2023年度 鳥取県
数学

kmkm

問題 1

問 1

(1) 与式 $= -6+2$

$= -4$

(2) 与式 $= -\dfrac{2}{3} \times \dfrac{9}{8}$

$= -\dfrac{3}{4}$

(3) 与式 $= 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

$= 5\sqrt{2}$

(4) 与式 $= 8x + 4 - 6x - 3$

$= 2x + 1$

(5) 与式 $= \dfrac{3xy \times 2x^3y^2}{-x^3y}$

$= -6xy^2$

問 2

与式 $= (x-1)(x-2)$

問 3

解の公式より

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$$

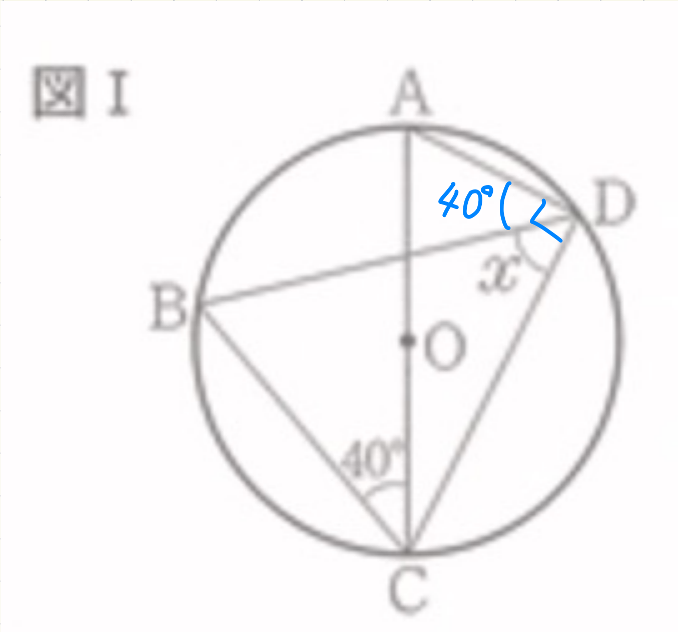
$$= \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

問4 $y=ax^2$ において、x が p から q まで変化するときの変化の割合は、$a(p+q)$ で表される

$y=2x^2$ において、x が 1 から 4 まで変化するときの変化の割合は、

$$2\times(1+4)=2\times 5$$
$$=10$$

問5



∠ADCは直径に対する円周角なので、

$\angle ADC = 90^\circ$

$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから

$\angle ACB = \angle ADB$

$\therefore \angle ADB = 40^\circ$

よって、

$\angle x = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

問6

24の約数は、1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24。

玉の取り出し方は、1回目4通り、2回目4通りなので、全部で $4\times 4 = 16$ 通り

このうち、$a+b$ が24の約数となるのは、

$(a,b) = \underbrace{(1,1)}_{1+1=2}, \underbrace{(1,2)}_{1+2=3}, \underbrace{(1,3)}_{1+3=4},$

$\underbrace{(2,1)}_{2+1=3}$, $\underbrace{(2,2)}_{2+2=4}$, $\underbrace{(2,4)}_{2+4=6}$,

$\underbrace{(3,1)}_{3+1=4}$, $\underbrace{(3,3)}_{3+3=6}$,

$\underbrace{(4,2)}_{4+2=6}$, $\underbrace{(4,4)}_{4+4=8}$

の10通り。よって求める確率は

$$\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

問7.

168n が平方数になれば良い

○^{2}の形。○が一辺の長さ

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

より $n = 2 \times 3 \times 7$ であれば 168n は平方数となる.

$$168n = \underbrace{2^3 \times 3 \times 7}_{168} \times 2 \times 3 \times 7$$

$$= 2^4 \times 3^2 \times 7^2$$

$$= \underbrace{(2^2 \times 3 \times 7)^2}_{○^2\text{の形}}$$

よって.

$$n = 2 \times 3 \times 7$$

$$= 42$$

問8

(1) nを整数とし，連続する2つの偶数のうち，小さい方を$2n$とすると，もう一方の偶数は，$\underbrace{2n+2}_{ア}$と表される．

このとき，連続する2つの偶数の積は，

$$2n \times (2n+2) = 4n^2 + 4n$$
$$= \underbrace{4}_{イ}n(n+1) \quad —— ①$$

n，$n+1$は連続する2つの整数だから①の右辺の$n(n+1)$は2の倍数である．

よって，mを整数とすると，$n(n+1)$は$2m$と表される．

このとき，連続する2つの偶数の積は，

$$2n \times (2n+2) = 4\underbrace{n(n+1)}_{2m}$$
$$= 8m$$

mは整数だから，$2n \times (2n+2)$は8の倍数である

したがって，連続する2つの偶数の積は，8の倍数である．（証明終）

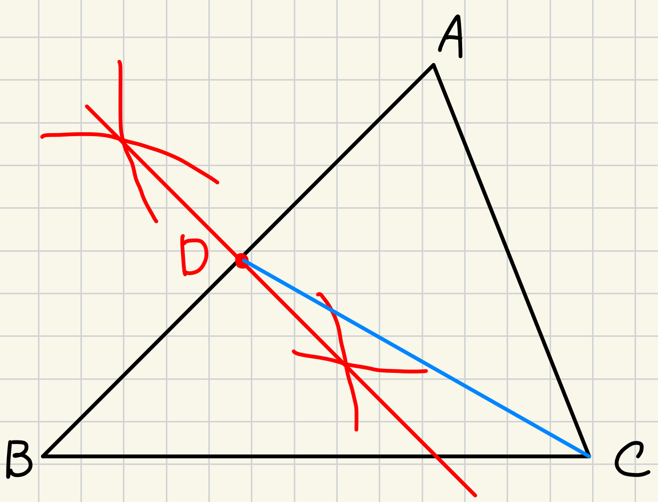
(2)

連続する2つの整数n，$n+1$は，どちらか一方が偶数である

整数と偶数の積は，2の倍数となるので，

$n(n+1)$は2の倍数である．

問9.



ABの垂直二等分線を描き、ABとの交点がDである。

(理由)

$\triangle ABC$と$\triangle ADC$において、底辺をAB、ADとすると、高さが等しいので、面積比は、底辺比と等しい。

点Dは、ABの中点なので、

$$AD : DB = 1 : 1 \Rightarrow AB : AD = 2 : 1$$

よって、

$$\triangle ABC : \triangle ADC = 2 : 1$$

$$\triangle ABC = 2\triangle ADC$$

$$\therefore \triangle ADC = \frac{1}{2}\triangle ABC$$

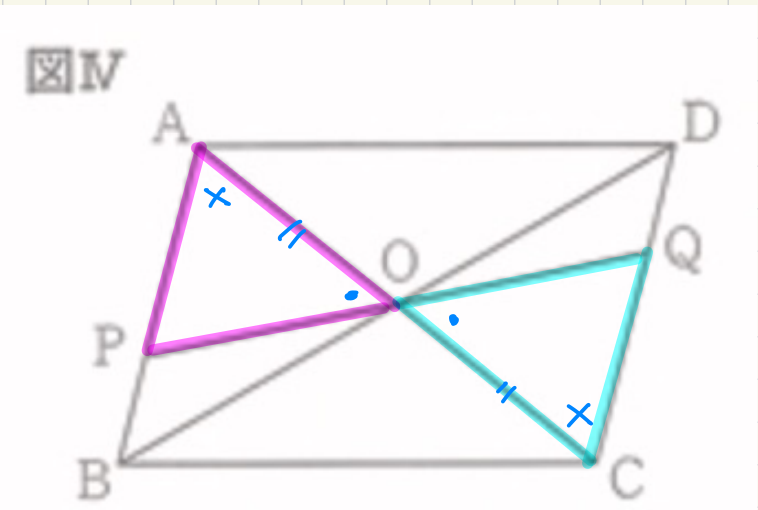
よって、CDは$\triangle ABC$の面積を二等分にする。

問10

(1)

(2)

