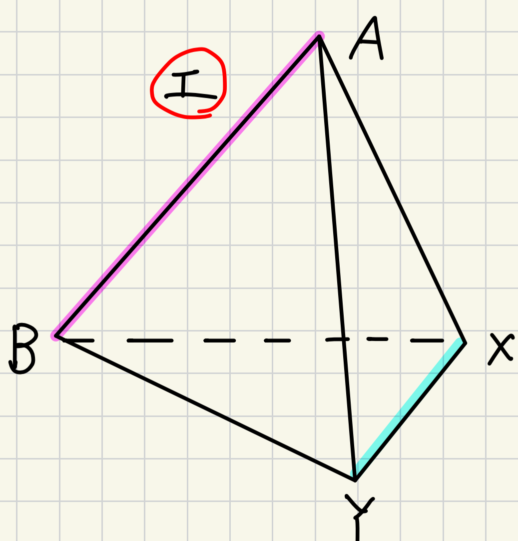
問2

1.





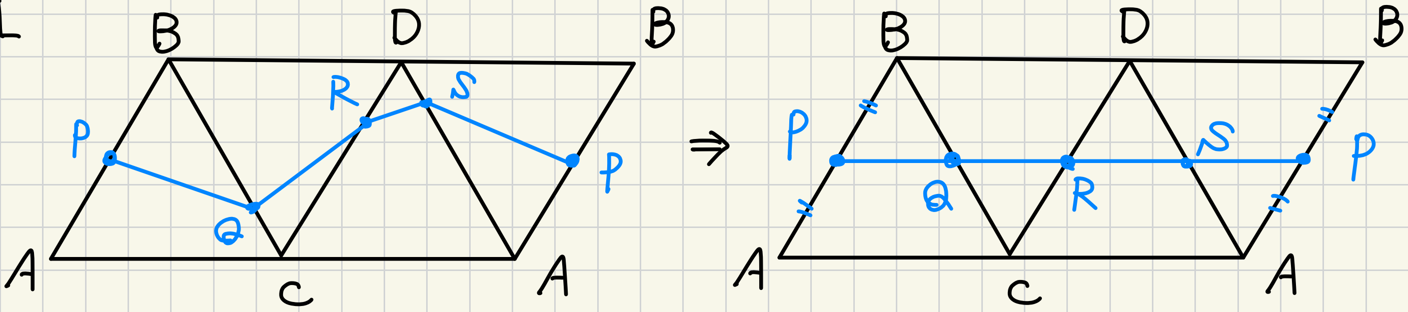




よって、辺ABと辺XYがねじれの位置にあるのはエ

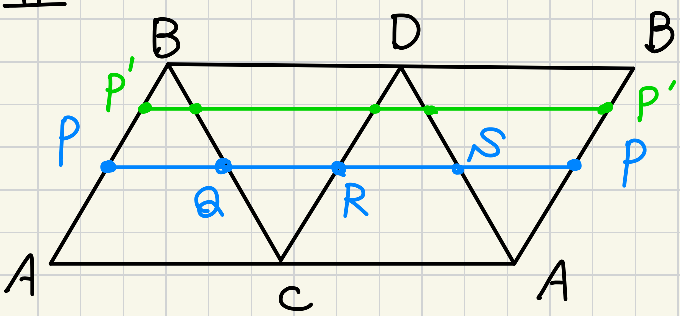
2.

I



PQ+QR+RS+SPが最小となるのは
点P.Q.R.Sが1つの直線上に並んでいるとき。

II



□P'PPP'は平行四辺形
だから
$$\begin{cases} PP' = PP' \\ PP' \parallel PP' \end{cases}$$
PP=P'P'

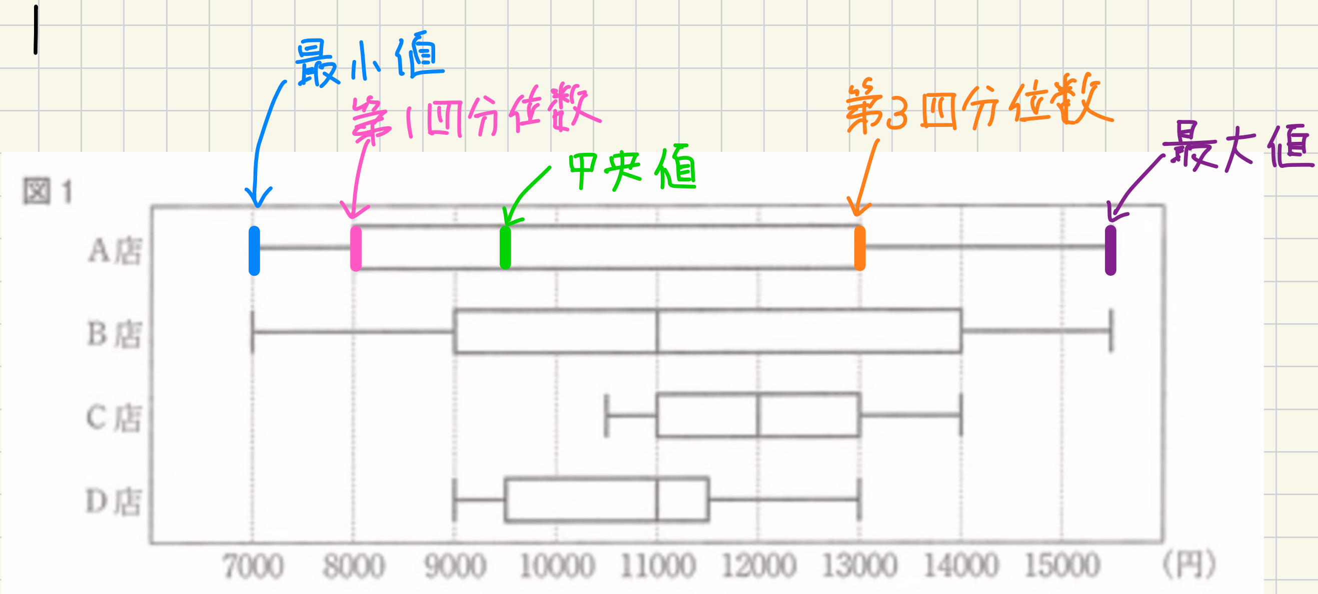
よって同じになる イ

[第3問題]

