2023年度 宮崎県

数学

KmKm

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= 5$

(2) 与式 $= -\dfrac{1}{10}$

(3) 与式 $= 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2}$

(4) 式を変形して.

$3b = a + 1$

$\therefore b = \dfrac{a+1}{3}$

(5) $\begin{cases} y = x - 6 & \text{---} ① \\ 3x + 4y = 11 & \text{---} ② \end{cases}$

①を②に代入して

$3x + 4(x-6) = 11$

$3x + 4x - 24 = 11$

$7x = 35$

$x = 5$

$x = 5$ を①に代入して

$y = 5 - 6$

$= -1$

よって. $x = 5$, $y = -1$

(6) 式を変形して

$$9x^2 - 5x = 0$$

$$x(9x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 0,\ \frac{5}{9}$$

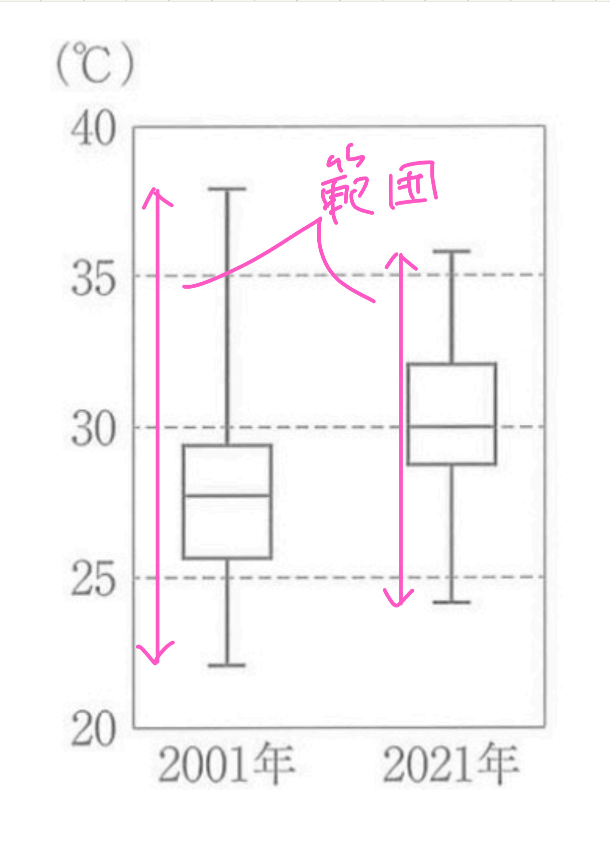
(7)

ア：2001年の中央値は、25℃〜30℃なので、30℃以上の日数は半分より少ない。よって誤り

イ：箱ひげ図から平均値は分からないので誤り

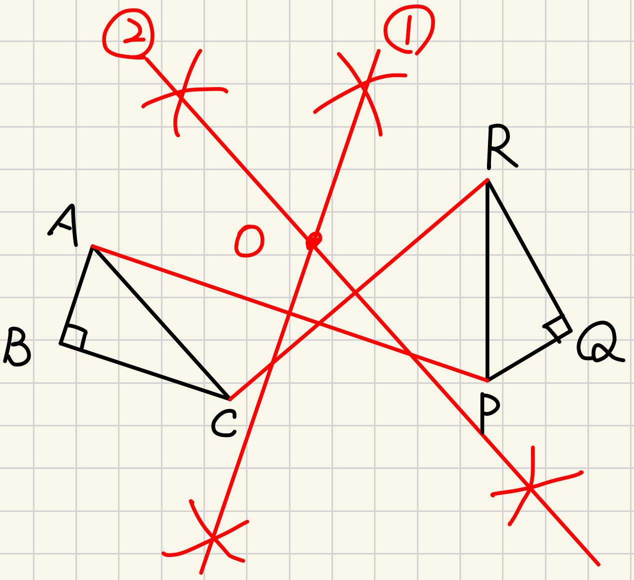
ウ：2001年、2021年ともに、25℃以下は最小値〜第1四分位数の間である。よって具体的な日数が分からないので誤り

エ：



データの範囲は、2021年の方が小さいので、気温の散らばりの程度も小さい。よって正しい

(8)