(3)



$\triangle OAP$と$\triangle OCQ$で、

対頂角は等しいから

$\angle AOP = \angle COQ$ ―①

平行線の錯角 イ は

等しいので、$AB /\!/ DC$から

$\angle OAP = \angle OCQ$ エ — ②

平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるので、ウ

$OA = OC$ カ —— ③

①、②、③より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$\triangle OAP \equiv \triangle OCQ$

合同な図形では、対応する辺はそれぞれ等しいので、

$OP = OQ$ （証明終）

問題 2

問1　四分位範囲 = 第3四分位数 − 第1四分位数

1組の四分位範囲 = 8 − 4 = 4

2組の四分位範囲 = 7 − 3 = 4

3組の四分位範囲 = 9 − 4 = 5

4組の四分位範囲 = 8 − 4 = 4

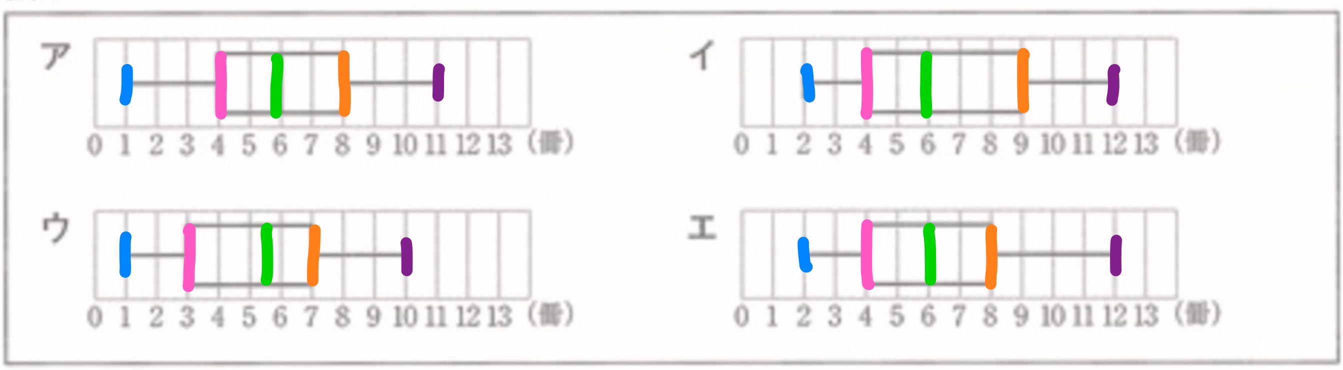
よって、四分位範囲が最も大きいクラスは3組で、

そのときの四分位範囲は5冊

問2　ー：最小値　ー：第1四分位数　ー：中央値

ー：第3四分位数　ー：最大値

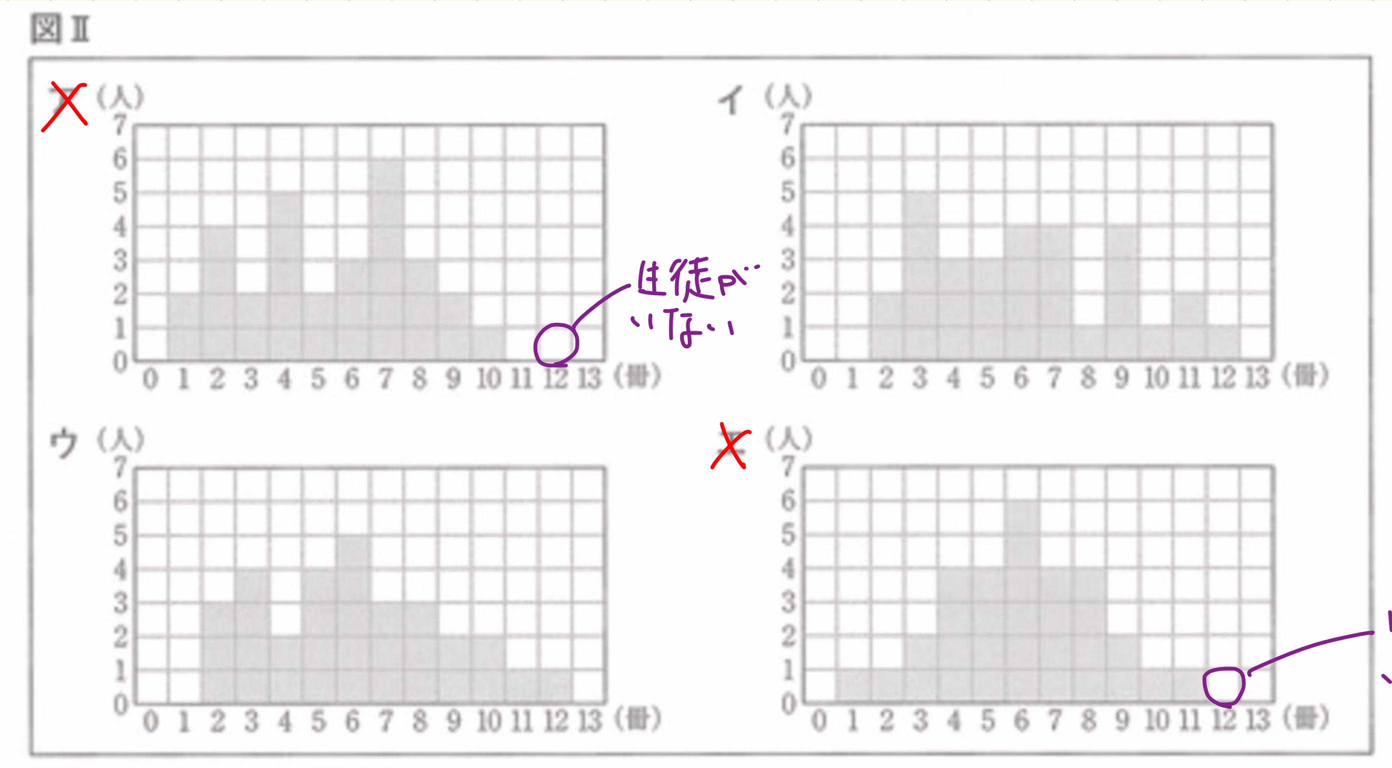
図 I



表より1組の箱ひげ図は エ

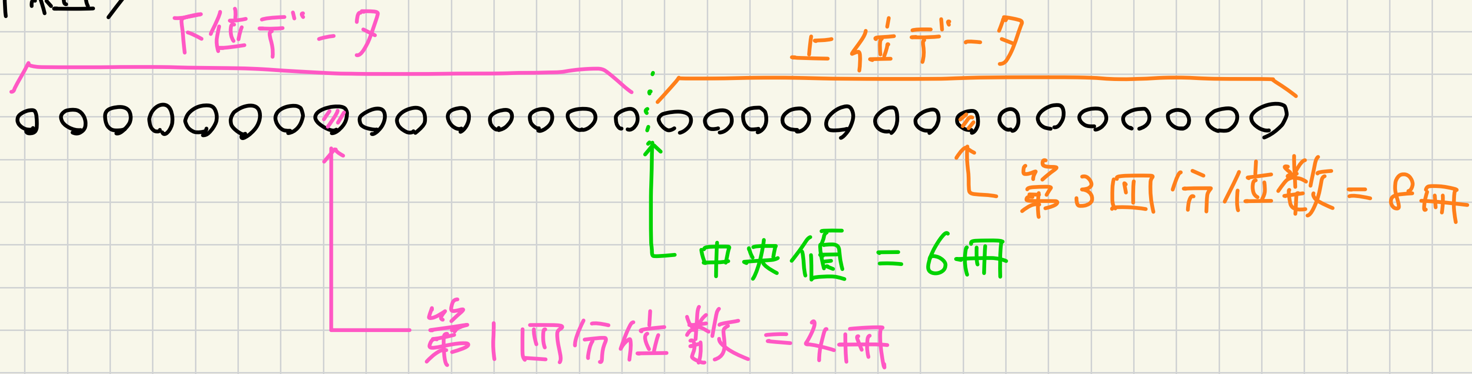
問3

(1)

