2023年度　山口県
数学

km km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= -2$

(2) 与式 $= \dfrac{15}{6} - \dfrac{14}{6}$

$= \dfrac{1}{6}$

(3) 与式 $= 32x - 28$

(4) $3a + b = 3 \times (-2) + 9$

$= -6 + 9$

$= 3$

(5) 与式 $= \sqrt{6}^2 + 5\sqrt{6} - \sqrt{6} - 5$

$= 6 + 4\sqrt{6} - 5$

$= 1 + 4\sqrt{6}$

$\boxed{2}$

(1) $(x-2)^2 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 4$

$\Leftrightarrow x - 2 = \pm 2$

$\therefore x = 2 \pm 2$

$= 0, 4$

(別解)

$(x-2)^2 - 4 = 0$

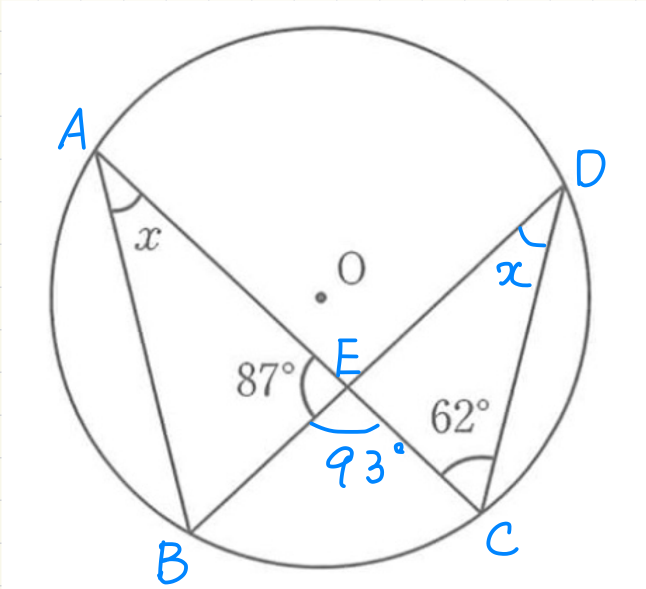
$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-4) = 0$

$\therefore x = 0, 4$

(2)



$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいから

$\angle BAC = \angle BDC$

$\therefore \angle BDC = x$

また、

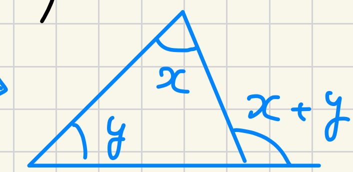
$\angle BEC = 180° - 87°$

$= 93°$

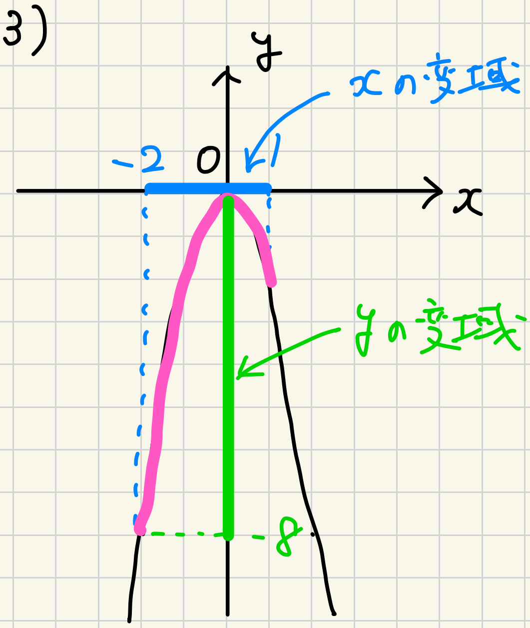
△DECで外角の定理より

$x + 62° = 93°$

$\therefore x = 31°$



(3)



グラフより

$x = -2$ のとき

$y = -2 \times (-2)^2$

$= -8$

よってyの変域は

$-8 \leqq y \leqq 0$

ア　イ

(4) 表より最も度数が高い階級は 60〜80回

よって、この階級の最頻値は

$$\frac{60+80}{2} = 70回$$

$\boxed{3}$

(1) $20a + 51b < 180$

注 ～より小さい ⇒ $<$

～以下 ⇒ $\leqq$

(2) カカオ30%のチョコレートxgと、カカオ70%のチョコレートygを混ぜて、200gのチョコレートを作るので

$$x + y = 200 \quad —— ①$$

また、カカオ40%のチョコレートを作るので

$$0.3x + 0.7y = 0.4 \times 200$$

$$\Leftrightarrow \quad 0.3x + 0.7y = 80 \quad —— ②$$

①、②より

$$\begin{cases} x + y = 200 & —— ① \\ 0.3x + 0.7y = 80 & —— ② \end{cases}$$

①×3 − ②×10より

$$\begin{array}{rrcl} & 3x + 3y & = & 600 \\ -) & 3x + 7y & = & 800 \\ \hline & -4y & = & -200 \\ & y & = & 50 \end{array}$$

