2021年度　石川県
数学

kmkm

1.

(1)

ア　与式 $= 6 + 1$

$= 7$

イ　与式 $= 4 - 15$

$= -11$

ウ　与式 $= \dfrac{9xy^3}{4} \times \dfrac{2}{3xy}$

$= \dfrac{3}{2}y^2$

エ　与式 $= \dfrac{4a+b-3(a-2b)}{9}$

$= \dfrac{4a+b-3a+6b}{9}$

$= \dfrac{a+7b}{9}$

オ　与式 $= 4\sqrt{2} + \boxed{\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}}$　$= \dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}} \times \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \dfrac{2\sqrt{18}}{6}$

$= \dfrac{6\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2} + \sqrt{2}$

$= 5\sqrt{2}$

(2) yはxに反比例するので、$y=\frac{a}{x}$とおく。

$x=3, y=2$だから

$$2=\frac{a}{3} \quad \therefore a=6$$

よって、$y=\frac{6}{x}$

(3) $4<\sqrt{n}<5$ を2乗すると、

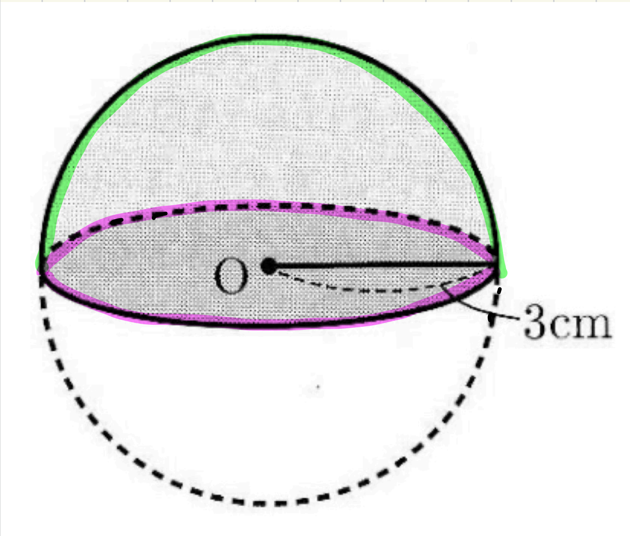
$16<n<25$

これを満たすnは、

17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24

なので 8個

(4)



球の表面積は、半径をrとすると、$4\pi r^2$であり、半球の表面積は

$$4\pi r^2 \times \frac{1}{2} = 2\pi r^2$$

よって

$$2\pi \times 3^2 = 18\pi$$

また、円の面積はπr^2だから

$$\pi \times 3^2 = 9\pi$$

よって、求める表面積は、

$$18\pi + 9\pi = 27\pi \text{ cm}^2$$

(5)

ア：最頻値は4人で<u>1匹</u>なので誤り

イ：

$$平均値 = \frac{0\times2+1\times4+2\times1+3\times3+4\times1+5\times1}{12}$$

$$= \frac{0+4+2+9+4+5}{12}$$

$$= \frac{24}{12}$$

$$= 2$$

よって誤り

ウ：データを小さい順に並べると.

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
0 0 1 1 1 1 2 3 3 3 4 5

$$中央値 = \frac{1+2}{2} = 1.5$$

よって，中央値は<u>1.5匹</u>なので正しい

エ：範囲＝最大値－最小値

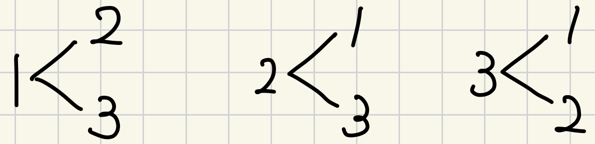
$$= 5 - 0$$

$$= 5匹$$

よって誤り

2.