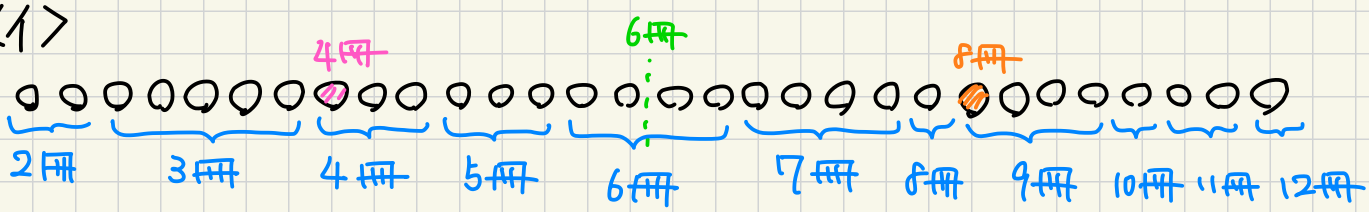


1組の最大値が12冊なので，ア，エ は誤り

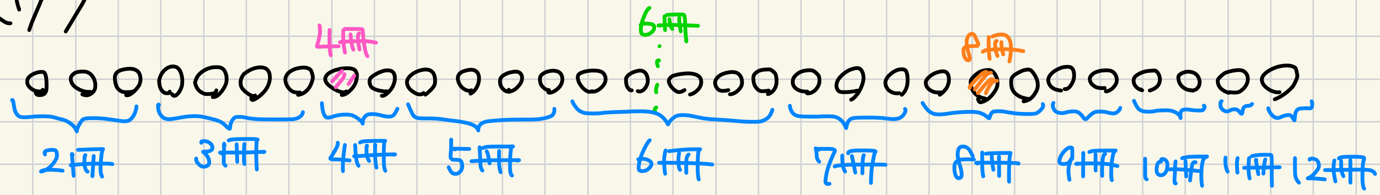
<1組>



<イ>

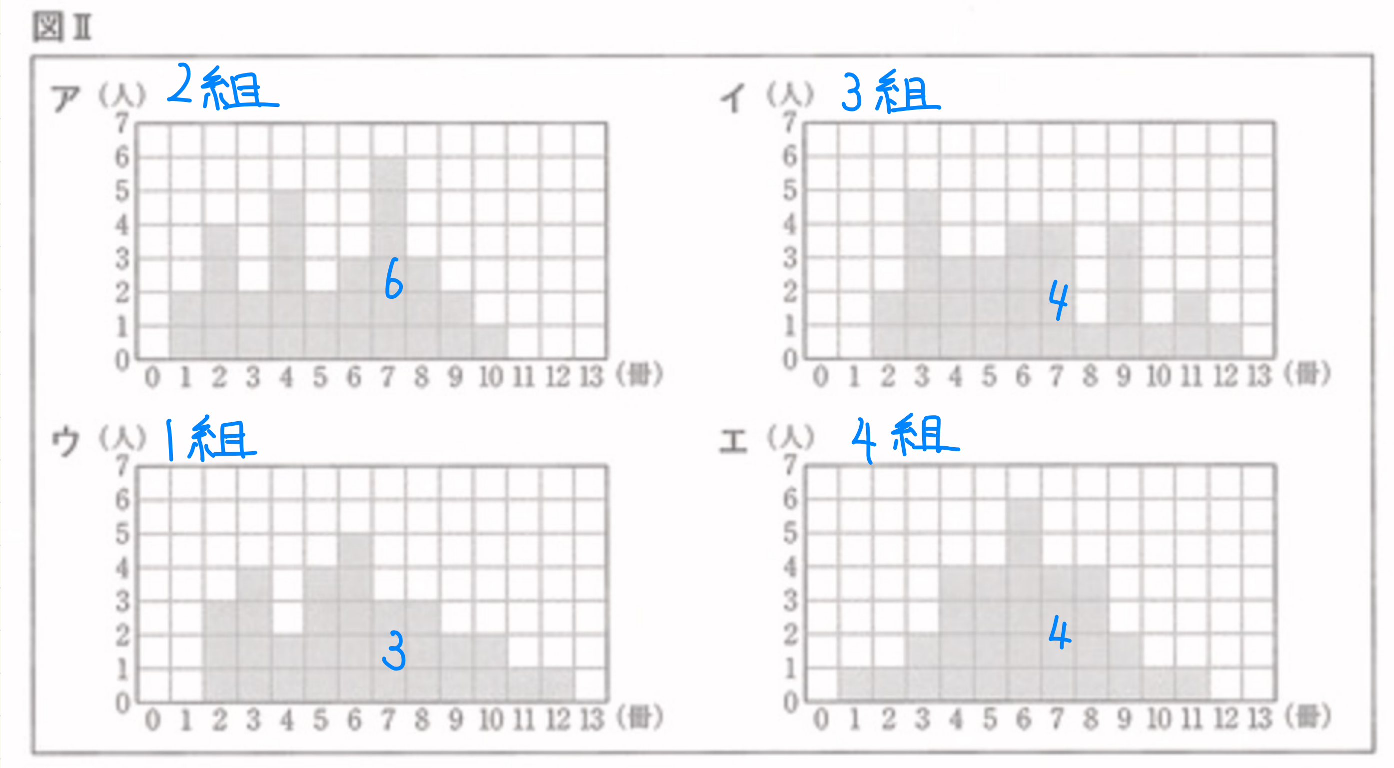


<ウ>



イは第3四分位数が異なるので，答えはウ

(2)



2組の最大値は10冊なので、ヒストグラムはア.
4組の最大値は11冊なので、ヒストグラムは工
(1) より 1組のヒストグラムはウ.
よって、3組のヒストグラムはイ.

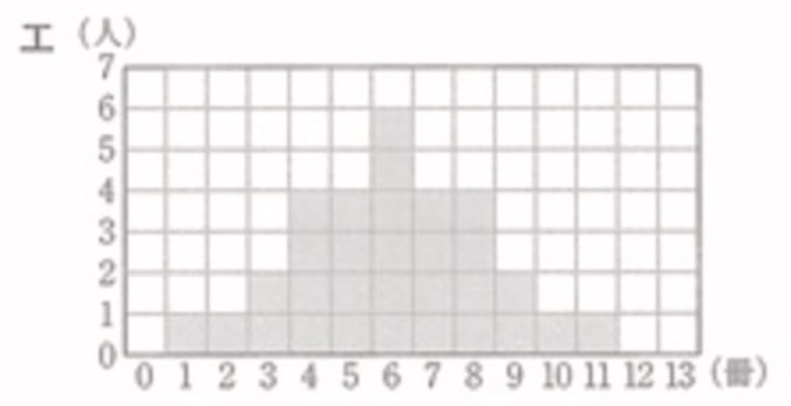
各クラス7冊の相対度数は以下の通り

1組 : $\frac{3}{30} = 0.1$.　2組 : $\frac{6}{30} = 0.2$

3組 : $\frac{4}{30} = 0.133\cdots$　4組 : $\frac{4}{30} = 0.133\cdots$

よって7冊の階級の相対度数が0.2であるクラスは、2組

(3) 4組のヒストグラムはエである.



$$平均値 = (1\times1 + 2\times1 + 3\times2 + 4\times4 + 5\times4 + 6\times6 + 7\times4 + 8\times4 + 9\times2 + 10\times1 + 11\times1) \div 30$$

