2021年度 福井県

数学　B問題

kmkm

(1) 与式 $= \dfrac{5a^2}{4} \times \dfrac{2}{15a}$

$= \dfrac{1}{6}a$

(2) 6の平方根は $\pm\sqrt{6}$

(3) 式を整理して.

$x^2 - 4x + 4 + x^2 - 6x + 8 = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 10x + 12 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-3) = 0$

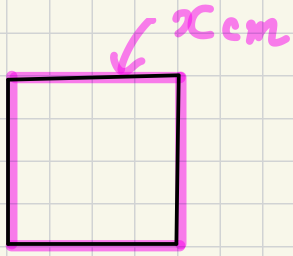
$\therefore x = 2, 3$

(4) 生徒400人の通学時間を短い方から順に並べて，200番目と201番目の値の平均をとる.

(5)

ア：高さによってyの値が変化するため，yはxの関数ではない

イ：



正方形の一辺の長さは$\dfrac{1}{4}x$であり，面積は

$y = \dfrac{1}{4}x \times \dfrac{1}{4}x = \dfrac{1}{16}x^2$

よって y は x の関数である.

ウ：さいころを投げるたびに，1の目が出る回数は異なるから．y は x の関数でない

エ：一定の割合で水を注ぐから，あふれる水の量も一定で，x の値によって決まる.
よって，y は x の関数である.

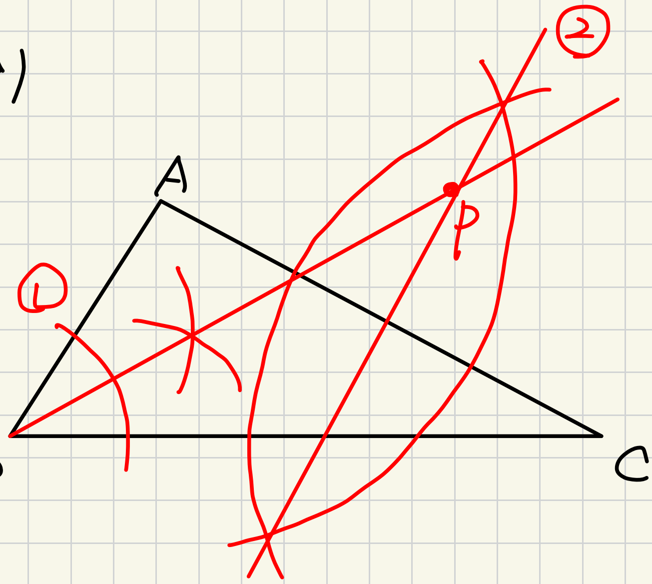
(6) 15以下の素数は．2，3，5，7，11，13

(7)
6で割ると5余る数と，3で割ると2余る数は．
m．n を整数とすると，$6m+5$，$3n+2$ と表される.
6で割って5余る　3で割って2余る
このとき．2数の和は．

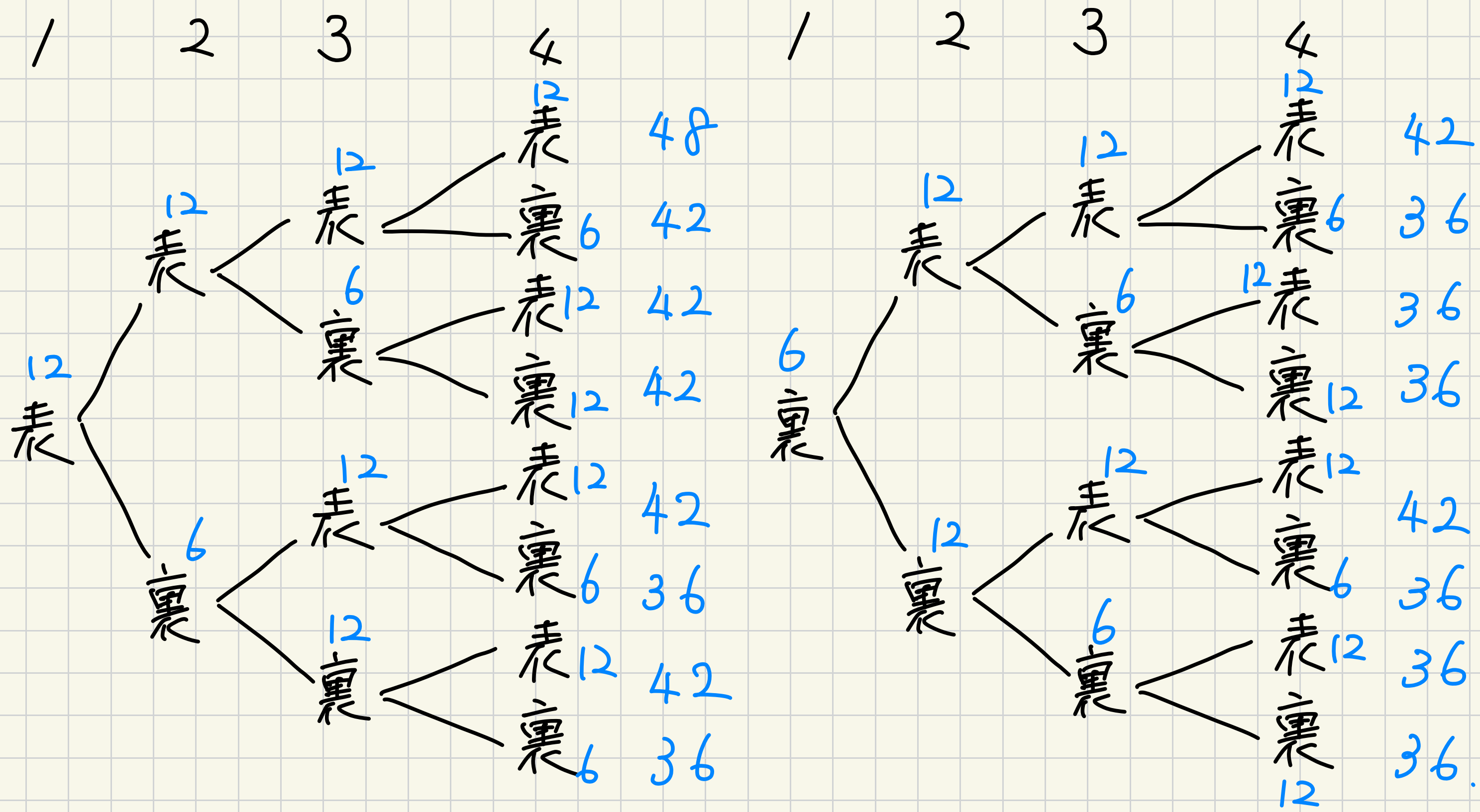
$$(6m+5)+(3n+2)=6m+3n+7$$
$$=3(2m+n+2)+1$$