$y = 50$を①に代入して

$$x + 50 = 200$$

$$\therefore x = 150$$

よって、カカオ含有率30%のチョコレートの重さ 150g

カカオ含有率70%のチョコレートの重さ 50g

(参考)

$$\text{カカオ含有率（\%）} = \frac{\text{カカオの重さ}}{\text{チョコレート全体の重さ}} \times 100$$

$$\Leftrightarrow \frac{\text{カカオ含有率} \times \text{チョコレートの重さ}}{100} = \text{カカオの重さ}.$$

$\boxed{4}$

(1)

Aの面積：$6 \times 6 \times \pi \times \frac{60}{360}$

$= 6 \times 6 \times \pi \times \frac{1}{6}$

$= 6\pi$ cm²

Bの面積：中心角を$x°$とすると，弧の長さが6cmなので

$$6 \times 2 \times \pi \times \frac{x}{360} = 6$$

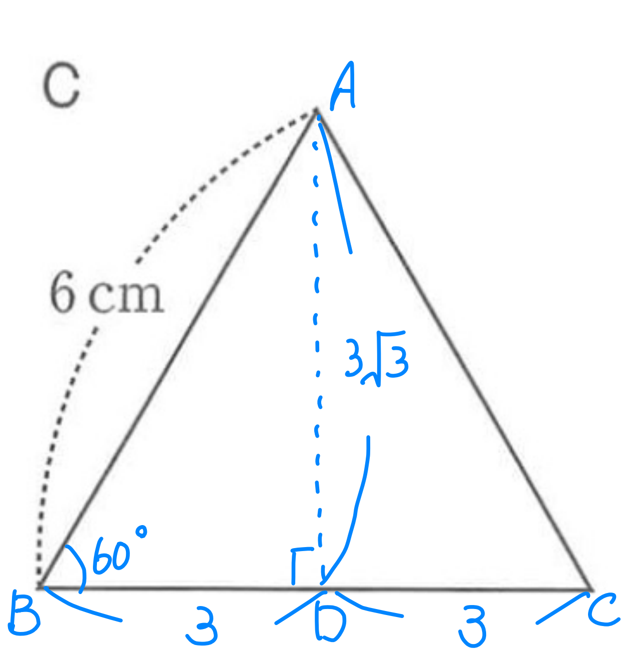
$$\Leftrightarrow \frac{x}{360} = \frac{1}{2\pi}$$

よって，面積は

$$6 \times 6 \times \pi \times \underbrace{\frac{x}{360}}_{=\frac{1}{2\pi}} = 6 \times 6 \times \pi \times \frac{1}{2\pi}$$

$= 18$ cm²

Cの面積：



左図より△ABDは、30°−60°−90°の直角三角形なので、

$BD : AB : AD = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$\therefore BD : 6 = 1 : 2$

$2BD = 6$

$BD = 3$

また、

$6 : AD = 2 : \sqrt{3}$

$2AD = 6\sqrt{3}$

$AD = 3\sqrt{3}$

よって、Cの面積は、

$6 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

$\pi \fallingdotseq 3.14$，$\sqrt{3} \fallingdotseq 1.73$とすると、

A：$6\pi \fallingdotseq 18.84$

B：6

C：$9\sqrt{3} \fallingdotseq 15.57$

よって、

Aの面積よりもBの面積の方が小さい

Aの面積よりもCの面積の方が小さい

エ

(2)

