2024年度 神奈川県

数学

Km Km

問1

(ア) 与式 $= -6$ 2

(イ) 与式 $= -\dfrac{16}{20} + \dfrac{5}{20}$

$= -\dfrac{11}{20}$ 2

(ウ) 与式 $= \dfrac{9(3x-y)-4(5x+2y)}{36}$

$= \dfrac{27x-9y-20x-8y}{36}$

$= \dfrac{7x-17y}{36}$ 1

(エ) 与式 $= 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$

$= 6\sqrt{5}$ 3

※ $\dfrac{10}{\sqrt{5}} = \dfrac{10}{\sqrt{5}} \times \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{10\sqrt{5}}{5}$

$= 2\sqrt{5}$

(オ) 与式 $= x^2-4x+4-(x^2-5x-24)$

$= x^2-4x+4-x^2+5x+24$

$= x+28$ 4

問2

(ア) $\begin{cases} ax - by = -10 \\ bx + ay = -11 \end{cases}$ に $x=3, y=2$ を代入して.

$$\begin{cases} 3a - 2b = -10 \\ 3b + 2a = -11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = -10 & \text{——①} \\ 2a + 3b = -11 & \text{——②} \end{cases}$$

①×2 − ②×3 より

$$\begin{array}{rr} & 6a - 4b = -20 \\ -) & 6a + 9b = -33 \\ \hline & -13b = 13 \end{array}$$

$$b = -1$$

$b=-1$ を①に代入して

$$6a - 4 \times (-1) = -20$$

$$6a + 4 = -20$$

$$6a = -24$$

$$a = -4$$

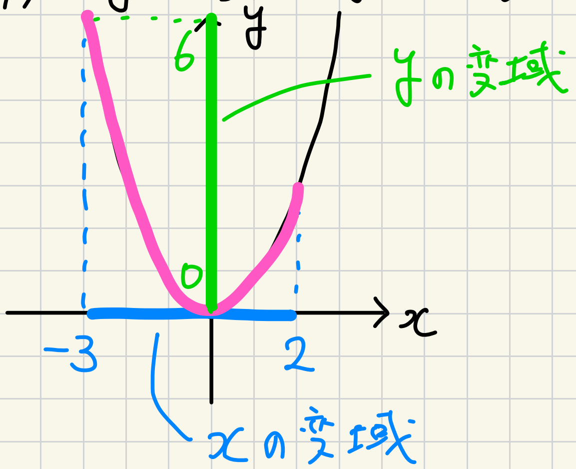
よって. $a=-4,\ b=-1$ 2

(イ) 解の公式より

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{37}}{6}$$ 4

(ウ) yの変域が $0 \leqq y \leqq 6$ なので、$a > 0$。



左のグラフより、$x = -3$ のとき $y = 6$ なので、

$$6 = a \times (-3)^2$$

$$9a = 6 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$$ 1

(エ) $150x + 200y \leqq 3000$ 3

注 以上 ⇒ $\geqq$、 〜より大きい ⇒ $>$
以下 ⇒ $\leqq$ 〜未満 ⇒ $<$

(オ) 半径 r の球の体積は $\frac{4}{3}\pi r^3$ だから、

半径 6 cm の球の体積は、

$$\frac{4}{3}\pi \times 6^3 = \frac{4}{3}\pi \times 216$$

$$= 288\pi \ \text{cm}^3$$ 4

(カ) $x^2 - 9y^2 = (x+3y)(x-3y)$

$x = 143$, $y = 47$ を代入して、

$$(\underbrace{143}_{x} + 3 \times \underbrace{47}_{y}) \times (\underbrace{143}_{x} - 3 \times \underbrace{47}_{y})$$