である．$2m+n+2$ は整数だから，6で割ると5余る数と，3で割ると2余る数の和を3で割った余りは1である

(8)



2. 樹形図は以下の通り。直前が走るだと、
次の区間は裏がでても歩くことに注意する.



(1) 樹形図より最も短い時間は36分

(2) 樹形図より.硬貨の表,裏が出るのは全部で
16通り. このうち42分となるのは. 7通り.
よって,求める確率は

$$\frac{7}{16}$$

3.

(1) 今日仕入れる鮭の個数は 昨日の個数 の30%減らすので
600個

$$600 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 600 \times \frac{70}{100}$$

$$= 600 \times \frac{7}{10}$$

$$= 420個$$

(2)

ア. 今日仕入れた昆布：昨日仕入れた鮭 の5%増
600

⇒ $600 \times 0.05 = 30$ なので
昆布は30個増
∴ $x + 30$個

今日仕入れた明太子：昨日仕入れた鮭 の10%増
600

⇒ $600 \times 0.1 = 60$ なので
明太子は60個増
∴ $y + 60$

今日仕入れた昆布と明太子が220個だから

$$(x + 30) + (y + 60) = 220$$

また、昨日仕入れた昆布と明太子と梅の合計は150個だから

$$x + y + 梅 = 150$$

⇒ $梅 = 150 - x - y$ …昨日仕入れた梅

今日仕入れた梅は.昨日仕入れた鮭の15%増

600

$\Rightarrow 600 \times 0.15 = 90$ なので

梅は90個増

よって,今日仕入れた梅の個数は.

$\underbrace{150 - x - y}_{\text{昨日仕入れた梅}} + 90$

今日仕入れた鮭と梅の合計は.明太子の5倍なので

$\underbrace{420}_{\text{今日の鮭}} + \underbrace{(150 - x - y + 90)}_{\text{今日の梅}} = 5\underbrace{(y + 60)}_{\text{今日の明太子}}$

以上より連立方程式は.

$$\begin{cases} (x+30) + (y+60) = 220 & \text{——— ①} \\ 420 + (150 - x - y + 90) = 5(y+60) & \text{——— ②} \end{cases}$$

1. ①,②を整理して

① $\Leftrightarrow$ $x + y = 130$ ——— ①'

② $\Leftrightarrow$ $-x - y + 660 = 5y + 300$

$\Leftrightarrow$ $x + 6y = 360$ ——— ②'

①' − ②' より

$$\begin{array}{rr} & x + y = 130 \\ -) & x + 6y = 360 \\ \hline & -5y = -230 \end{array}$$

$y = 46$

$y=46$ を①'に代入して

$$x+46=130 \quad \therefore x=84$$

よって、$x=84,\ y=46$

4.

(1)

ア.