問1

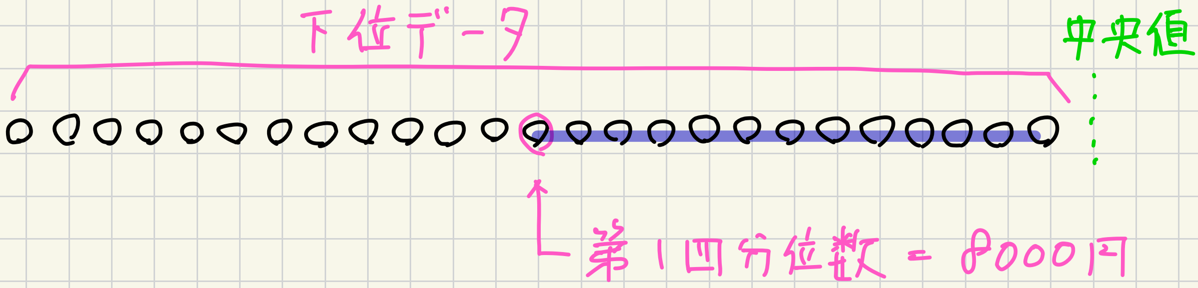
1.

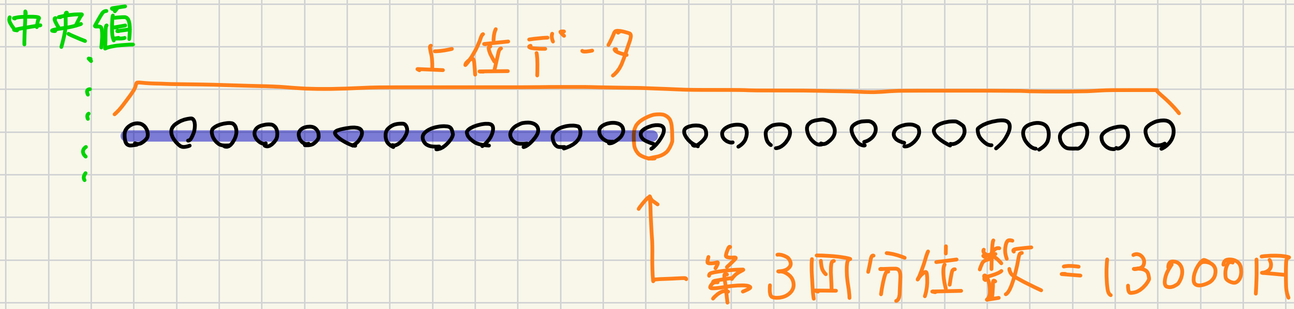
(1)



よって、A店の第1四分位数は8000円

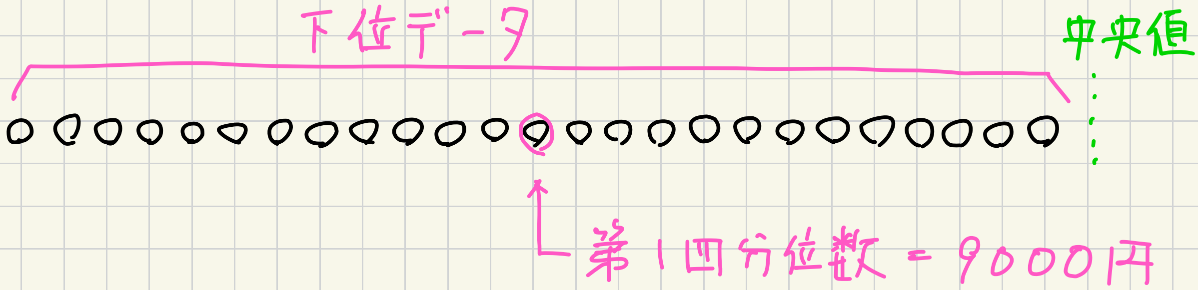
(2)
ア

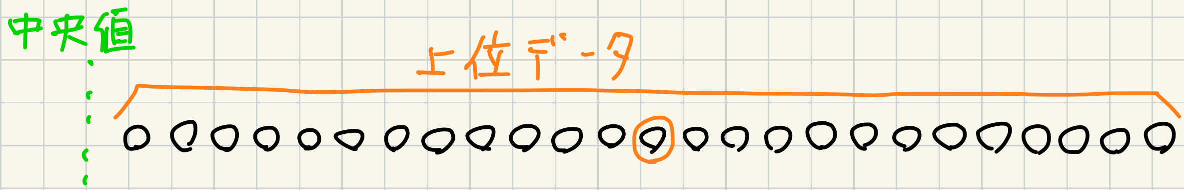




――：少なくとも8000円以上13000円以下の台数で、20台より多いので誤り。

イ.