① APの垂直二等分線

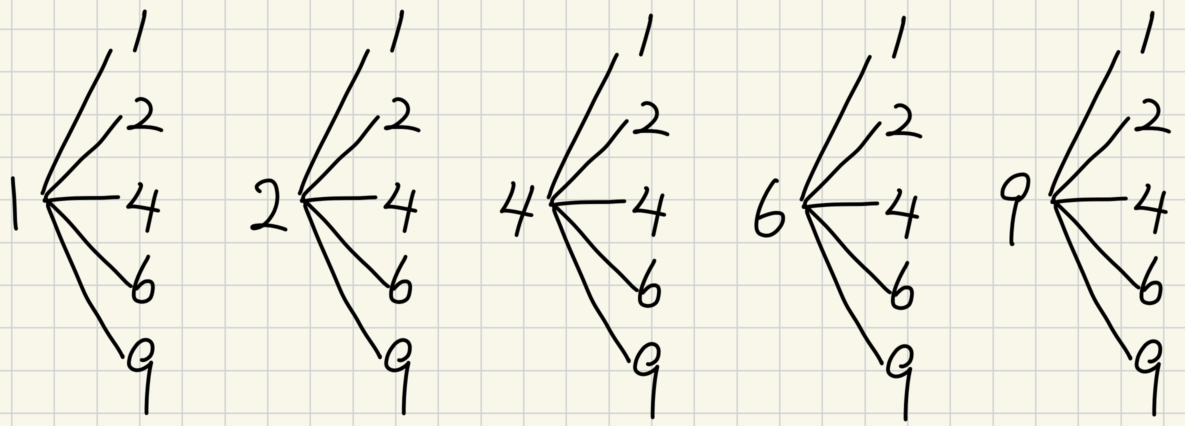
② CRの垂直二等分線

③ ①, ②の交点がO

※ A → P、C → R に移動する.

$\boxed{2}$

1. (1) 樹形図は以下の通り



カードの取り出し方は25通り。そのうち、1回目と2回目が同じカードになるのは5通り.

よって求める確率は.

$$\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

(2)

(1) の樹形図より

2けたの整数が4の倍数：12, 16, 24, 44, 64,
92, 96

⇒ 7通り

⇒ 確率は $\frac{7}{25}$

2けたの整数が6の倍数：12, 24, 42, 66, 96

⇒ 5通り

⇒ 確率は $\frac{5}{25}$

4の倍数になる確率が6の倍数になる確率より大きいので、アの方が起こりやすい。

2.

(1) カレーは2人分でじゃがいも100gを使用するから、1人分はじゃがいも50g使用する。
また、肉じゃがは5人分でじゃがいも600gを使用するから、1人分はじゃがいも120g使用する
よって、

$50x + 120y$ g

(2) (1)よりじゃがいもの式は

$50x + 120y = 1120$ ―― ①

(1)と同様に、カレーは2人分で玉ねぎ130gを使用するから 1人分は玉ねぎ65g使用する

肉じゃがは5人分で玉ねぎ250gを使用するから、
1人分は玉ねぎ50g使用する。よって

$$65x + 50y = 820 \quad \text{——} \ ㋑$$

㋐、㋑を連立して、

$$\begin{cases} 50x + 120y = 1120 & \text{——} \ ㋐ \\ 65x + 50y = 820 & \text{——} \ ㋑ \end{cases}$$

㋐ ÷ 10、㋑ ÷ 5 より

$$\begin{cases} 5x + 12y = 112 & \text{——} \ ㋒ \\ 13x + 10y = 164 & \text{——} \ ㋓ \end{cases}$$

㋒ × 5 − ㋓ × 6 より

$$\begin{array}{rrcr} & 25x + 60y & = & 560 \\ -) & 78x + 60y & = & 984 \\ \hline & -53x & = & -424 \end{array}$$

$$x = 8$$

$x = 8$ を ㋒ に代入して

$$40 + 12y = 112$$
$$12y = 72$$
$$y = 6$$

よってカレー8人分①、肉じゃが6人分②である。

$\boxed{3}$

1. 点Aは $y = \frac{1}{4}x^2$ 上にあり、$x = -6$ なので

$$y = \frac{1}{4} \times (-6)^2$$
$$= \frac{1}{4} \times 36 = 9 \qquad \therefore y = 9$$

2. 点Bは $y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあり、$x=4$ なので

$$y=\frac{1}{4}\times 4^2$$

$$=\frac{1}{4}\times 16=4$$

よって、A$(-6,9)$、B$(4,4)$

直線 ℓ の式を $y=ax+b$ とおくと、A$(-6,9)$、B$(4,4)$ を通るから

$$\begin{array}{rl} 9=-6a+b & \text{——①} \\ -)\ \ 4=4a+b & \text{——②} \\ \hline 5=-10a & \end{array}$$

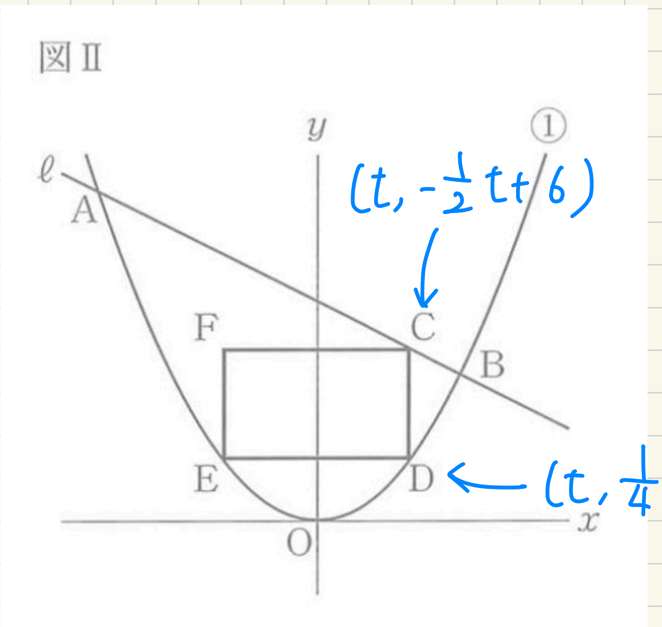
$$a=-\frac{1}{2}$$

$a=-\frac{1}{2}$ を②に代入して

$$4=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)+b \Rightarrow b=6$$

よって、$y=-\frac{1}{2}x+6$

3.
(1)