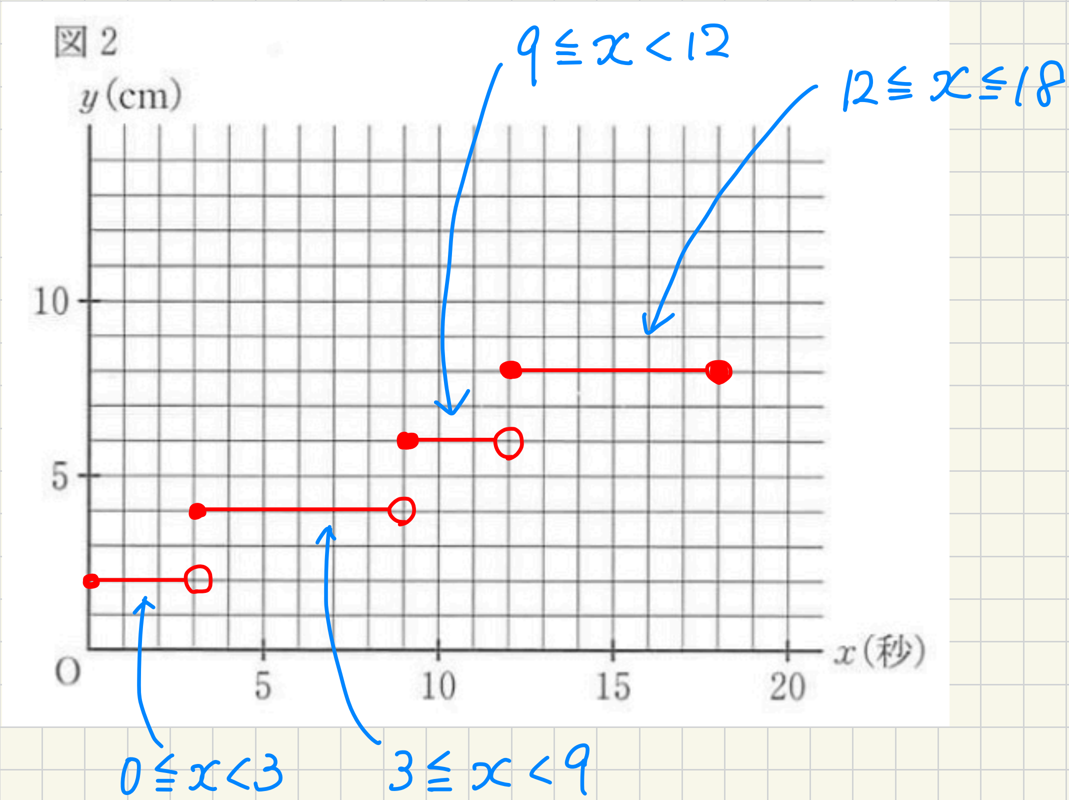
点Aについて

x秒後のAとPの距離yは $y=2x$ と表されるから、$x=2$秒後のときは、$y=4$

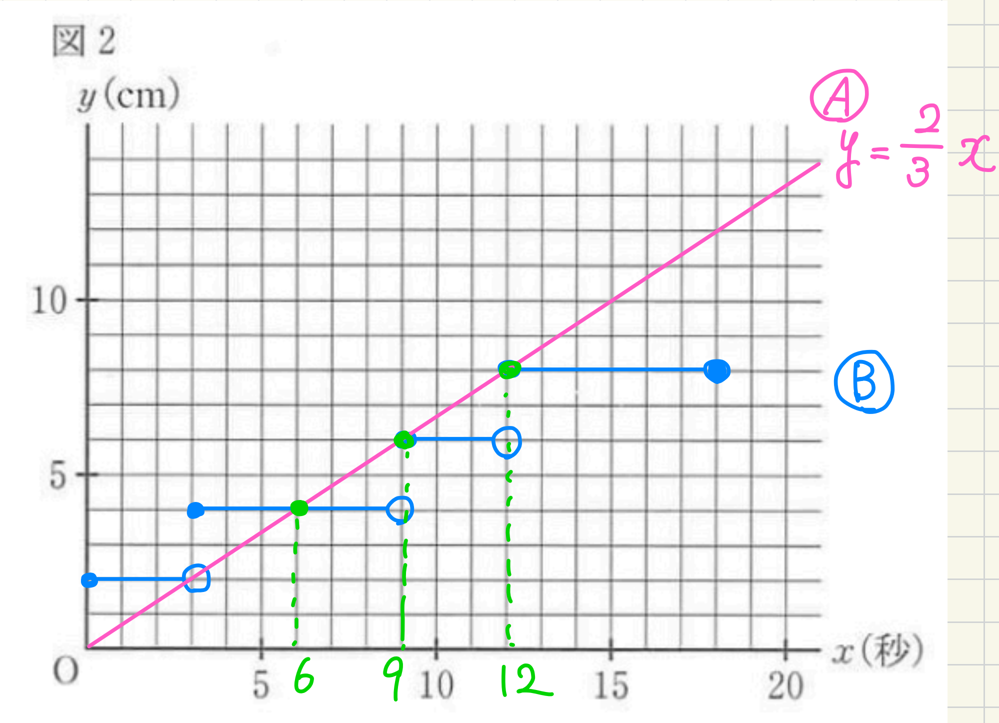
点Bについて

$0 \leqq x < 3$ のとき $y=2$ なので、$x=2$秒後のときは、$0 \leqq x < 3$ を満たすから、$y=2$

イ



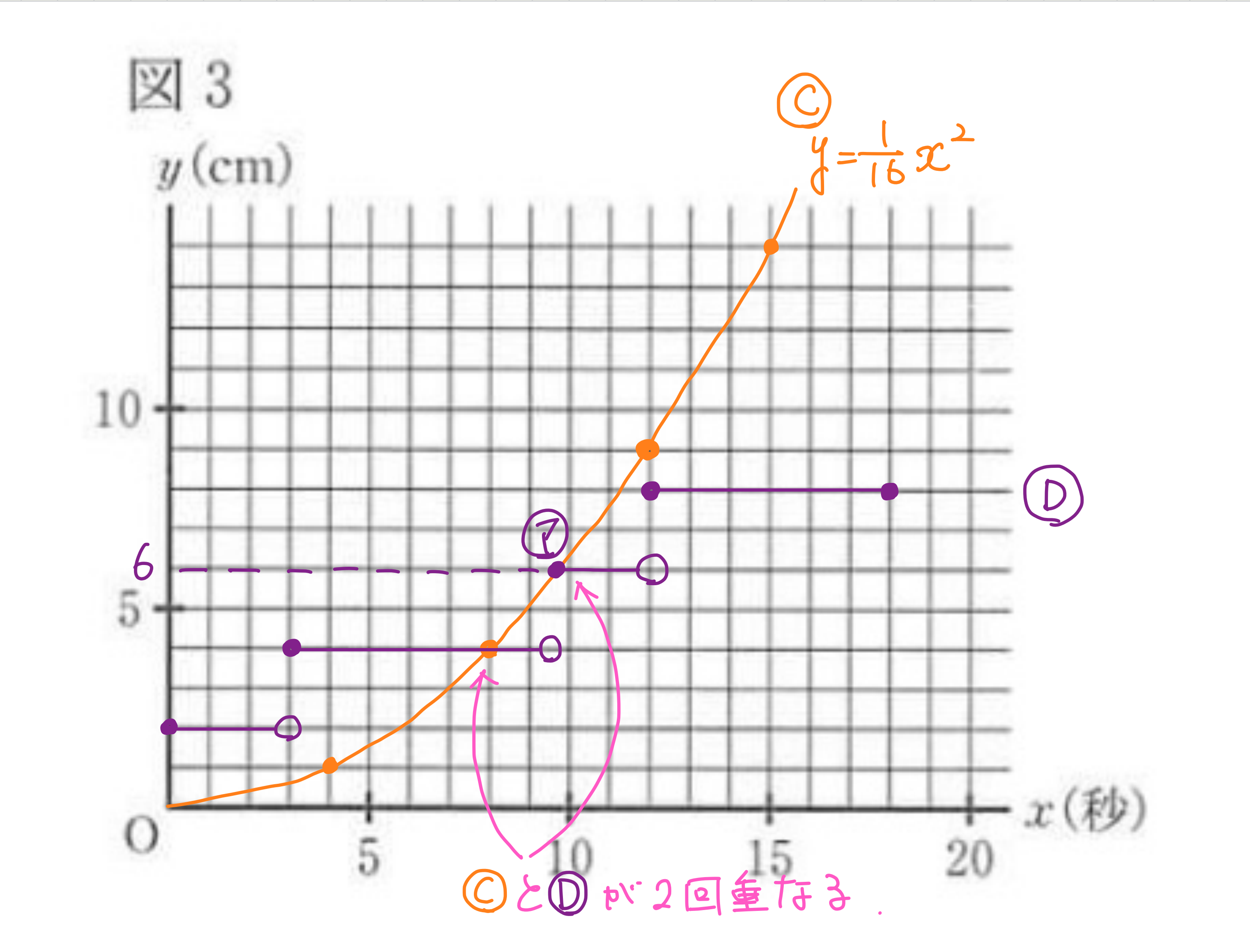
ウ.



グラフより
Ⓐ と Ⓑ が
重なるのは

$x=6, 9, 12$

(2)