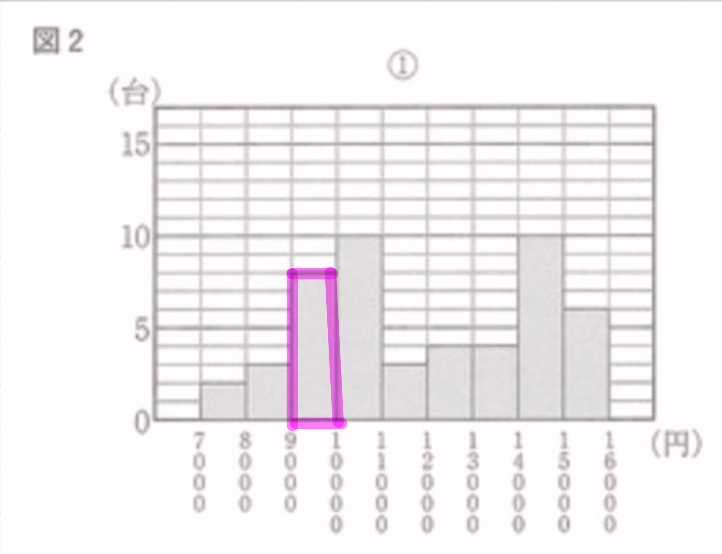


データを小さい順に並べたとき、13台目(第1四分位数)が9000円なので、B店には9000円の自転車が必ずある。よって正しい

ウ：C店の最小値は10000円より大きい。
よって、C店には、10000円以下の自転車は必ずないので正しい

エ：箱ひげ図から平均値は分からないので、誤り。

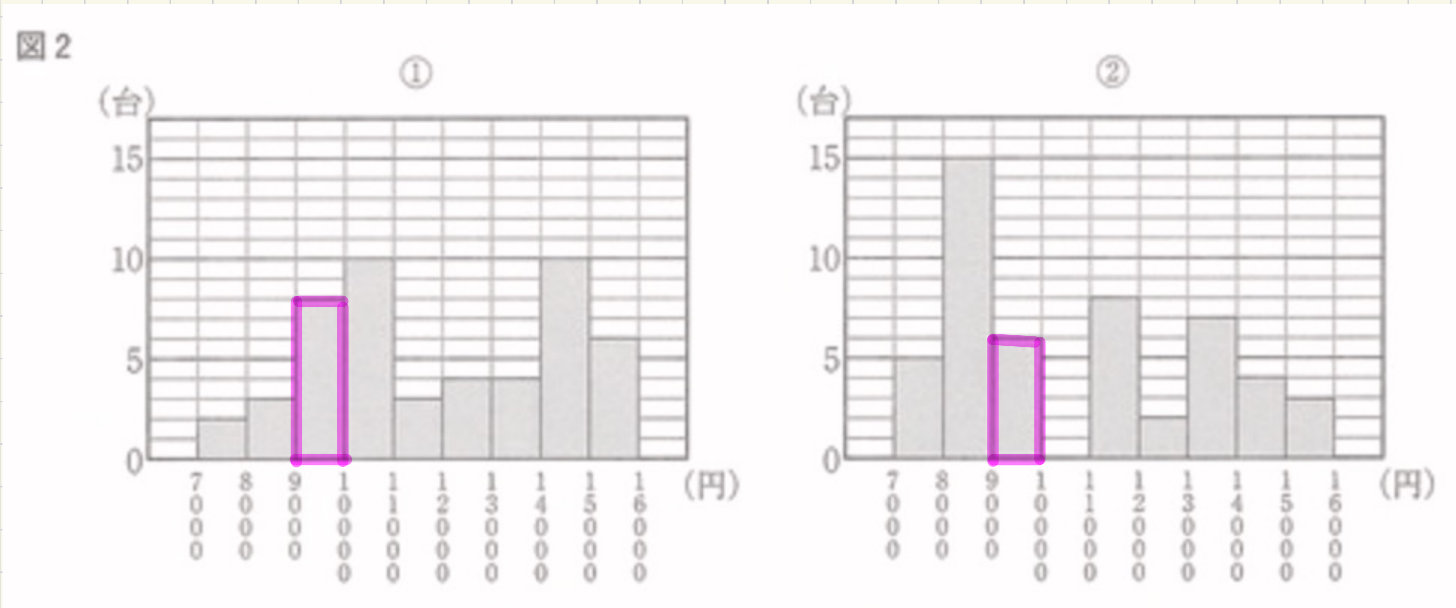
2. (1)



9000円以上10000円未満の台数は8台。よって相対度数は

$$\frac{8}{50} = 0.16$$

(2)



9000円以上10000円未満の自転車が多くあるのは①。また、①のデータを小さい順に並べる。

①

下位データ　中央値

○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○

7000〜8000　8000〜9000　9000〜10000　10000〜11000　11000〜12000

第1四分位数

中央値　上位データ

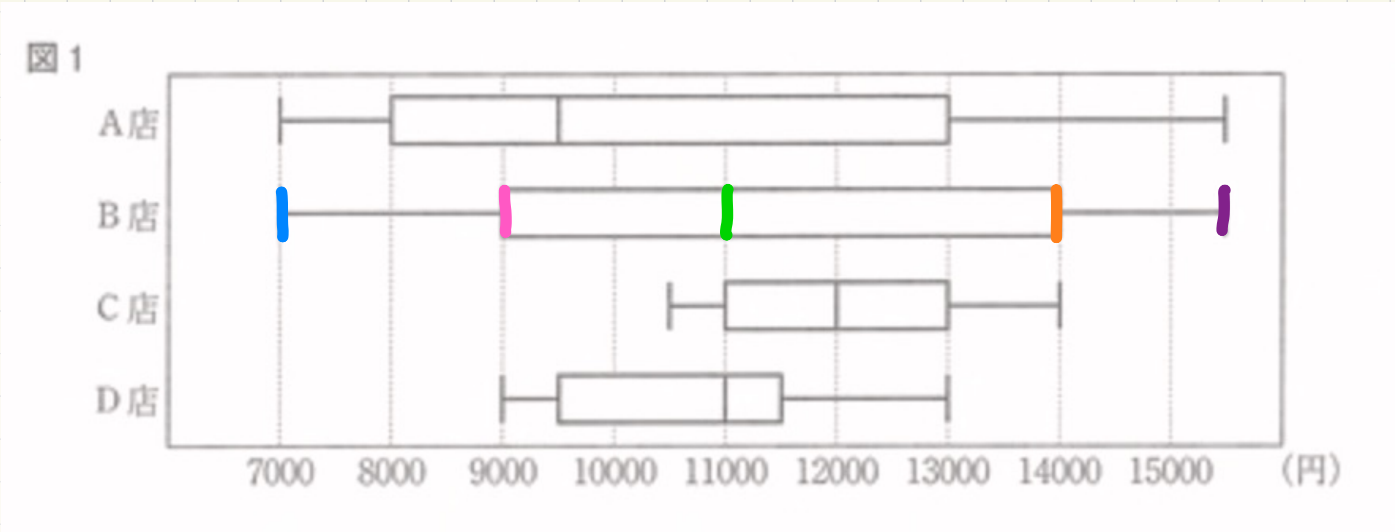
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○

11000〜12000　12000〜13000　13000〜14000　14000〜15000　15000〜16000

第3四分位数

よって①は

最小値：7000円以上 8000円未満
第1四分位数：9000円以上 10000円未満
中央値：11000円以上 12000円未満
第3四分位数：14000円以上 15000円未満
最大値：15000円以上 16000円未満