Mサイズのカステラ1個とLサイズのカステラ1個の相似比は3:5である。相似な立体の体積比は、相似比の3乗に等しいので、体積比は、

$$3^3 : 5^3 = 27 : 125$$

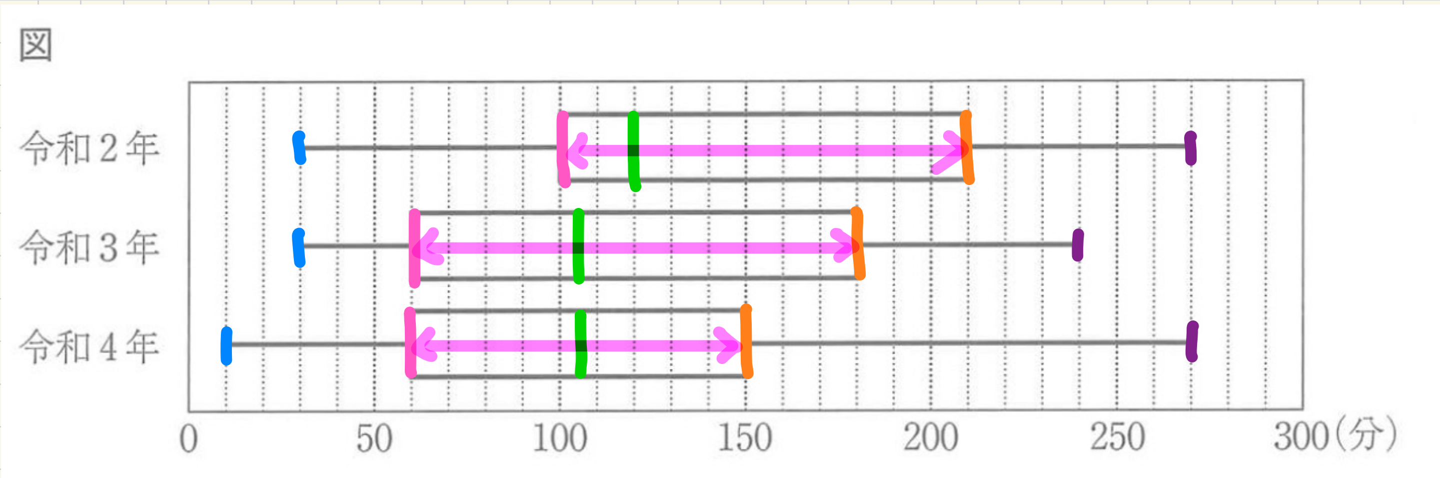
よって、Mサイズのカステラ4個とLサイズのカステラ1個の体積比は

$$27 \times 4 : 125 = 108 : 125$$

同じ金額で買えるカステラの体積が大きいのは、Lサイズのカステラ1個の方だから、Lサイズのカステラ1個買う方が割安である。

5

(1)



―:最小値　―:第1四分位数　―:中央値

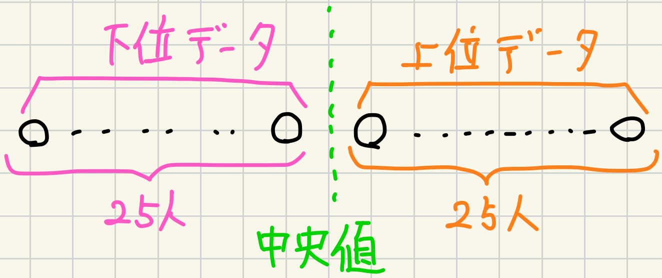
―:第3四分位数　―:最大値

⟷:四分位範囲

ア：令和4年の最小値が10分なので誤り

イ：令和2年の四分位範囲 = 210 − 100 = 110
令和3年の四分位範囲 = 180 − 60 = 120
令和4年の四分位範囲 = 150 − 60 = 90
よって、令和2年から令和3年は四分位範囲が増加しているので誤り

ウ：データの数が50のときの中央値は、データを小さい順に並べたときの25番目と26番目の平均値である。



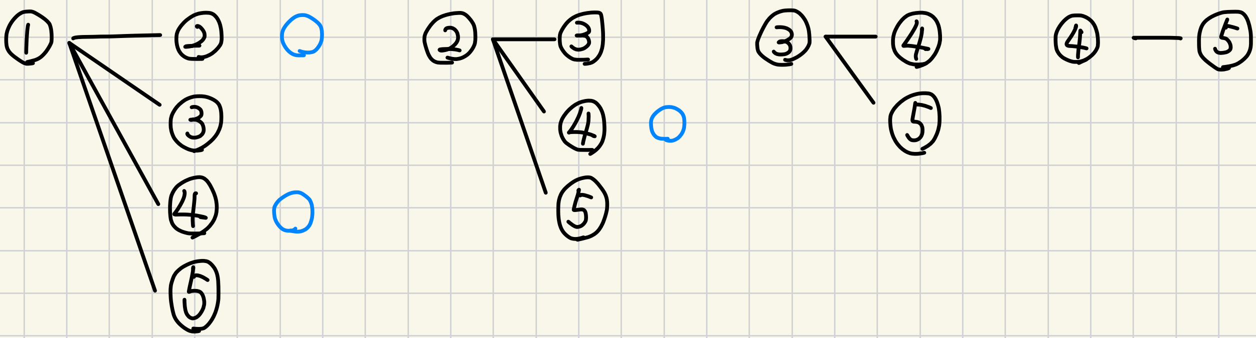
すべての年で、中央値は100分を超えているので少なくとも上位データは100分より大きい
⇒ 25人以上いる

よって正しい

エ：令和4年の150分 = 令和4年の第3四分位数
令和2年の210分 = 令和2年の第3四分位数.