Ⓒ とⒹ は、$0 \leqq x < 3$、$12 \leqq x \leqq 18$ では重ならないので、
$3 \leqq x < \bigcirc$ で1回、$\bigcirc \leqq x < 12$ で1回重なる。

このとき、㋐ が $y = \frac{1}{16}x^2$ 上にあるときが、㋐ の値が最大となる。すなわち、$y = \frac{1}{16}x^2$ において、$y = 6$ のときだから

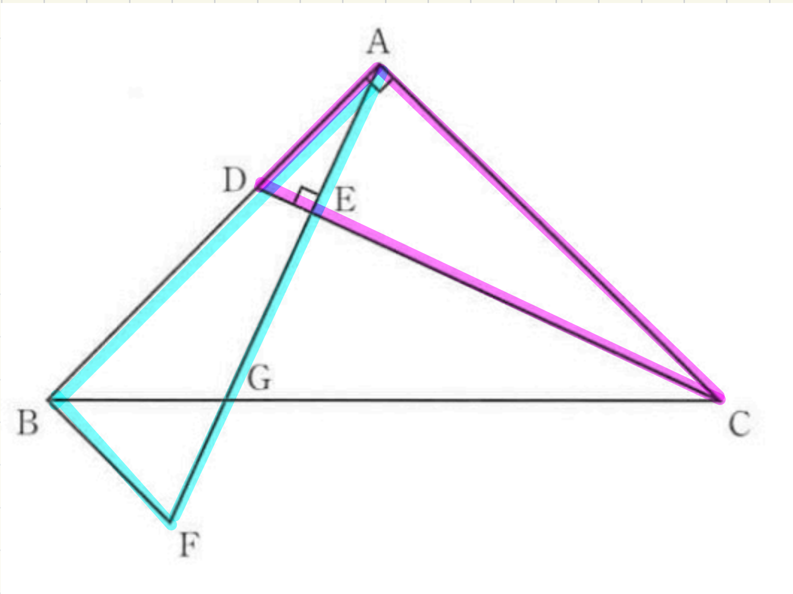
$$6 = \frac{1}{16}x^2$$

$$x^2 = 96 \qquad \therefore x = \pm 4\sqrt{6}$$

$x > 0$ より $x = 4\sqrt{6}$

5.