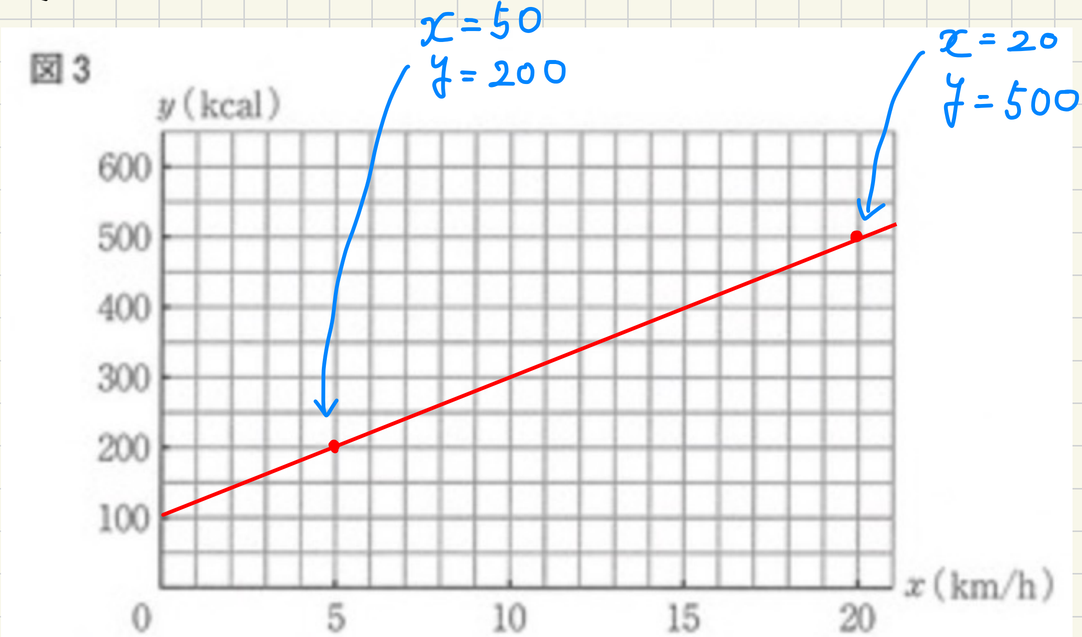


よって①はB店なので、②がA店である。

以上より答えは、イ

問2

1.



2. 求める式を $y=ax+b$ とおくと、
$(5, 200)$、$(20, 500)$ を通るから

$$\begin{array}{rl} 200 = 5a + b & \text{——①} \\ -)\ 500 = 20a + b & \text{——②} \\ \hline -300 = -15a & \end{array}$$