各年の生徒は50人なので、令和4年の150分以上の生徒と、令和2年の210分以上の生徒の数は等しい。よって誤り

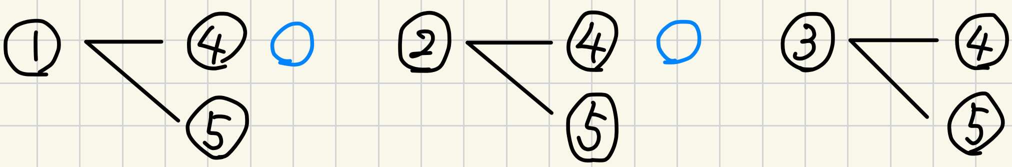
(2) 選び方Aの樹形図は、以下の通り。



よって、2種目とも球技の種目が選ばれる確率は

$$\frac{3}{10}$$

一方、選び方Bの樹形図は、以下の通り。



よって、この場合の確率は

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

$\frac{3}{10}=\frac{9}{30}$，$\frac{1}{3}=\frac{10}{30}$ より $\frac{9}{30}<\frac{10}{30}$ だから、

$$\frac{3}{10}<\frac{1}{3}$$

したがって、確率は、選び方Bの方が高い

6

(1) 2けたの自然数が大きいのは、十の位の数が9のときである。一の位の数をnとすると、

$$\underbrace{(9\times10+n)}_{\text{元の数}}-\underbrace{(10\times n+9)}_{\text{入れ替えた数}}=54$$

$$\Leftrightarrow 90+n-10n-9=54$$

$$-9n=-27$$

$$n=3$$

nは自然数なので問題に適する。よって93

(2)

$$(2n+4)(2n+6)-2n(n+2)$$

$$=4n^2+12n+8n+24-4n^2-4n$$

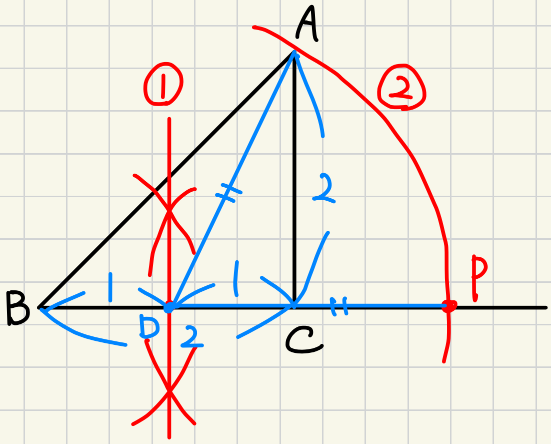
$$=16n+24$$

$$=8(2n+3)$$

nは自然数だから、$2n+3$も自然数である。よって、$8(2n+3)$は8の倍数である。

7

(1)



① BCの垂直二等分線

⇒BCとの交点をDとする

② 点Dを中心に、半径DAの円を描く

⇒半直線BCとの交点がP.

※ △ADCで三平方の定理より

$AD=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$,

$AD=PD$ より、$PD=\sqrt{5}$,

$BD=1$ より、$BP=1+\sqrt{5}$

(2)