$$= (143 + 141) \times (143 - 141)$$

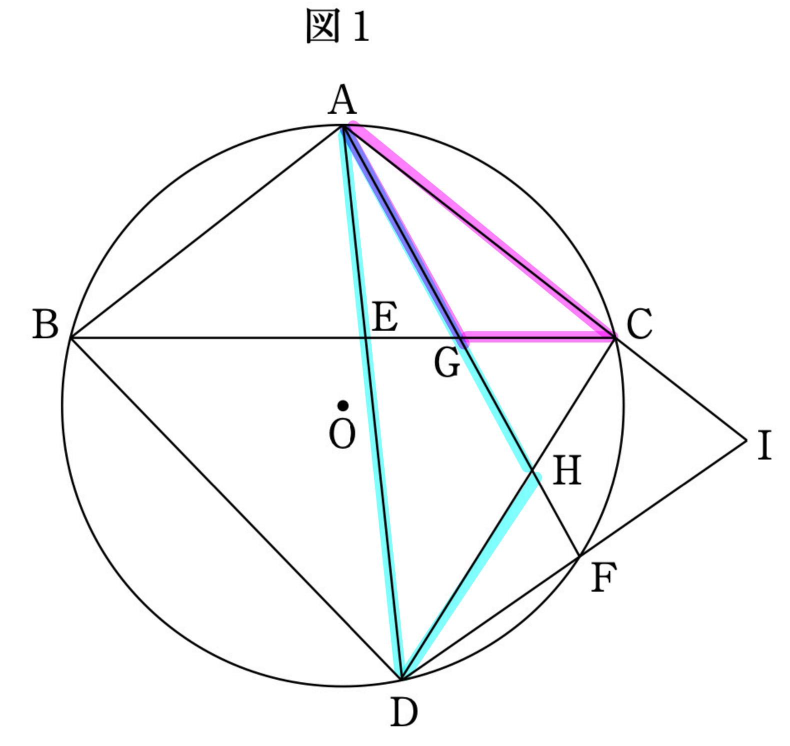
$$= 284 \times 2$$

$$= 568$$ 3

問3

(ア)

(i)



△ACGと△ADHにおいて、

まず、線分AFは、∠CADの二等分線であるから、

∠CAF = ∠DAF

よって

∠CAG = ∠DAH ― ①

次に、AB = ACより△ABCは二等辺三角形であり、その2つの底角は等しいから

(a) ∠ABC = ∠ACB 1 ― ②

また、$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角は等しいから

∠ABC = ∠ADC ― ③

②、③より

∠ACB = ∠ADC

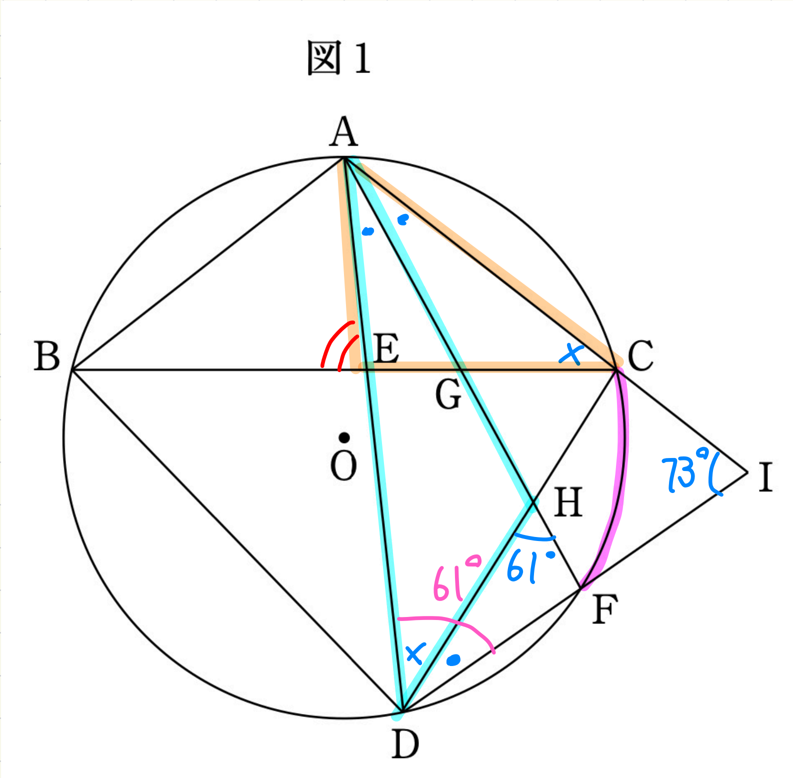
よって

∠ACG = ∠ADH ― ④

①、④より (b) 2組の角がそれぞれ等しい 4 ので

△ACG ∽ △ADH (証明終わり)

(ii)



$\angle CAG = \bullet$

$\angle ACG = x$

と書くこととする.