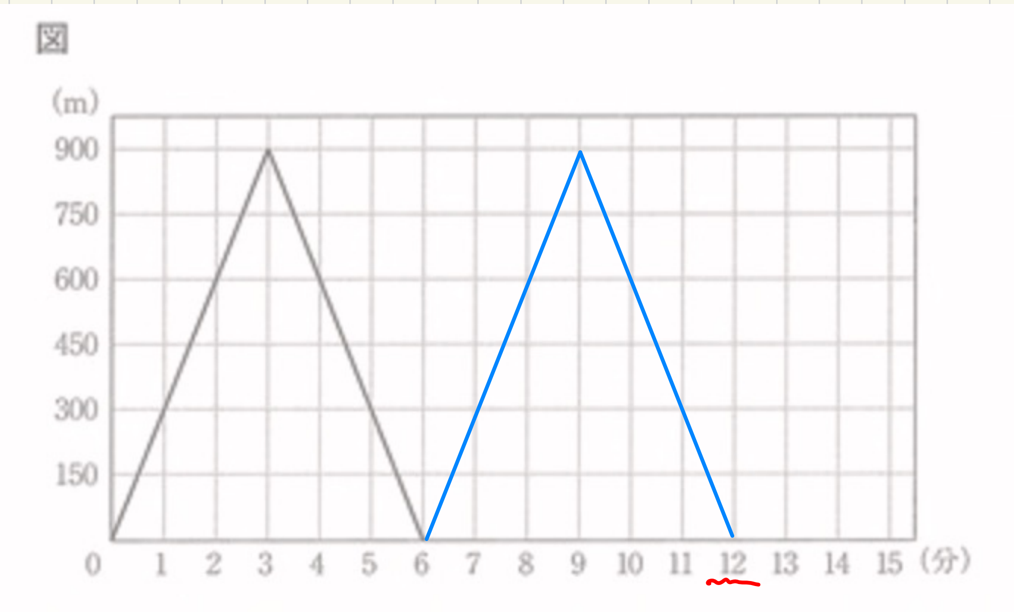
$$= \frac{1+2+6+16+20+36+28+32+18+10+11}{30}$$

$$= \frac{180}{30}$$

$$= 6冊$$

問題3

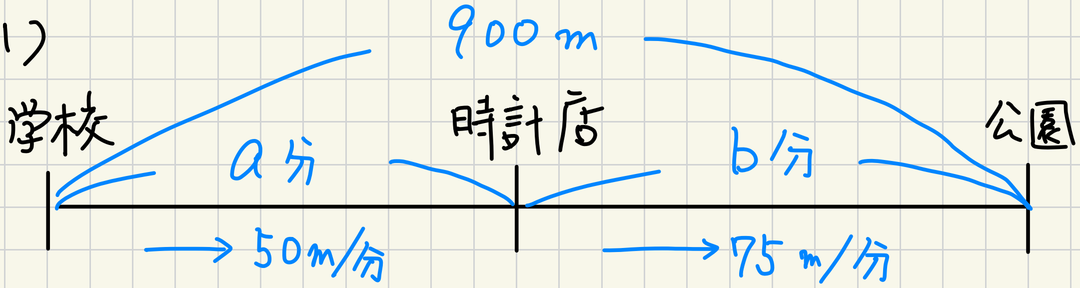
問1



2往復したときのグラフは、左の通り。
よって、16時12分

問2

(1)



$\underbrace{a+b}_{\text{学校〜公園}} + \underbrace{2}_{\text{2分遅れ}} = 15$

$\underbrace{50a}_{\text{学校〜時計店}} + \underbrace{75b}_{\text{時計店〜公園}} = 900$

$\Rightarrow \begin{cases} a+b+2=15 \\ 50a+75b=900 \end{cases}$

(2)

(1)より

$\begin{cases} a+b=13 & \text{—— ①} \\ 2a+3b=36 & \text{—— ②} \end{cases}$

※ $50a+75b=900$ の両辺を25で割る

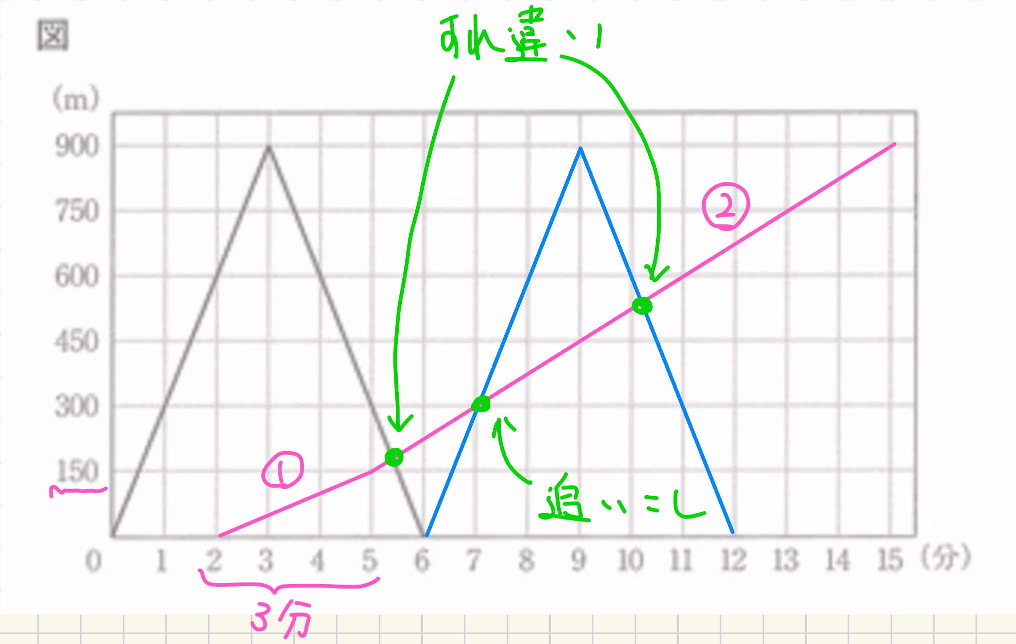
① × 3 − ② より

$$\begin{array}{rrrrl} & 3a & +3b & = & 39 \\ -) & 2a & +3b & = & 36 \\ \hline & a & & = & 3 \end{array}$$

よって、学校から時計店まで3分なので、求める道のりは

$3 \times 50 = 150\,\text{m}$

(3)

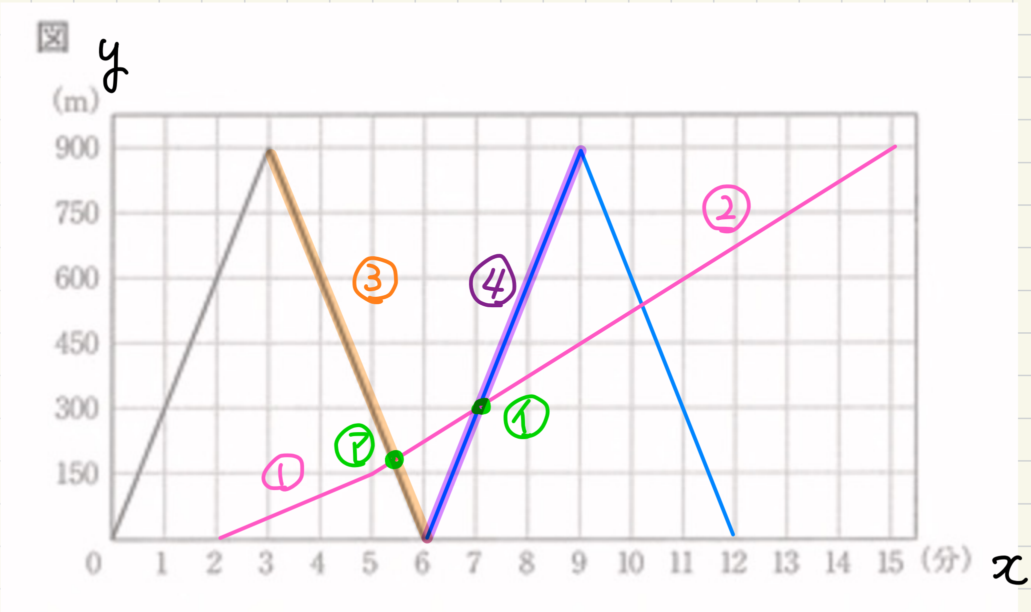


①：2分遅れでスタートし，150mの道のりを3分で歩いた。

②：16時15分に公園に到着した。

グラフより，すれ違い，または追いこした回数は3回

(4)