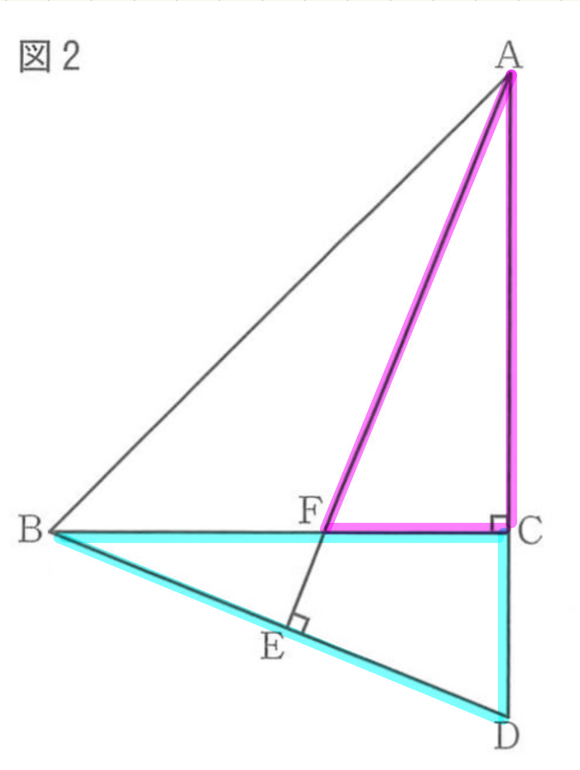


図 2

△ACF と △BCD で、

仮定から

$AC=BC$ ― ①

$\angle ACF=\angle BCD=90^\circ$ ― ②

△AED は直角三角形だから

$\angle CAF+\angle ADB=90^\circ$ ― ③

△BCD は直角三角形だから

$\angle CBD+\angle ADB=90^\circ$ ― ④

③, ④ より

$\angle CAF=\angle CBD$ ― ⑤

①, ②, ⑤ より 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ACF \equiv \triangle BCD$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいので、

$AF=BD$ (証明終わり)

$\boxed{8}$

(1) $\ell : y = ax - 1$, $m : y = bx - 1$

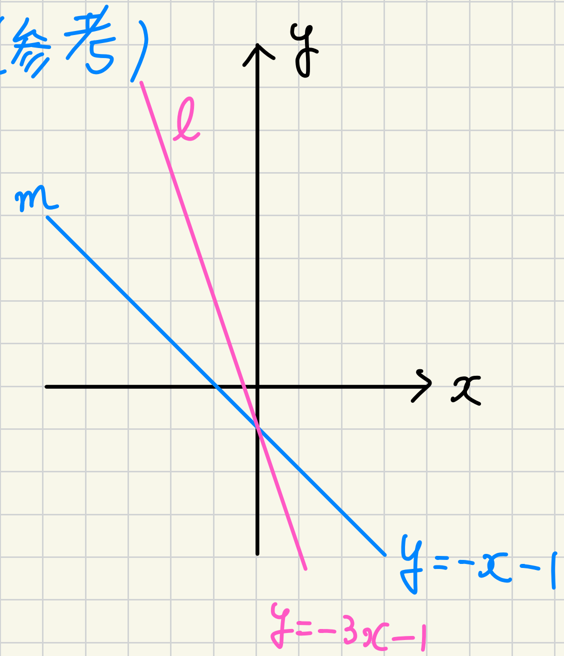
ℓ と m は、切片が等しいので、y軸で交わる。

また、ア〜エにおいて、m は右下がりのグラフだから、$b < 0$ である。

a、b ともに負で $a < b$ より $\underbrace{\ell の方}_{傾き a}$ がグラフが急になる。

よって ア

(参考)



$\ell : y = -3x - 1$

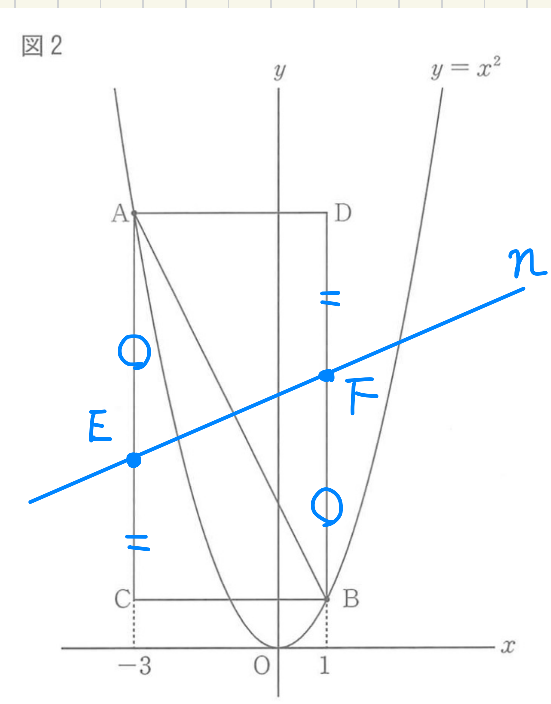
$m : y = -x - 1$

$\underbrace{-3}_{\ell} < \underbrace{-1}_{m}$ であり、

グラフは ℓ の方が急である。

よって、傾きが負のときは、傾きが小さい方が急となる。

(2)



