2021年度 富山県

数学

Km Km

1.

(1) 与式 $= 7 - 16$

$= -9$

(2) 与式 $= \dfrac{2y^2 \times 5x^2y}{xy}$

$= 10xy^2$

(3) 与式 $= \sqrt{12} - \sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3} - \sqrt{3}$

$= \sqrt{3}$

(4) 与式 $= 6a - 9 - 4a + 8$

$= 2a - 1$

(5) y は x に反比例するから，$y = \dfrac{a}{x}$ とおく．

$x = 6$，$y = 4$ を代入して

$4 = \dfrac{a}{6}$ $\therefore a = 24$

よって，$y = \dfrac{24}{x}$ に $x = -3$ を代入して

$y = -\dfrac{24}{3}$

$= -8$

(16) $x^2 - 11x + 28 = 0$

$\Leftrightarrow (x-4)(x-7) = 0$

$\therefore x = 4, 7$

(17) $3x < 5(y-4)$

(18) 2つのさいころを投げたときの出る目は、

$6 \times 6 = 36$ 通り

出る目の数の和が3の倍数となるのは

(大, 小) = (1, 2), (1, 5)

(2, 1), (2, 4)

(3, 3), (3, 6)

(4, 2), (4, 5)

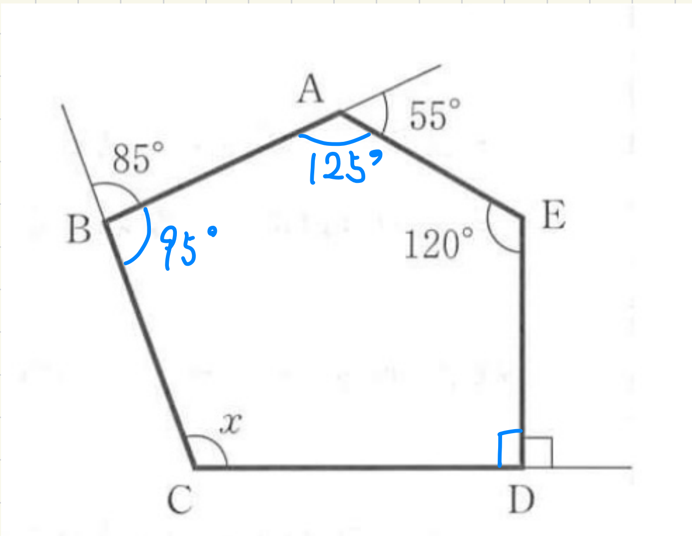
(5, 1), (5, 4)

(6, 3), (6, 6)

の12通り。よって求める確率は

$$\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

(19)



$\angle BAE = 180° - 55°$

$= 125°$

$\angle CBA = 180° - 85°$

$= 95°$

$\angle CDE = 180° - 90°$

$= 90°$

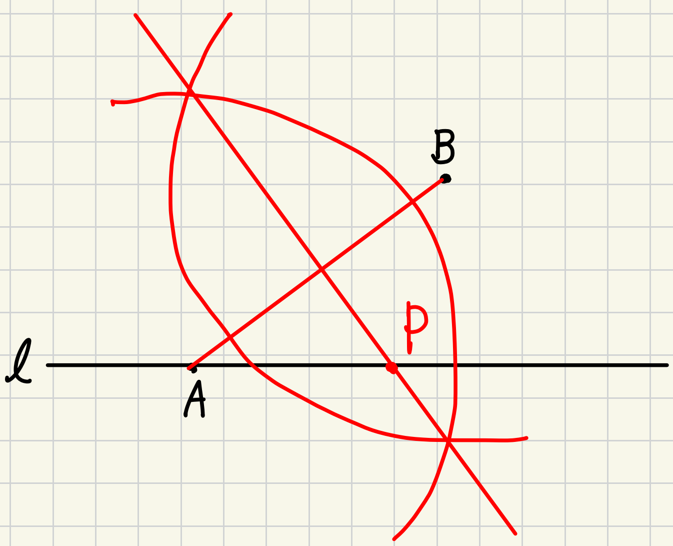
五角形の内角の和は、

$$180° \times (5-2) = 180° \times 3$$
$$= 540°$$

よって、

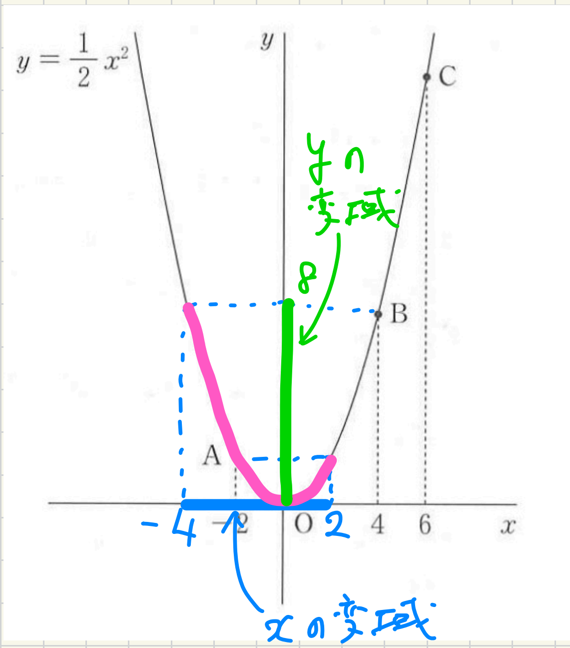
$$\angle x = 540° - (125° + 95° + 90° + 120°)$$
$$= 540° - 430°$$
$$= 110°$$

(10)



線分ABの垂直二等分線を描き、直線ℓとの交点がP.