(i) より $\triangle ACG \backsim \triangle ADH$

だから

$\angle CAG = \angle DAH$

$\Rightarrow \angle DAH = \bullet$

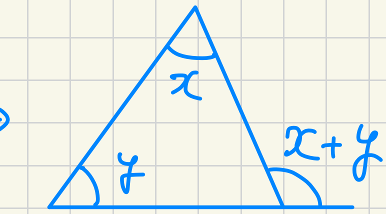
$\angle ACG = \angle ADH$

$\Rightarrow \angle ADH = x$

また, $\overset{\frown}{CF}$ に対する円周角は等しいから

$\angle CAH = \angle CDF \quad \Rightarrow \angle CDF = \bullet$

$\triangle ADH$ で外角の定理より



$\bullet + x = 61°$

よって,

$\angle ADF = x + \bullet$

$= 61°$

$\triangle ADI$ の内角の和は $180°$ だから

$\underbrace{\bullet + \bullet}_{\angle IAD} + 61° + 73° = 180° \Rightarrow \bullet + \bullet = 46°$

$\therefore \bullet = 23°$

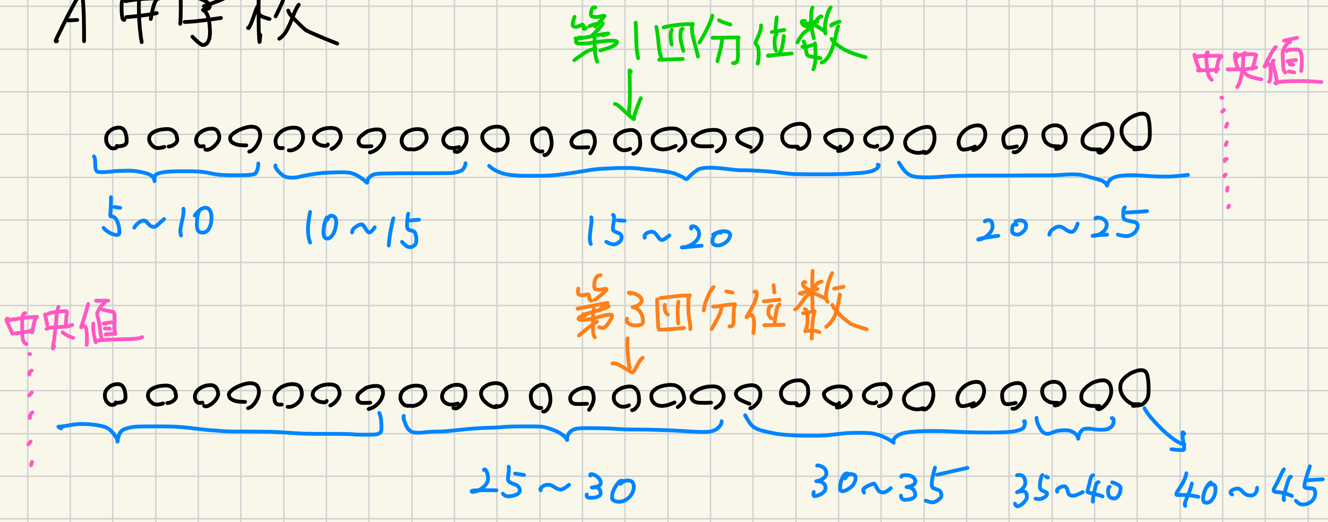
$\triangle AEC$ で外角の定理より

$\angle AEB = \underbrace{\bullet}_{23°} + \underbrace{\bullet + x}_{61°} = 84°$

(1)