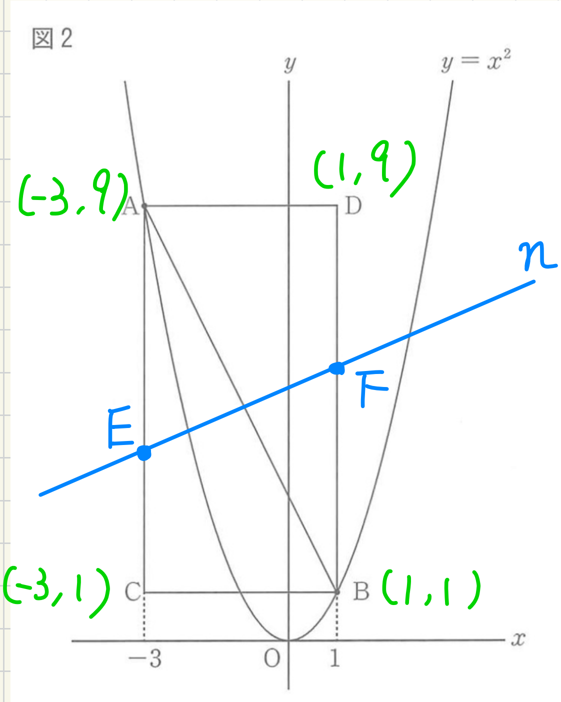
求める直線の式を

$n : y = \frac{1}{2}x + b$

とおく。また、n と AC、BD の交点を E、F とする。

n は□ACBD を二等分するから、

$$\begin{cases} AE = BF \\ EC = DF \end{cases}$$



点Aは $y=x^2$ 上にあり、$x=-3$ なので

$$y=(-3)^2$$
$$=9 \qquad \therefore\ A(-3,9)$$

点Bは $y=x^2$ 上にあり、$x=1$ なので

$$y=1^2$$
$$=1 \qquad \therefore\ B(1,1)$$

点Cは、点Bとy座標が等しいので $C(-3,1)$

点Dは点Aとy座標が等しいので $D(1,9)$

点Eは $y=\frac{1}{2}x+b$ 上にあり、$x=-3$ なので

$$y=-\frac{3}{2}+b \qquad \therefore\ E\left(-3,\ -\frac{3}{2}+b\right)$$

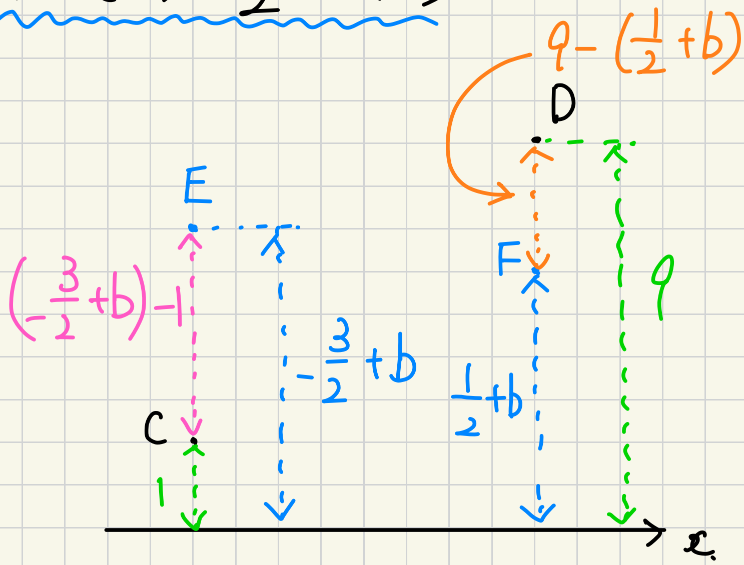
点Fは $y=\frac{1}{2}x+b$ 上にあり、$x=1$ なので

$$y=\frac{1}{2}+b \qquad \therefore\ F\left(1,\ \frac{1}{2}+b\right)$$

以上より

$$EC=-\frac{3}{2}+b-1$$
$$=b-\frac{5}{2}$$

$$DF=9-\left(\frac{1}{2}+b\right)$$
$$=9-\frac{1}{2}-b$$
$$=-b+\frac{17}{2}$$



EC = DF より

$$b-\frac{5}{2} = -b+\frac{17}{2}$$

$$2b = \frac{22}{2}$$

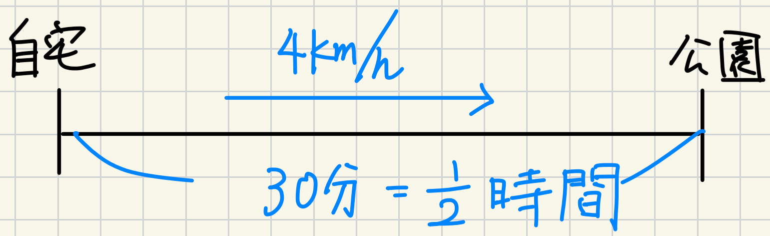
$$= 11$$

$$\therefore b = \frac{11}{2}$$

よって，求める直線は $y=\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$

$\boxed{19}$

(1)