2.
(1)



左図より $y=\frac{1}{2}x^2$ において、

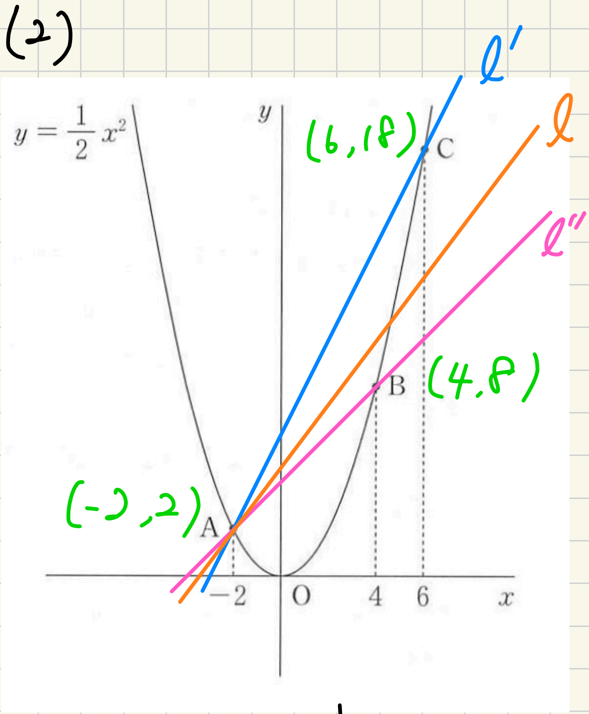
$x=-4$ のとき

$$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2$$
$$=8$$

よって y の変域は、

$$0 \leqq y \leqq 8$$

(2)



直線ℓが左図のように直線ℓ'と直線ℓ''の間にあれば良い

点Aは$y=\frac{1}{2}x^2$上にあり、$x=-2$なので

$$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2$$
$$=2$$

$\therefore A(-2,2)$

点Bは$y=\frac{1}{2}x^2$上にあり$x=4$なので

$$y=\frac{1}{2}\times4^2$$
$$=8$$

$\therefore B(4,8)$

点Cは$y=\frac{1}{2}x^2$上にあり$x=6$なので

$$y=\frac{1}{2}\times6^2$$
$$=18$$

$\therefore C(6,18)$

1次関数では、傾き＝変化の割合である。

・直線ℓ'の傾き

傾き＝変化の割合

$$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{18-2}{6-(-2)}$$ … A → C の増加量

$$= \frac{9}{8}$$

$$= 2$$

・直線 ℓ'' の傾き

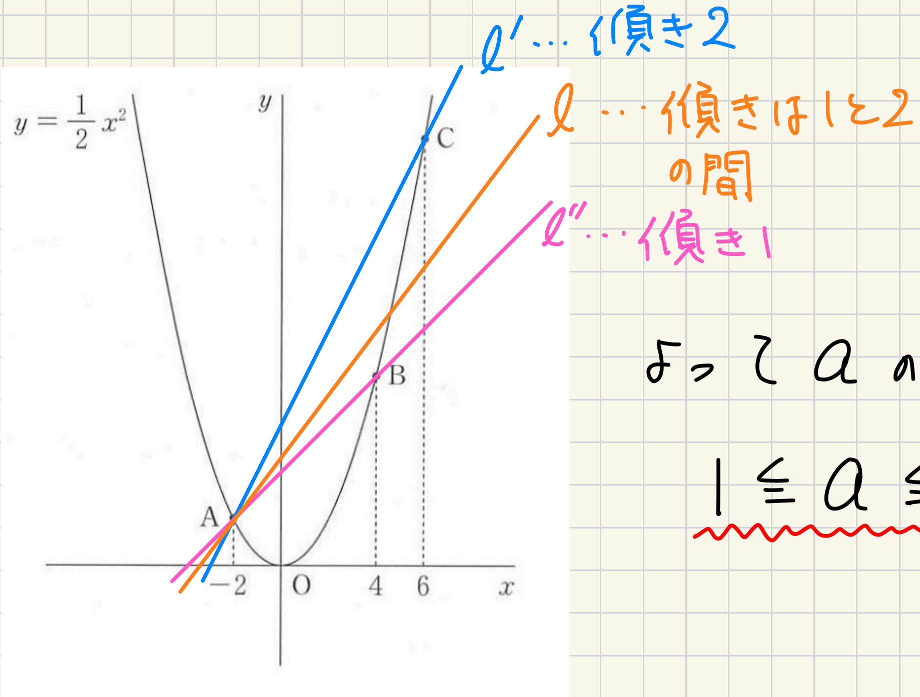
傾き ＝ 変化の割合

$$= \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{8-2}{4-(-2)}$$ … A → B の増加量

$$= \frac{6}{6}$$

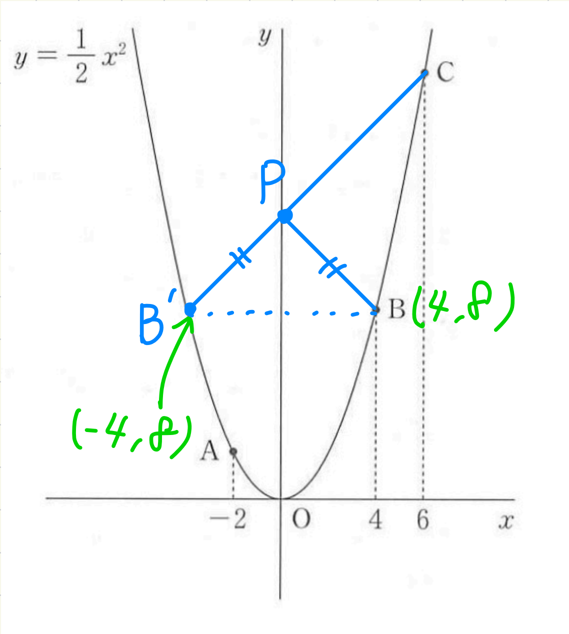
$$= 1$$



よって a の範囲は、

$$1 \leqq a \leqq 2$$

(3)



左図のように、点Bについてy軸対称の点をB'とする。
左右対称だから

$$BP = B'P$$

BP + CPが最小となるには、B'P + CPが最小になれば良い。

また、B'P + CPが最小となるには、B', P, Cが1つの直線上にあれば良い。

⇒ 点Pは直線B'Cのy切片である。

点B'は、点Bについてy軸対称だから、B'(-4, 8)

直線B'Pの式を$y = mx + n$とおくと、B'(-4, 8) C(6, 18)を通るから、

$$\begin{cases} 8 = -4m + n & \text{——①} \\ 18 = 6m + n & \text{——②} \end{cases}$$

①×3 + ②×2 より

$$\begin{array}{rrcr} & 24 = & -12m & +3n \\ +) & 36 = & 12m & +2n \\ \hline & 60 = & & 5n \end{array}$$