点Cは $y=-\frac{1}{2}x+6$ 上にあり、$x=t$ なので

$$y=-\frac{1}{2}t+6$$

$\therefore$ C$\left(t, -\frac{1}{2}t+6\right)$

点Dは $y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあり、$x=t$ なので、

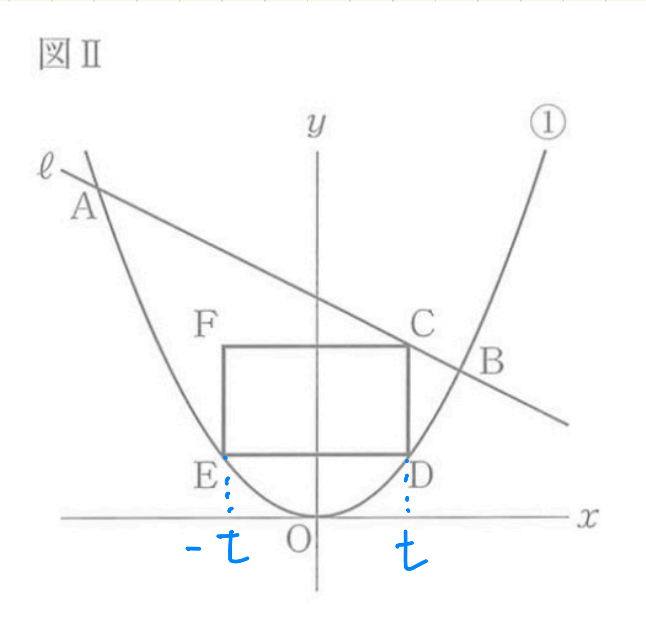
$y=\frac{1}{4}t^2$ ∴ $D\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$

したがって、CDの長さは、

$$-\frac{1}{2}t+6-\frac{1}{4}t^2$$

$$=-\frac{1}{4}t^2-\frac{1}{2}t+6$$

(2)



点Eは、点Dとy軸について対称なので、

点Eのx座標 $=-t$

よって、

$DE=t-(-t)$

$=2t$

□CDEFが正方形よりCD=DE。よって

$$-\frac{1}{4}t^2-\frac{1}{2}t+6=2t$$ 両辺×(−4)

$$\Leftrightarrow\ t^2+2t-24=-8t$$

$$\Leftrightarrow\ t^2+10t-24=0$$

$$\Leftrightarrow\ (t-2)(t+12)=0$$

∴ $t = 2, -12$

$0 < t < 4$ より $t = 2$

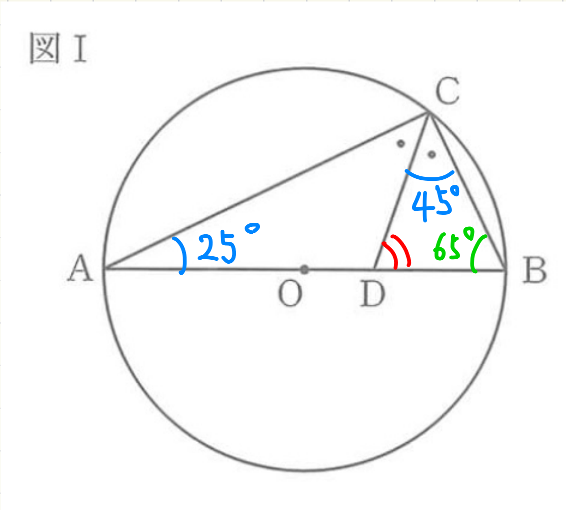
よって、点 C の x 座標は 2。点 C は $y = -\frac{1}{2}x + 6$ 上にあるから

$$y = -\frac{1}{2} \times 2 + 6$$
$$= -1 + 6$$
$$= 5$$

よって、C (2, 5)

$\boxed{4}$

1.