(1) 樹形図は、以下の通り



よって、玉の取り出し方は6通り

(2)

pについて

玉の取り出し方は以下の通り。

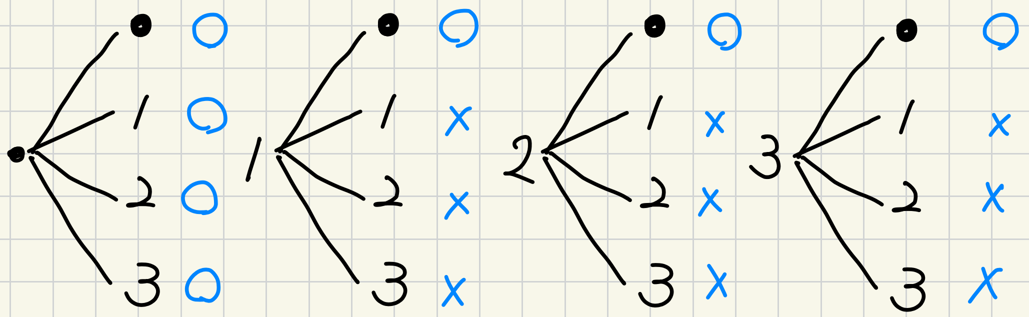
(●, 1), (●, 2), (●, 3)
(1, 2), (1, 3), (2, 3)

玉の取り出し方は6通りで、そのうち赤玉を取り出すのは3通りなので

$$p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

qについて

樹形図は以下の通り



玉の取り出し方は16通りで、そのうち1つでも赤玉がでるのは7通り。よって

$$q=\frac{7}{16}$$

$p=\frac{1}{2}=\frac{8}{16}$, $q=\frac{7}{16}$ より

$$p>q$$

よって、pの方が大きい ア

3.

(1) $x=1$ とすると、

3倍

$$y=\frac{1}{4}\times 1^2=\frac{1}{4}$$

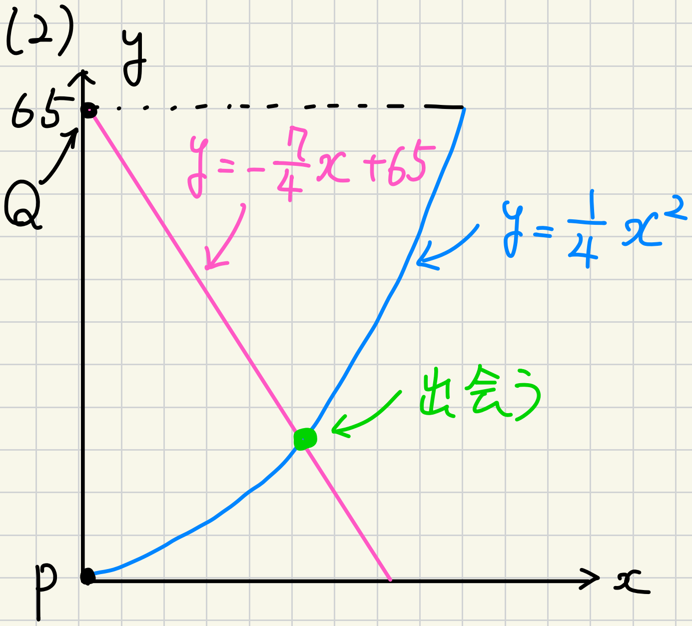
9倍

$x=3$ とすると、

$$y=\frac{1}{4}\times 3^2=\frac{9}{4}$$

よって 9倍

(2)



BさんはQの位置からPに向かって毎分$\frac{7}{4}$mの速さで走るから、Bさんのグラフの式は

$$y=-\frac{7}{4}x+65$$

よって、出会う時間は

$$\begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2 & \text{—— ①} \\ y = -\frac{7}{4}x + 65 & \text{—— ②} \end{cases}$$

①を②に代入して

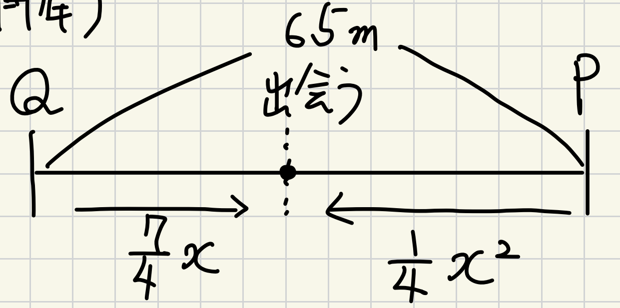
$$\frac{1}{4}x^2 = -\frac{7}{4}x + 65$$

×4

$$\Leftrightarrow x^2 = -7x + 260$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 7x - 260 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-13)(x+20) = 0$$
$$\therefore x = 13, -20$$