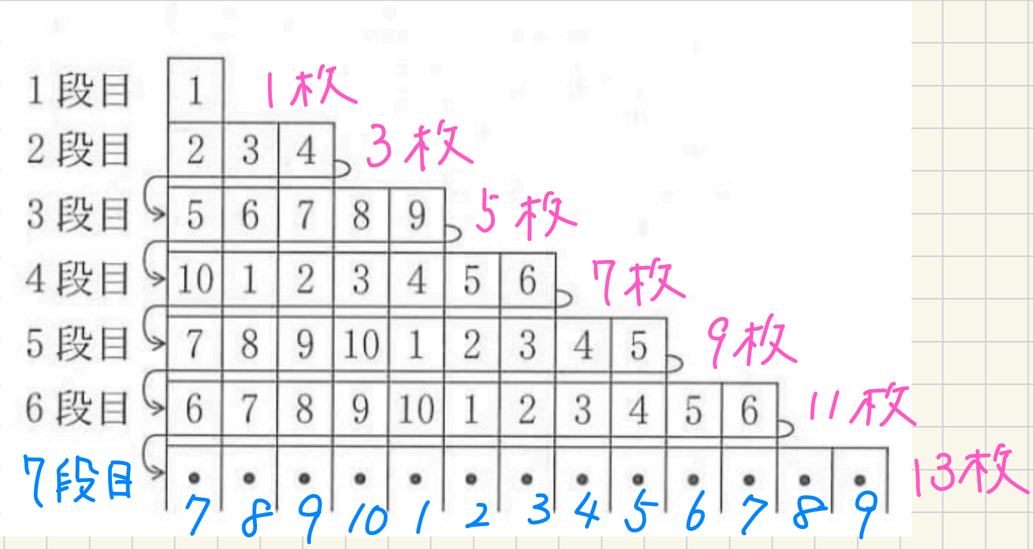
$\therefore n = 12$ …… 直線B'Cのy切片

☆ 点P ⇒ 直線B'Cのy切片だから、nの値のみ求めれば良い。

よって、点Pの座標は、(0, 12)

3.

(1)



カードの枚数 $= 1+3+5+7+9+11+13$

$= 49$ 枚

7段目の右端に書かれた数 $= 9$

(2) カードに書かれた数を $1, 2, \cdots, 10, 1, 2, \cdots, 10$ のように10でリセットせず、連番で書いてみる。

1段目 1

2段目 2 3 4

3段目 5 6 7 8 9

4段目 10 11 12 13 14 15 16

5段目 17 18 19 20 21 22 23 24 25

6段目 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36

7段目 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49

右端の数は、○段目 → $○^2$ となっている。

平方数

したがって、問題文のように、1, 2, …, 10, 1, 2, …, 10 と並べると、右端の数は ○段目 → ○^{2}の1の位であることが分かる

平方数を小さい順に並べると、
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100,
121, 144, 169, 196

$196 = 14^2$ であるから、14段目

(3)
平方数を小さい順に並べると、
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100,
121, 144, 169, 196, 225, 256, ……

1の位に着目すると、
$\boxed{1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, 0}$ ※
1, 4, 9, 6, 5, 6, ……
のように※を繰り返す。※の中で表れていない数は、2, 3, 7, 8 である。
よって、答えは 2, 3, 7, 8

4.

(1) ①

階級(m)		度数(人)	(階級値)×(度数)
以上	未満		
0 ～	10	0	0
10 ～	20	8	120
20 ～	30	x	$25x$
30 ～	40	y	$35y$
40 ～	50	2	90
50 ～	60	4	220
計		32	960

階級の平均値

例 10～20の階級値は

$$\frac{10+20}{2}=15$$

960 … 平均×度数の合計 $=30\times 32=960$

度数から

$$0+8+x+y+2+4=32$$

$$\therefore x+y=18$$

階級値×度数から

$$0+120+25x+35y+90+220=960$$

$$\therefore 25x+35y=530$$

よって

$$\begin{cases} x+y=18 \\ 25x+35y=530 \end{cases}$$

注

$$平均=\frac{(階級値\times度数)の合計}{度数の合計}$$

より. (階級値×度数)の合計 = 平均値×度数の合計

②

$$\begin{cases} x + y = 18 & \text{—— ①} \\ 25x + 35y = 530 & \text{—— ②} \end{cases}$$

① × 5 − ② ÷ 5 より

$$\begin{array}{rr} & 5x + 5y = 90 \\ -) & 5x + 7y = 106 \\ \hline & -2y = -16 \\ & y = 8 \end{array}$$

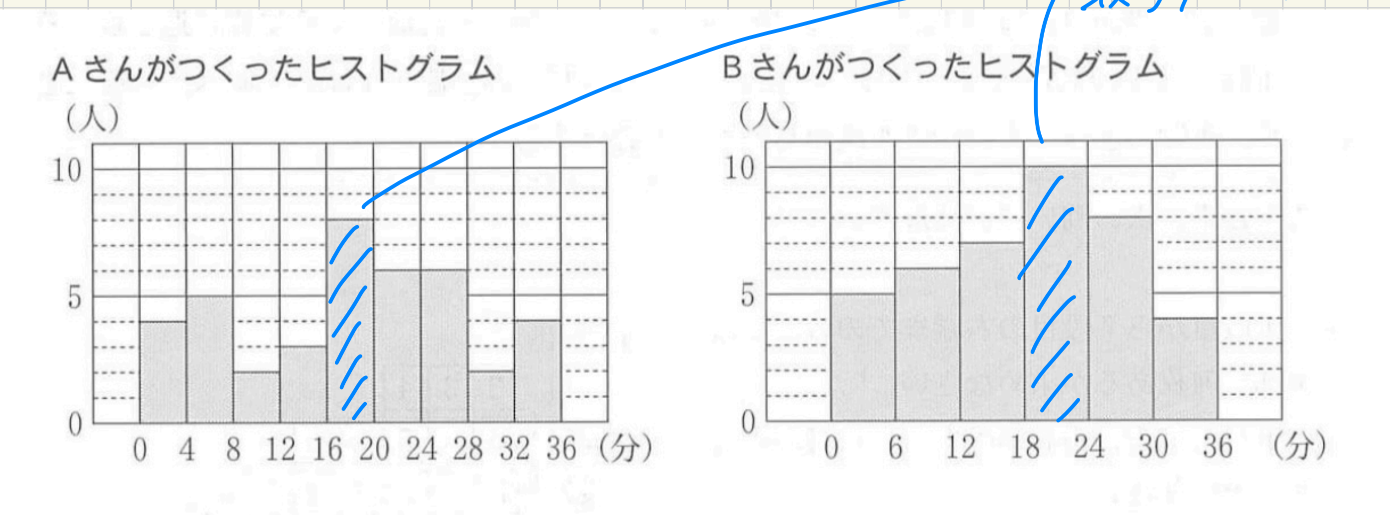
$y = 8$ を ① に代入して

$x + 8 = 18$ 　∴ $x = 10$

よって、$x = 10$、$y = 8$

(2)