∠ACB は直径 AB に対する円周角なので、

$$\angle ACB = 90°$$

CD は ∠ACB の二等分線だから

$$\angle DCB = 45°$$

△ABC の内角の和は 180° だから

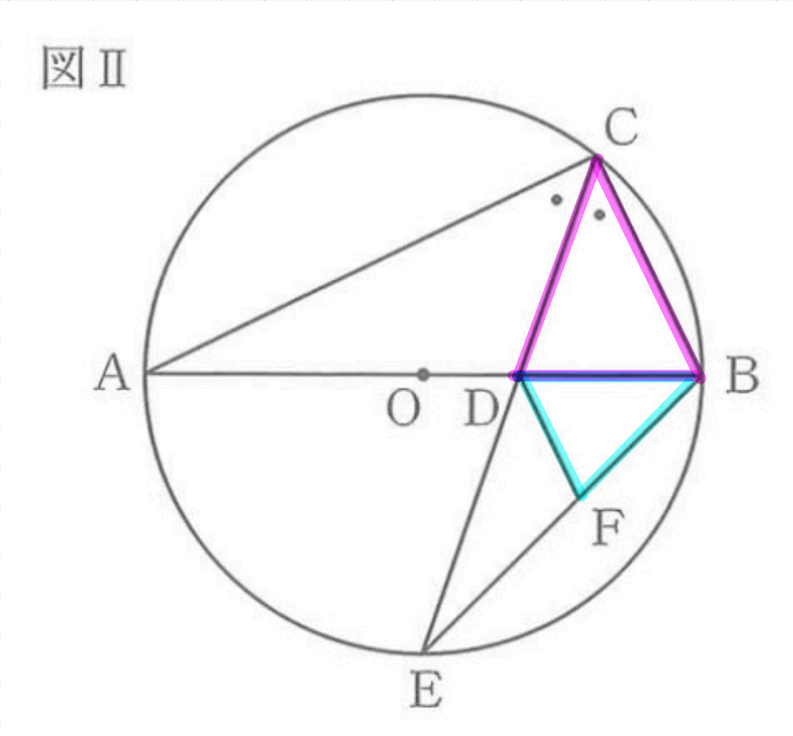
$$\angle ABC = 180° - 90° - 25° = 65°$$

△CDB の内角の和は 180° だから

$$\angle CDB = 180° - 45° - 65° = 70°$$

2.

(1)



△BCDと△DBFで

CB//DFより錯角が等しいので

$\angle CBD = \angle BDF$ —①

CDは∠Cの二等分線だから

$\angle ACD = \angle BCD$ —②

また、$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角は等しいので

$\angle ACD = \angle DBF$ —③

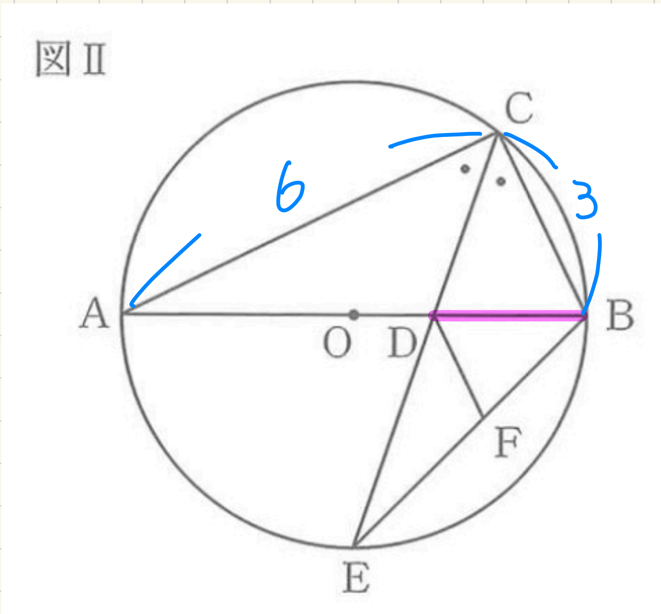
②、③から

$\angle BCD = \angle DBF$ —④

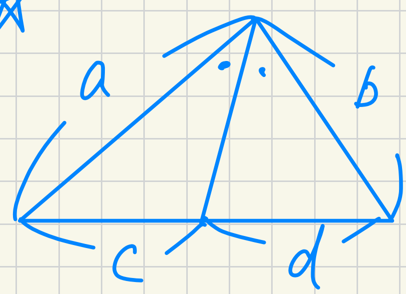
①、④より2組の角がそれぞれ等しいので

△BCD ∽ △DBF （証明終わり）

(2)