自宅から公園までの道のりは

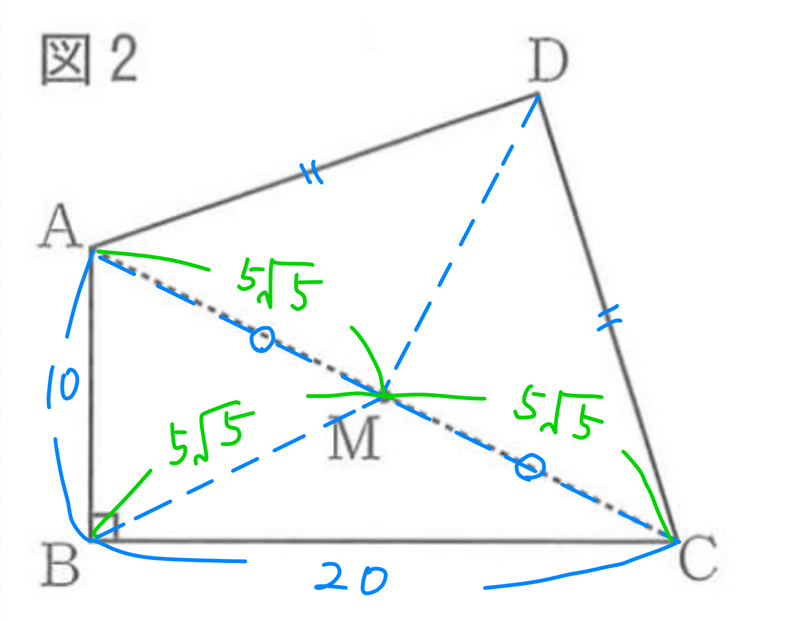
$$4 \times \frac{1}{2} = 2\ \text{km}$$

2km を a km/h で進むときにかかる時間は.

$$\frac{2}{a}\ \text{時間} = \frac{120}{a}\ \text{分}$$

※ 1時間 = 60分 より $\frac{2}{a}$ 時間は. $\frac{2}{a} \times 60 = \frac{120}{a}$ 分

(2)



Mから一番遠い点に光が届けば、公園全体を照らすことができる。

⇒ AM, BM, CM, DM のうち最も長いものを求める。

△ABCで三平方の定理より

$$AC = \sqrt{10^2 + 20^2}$$

$$= \sqrt{100 + 400}$$

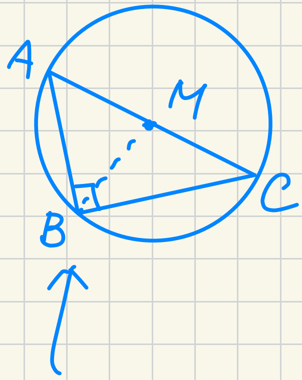
$$= \sqrt{500} = 10\sqrt{5}$$

$$= 10\sqrt{5}\text{ cm}$$

点MはACの中点だから

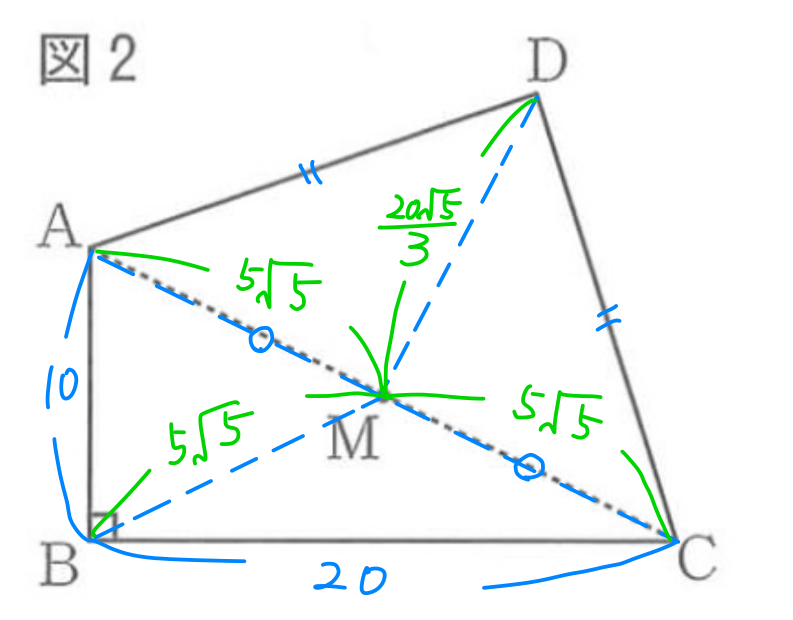
$$AM = CM = \frac{1}{2} \times 10\sqrt{5}$$