㋐と㋑の交点のx座標を求める。

㋐：②と③の交点

㋑：②と④の交点

②のグラフを$y=ax+b$とおくと、(5, 150), (15, 900)を通るので、

$$
\begin{array}{rl}
150 = 5a + b & \text{——①} \\
-)\ 900 = 15a + b & \text{——②} \\
\hline
-750 = -10a & \\
\therefore a = 75 &
\end{array}
$$

$a=75$を①に代入して

$150 = 5\times75 + b \Rightarrow b = -225$

$\therefore y = 75x - 225$

③のグラフを$y=ax+b$とおくと、(3, 900), (6, 0)を通るので、

$$
\begin{array}{rl}
900 = 3a + b & \text{——③} \\
-)\ 0 = 6a + b & \text{——④} \\
\hline
900 = -3a & \\
a = -300 &
\end{array}
$$

$a=-300$を④に代入して

$0 = 6\times(-300) + b \Rightarrow b = 1800$

$\therefore y = -300x + 1800$

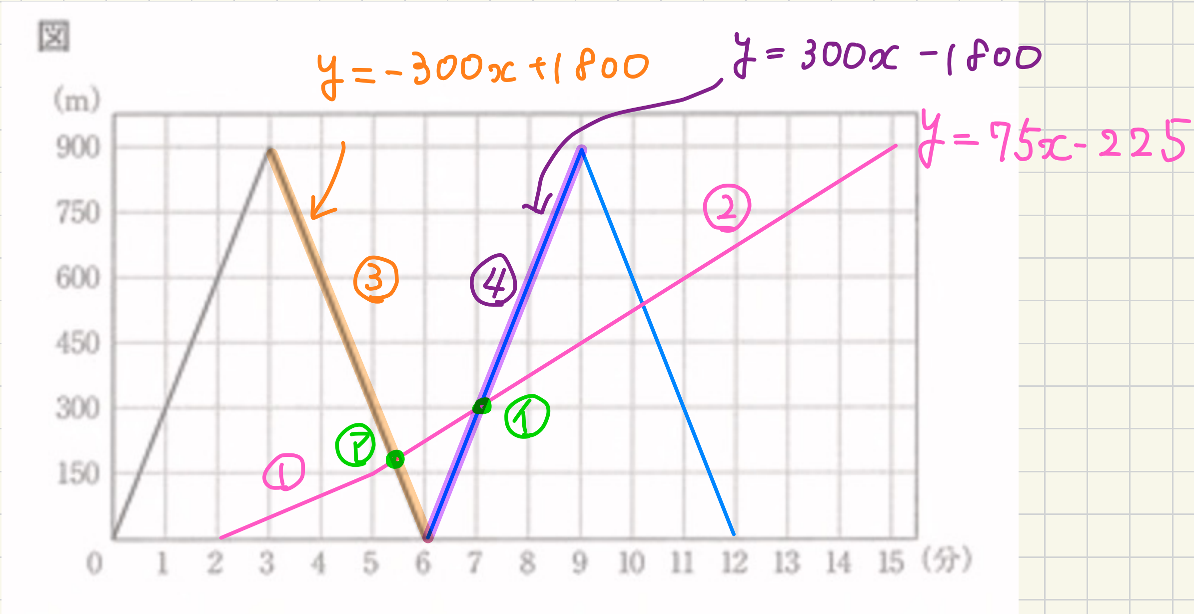
④のグラフを$y=ax+b$とおくと、(6, 0), (9, 900)を通るので、

$$
\begin{array}{rl}
0 = 6a + b & \text{——⑤} \\
-)\ 900 = 9a + b & \text{——⑥} \\
\hline
-900 = -3a & \\
a = 300 &
\end{array}
$$

$a = 300$ を ⑤ に代入して

$0 = 6 \times 300 + b \Rightarrow b = -1800$

$\therefore y = 300x - 1800$



⑦ : $\begin{cases} y = -300x + 1800 \\ y = 75x - 225 \end{cases}$

$75x - 225 = -300x + 1800$

$375x = 2025$

$x = \dfrac{2025}{375} = \dfrac{27}{5}$

④ : $y = 300x - 1800$

$y = 75x - 225$

$75x - 225 = 300x - 1800$

$-225x = -1575$

$x = 7$

よって、求める時間は

$7 - \dfrac{27}{5} = \dfrac{35-27}{5} = \dfrac{8}{5}$ 分

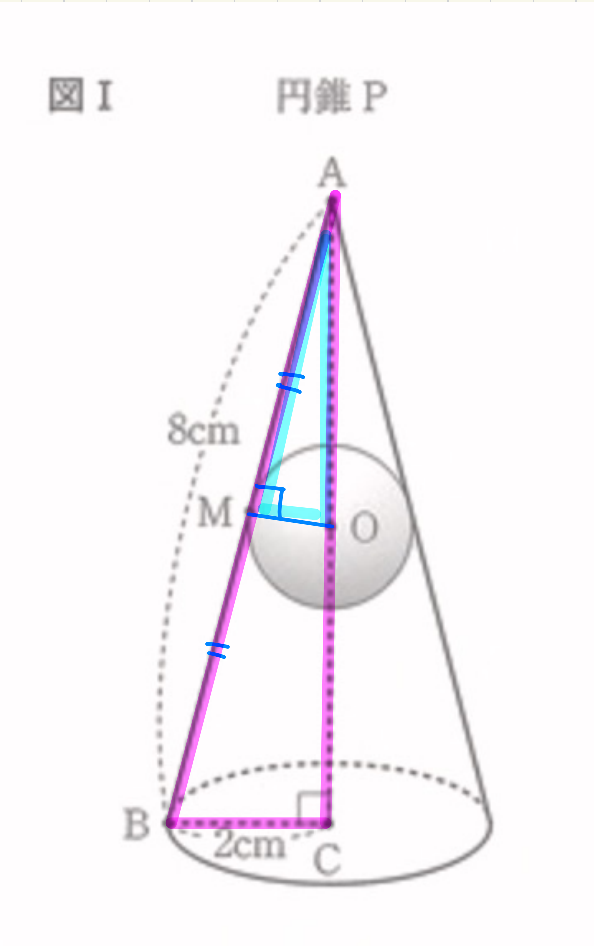
問題4

問1　△ABCで三平方の定理より

$$AC = \sqrt{8^2 - 2^2} \quad = \sqrt{64-4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$

$$= 2\sqrt{15}\ \text{cm}$$

問2



△ABCと△AOMにおいて、

点Mは球Oに接しているので

$\angle AMO = 90°$ —— ①

また、

$\angle ACB = 90°$ —— ②

①、②より

$\angle ACB = \angle AMO$ —— ③

共通な角は等しいから

$\angle BAC = \angle OAM$ —— ④

③、④より2組の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABC \sim \triangle AOM$.