$$a = 20$$

$a=20$ を ① に代入して

$$200 = 5 \times 20 + b \Rightarrow b = 100$$

よって、$y = 20x + 100$

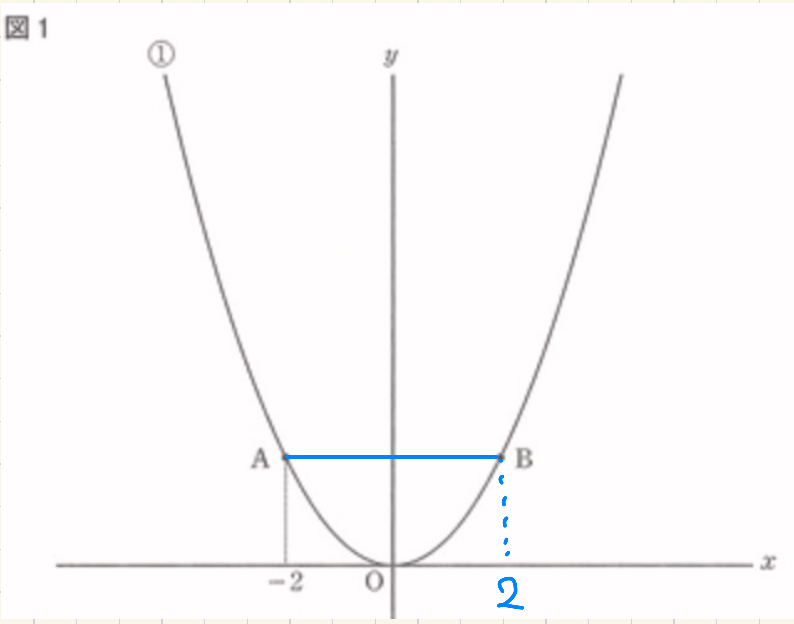
3. $y=20x+100$ に $y=740$ を代入して

$$740 = 20x + 100$$
$$\Leftrightarrow 20x = 640$$
$$\therefore x = 32$$

$0 \leqq x \leqq 40$ では、1次関数とみなせるので問題に適する

よって、32km/h

[第4問題]
問1



点Bは、点Aのy軸について対称なので、
点Bのx座標は2
よって

$$AB = 2-(-2)$$
$$= 4$$

問2

1. $y=ax^2$ において、x が p から q まで変化するときの変化の割合は、$a(p+q)$ で表される。

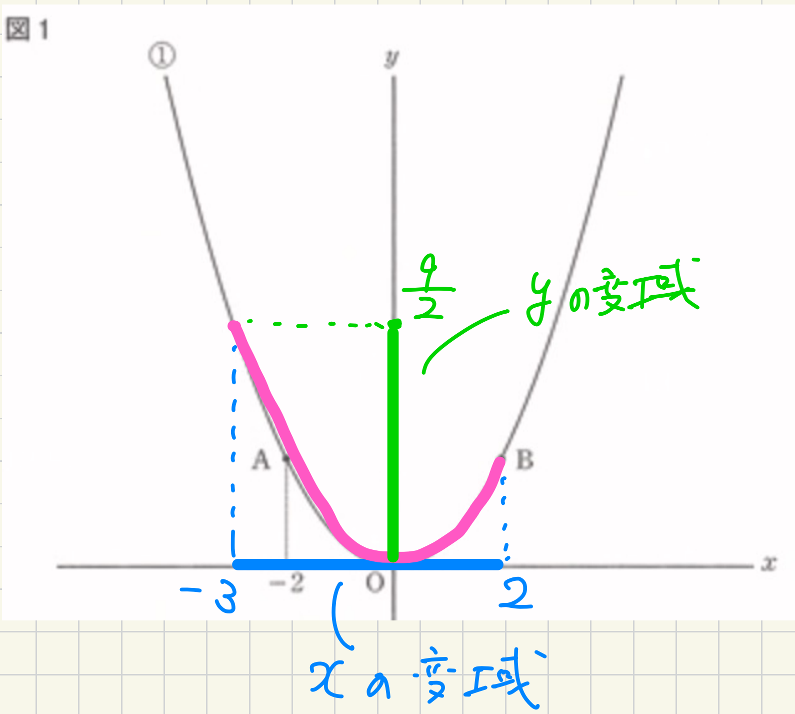
ア：変化の割合 $=\frac{1}{2}(0+2)=1$

イ：変化の割合 $=\frac{1}{2}(2+4)=3$

ウ：変化の割合 $=\frac{1}{2}(4+6)=5$

よって、ウ

2.



グラフより、$x=-3$ のとき

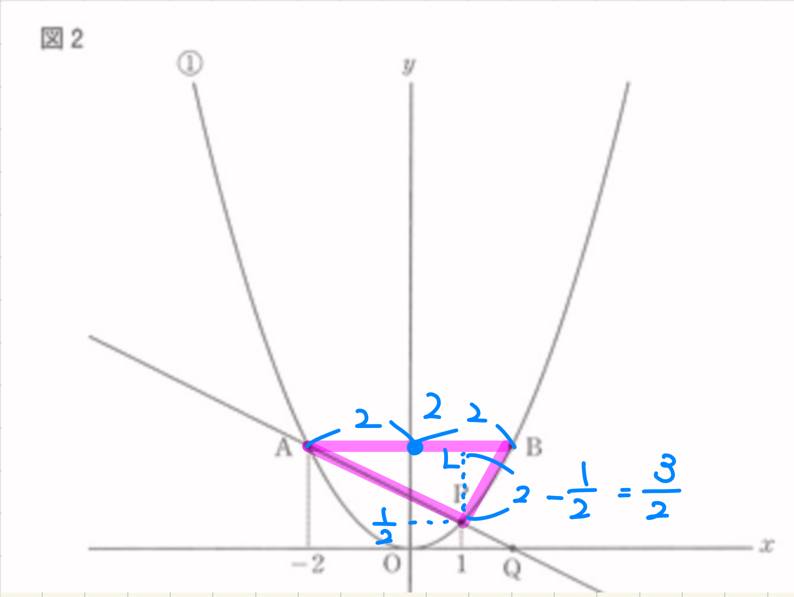
$$y=\frac{1}{2}\times(-3)^2$$

$$=\frac{9}{2}$$

よって、y の変域は、$0 \leqq y \leqq \frac{9}{2}$

問3

1.



点Pは、$y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり、$x=1$ なので、

$$y=\frac{1}{2}\times 1^2$$
$$=\frac{1}{2}$$

$\therefore P(1, \frac{1}{2})$

よって、△APBの面積は

$$\frac{1}{2}\times 4\times\frac{3}{2}=3$$

2.

(1) 点Pは $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり、$x=4$ なので、

$$y=\frac{1}{2}\times 4^2$$
$$=8 \qquad \therefore P(4, 8)$$

点Aは $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり、$x=-2$ なので、

$$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2$$
$$=2 \qquad \therefore A(-2, 2)$$

直線APの式を $y=ax+b$ とおくと、A(-2, 2)、P(4, 8)を通るので、

$$
\begin{array}{rl}
 & 2 = -2a + b \quad \text{—— ①} \\
-) & 8 = 4a + b \quad \text{—— ②} \\
\hline
 & -6 = -6a
\end{array}
$$

$$a = 1$$

$a = 1$ を ① に代入して

$$2 = -2 \times 1 + b \Rightarrow b = 4$$

よって、直線AP : $y = x + 4$

したがって、直線APの傾きは 1

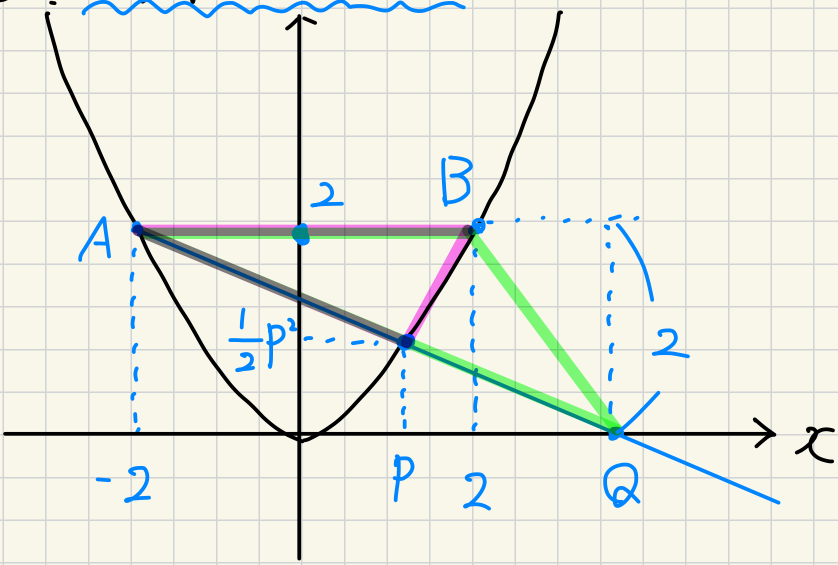
(2) 点Qは直線AP : $y = x + 4$ において、$y = 0$ なので

$$0 = x + 4$$

$$\therefore x = -4$$

よって、点Qの座標は $(-4, 0)$

3. (i) $P < 2$ のとき



$\triangle APB$ と $\triangle AQB$ において、底辺をABとすると、底辺が等しいので、面積比は高さの比と等しい。

$\triangle APB = \frac{1}{2}\triangle AQB$ より、$\triangle APB$ の高さが、$\triangle AQB$ の高さの $\frac{1}{2}$ になれば良い。

△APB の高さ

点 P は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり $x=p$ なので.