$x > 0$ より $x = 13$ よって出会う時間は13秒後

(別解)



出会う時間を x 秒後とすると、

Bさんの進んだ距離は $\frac{7}{4}x$ m

ボールの進んだ距離は $\frac{1}{4}x^2$ m

これらが65mになるから

$$\frac{7}{4}x + \frac{1}{4}x^2 = 65$$

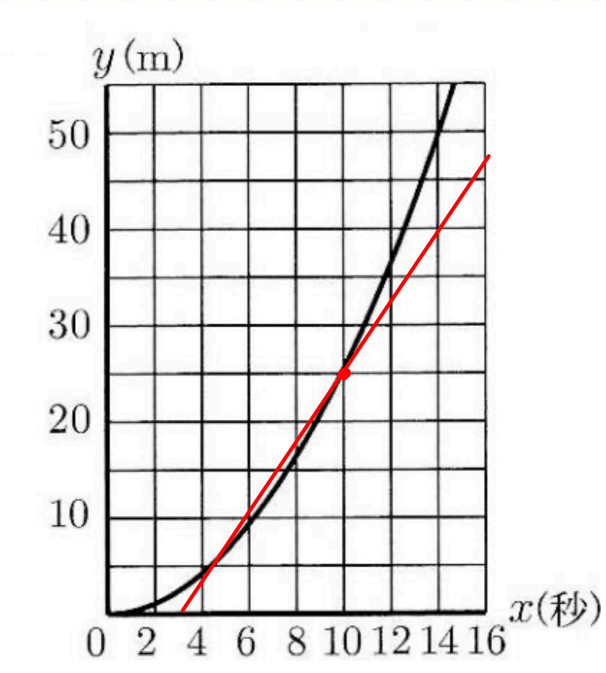
$\Leftrightarrow \quad x^2 + 7x - 260 = 0$

$\Leftrightarrow \quad (x-13)(x+20) = 0$

$\therefore \ x = 13, -20$

$x > 0$ より $x = 13$ よって出会う時間は13秒後

(3)



$y = \frac{1}{4}x^2$ で $x = 10$ のとき

$$y = \frac{1}{4} \times 10^2$$

$$= 25$$

よって, Cさんのグラフは. 傾きが $\frac{15}{4}$ で, (10, 25) を通るから

$y = \frac{15}{4}x + b$ とおくと.

$$25 = \frac{15}{4} \times 10 + b$$

$$b = 25 - \frac{75}{2}$$

$$= -\frac{25}{2}$$

よってCさんのグラフの式は $y = \frac{15}{4}x - \frac{25}{2}$ で, P地点 ($y = 0$ 地点) を出発したのは

$$0 = \frac{15}{4}x - \frac{25}{2}$$

$$\frac{15}{4}x = \frac{25}{2}$$

$$x = \frac{25}{2} \times \frac{4}{15} = \frac{10}{3}$$

よって, $\frac{10}{3}$ 秒後

4.

大きいプランターをx個，小さいプランターをy個とすると，

$$\begin{cases} x+y=45 & \text{——①} \\ \underbrace{6x+2y}_{\text{スイセン}}+\underbrace{2y}_{\text{チューリップ}}=216 & \text{——②} \end{cases}$$

②を整理して

$$6x+4y=216$$
$$3x+2y=108 \quad \text{——③}$$

①×2－③より

$$\begin{array}{rrr} & 2x+2y & =90 \\ -) & 3x+2y & =108 \\ \hline & -x & =-18 \end{array}$$