対応する辺の比は等しいので

$$\underbrace{AC}_{2\sqrt{15}} : \underbrace{AM}_{4} = \underbrace{BC}_{2} : OM$$

よって

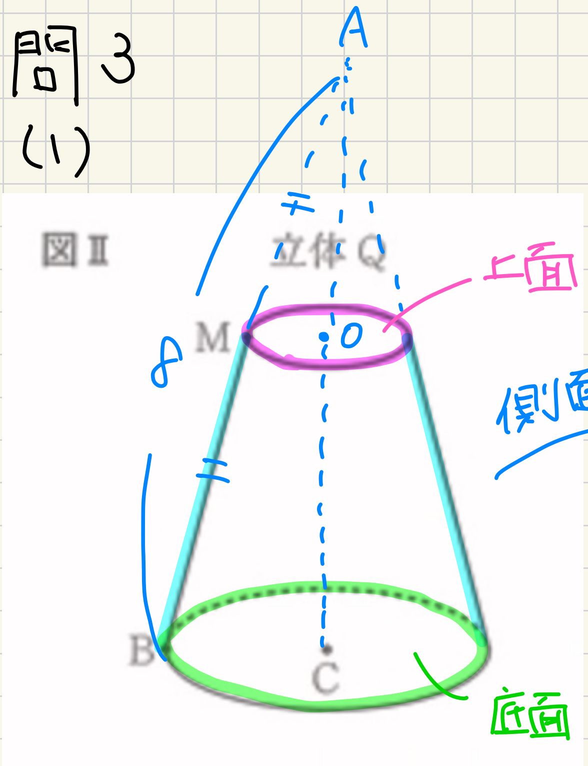
$$2\sqrt{15}\,OM = 8$$

$$\therefore OM = \frac{8}{2\sqrt{15}} \quad = \frac{8}{2\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}} = \frac{8\sqrt{15}}{2\times 15} = \frac{4\sqrt{15}}{15}$$

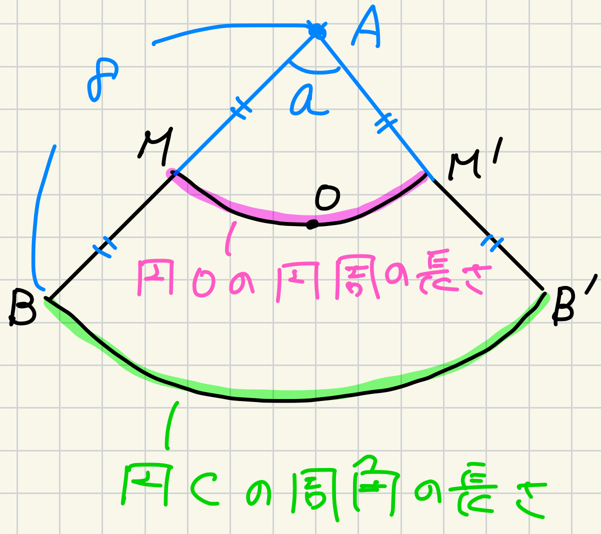
$$= \frac{4\sqrt{15}}{15}\ \text{cm}$$

問3

(1)



側面の展開図



BB'は円Cの円周の長さと等しいので

$\angle BAB' = a^\circ$ とすると、

$$\underbrace{8 \times 2 \times \pi \times \frac{a}{360}}_{BB'\text{の長さ}} = \underbrace{2 \times 2 \times \pi}_{\text{円Cの円周の長さ}}$$

$$\therefore \frac{a}{360} = \frac{2 \times 2 \times \pi}{8 \times 2 \times \pi}$$

$$= \frac{1}{4}$$

よって、側面の面積は、

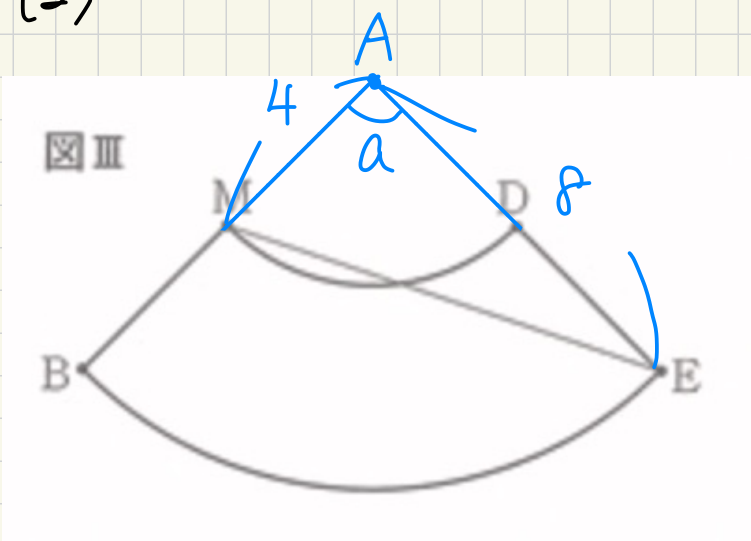
$$\underbrace{8 \times 8 \times \pi \times \frac{a}{360}}_{\text{おうぎ形}ABB'} - \underbrace{4 \times 4 \times \pi \times \frac{a}{360}}_{\text{おうぎ形}AMM'}$$

$$= 64\pi \times \frac{1}{4} - 16\pi \times \frac{1}{4}$$ ※ $\frac{a}{360} = \frac{1}{4}$ より

$$= 16\pi - 4\pi$$

$$= 12\pi$$

(2)



(1)より

$$\frac{a}{360} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore a = \frac{360}{4} = 90^\circ$$

よって、△AMEは直角三角形なので、三平方の定理より

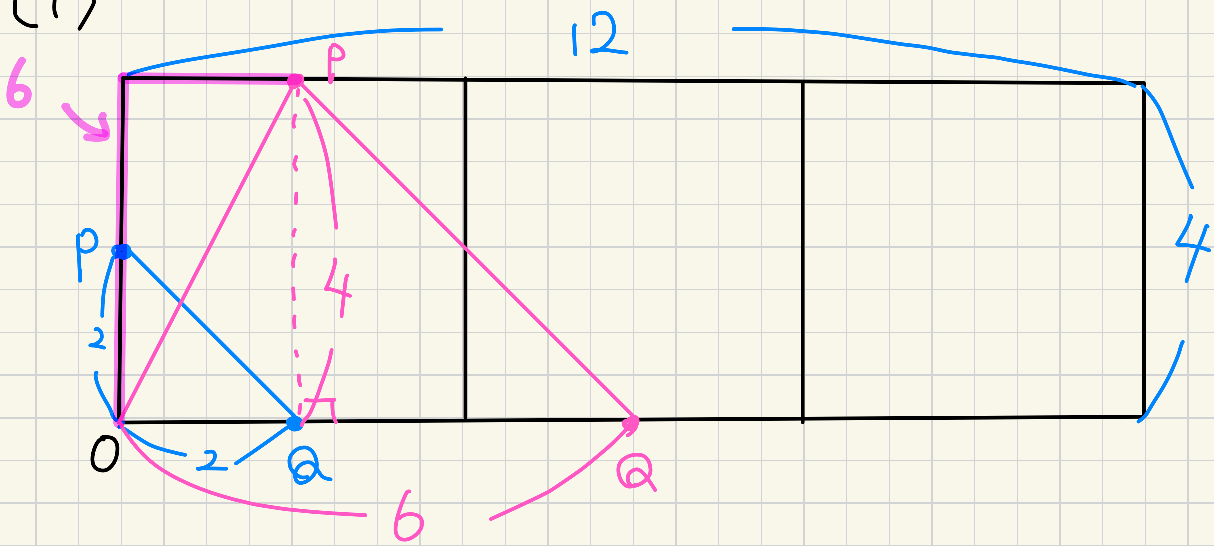
$$ME = \sqrt{4^2+8^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$= 4\sqrt{5}\ \text{cm}$$

問題5

問1

(1)



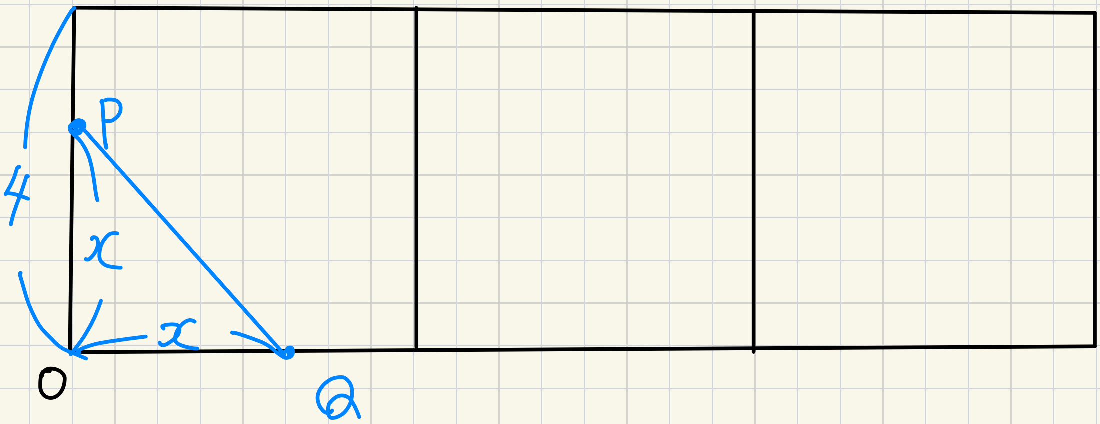
$x = 2$ のとき

$$y = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

$x = 6$ のとき

$$y = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

(2)