$y=\frac{1}{2}p^2$　　$\therefore P(p, \frac{1}{2}p^2)$

よって △APB の高さは

$2-\frac{1}{2}p^2$

△AQB の高さ

図より 2

よって

$2-\frac{1}{2}p^2 = 2\times\frac{1}{2}$

両辺 ×2

式を整理して.

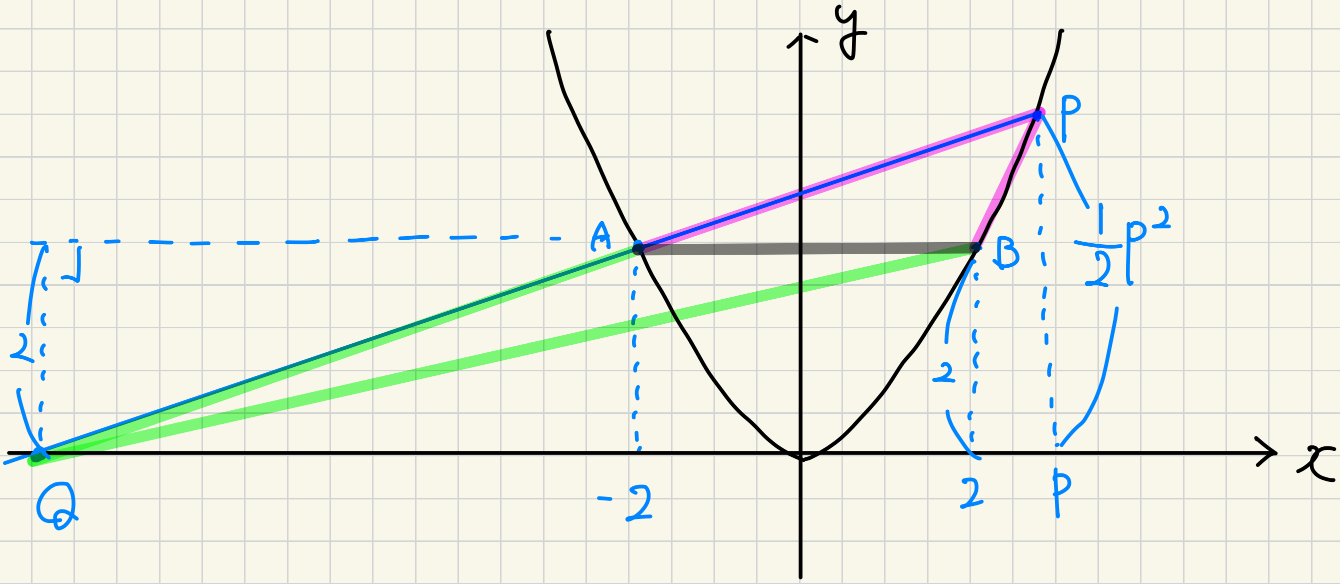
$4-p^2=2$

$\Leftrightarrow p^2=2$

$\therefore p=\pm\sqrt{2}$

$p>0$ より $p=\sqrt{2}$

(ii) $p > 2$ のとき



(i) と同様に

△APBの高さ ： $\frac{1}{2}p^2 - 2$

△AQBの高さ ： 2

よって

$$\frac{1}{2}p^2 - 2 = 2 \times \frac{1}{2}$$

両辺×2

$$\Leftrightarrow \quad p^2 - 4 = 2$$

$$\Leftrightarrow \quad p^2 = 6$$

$$\therefore \ p = \pm\sqrt{6}$$

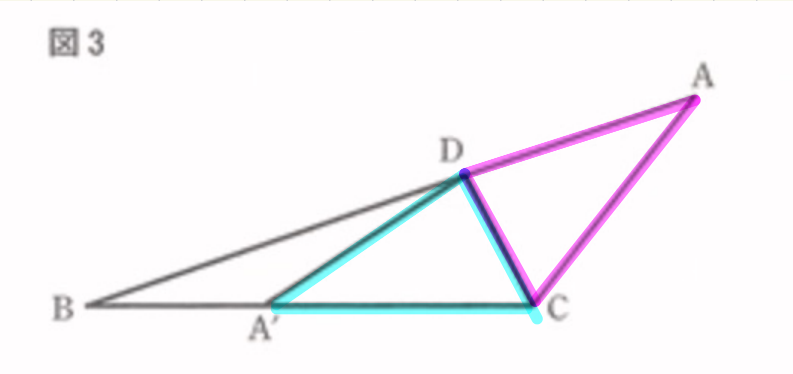
$p > 0$ より、$p = \sqrt{6}$

以上より、$p = \sqrt{2}, \sqrt{6}$

[第5問題]

問1

1.



CDは折り返しなので、

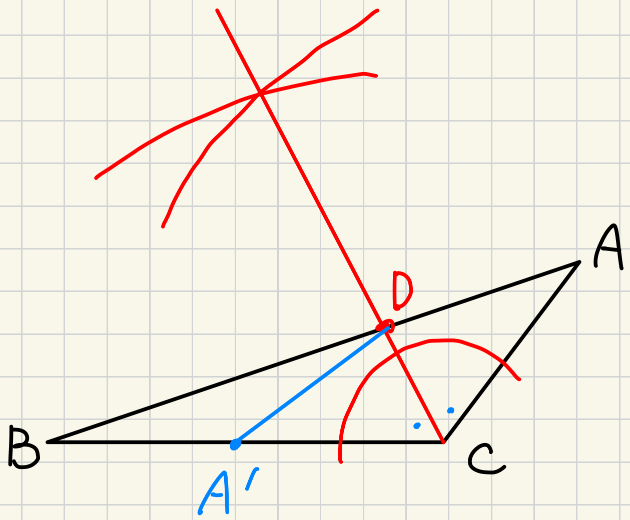
$AC = A'C$

$AD = A'D$

$CD = CD$

よって、△ACDと合同な三角形は、△A′CD

2.