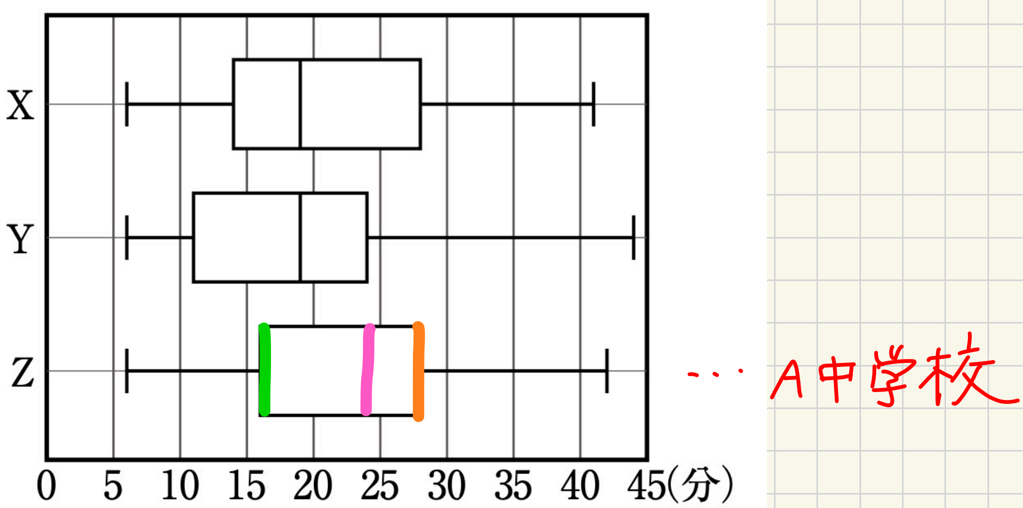
(i) データを小さい順に並べる。ヒストグラムより

A中学校

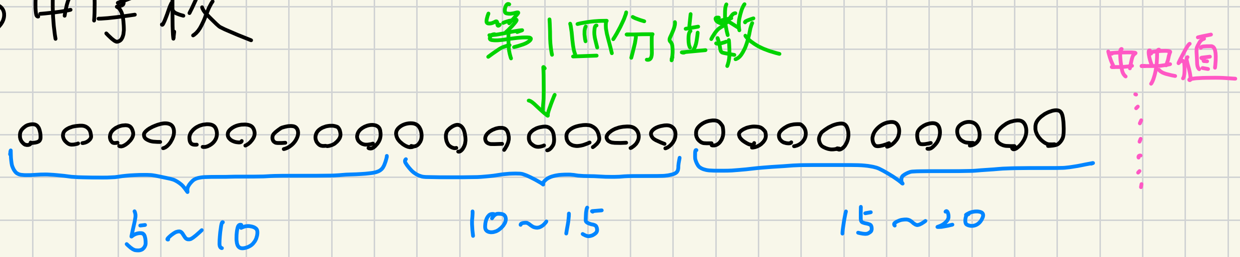


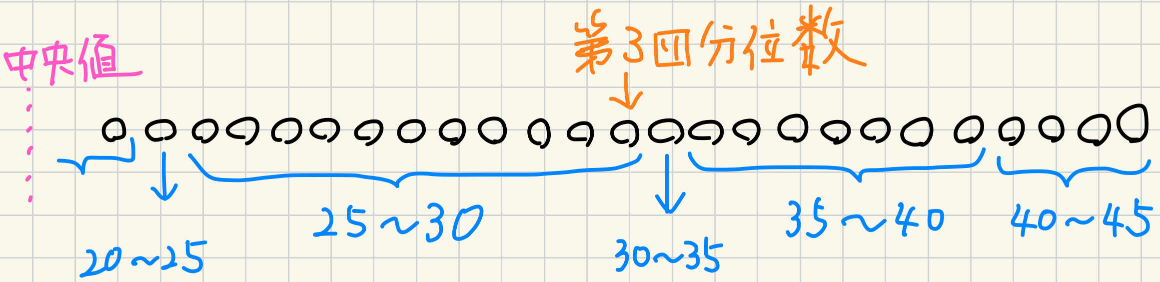
第1四分位数 : 15 ~20
中央値 : 20~25
第3四分位数 : 25 ~30