(1)



$\triangle ADC$ と $\triangle BFA$ で、
仮定より
$CD = AF$ ——①
$\triangle ABC$ は直角二等辺三角形だから
$AC = BA$ ——②

$\triangle ADC$ で $\angle CAD = 90°$ より
$\angle ACD = 180° - 90° - \angle ADC = 90° - \angle ADC$ ——③
$\triangle ADE$ で $\angle DEA = 90°$ より
$\angle EAD = 180° - 90° - \angle ADE = 90° - \angle ADE$ ——④
$\Rightarrow \angle BAF$　　　$\Rightarrow \angle ADC$

③, ④ から

$\angle ACD = \angle BAF$ ―⑤

①, ②, ⑤ から 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

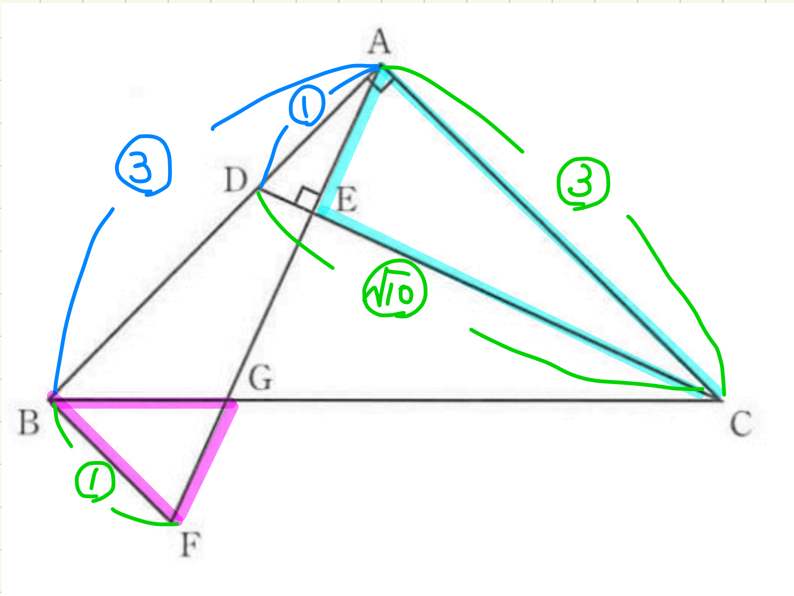
$\triangle ADC \equiv \triangle BFA$

対応する辺の長さは等しいから

$AD = BF$ (証明終わり)

(2)

ア. 難問



$AD = \frac{1}{3}AB$ より

$AD =$ ①, $AB =$ ③

と書くこととする.

(1)より $\triangle ADC \equiv \triangle BFA$ だから.