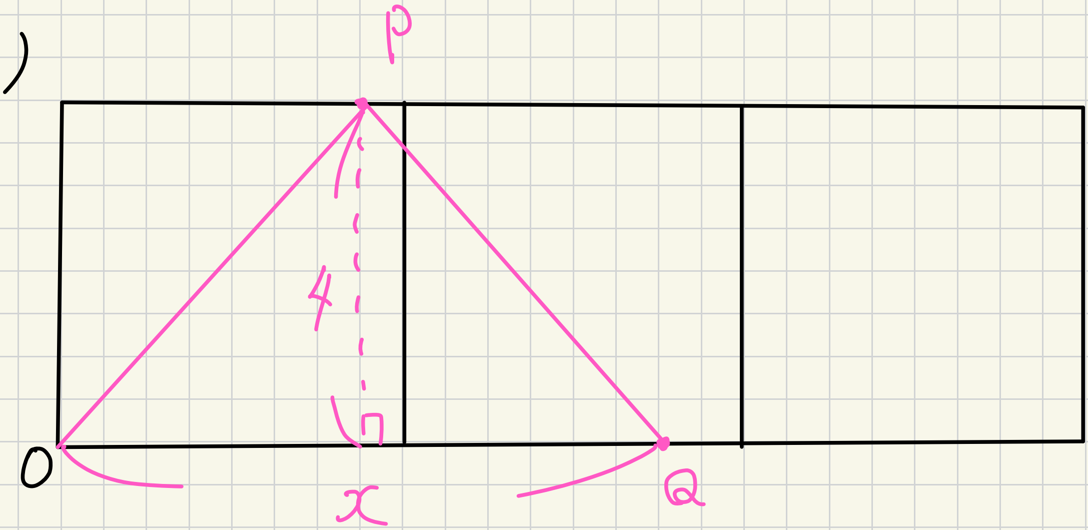


$0 \leqq x \leqq 4$ では，P，Q の位置は上図のようになる．

よって，

$$y = \frac{1}{2} \times x \times x$$
$$= \frac{1}{2} x^2$$

(3)