最頻値



ア：Aさんの最頻値：16 〜 20

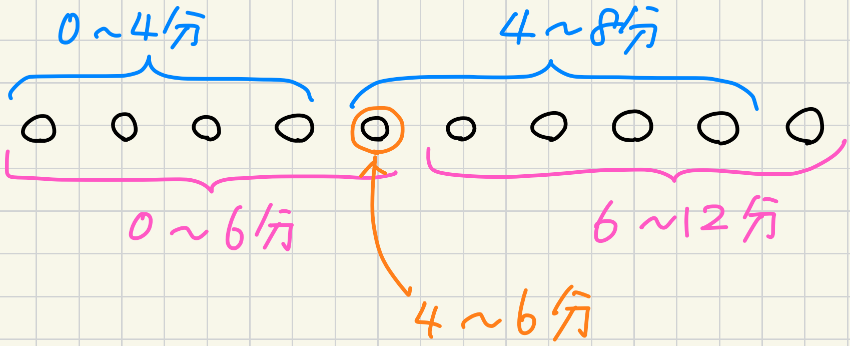
　　Bさんの最頻値：18 〜 24

　よって、Bさんの最頻値の方が大きいので誤り。

イ：Aさんのヒストグラムより

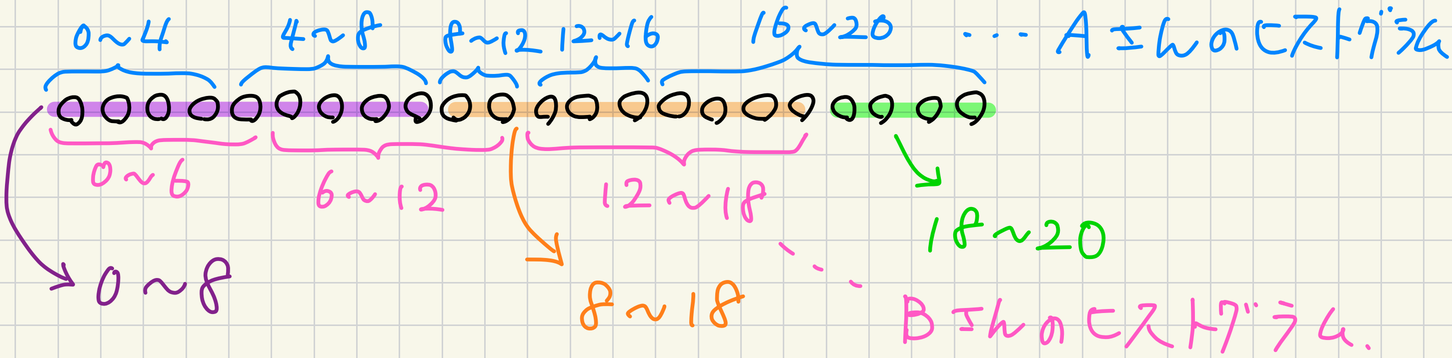
　　0 〜 4分：4人、4 〜 8分：5人

Bさんのヒストグラムより
0~6分：5人，6~12分：6人
よって



4~6分の生徒は1人なので正しい

ウ：データを小さい順に並べると



よって、8分~18分が最大で9人であり、8分の生徒がいない場合、9分~18分が最大で9人となる。よって正しい

エ：Aさんのヒストグラムの12~24の度数

$$= \underset{12\sim16}{3} + \underset{16\sim20}{8} + \underset{20\sim24}{6} = 17$$

Bさんのヒストグラムの12~24の度数

$$= \underset{12\sim18}{7} + \underset{18\sim24}{10} = 17$$

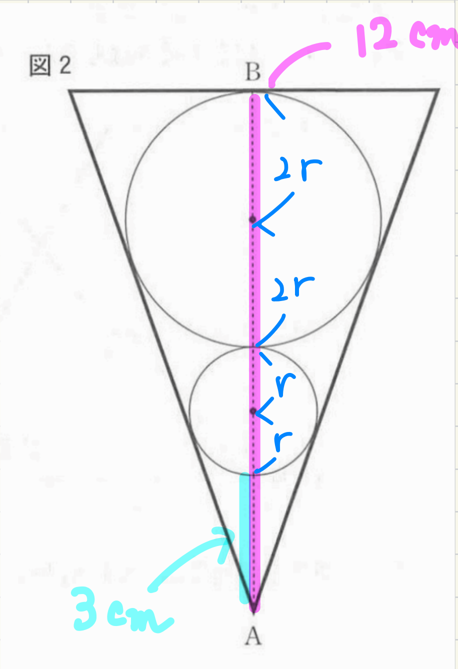
よって、同じ値なので誤り。

注 同じデータを、階級の幅を変えてヒストグラムを作っているので、階級の幅が同じであれば、度数も同じ。

よって、答えは イ，ウ

5.

(1)



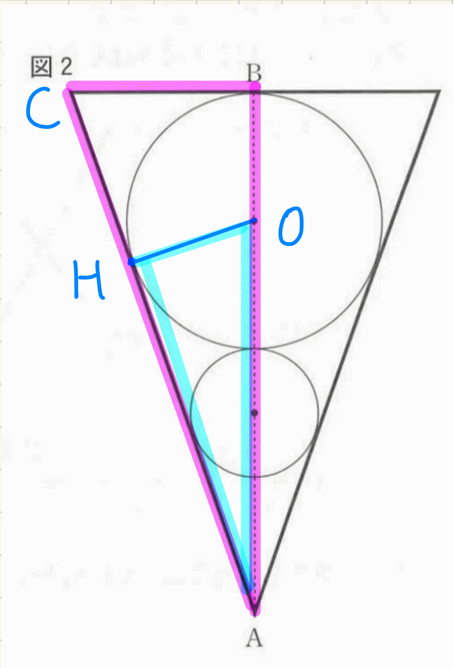
左図より

$$2r+2r+r+r+3=12$$

$$6r=9$$

$$r=\frac{3}{2}$$

(3)



左図のように、C, H, O を定める。

C：容器の左端

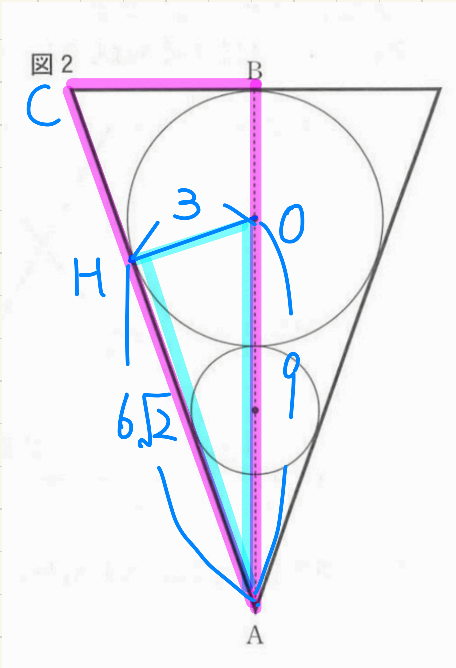
H：容器と大きい球の接点

O：大きい球の中心

ACは大きい球の接線だから

$$\angle AHO=90°$$

△ABCと△AHOにおいて
共通な角は等しいから
$\angle BAC = \angle HAO$ —①
また,
$\angle ABC = \angle AHO = 90^\circ$ —②
①,② より2組の角がそれぞれ等しいから,
△ABC∽△AHO