図3



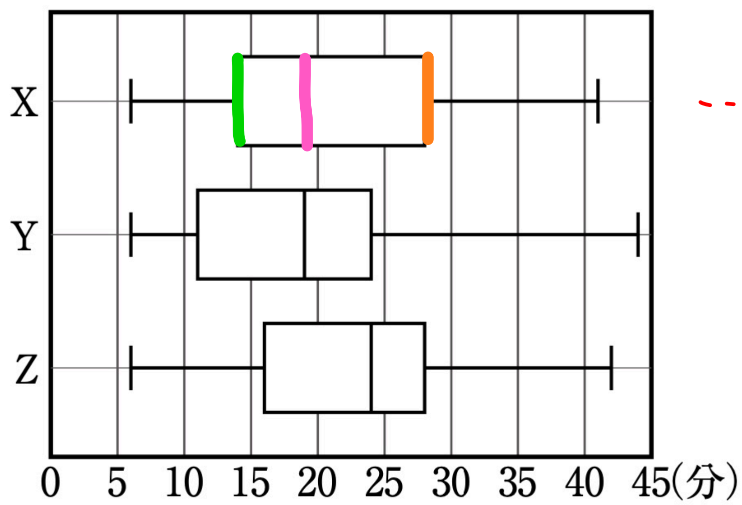
B中学校





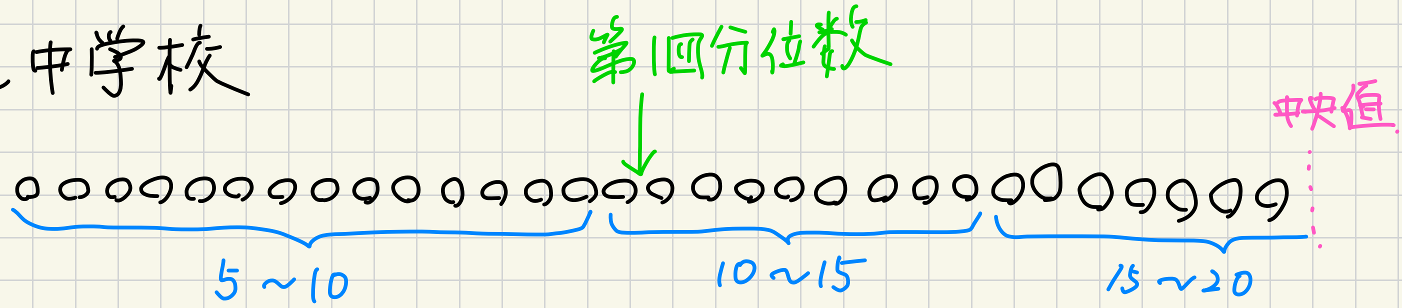
第1四分位数 ： 10~15
中央値 ： 15~20
第3四分位数 ： 25~30