☆



$\Rightarrow a : b = c : d$

△ABCで三平方の定理より

$$AB = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36+9}$$

$$= 3\sqrt{5} \qquad = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

よって

$$\underbrace{AC}_{6} : \underbrace{BC}_{3} = AD : BD$$

$$\therefore AD : BD = 2 : 1$$

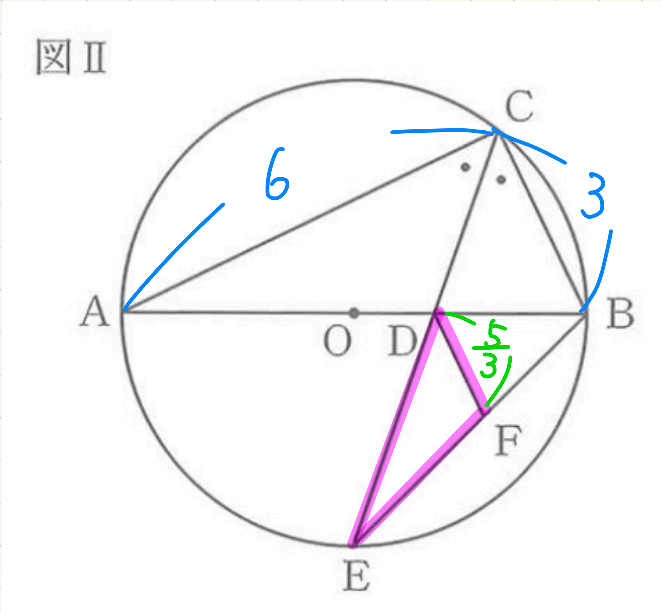
したがって

$$DB = 3\sqrt{5} \times \frac{1}{2+1}$$

$$= 3\sqrt{5} \times \frac{1}{3}$$

$$= \sqrt{5}\ \text{cm}$$

(3) 難問



(1)より △BCD ∽ △DBFで、

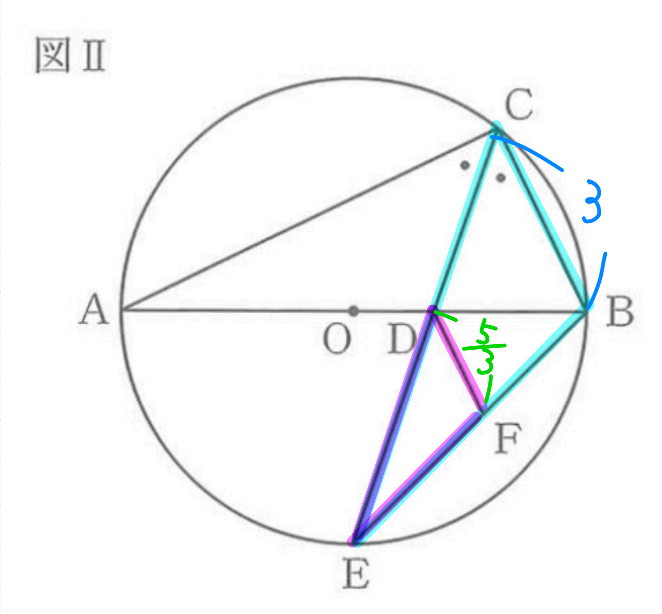
(2)より DB $= \sqrt{5}$ だから

$$\underbrace{BC}_{3} : \underbrace{DB}_{\sqrt{5}} = \underbrace{BD}_{\sqrt{5}} : DF$$

よって

$$3DF = 5$$

$$\therefore DF = \frac{5}{3}\ \text{cm}$$



△EFDと△EBCにおいて、
DF // CBより同位角が等しいから
∠EFD = ∠EBC ―― ①
∠EDF = ∠ECB ―― ②
①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、△EFD ∽ △EBC

相似比は、

$$FD : BC = \frac{5}{3} : 3$$
$$= 5 : 9$$

面積比は相似比の2乗に等しいから

$$\triangle EFD : \triangle EBC = 5^2 : 9^2$$
$$= 25 : 81$$

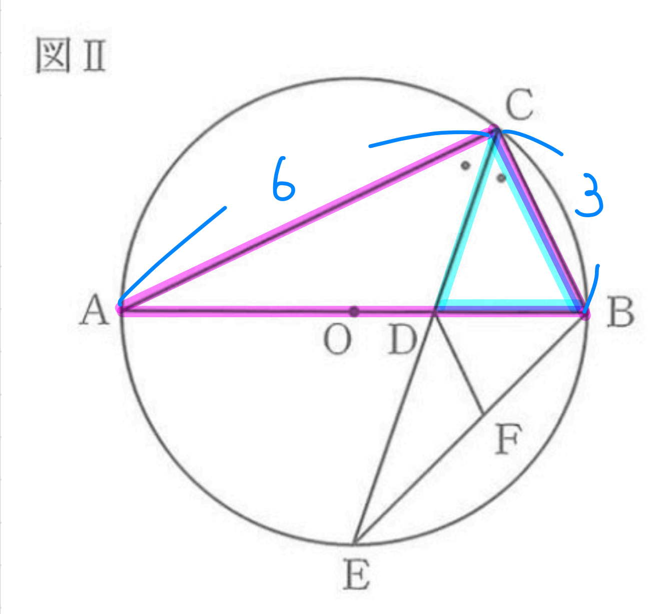
△EFD = ㉕、△EBC = (81) とすると

□DFBC = △EBC − △EFD
= (81) − ㉕
= (56)

よって

△EFD : □DFBC = 25 : 56 ―― ㋐

ここで、□DFBCの面積を求める。



△ABCの面積は

$$\frac{1}{2}\times 3\times 6=9$$

△ABCと△DBCにおいて、底辺をそれぞれAB、DBとすると、高さは等しいので面積比は底辺比と等しい

(2)より $DB=\sqrt{5}$、$AB=3\sqrt{5}$ だから、

$$\underbrace{\triangle ABC}_{9} : \triangle DBC = 3\sqrt{5} : \sqrt{5}$$

$$3\sqrt{5}\times\triangle DBC = 9\sqrt{5}$$

$$\therefore \triangle DBC = 3 \quad \text{——} \quad ①$$

(1)より △BCD ∽ △DBF で、相似比は、

$$BC : DB = 3 : \sqrt{5}$$

である。面積比は相似比の2乗に等しいから

$$\underbrace{\triangle BCD}_{3} : \triangle DBF = 3^2 : \sqrt{5}^2$$

$$= 9 : 5$$

よって

$$9\times\triangle DBF = 15$$

$$\triangle DBF = \frac{5}{3} \quad \text{——} \quad ⑦$$

①, ⑦ より

$$\square DFBC = \triangle DBC + \triangle DBF$$
$$= 3 + \frac{5}{3}$$
$$= \frac{14}{3}$$