ここで,△AHOにおいて,
$OH = 3$ … $2r$で $r = \frac{3}{2}$ より

$AO = 9$ … $3 + r + r + 2r$
$= 4r + 3$
$= 6 + 3 = 9$

だから,三平方の定理より
$AH = \sqrt{9^2 - 3^2}$ $= \sqrt{81 - 9}$
$= 6\sqrt{2}$ $= \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

相似な図形の対応する辺の比は等しいから,

$$\underbrace{AB}_{12} : \underbrace{AH}_{6\sqrt{2}} = BC : \underbrace{HO}_{3}$$

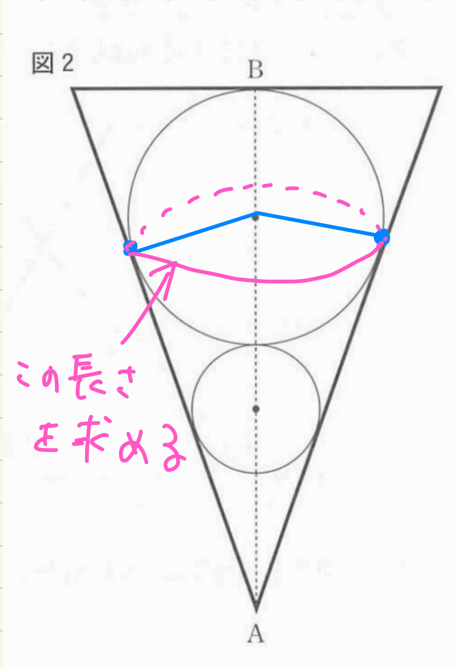
$6\sqrt{2}\,BC = 36$

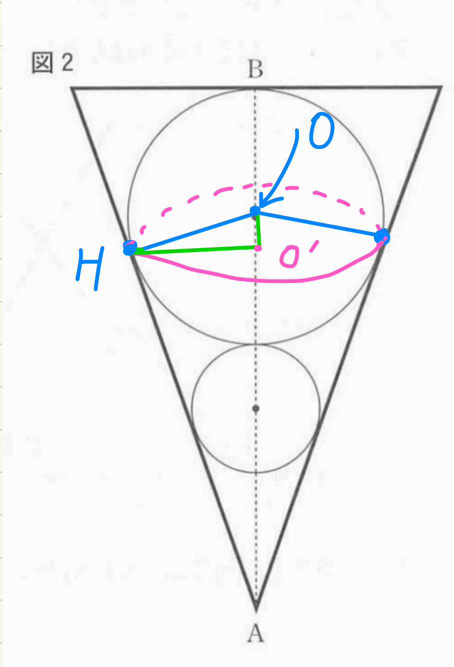
$\sqrt{2}\,BC = 6$

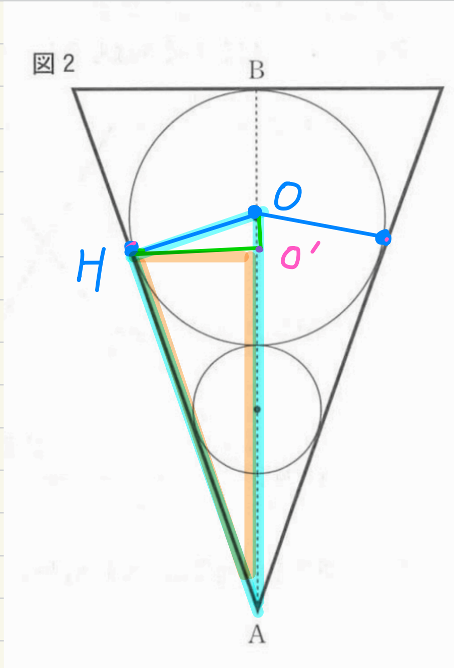
$\therefore BC = \frac{6}{\sqrt{2}}$ $= \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2}$ cm

(4)







求める円周の中心をO′とし、O′Hの長さ(求める円周の長さの半径)を考える。

△AHO と △AO′H において、

共通な角は等しいから

$\angle HAO = \angle O'AH$ —— ①

また、

$\angle AHO = \angle AO'H = 90^\circ$ —— ②

①、② より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle AHO \backsim \triangle AO'H$

対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{AO}_{9} : \underbrace{AH}_{6\sqrt{2}} = \underbrace{HO}_{3} : O'H$

$\Leftrightarrow \quad 9O'H = 18\sqrt{2}$

$O'H = 2\sqrt{2}$

よって、求める円周の長さは

$$\underbrace{2\sqrt{2}\times 2}_{\text{直径}}\times\pi = 4\sqrt{2}\pi \text{ cm}$$

6.