∠BCAの二等分線

(理由)

1.より△ACD≡△A′CD

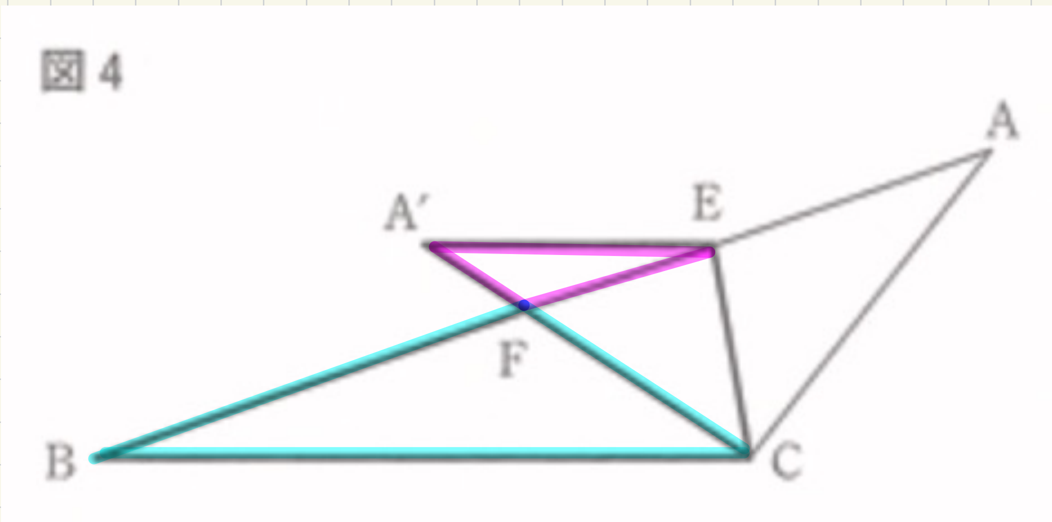
より、対応する角は等しいから

∠ACD = ∠A′CD

よって、∠BCAの二等分線を作図する

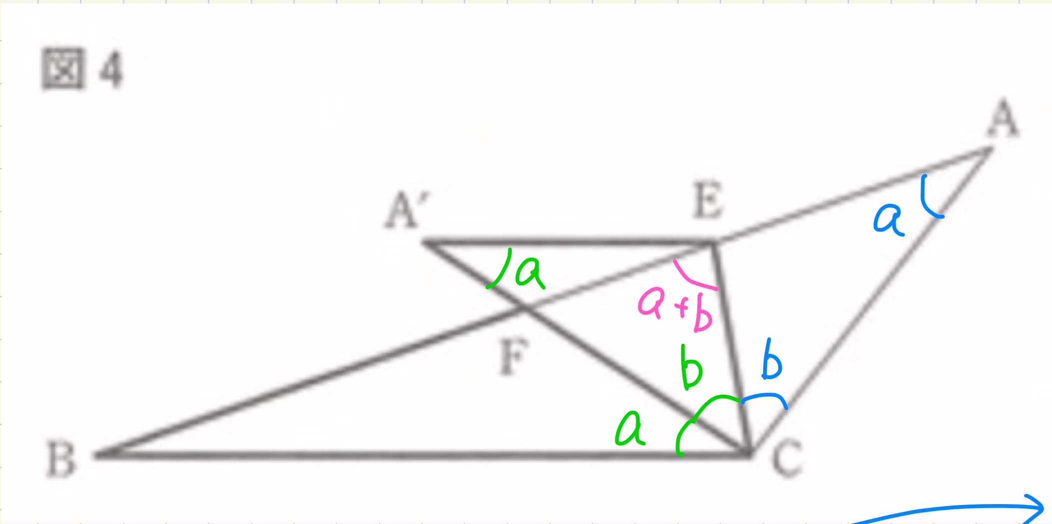
問2

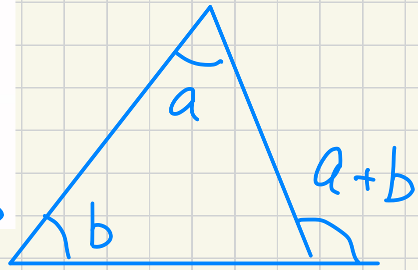
1.



△A'FE と△CFBにおいて.
対頂角は等しいので.
$\angle A'FE = \angle CFB$ ―― ①
$A'E \parallel BC$ より錯角は等しいので.
$\angle A'EF = \angle CBF$ ―― ②
①.② より 2組の角がそれぞれ等しいので
$\triangle A'FE \sim \triangle CFB$ (証明終わり)

2.



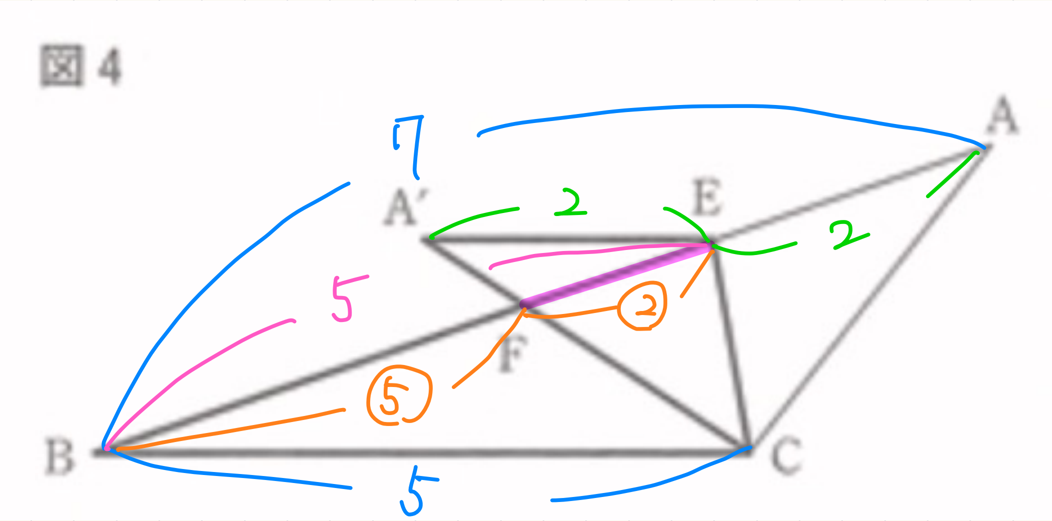


△AECで外角の定理より
$\angle CEB = \angle a + \angle b$

CEは折り返しなので.
$\angle A'CE = b$
$\angle EA'C = a$.
$A'E \parallel BC$ より錯角は等しいので.
$\angle EA'C = \angle BCA'$　　$\therefore \angle BCA' = a$
よって. $\angle BCE = a + b$

以上より. $\angle CEB$. $\angle BCE$

3.