よって、㋐ より

$$\triangle EFD : \underbrace{\square DFBC}_{\frac{14}{3}} = 25 : 56$$

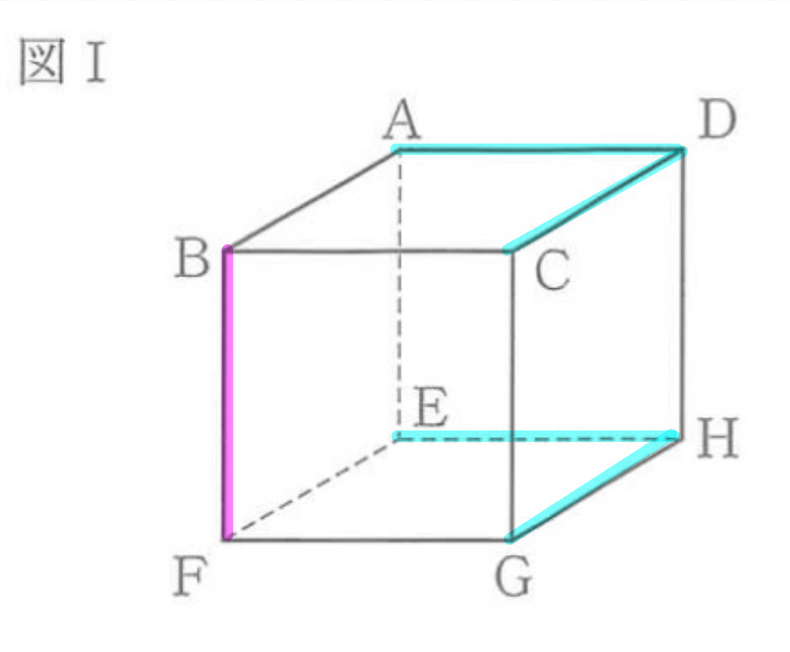
$$56 \times \triangle EFD = 25 \times \frac{14}{3}$$

$$\triangle EFD = 25 \times \frac{14}{3} \times \frac{1}{56}$$
$$= 25 \times \frac{1}{3} \times \boxed{\frac{14}{56}} \rightarrow \frac{1}{4}$$
$$= 25 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$$
$$= \frac{25}{12}$$

したがって、$\triangle EFD$ の面積は、$\frac{25}{12}$ cm^2

$\boxed{5}$

1.

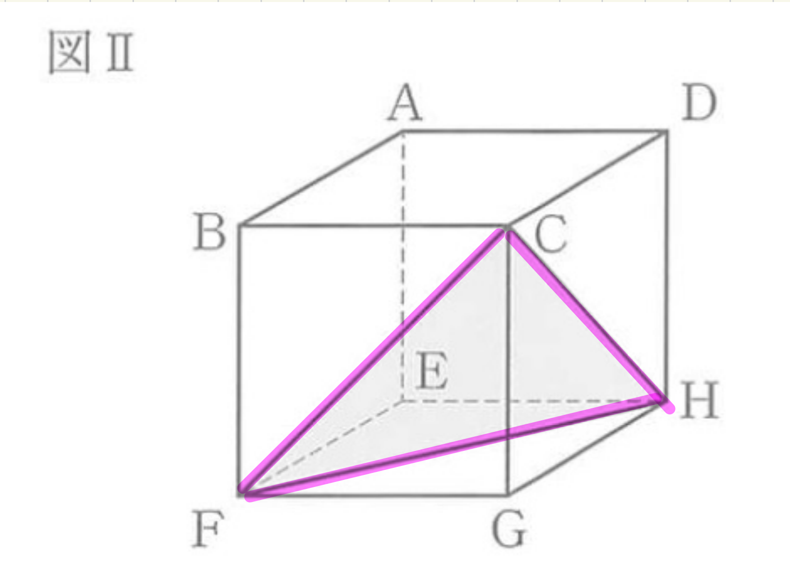


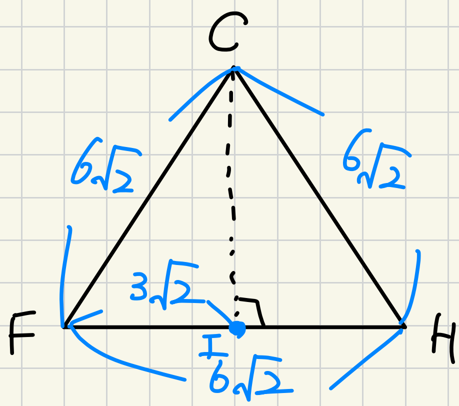
BFと平行でなく，交わらないのは，

AD，CD，EH，GH．

よって，BFとねじれの位置にあるのは，4本

2.