$AC = BA$

$\therefore AC =$ ③

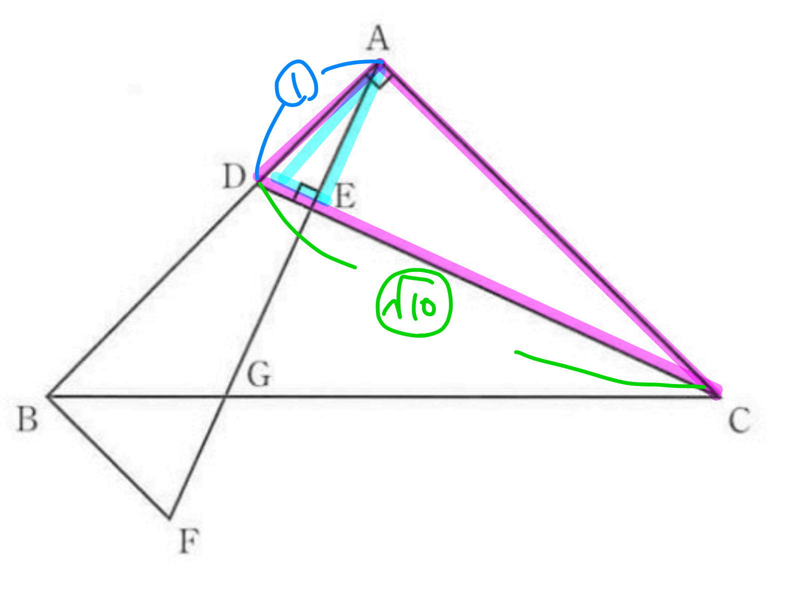
$AD = BF$

$\therefore AD =$ ①

$\triangle ADC$ で三平方の定理より

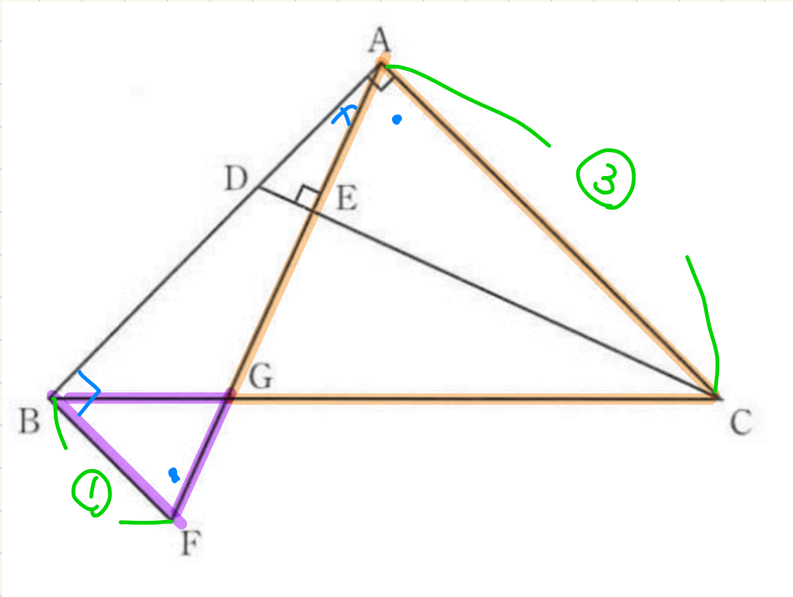
$DC = \sqrt{③^2 + ①^2}$

$= \sqrt{10}$



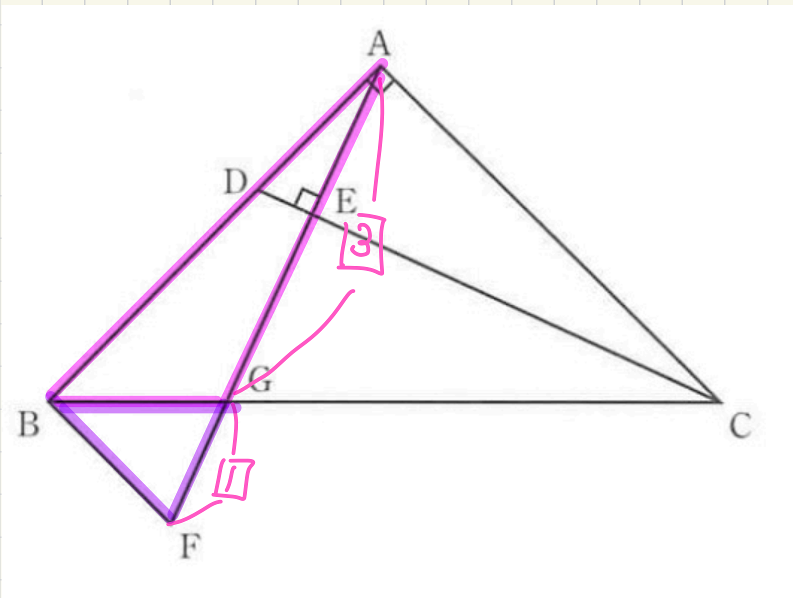
△ACD と △EAD で,
共通な角は等しいから
$\angle ADC = \angle EDA$ —①
また,
$\angle CAD = \angle AED = 90°$ —②

①,② より 2組の角がそれぞれ等しいから
$\triangle ACD \sim \triangle EAD$
相似比は
$CD : AD = \sqrt{10} : 1$
面積比は相似比の2乗に等しいから
$\triangle ACD : \triangle EAD = \sqrt{10}^2 : 1$
$= 10 : 1$
⇒ $\triangle ACD = \boxed{10}$, $\triangle EAD = \boxed{1}$ と書くこととする.
$\triangle AEC = \triangle ACD - \triangle EAD$
$= \boxed{10} - \boxed{1}$
$= \boxed{9}$
また, (1) より $\triangle ADC \equiv \triangle BAF$ だから
$\triangle BAF = \boxed{10}$