$$x=18$$

$x=18$を①に代入して

$$18+y=45 \quad \therefore y=27$$

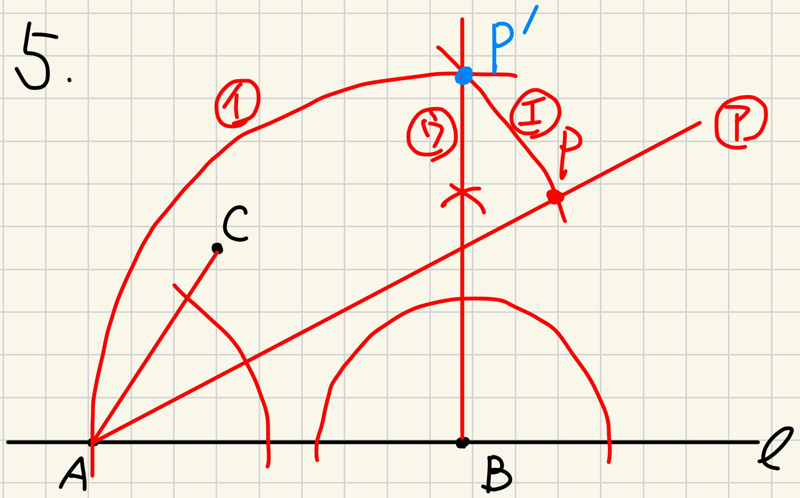
よって，

$$\text{スイセン}=6x+2y$$
$$=6\times18+2\times27$$
$$=108+54$$
$$=162$$

$$\text{チューリップ}=2y$$
$$=2\times27$$
$$=54$$

∴ スイセン162個，チューリップ54個

5.



㋐ ②より $\angle PAB = \frac{1}{2}\angle CAB$ だから $\angle CAB$ の二等分線を描く

㋑,㋒ Bを通る垂直二等分線と，Bを中心とした半径ABの円を描く

⇒ 交点をP′とすると，$\angle ABP = 90°$, $AB = PB$ より $\triangle ABP'$ は直角二等辺三角形

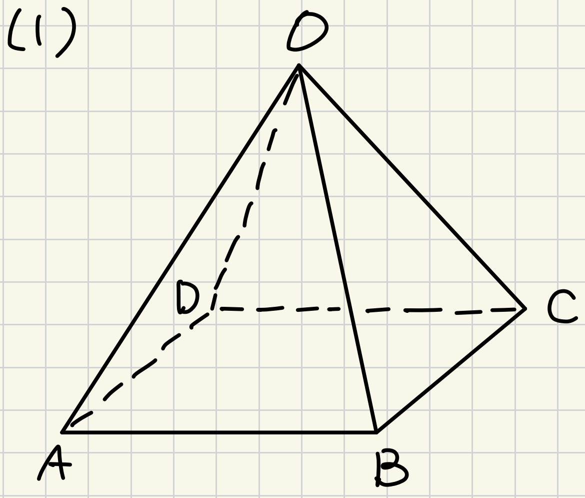
$\therefore AP' = \sqrt{2}AB$

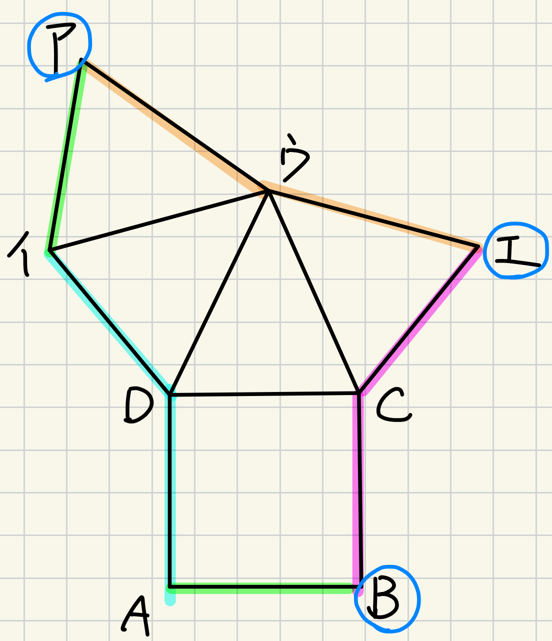
㋓ Aを中心として，半径AP′の円を描く. ㋐との交点がP

⇒ $AP = AP'$ より $AP = \sqrt{2}AB$

6.