△CFGにおいて，FG = CG = 6だから，三平方の定理より

$$CF = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

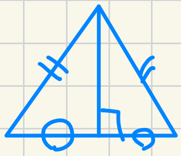
$$= 6\sqrt{2}$$

同様に，$FH = 6\sqrt{2}$，$HC = 6\sqrt{2}$であるから，△CFHは正三角形である。

点CからFHに垂線を下ろした足をIとする

Iは、FHの中点だから

$$FI = IH = 3\sqrt{2}$$



△CFIで三平方の定理より

$$CI = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{72 - 18}$$

$$= \sqrt{54}$$

$$= 3\sqrt{6}$$

よって、△CFHの面積は、

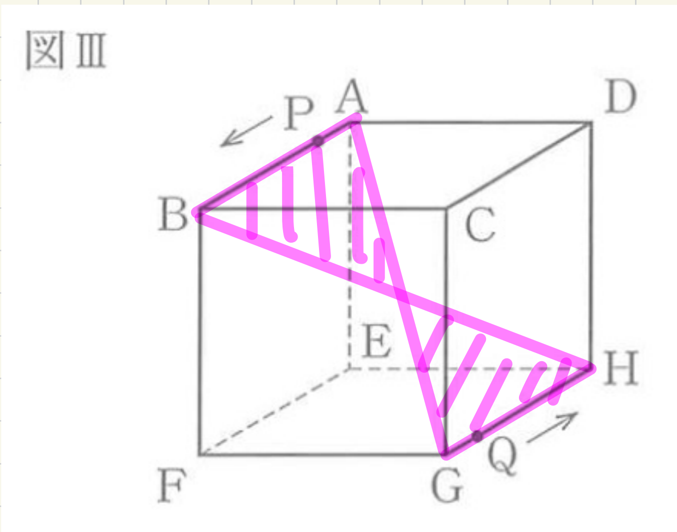
$$\frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{6}$$

$$= 9\sqrt{12}$$

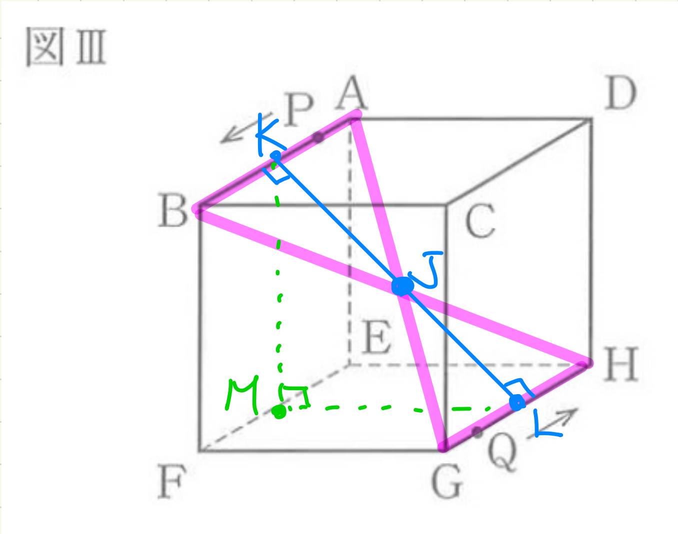
$$= 9 \times 2\sqrt{3}$$

$$= 18\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

3. やや難問



PはA→B、QはG→Hを動くから、線分PQが動いてできる面積は、左図の通り。



AG, BHの交点をJ.
JからAB, GHに垂線を下ろした足を、それぞれK, Lとする.
また, 左図のように, 点Mをとる.

$KM=6$, $MQ=6$ だから. △KMLで三平方の定理より

$$KL=\sqrt{6^2+6^2}$$
$$=6\sqrt{2}$$

Jは. 線分KLの中点だから.

$$KJ=JL=3\sqrt{2}$$

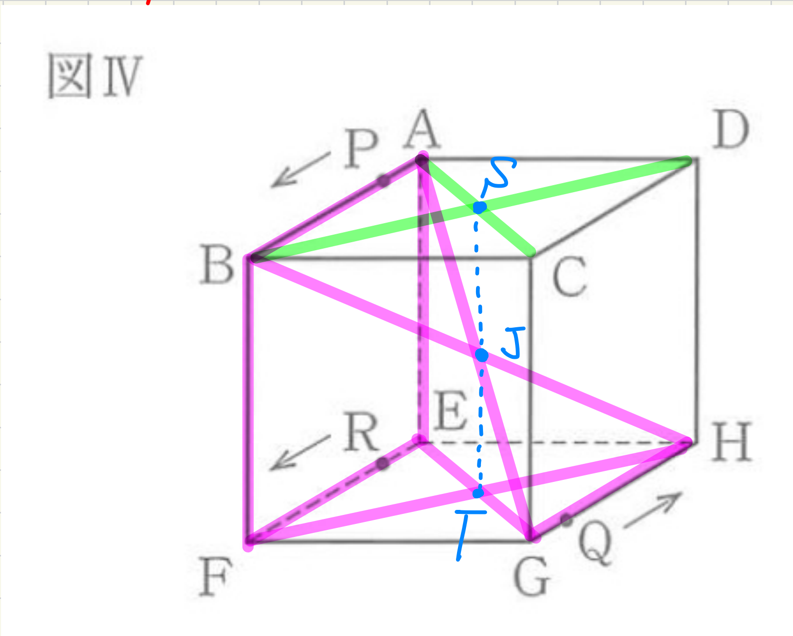
よって. 線分PQが動いてできる図形の面積は

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{2}}_{\triangle ABJ}+\underbrace{\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{2}}_{\triangle GHJ}$$