(1) 普通列車は、10kmを10分($=\frac{1}{6}$時間)で走るから、速さは

$$10\div\frac{1}{6}=60$$

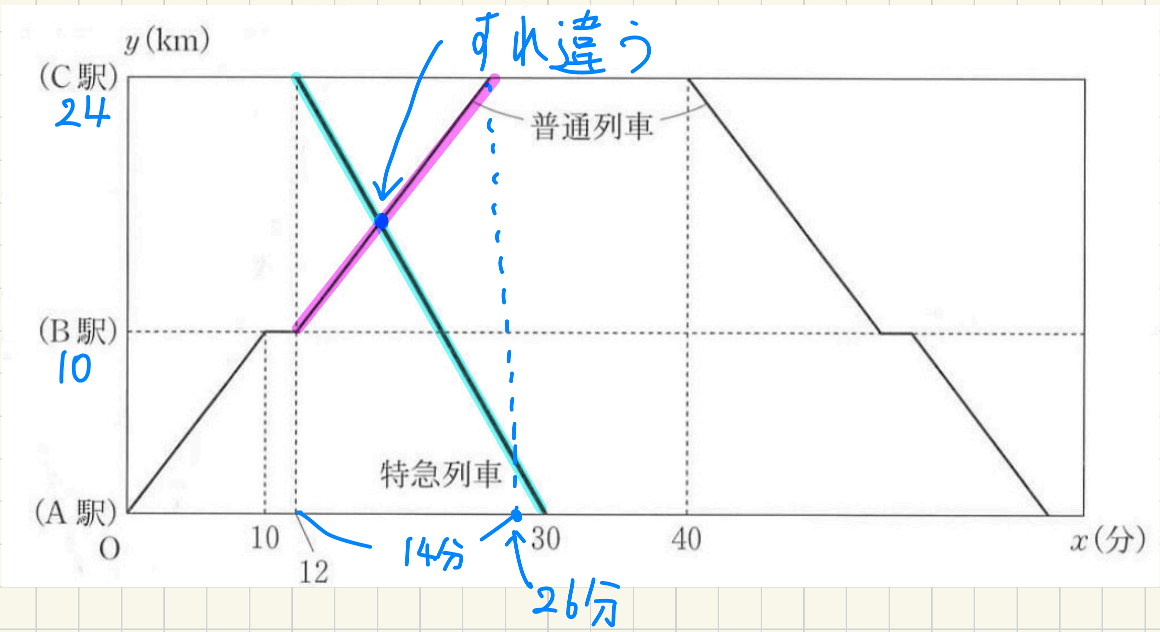
よって時速60km

(2) 特急列車は、A駅〜C駅を時速80kmで18分($=\frac{3}{10}$時間)走るから、

$$80\times\frac{3}{10}=24$$

よって24km

(3)



$12 \leqq x$における普通列車のグラフの式を$y=ax+b$とおく。B駅〜C駅は14kmで速さは時速60kmだから、B駅〜C駅にかかる時間は

$$14 \div 60 = \frac{7}{30} \text{ 時間}$$

$$= 14 \text{分}$$

1時間 = 60分
$\frac{7}{30}$時間 = ?分
$? = 60 \times \frac{7}{30} = 14$

よって、普通列車がC駅に着く時間は

$$12+14=26 \text{分}$$

$y=ax+b$において、$(12, 10)$、$(26, 24)$を通るから

$$10 = 12a + b \quad \text{―― ①}$$
$$-)\ 24 = 26a + b \quad \text{―― ②}$$
$$-14 = -14a$$
$$a = 1$$

$a=1$を①に代入して

$$10 = 12 + b \quad \therefore b = -2$$

よって、普通列車のグラフの式は$y = x - 2$ ―― ㋐

特急列車のグラフの式を$y = mx + n$とおくと、$(12, 24)$、$(30, 0)$を通るから

$$24 = 12m + n \quad \text{―― ③}$$
$$-)\ 0 = 30m + n \quad \text{―― ④}$$
$$24 = -18m$$
$$m = -\frac{4}{3}$$

$m=-\frac{4}{3}$ を④に代入して

$$0=30\times\left(-\frac{4}{3}\right)+n$$

$$=-40+n$$

$$\therefore n=40$$

よって特急列車のグラフの式は $y=-\frac{4}{3}x+40$ ——①

すれ違いは、⑦、①の連立方程式だから、⑦を①に代入して、

$$x-2=-\frac{4}{3}x+40$$

$$\frac{7}{3}x=42$$

$$x=18$$

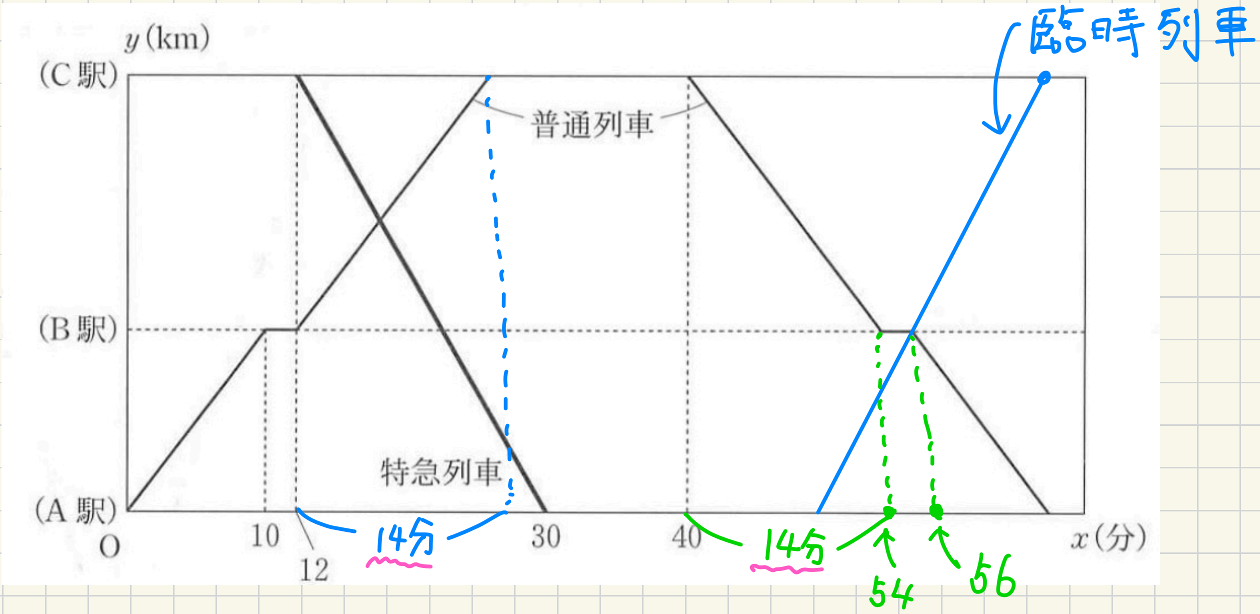
$x=18$ を⑦に代入して

$$y=18-2$$

$$=16$$

よってすれ違うのは、A駅から16 km 離れた地点

(4)