2.より∠CEB＝∠BCEなので、△BCEは二等辺三角形。よって、BC＝BEより

BE＝5cm

よって

AE＝7−5
＝2cm

ECは折り返しなので、AE＝A'E。よって、

A'E＝2cm

1.より△A'FE ∽ △CFBなので、対応する辺の比は等しいから

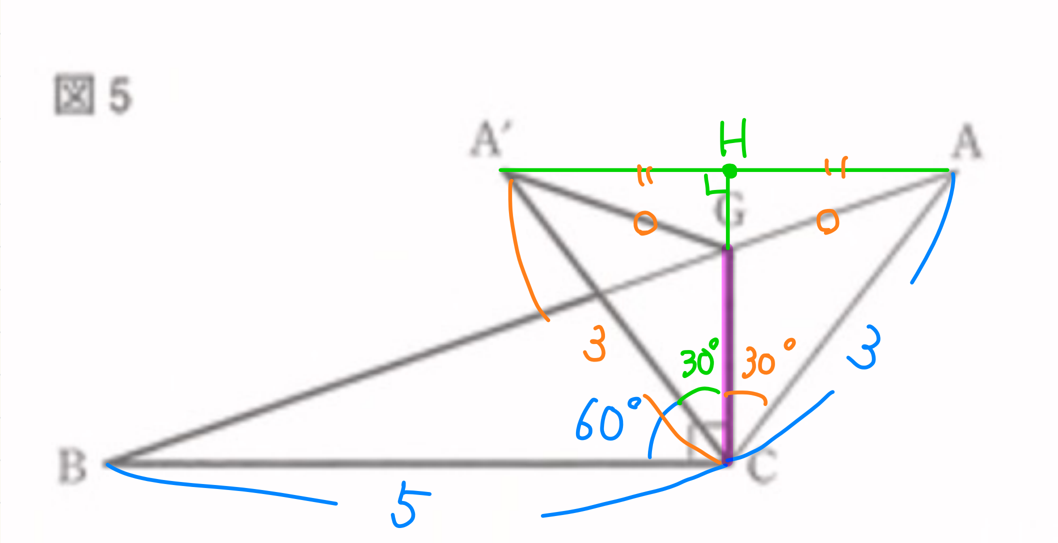
FE：FB＝A'E：CB
＝2：5

よって、

$$EF = 5\,\text{cm} \times \frac{2}{2+5}$$

$$= \frac{10}{7}\,\text{cm}$$

問3.



AA'とCGの延長線の交点をHとする。
また、
$\angle A'CH = 90° - 60°$
$= 30°$

CGは折り返しなので、

$AC = A'C \Rightarrow A'C = 3$

$\angle A'CH = \angle ACH \Rightarrow \angle ACH = 30°$

$A'H = AH \Rightarrow$ 点HはAA'の中点
$A'G = AG \Rightarrow \triangle A'GA$は二等辺三角形

$\rightarrow \angle A'HG = 90°$

$\therefore \triangle A'CH$は、30°－60°－90°の直角三角形なので、

$A'H : A'C : HC = 1 : 2 : \sqrt{3}$

3cm

$\therefore 3 : HC = 2 : \sqrt{3}$

$2HC = 3\sqrt{3}$

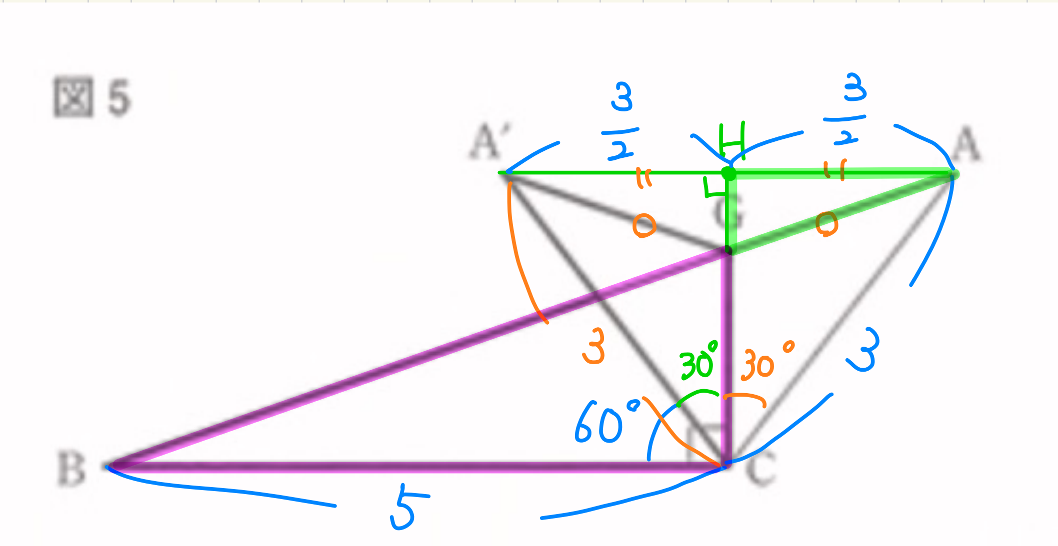
$HC = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ cm

$A'H : 3 = 1 : 2$

$2A'H = 3$

$A'H = \frac{3}{2}$ cm

$\Rightarrow AH = \frac{3}{2}$ cm



△AGHと△BGCにおいて.
対頂角は等しいから
$\angle AGH = \angle BGC$ ——①
また.
$\angle AHG = \angle BCG = 90°$ ——②
①.②より2組の角がそれぞれ等しいので.
△AGH∽△BGC

対応する辺の比は等しいから
$GH : GC = AH : BC$
$= \frac{3}{2} : 5$
$= 3 : 10$

$HC = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ cm より

$CG = \frac{3}{2}\sqrt{3} \times \frac{10}{3+10}$

$= \frac{15\sqrt{3}}{13}$ cm

$= \frac{3}{2}\sqrt{3} \times \frac{10}{13}$
$= \frac{15}{13}\sqrt{3}$