$$= 5\sqrt{5}\text{ cm}$$



また、∠ABC = 90°より、点A, B, Cは、点Mを中心とした直径ACの円周上にある。よって、AM, BM, CMは円Mの半径なので

$$CM = AM = 5\sqrt{5}\text{ cm}$$



□ABCDの面積は $\frac{800}{3}$

で、△ABCの面積は

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 20 = 100$$

より、△DACの面積は

$$\frac{800}{3} - 100 = \frac{500}{3} \quad — ①$$

△DACは二等辺三角形で、MはACの中点だから

DM⊥AC。よって、△DACの面積は

$$\frac{1}{2} \times 10\sqrt{5} \times DM = 5\sqrt{5}\,DM \quad — ②$$

① = ② より

$$5\sqrt{5}\,DM = \frac{500}{3}$$

$$DM = \frac{500}{3} \times \frac{1}{5\sqrt{5}}$$

$$= \frac{100}{3\sqrt{5}}$$

$$\frac{100}{3\sqrt{5}} = \frac{100}{3\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{100\sqrt{5}}{3 \times 5} = \frac{20\sqrt{5}}{3}$$

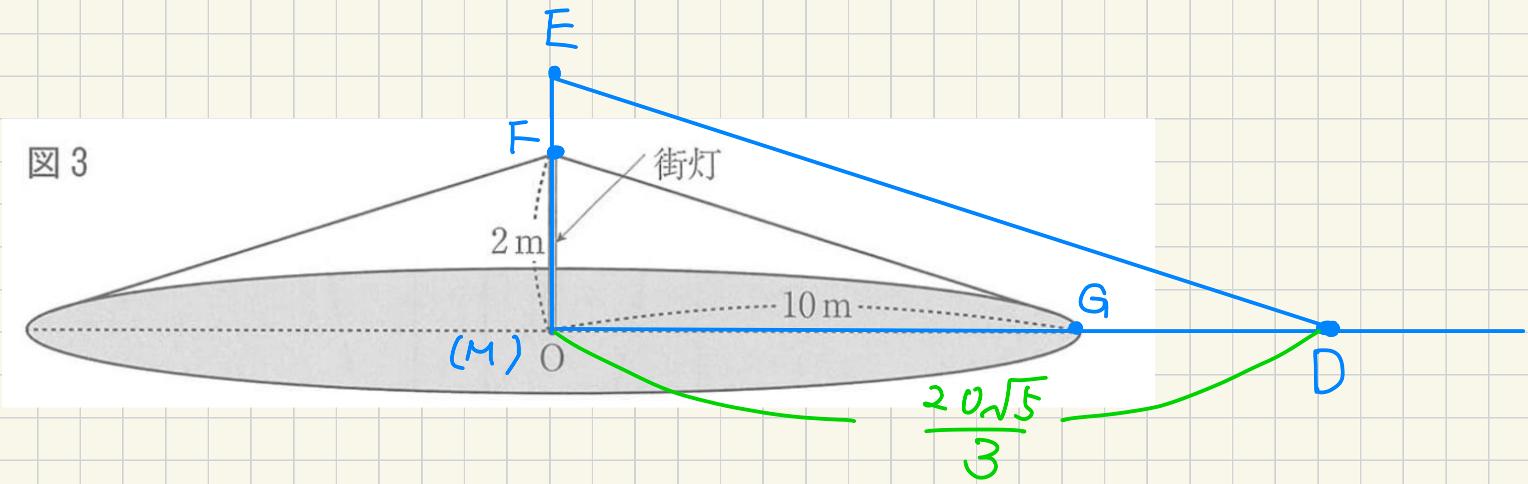
$$= \frac{20\sqrt{5}}{3}$$

$\sqrt{5} \fallingdotseq 2.23$ より

$$5\sqrt{5} \fallingdotseq 11.15, \quad \frac{20\sqrt{5}}{3} \fallingdotseq 14.9$$

なので、$5\sqrt{5} < \frac{20\sqrt{5}}{3}$

よって、光は点Dに届けば良い



上図のように、E, F, Gをとる。このとき、光は直進するから、FG // EDである。

△FOGと△EODにおいて、

FG // EDより同位角が等しいから

$\angle OFG = \angle OED$ —— ③

$\angle OGF = \angle ODE$ —— ④

③, ④より2組の角がそれぞれ等しいので、

△FOG ∽ △EOD

対応する辺の比は等しいから

$$\underset{2}{FO} : EO = \underset{10}{OG} : \underset{\frac{20\sqrt{5}}{3}}{OD}$$

$$10EO = \frac{40\sqrt{5}}{3}$$

$$\therefore EO = \frac{4\sqrt{5}}{3}$$

したがって、街灯の高さは最低 $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ m 必要である。