$$=9\sqrt{2}+9\sqrt{2}$$

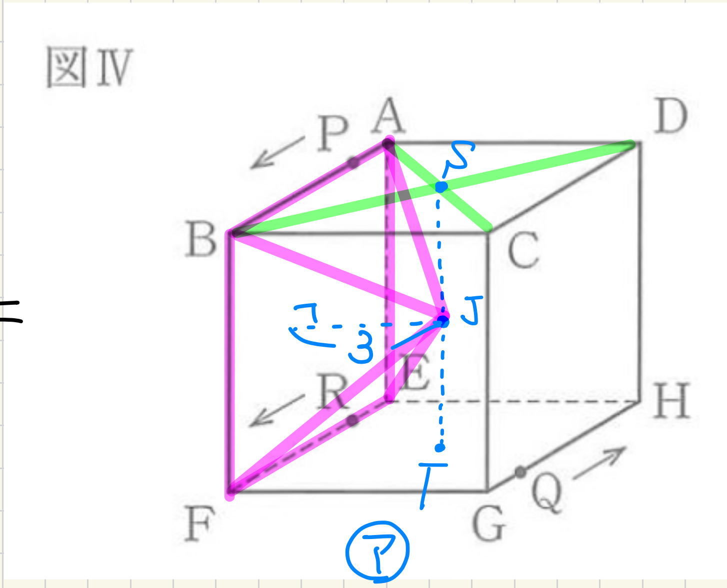
$$=18\sqrt{2}\ \text{cm}^2$$

4. 難問

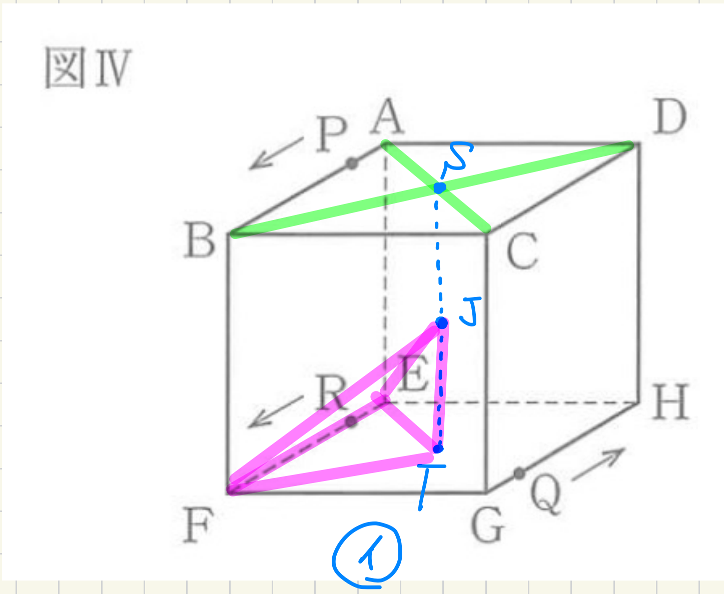


ACとBDの交点をS
EGとFHの交点をT
とする.
左図より. S, J, Tは
1つの直線上にある.

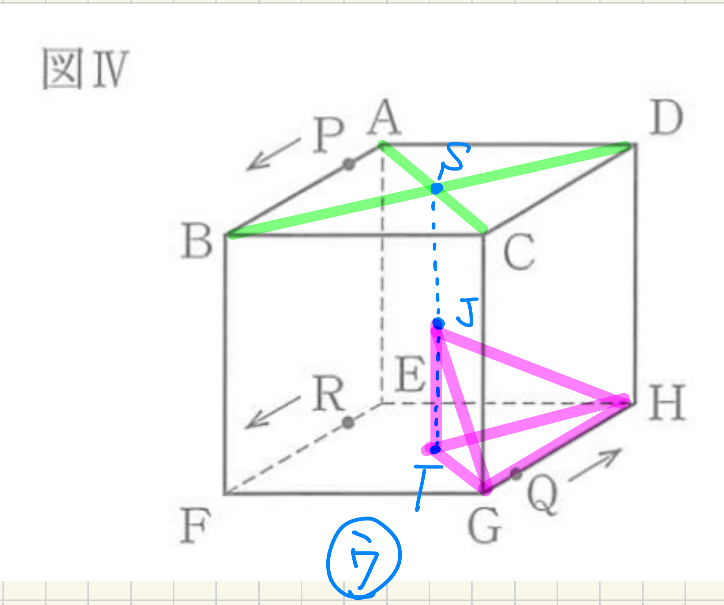
=



+



+



求める体積 = ㋐ + ㋑ + ㋒

㋐の体積

$$\underbrace{6 \times 6}_{\square ABFE} \times \underbrace{3}_{高さ} \times \frac{1}{3} = 36\ cm^3$$

㋑の体積

$$\underbrace{\frac{1}{2} \times 6 \times 3}_{\triangle EFT} \times \underbrace{3}_{高さ} \times \frac{1}{3} = 9\ cm^3$$

㋒の体積

$$\underbrace{\frac{1}{2} \times 6 \times 3}_{\triangle GHT} \times \underbrace{3}_{高さ} \times \frac{1}{3} = 9\ cm^3$$

よって，求める体積は．

$$36 + 9 + 9 = 54\ cm^3$$