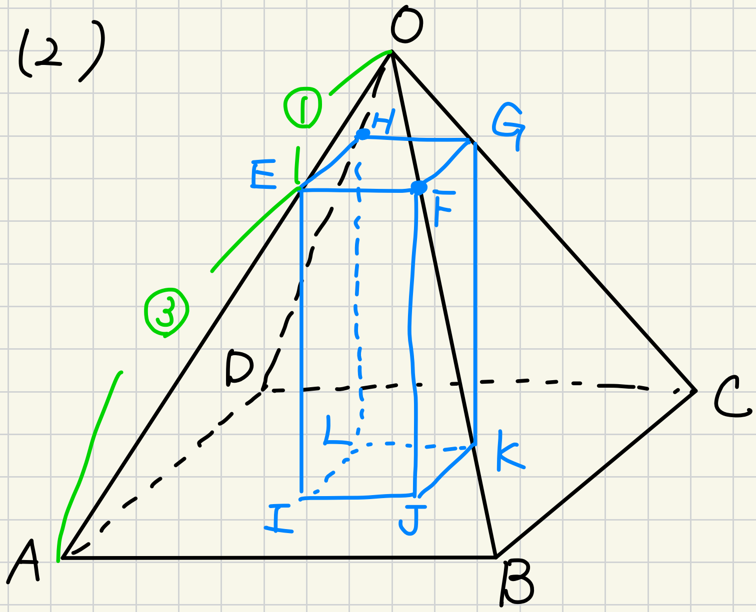
(1)



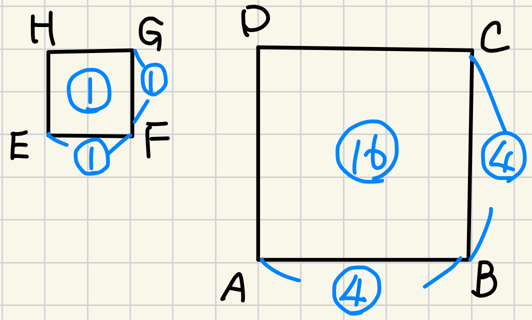


ア, エ

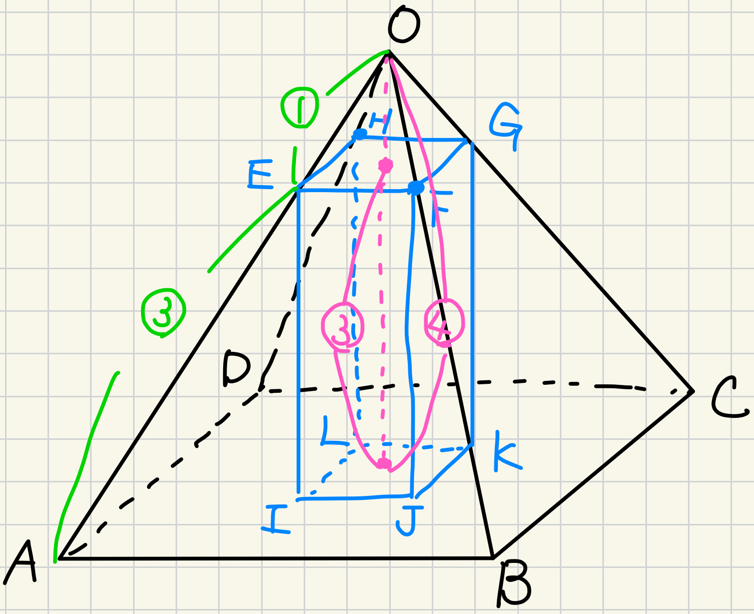
(2)



△OEF と △OAB において、
EF // AB より同位角が等しいから
$\angle OEF = \angle OAB$ ― ①
$\angle OFE = \angle OBA$ ― ②
①、② より 2組の角がそれぞれ等しいから
$\triangle OEF \backsim \triangle OAB$
対応する辺の比は等しいから
$EF : AB = OE : OA$
$= 1 : 4$



よって
□EFGH : □ABCD = 1 : 16.