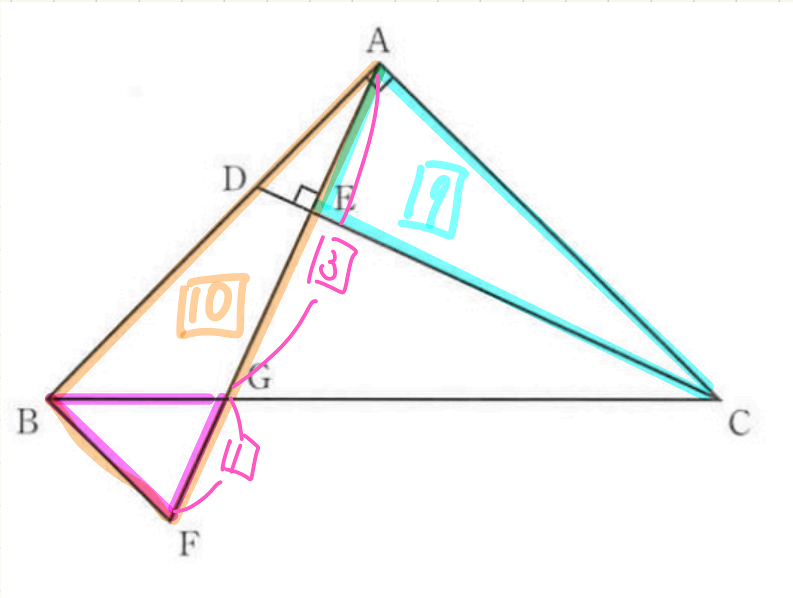


△CAG と△BFGで、
(1)より△ADC≡△BAF
だから
∠DAC = ∠ABF
∴ ∠DAC = 90° ― ③

∠CAG = 90° − ∠BAF ― ④
∠BFG = 90° − ∠BAF ― ⑤
④、⑤より
∠CAG = ∠BFG ― ⑥
対頂角は等しいから
∠AGC = ∠FGB ― ⑦
⑥、⑦より 2組の角がそれぞれ等しいから
△CAG ∽ △BFG.
対応する辺の比は等しいから
CA : BF = AG : FG
3 : 1 = 3 : 1



△BAG と△BFGで、
底辺をそれぞれ AG、FG
とすると、高さは等しいので
面積比は底辺比となる。
よって、
△BAG : △BFG = 3 : 1.