普通列車はB駅〜C駅を14分で走るから、C駅を出発した普通列車がB駅に着く時間は、

$$40+14=54分$$

B駅で2分間停車するから、B駅を出発する時間は、

$$54+2=56分$$

したがって、臨時列車は、B駅を9時56分に通過する。

臨時列車は、B駅〜C駅の14kmを時速80kmで進むから、かかった時間は

$$14 \div 80 = \frac{7}{40}\text{時間}$$

$$= \frac{21}{2}\text{分}$$

$$= 10\frac{1}{2}\text{分}$$

$$= 10\text{分}30\text{秒}$$

1時間 = 60分

$\frac{7}{40}$時間 = ?分

$\times\frac{7}{40}$ $\times\frac{7}{40}$

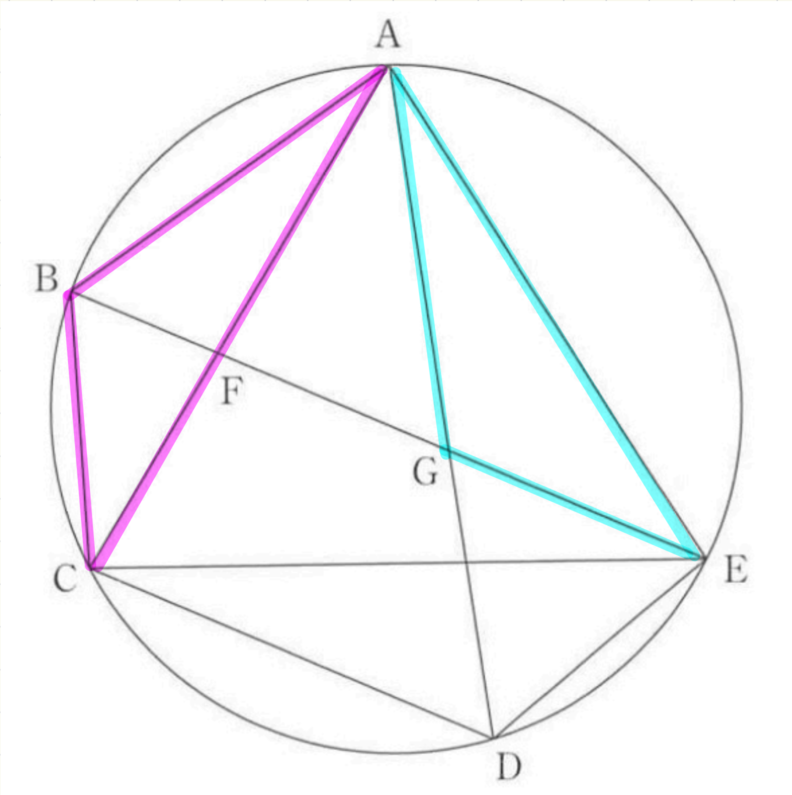
$? = 60 \times \frac{7}{40} = \frac{21}{2}$

よって、臨時列車がC駅に着く時間は、9時56分の10分30秒後だから、

午前10時6分30秒

7.

(1)



△ABC と △AGE において
仮定より

AC = AE —①

$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから

∠ACB = ∠AEG —②

$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{DE}$ より円周角は等しいから

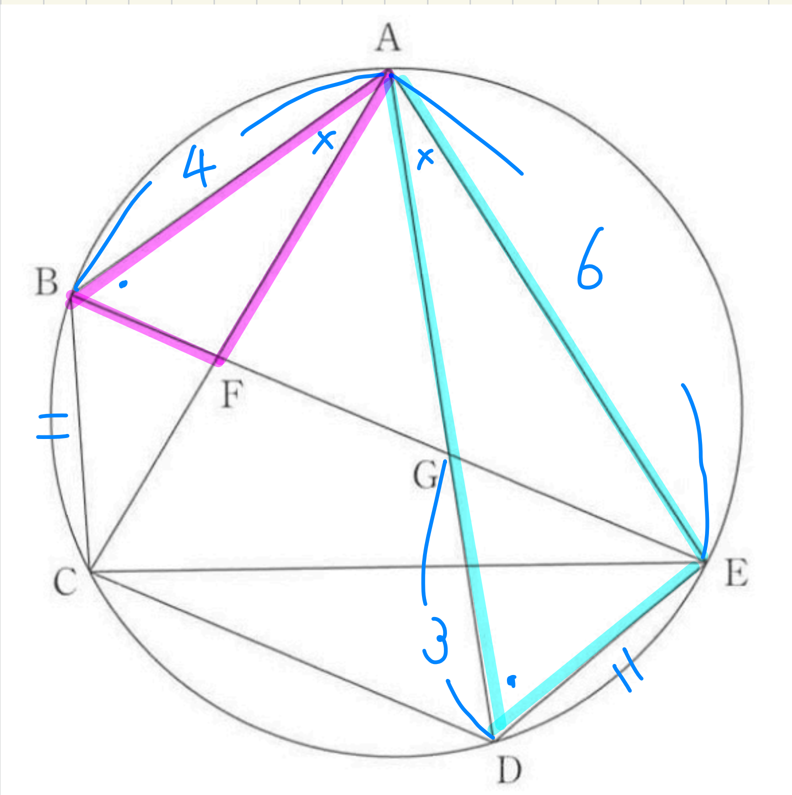
∠BAC = ∠GAE —③

①、②、③より 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△ABC ≡ △AGE （証明終わり）

(2)

①



△ABF と △ADE において、

$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{DF}$ より円周角が等しいから

∠BAF = ∠DAE —①

$\overset{\frown}{AE}$ に対する円周角は等しいから

∠ABF = ∠ADE —②

①, ② より2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABF \backsim \triangle ADE$