一方、直方体と四角錐OABCDの高さの比は
3 : 4
である

よって、

$$四角錐 = 16 \times 4 \times \frac{1}{3} = \frac{64}{3}$$

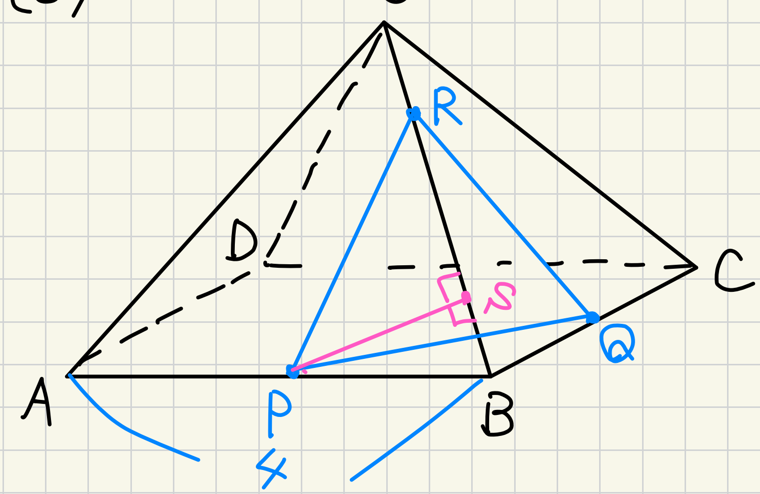
$$直方体 = 1 \times 3 = 3$$

したがって

$$四角錐 : 直方体 = \frac{64}{3} : 3$$

$$= 64 : 9$$

(3)



P, Qは AB, BCの中点だから

$$PB = BQ = 2$$

よって、△PBQで三平方の定理より

$$PQ = \sqrt{2^2+2^2}$$

$$= 2\sqrt{2}\ \text{cm}$$

$$= \sqrt{4+4}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

△PQRは正三角形だから

$$PQ = QR = RP = 2\sqrt{2}\ \text{cm}$$

Pから辺OBに垂線を引き、その交点をSとする.

△OABは正三角形だから

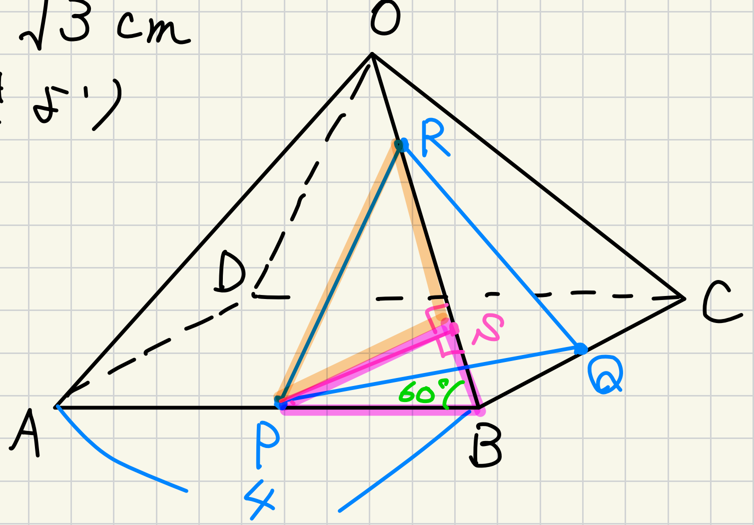
$$\angle ABO = 60^\circ$$

よって、△PBSは30°−60°−90°の直角三角形だから.

$$BS : \underbrace{PB}_{2} : PS = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

よって

$$BS = 1\ \text{cm},\quad PS = \sqrt{3}\ \text{cm}$$



△PSRで三平方の定理より

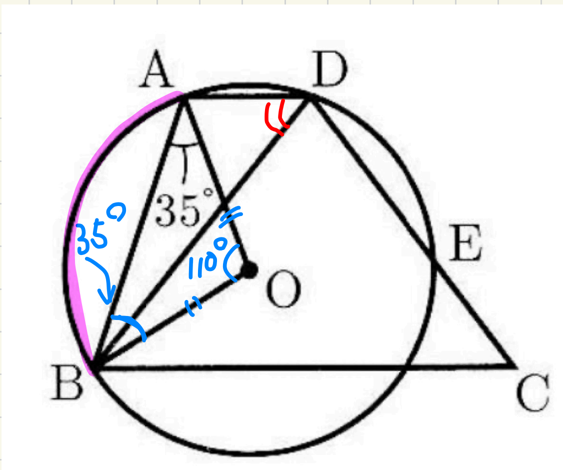
$$PS = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}^2} = \sqrt{8-3} = \sqrt{5}$$

よって、

$$RB = BS + PS = 1 + \sqrt{5}\ \text{cm}$$

7.