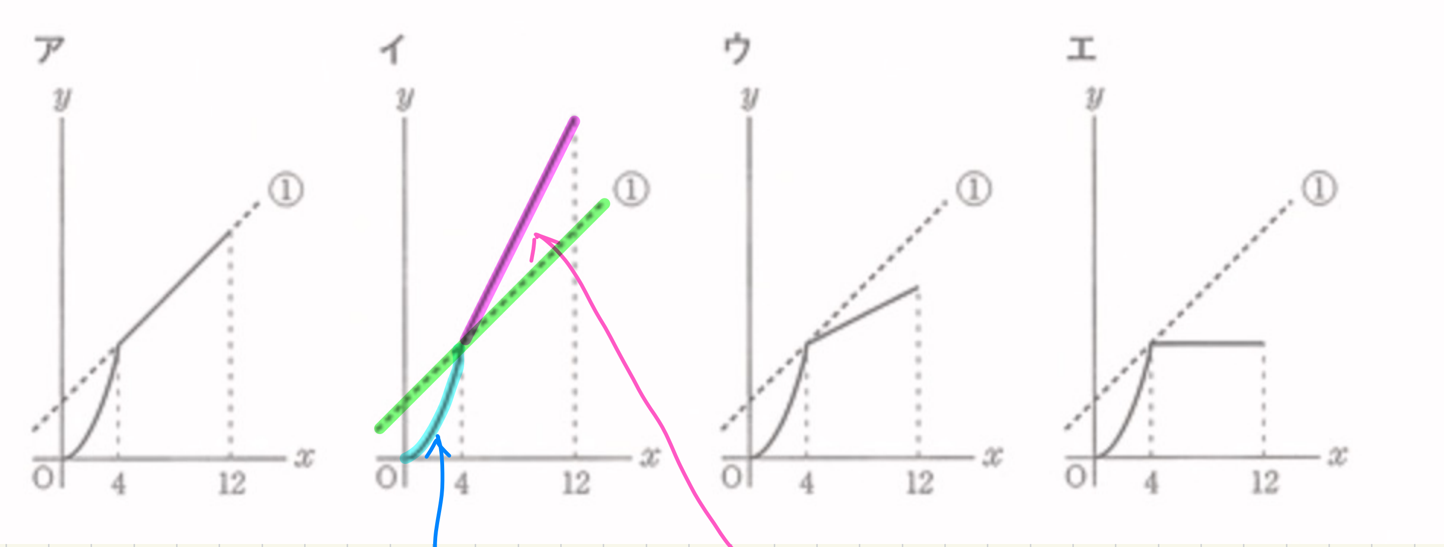


$4 \leqq x \leqq 12$ では，P，Q の位置は上図のようになる．

よって，

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 4$$
$$= 2x$$

$y = 2x$ の比例定数 2 は，1 より大きいので，
傾き 1 のグラフより急なグラフとなる



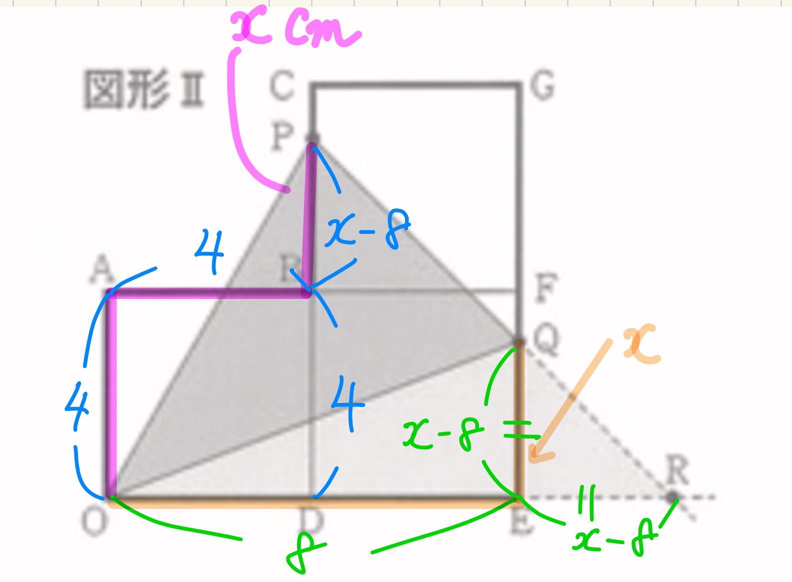
① は傾き1のグラフ

$0 \leqq x \leqq 4$ では $y = \frac{1}{2}x^2$

$4 \leqq x \leqq 12$ では、傾き1より急なグラフ

よって、イ

問2



ア：$PR = x - 4 - 4$
$= x - 8$

よって、
$DP = (x-8) + 4$
$= x - 4$

イ．$QE = x - 8$

$QE = RE$ より、$RE = x - 8$

よって
$OR = 8 + (x - 8)$
$= x$

う：$y = \frac{1}{2} \times x \times (x-4) - \frac{1}{2} \times x \times (x-8)$

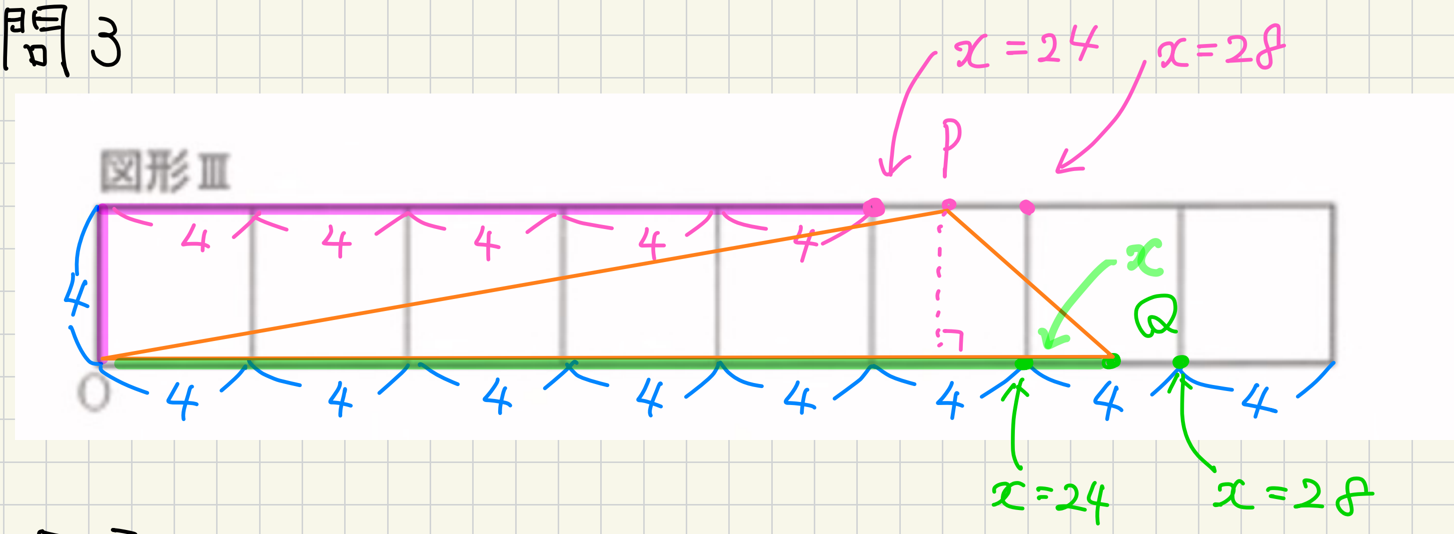
$= \frac{1}{2}x^2 - 2x - \left(\frac{1}{2}x^2 - 4x\right)$

$= \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{1}{2}x^2 + 4x$

$= 2x$

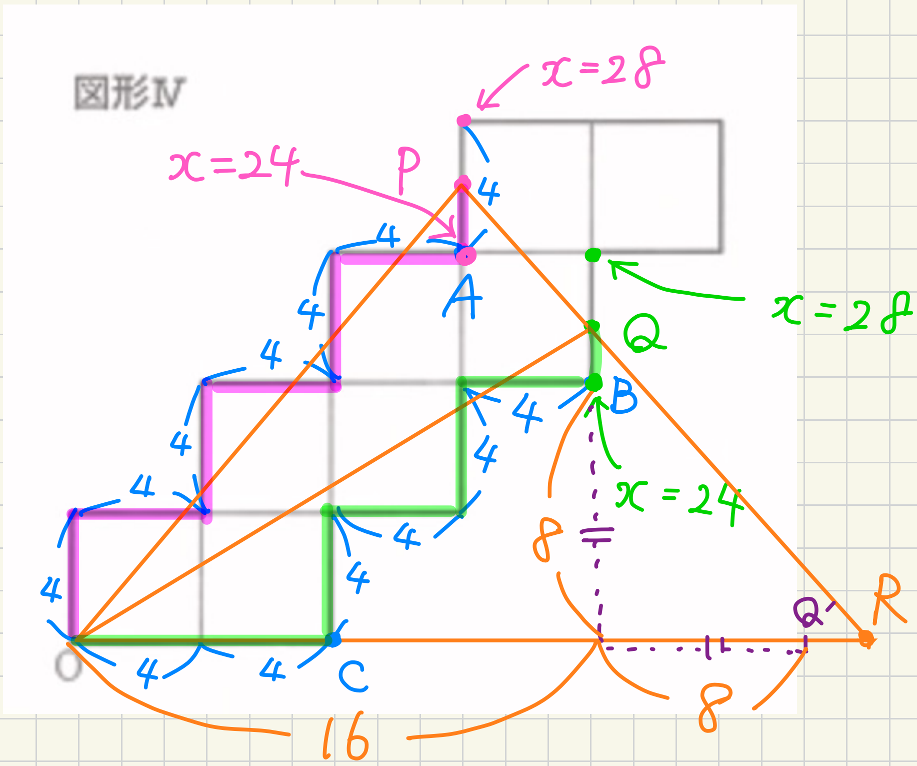
よって、$y = 2x$

問3



よって、

$$S_1 = \frac{1}{2} \times x \times 4 = 2x$$



左図のように、点A、B、Cを定める。また、PQを延長した線と、OCを延長した線の交点をRとする。

$OP = x$, $OA = 4 \times 6 = 24$ より

$PA = x - 24$ … $PA = OP - OA$

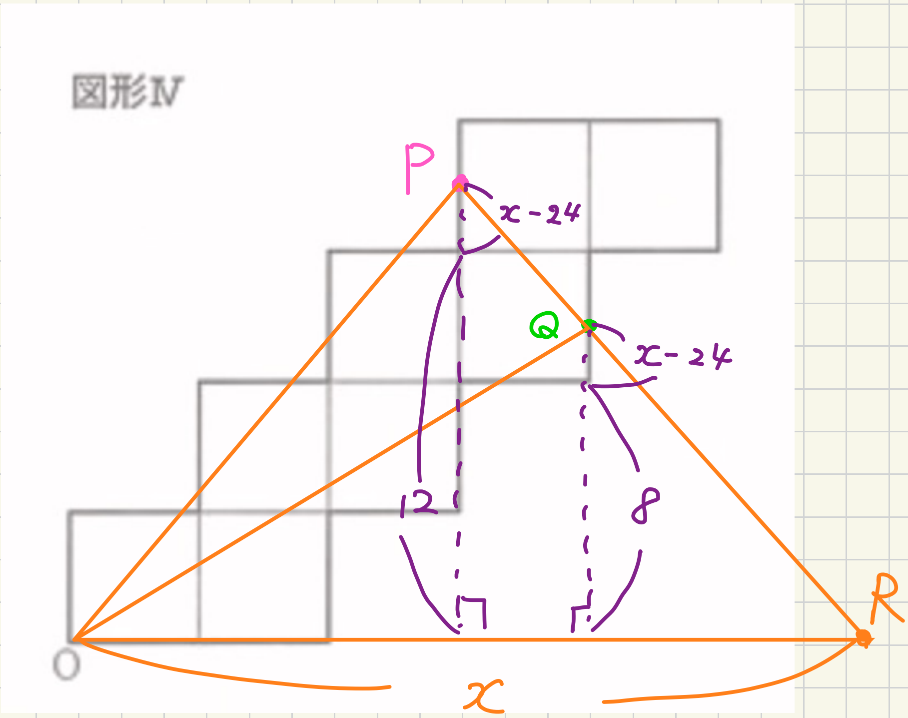
$OQ = x$, $OB = 4 \times 6 = 24$ より

$QB = x - 24$ … $QB = OQ - OB$

また、

$OR = 16 + 8 + x - 24$

$= x$



よって

$$S_2 = \underbrace{\frac{1}{2} \times x \times (x - 24 + 12)}_{\triangle OPR} - \underbrace{\frac{1}{2} \times x \times (x - 24 + 8)}_{\triangle OQR}$$

$$= \frac{1}{2}x\{(x-12) - (x-16)\}$$

$$= \frac{1}{2}x(x - 12 - x + 16)$$

$$= \frac{1}{2}x \times 4$$

$$= 2x$$

δɔζ. $S_1 = 2x$, $S_2 = 2x$ ɟ̇)

$$S_1 : S_2 = 2x : 2x$$

$$= 1 : 1$$