対応する辺の比は等しいから

$AB : AD = AF : AE$ ——③

ここで(1)より $\triangle ABC \equiv \triangle AGE$ なので、対応する辺の長さは等しいから

$AB = AG$ $\quad \therefore AG = 4cm$

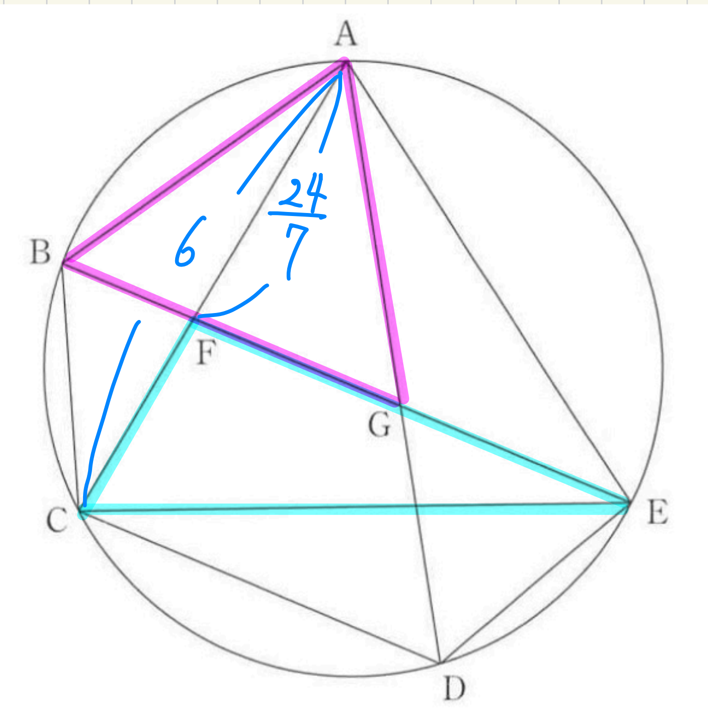
よって

$$AD = AG + GD$$
$$= 4 + 3$$
$$= 7 \text{ cm}$$

③より

$$4 : 7 = AF : 6$$
$$7AF = 24$$
$$\therefore AF = \frac{24}{7} \text{ cm}$$

②



仮定より $AC = AE$ だから、$AC = 6cm$

①より $AF = \frac{24}{7}$ cm だから

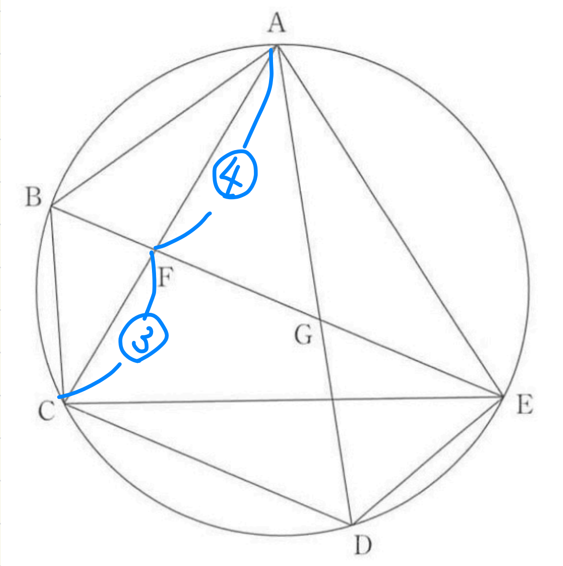
$$FC = 6 - \frac{24}{7}$$
$$= \frac{18}{7} \text{ cm}$$

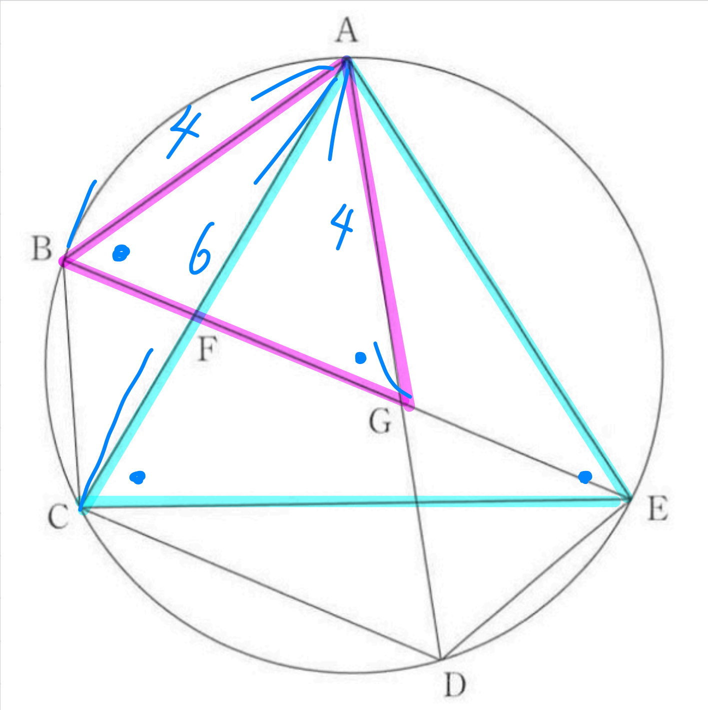
よって

$$AF : FC = \frac{24}{7} : \frac{18}{7}$$

$$= 24 : 18$$

$$= 4 : 3$$





△ABGにおいて, (1)より

△ABC ≡ △AGEだから

AB = AG

∴ △ABGは二等辺三角形

で、AB = AG = 4

また, AC = AEだから.

△ACEは二等辺三角形

$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角は等しいから

∠ABG = ∠ACE —— ア

△ABGは二等辺三角形だから

∠ABG = ∠AGB —— イ

△ACEは二等辺三角形だから

∠ACE = ∠AEC —— ウ

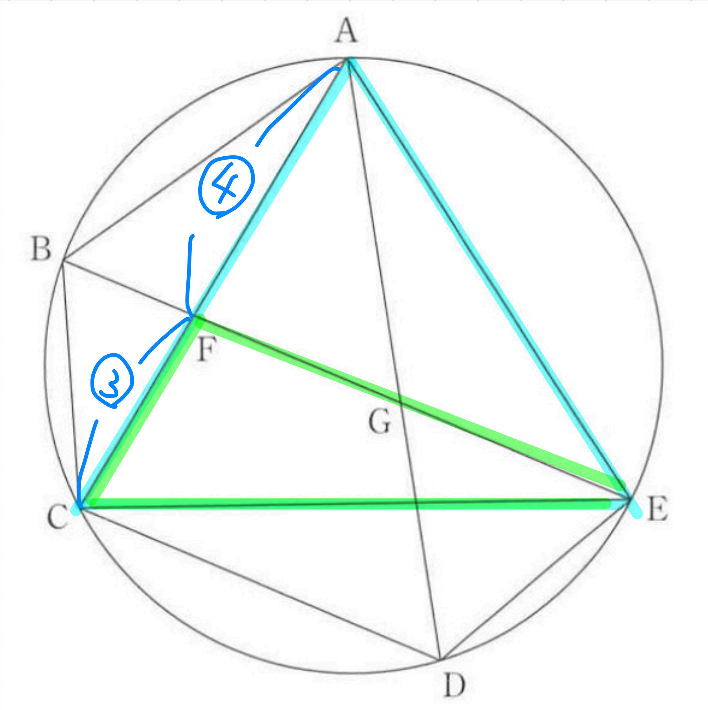
ア, イ, ウより △ABG ∽ △ACEで, 相似比は.

AB : AC = 4 : 6

= 2 : 3

面積比は、相似比の2乗に等しいので、

$$\triangle ABG : \triangle ACE = 2^2 : 3^2$$
$$= 4 : 9$$



$\triangle ACE$ と $\triangle CEF$ で、
底辺をそれぞれ AC, CF
とすると、高さは等しいから
面積比は、底辺比と等しい。
よって、
$$\triangle ACE : \triangle CEF = 7 : 3$$

$\Rightarrow \triangle ACE = 7$、$\triangle CEF = 3$
と書くこととする。

$$\triangle ACE : \triangle CEF = 7 : 3$$
$$\Leftrightarrow \quad 7 \times \triangle CEF = 3 \times \triangle ACE$$
$$\therefore \quad \triangle CEF = \frac{3}{7} \times \underbrace{\triangle ACE}_{9}$$
$$= \frac{27}{7}$$

よって
$$\triangle ABG : \triangle CEF = 4 : \frac{27}{7}$$
$$= 28 : 27$$