(1)



OA, OBは円Oの半径だから

$$OA = OB$$

よって△OABは二等辺三角形なので.

$$\angle OAB = \angle OBA$$

$$\therefore \angle OBA = 35^\circ$$

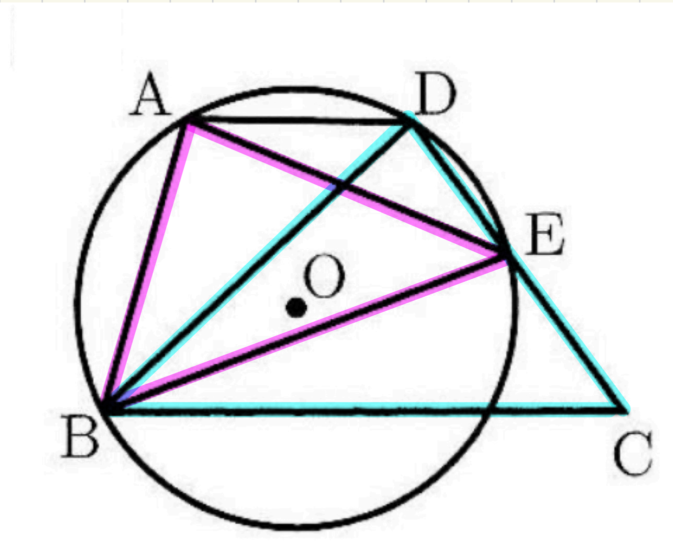
$\triangle OAB$の内角の和は$180°$だから

$$\angle AOB = 180° - (35° + 35°)$$
$$= 110°$$

$\overset{\frown}{AB}$に対して、$\angle AOB$は中心角、$\angle ADB$は円周角だから

$$\angle ADB = \frac{1}{2}\angle AOB$$
$$= \frac{1}{2} \times 110°$$
$$= 55°$$

(2)