よって

$$\triangle BFG = \frac{1}{3+1} \times \boxed{10}$$

$$= \boxed{\frac{10}{4}}$$

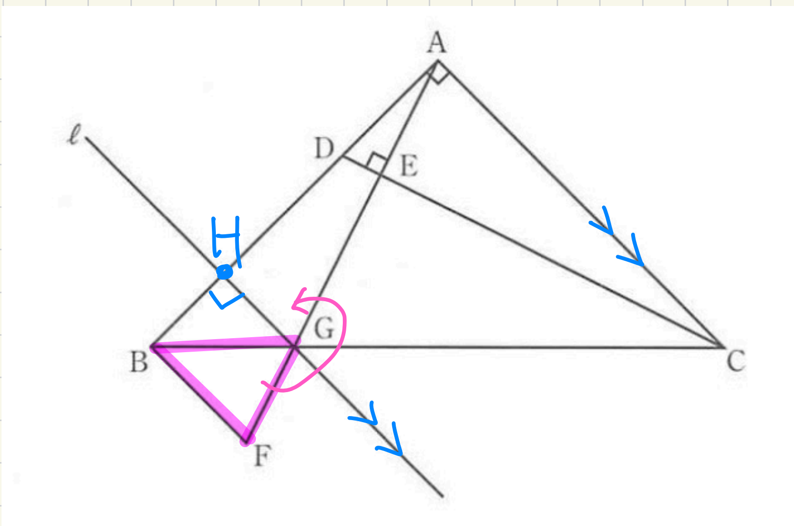
$$= \boxed{\frac{5}{2}}$$

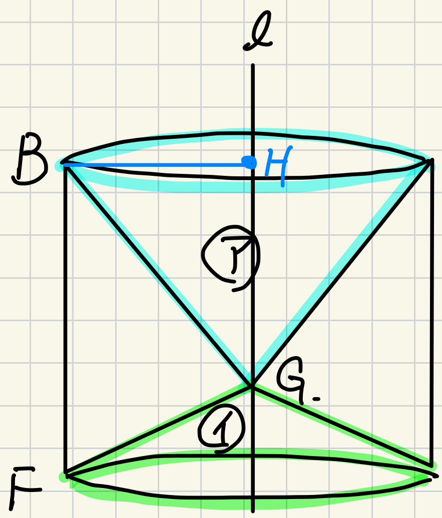
したがって、

$$\triangle BFG : \triangle AEC = \frac{5}{2} : 9$$

$$= 5 : 18$$

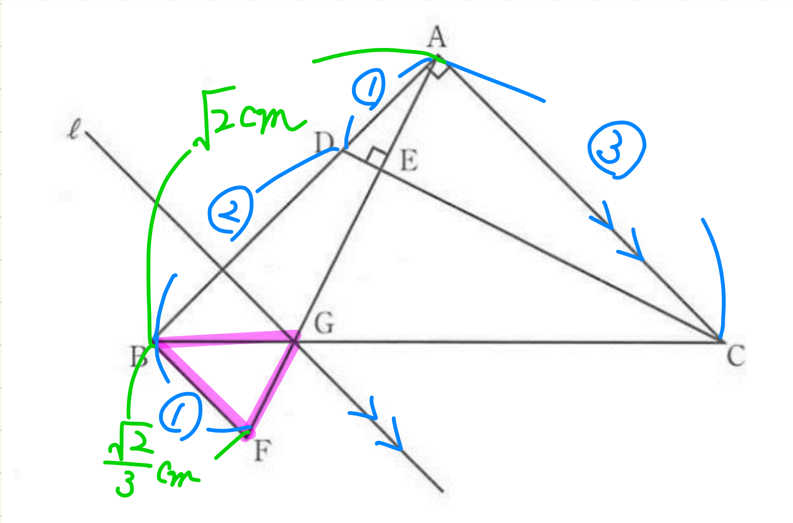
イ. やや難問





ℓを軸として、△BFGを回転させたときの立体は、右上の図のようになる。
求める体積は、円柱から㋐と㋑の体積を引けば良い

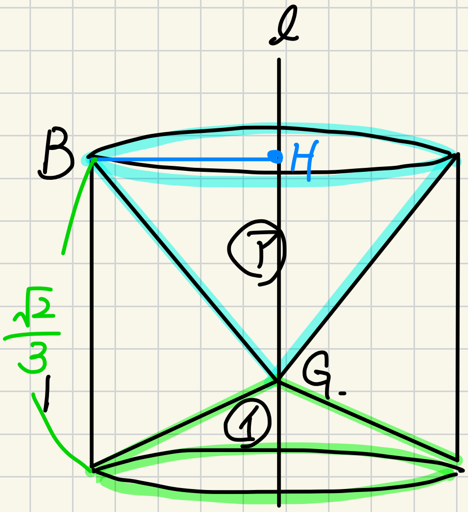
ℓとABの交点をHとする。
AC//ℓ//BF と ∠ABF = 90° から、BFが回転体の高さとなる。



(2)アより
AD = ①、AB = ③
BF = ① で、AB = $\sqrt{2}$cm だから

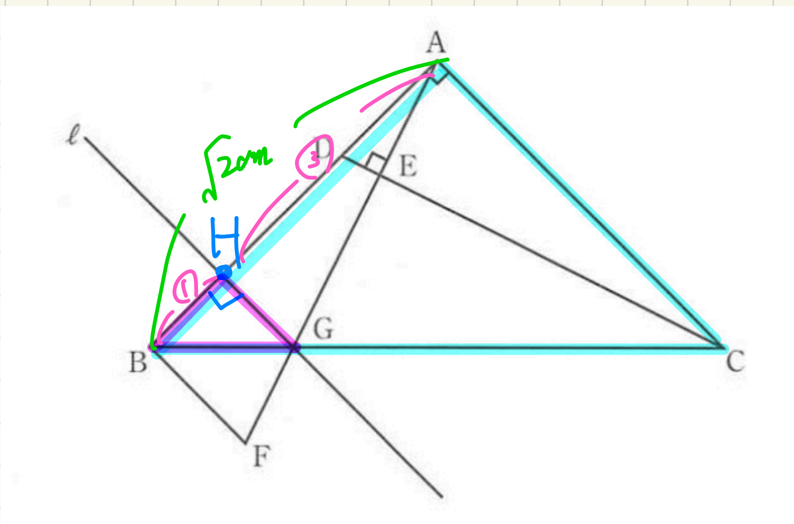
$$BF = \frac{1}{3} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}\text{cm}$$

次に、回転体の半径BHを求める。



また、(2)アより △CAG ∽ △BFG だから、

$$CG : BG = CA : BF$$
$$= 3 : 1$$



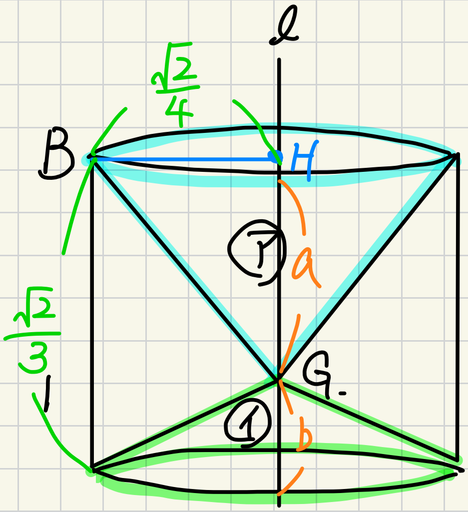
△BHGと△BACで
HG//ACより同位角が等しいので
∠BHG = ∠BAC —①
∠BGH = ∠BCA —②
①、②より2組の角がそれぞれ等しいから △BHG ∽ △BAC。

対応する辺の比は等しいから、

$$BH : HA = BG : GC$$
$$= 1 : 3$$

よって、

$$BH = \frac{1}{1+3} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}\ \text{cm}$$



㋐の高さを a cm、
㋑の高さを b cm
とする。

$$\Rightarrow a+b = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

以上より、求める体積は

$$\underbrace{\frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{4} \times \pi \times \frac{\sqrt{2}}{3}}_{\text{円柱}} - \left(\underbrace{\frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{4} \times \pi \times a \times \frac{1}{3}}_{㋐} + \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{4} \times \pi \times b \times \frac{1}{3}}_{㋑} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{4} \times \pi \times \left\{ \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3} \overbrace{\boxed{(a+b)}}^{\frac{\sqrt{2}}{3}} \right\}$$

$$= \frac{\pi}{8} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{3} \right)$$

$$= \frac{\pi}{8} \times \left(\frac{3\sqrt{2} - \sqrt{2}}{9} \right)$$

$$= \frac{\pi}{8} \times \frac{2\sqrt{2}}{9} = \frac{\sqrt{2}}{36}\pi\ \text{cm}^3$$