$\triangle ABE$と$\triangle DCB$において、
$\overset{\frown}{BE}$に対する円周角は等しいから

$\angle BAE = \angle CDB$ ― ①

$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいから

$\angle AEB = \angle ADB$ ― ②

$AD /\!/ BC$より錯角は等しいから

$\angle ADB = \angle DBC$ ― ③

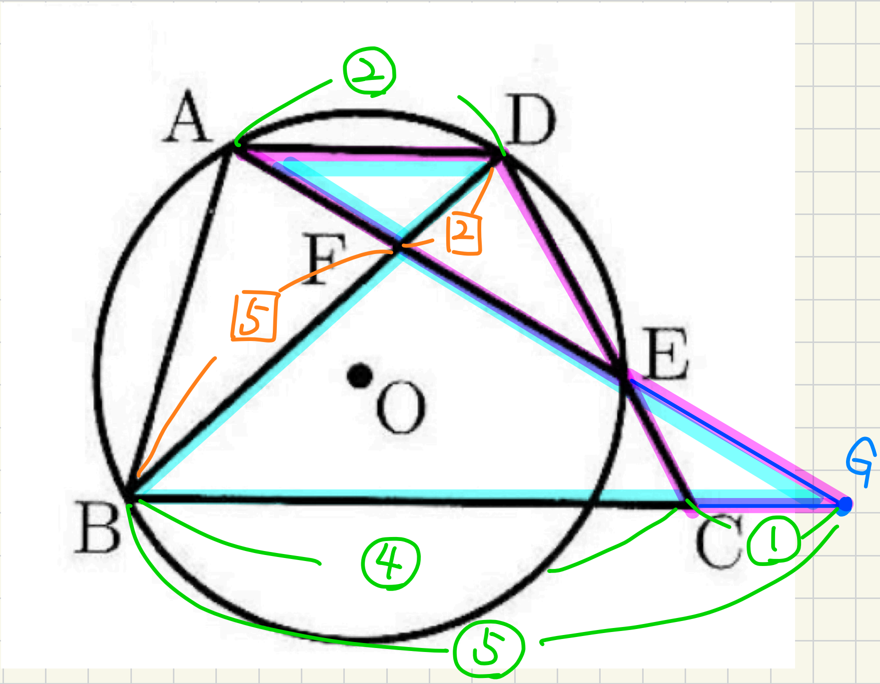
②、③より

$\angle AEB = \angle DBC$ ― ④

①、④より2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE \backsim \triangle DCB$ (証明終わり)

(3)



AEとBCの延長線の交点をGとする.

△AEDと△GECにおいて, AD//CGより

∠EAD = ∠EGC —①

∠EDA = ∠ECG —②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいから

△AED ∽ △GEC

対応する辺の比は等しいから

AD : GC = ED : EC = 2 : 1

△AFDと△GFBにおいて, AD//BCより

∠FAD = ∠FGB —①

∠FDA = ∠FBG —②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいから

△AFD ∽ △GFB

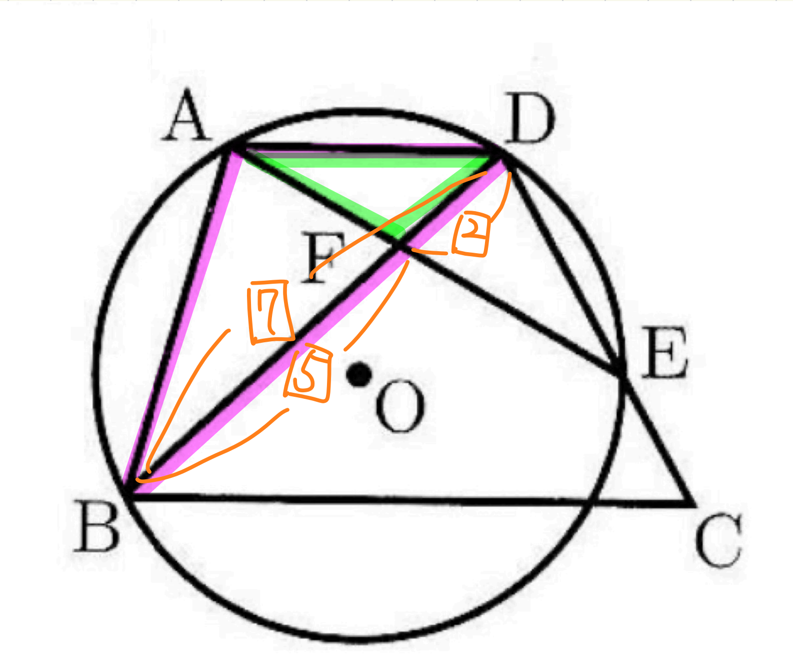
対応する辺の比は等しいから

DF : BF = AD : GB

ここで, BC = 2ADより AD : BC = 1 : 2 = 2 : 4

よって、

$$DF : BF = 2 : 5$$



△ABDと△AFDで、
底辺をADとすると、
共通で等しいから、
面積比は高さの比となる。
よって

$$\triangle ABD : \triangle AFD = 7 : 2$$

$$2 \times \triangle ABD = 7 \times \triangle AFD$$

$$\therefore \triangle ABD = \frac{7}{2} \times \underbrace{\triangle AFD}_{4}$$

$$= 14 \text{ cm}^2$$

△ABDと△DBCで、底辺をAD, BCとすると、
高さが等しいので、面積比は、底辺比となる。
よって、

$$\triangle ABD : \triangle DBC = 1 : 2$$

$$\triangle DBC = 2\triangle ABD$$
$$= 2 \times 14$$
$$= 28 \text{ cm}^2$$

よって,求める面積は.

$$\triangle ABD + \triangle DBC = 14 + 28$$
$$= 42 \text{ cm}^2$$