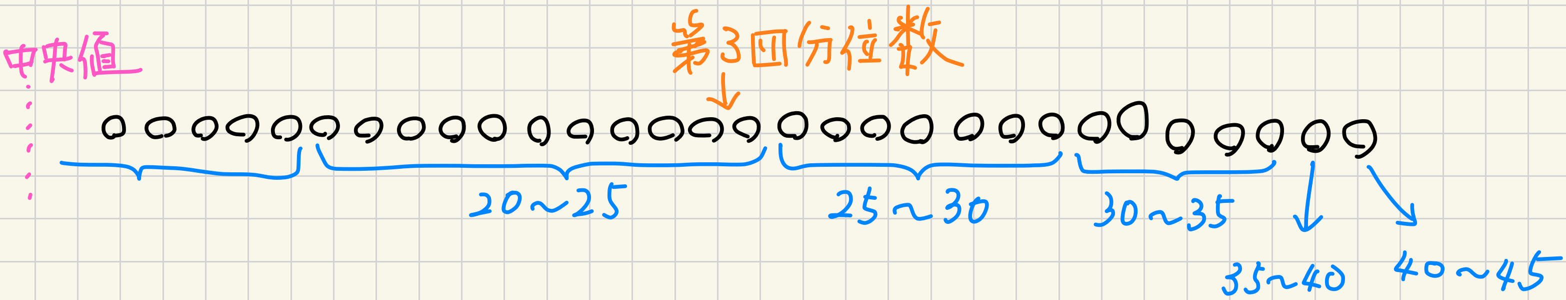
図 3



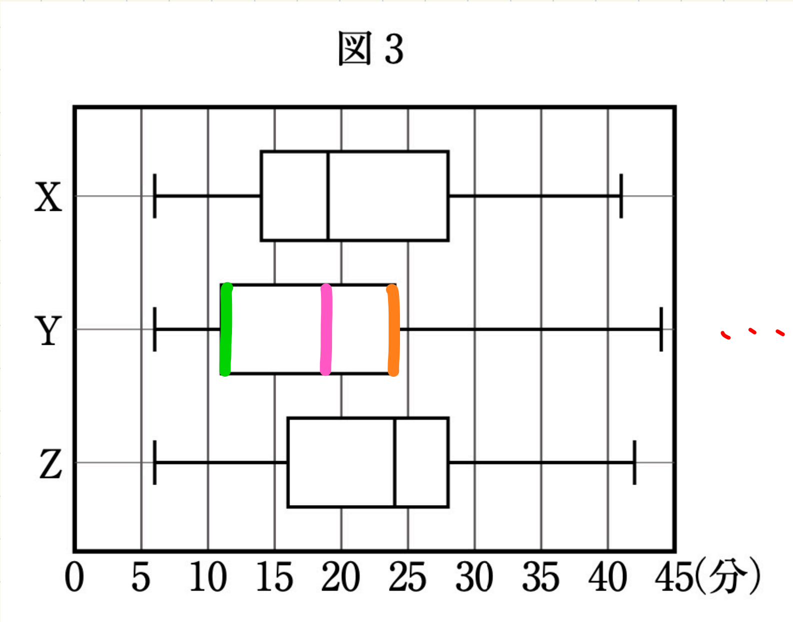
…B中学校

C中学校





第1四分位数　：10〜15
中央値　：15〜20
第3四分位数　：20〜25



…C中学校

以上より
X：B中学校，Y：C中学校，Z：A中学校

(ii)
I. A中学校の30分以上の生徒：7+2+1＝10人
B中学校の30分以上の生徒：1+7+4＝12人
C中学校の30分以上の生徒：5+1+1＝7人
よって，B中学校が最も多いので誤り

II A中学校の10〜15の生徒：7人
よって割合は $\frac{7}{50}=0.14$

B中学校の10～15の生徒：7人

よって割合は、$\frac{7}{50} = 0.14$

C中学校の10～15の生徒：9人

よって割合は、$\frac{9}{60} = 0.15$

よってC中学校の割合が最も大きいので、誤り

Ⅲ. A中学校の15～20の生徒：10人

よって割合は、$\frac{10}{50} = 0.2$

B中学校の15～20の生徒：10人

よって割合は、$\frac{10}{50} = 0.2$

C中学校の15～20の生徒：12人

よって割合は、$\frac{12}{60} = 0.2$

よって全ての中学校で割合が等しいので、正しい

IV

例：5〜10 ⇒ $\frac{5+10}{2} = \frac{15}{2} = 7.5$

階級	階級値	生徒数 A	生徒数 B	生徒数 C	階級値×生徒数 A	階級値×生徒数 B	階級値×生徒数 C
5 〜 10	7.5	4	9	14	30	67.5	105
10 〜 15	12.5	5	7	9	62.5	87.5	112.5
15 〜 20	17.5	10	10	12	175	175	210
20 〜 25	22.5	13	1	11	292.5	22.5	247.5
25 〜 30	27.5	8	11	7	220	302.5	192.5
30 〜 35	32.5	7	1	5	227.5	32.5	162.5
35 〜 40	37.5	2	7	1	75	262.5	37.5
40 〜 45	42.5	1	4	1	42.5	170	42.5
				合計：	1125	1120	1110

A中学校の平均値 $= \frac{1125}{50} = 22.5$分

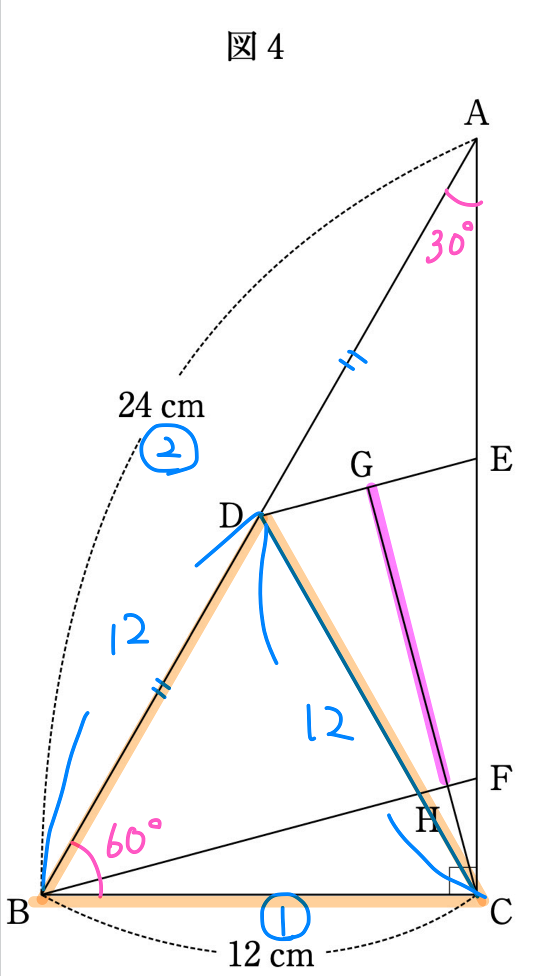
B中学校の平均値 $= \frac{1120}{50} = 22.4$分

C中学校の平均値 $= \frac{1110}{60} = 18.5$分

よって、全ての中学校で25分未満なので正しい。

以上より、正しいのは Ⅲ，Ⅳ 6

(ウ)



△ABCにおいて、

BC : AB = 12 : 24

= 1 : 2

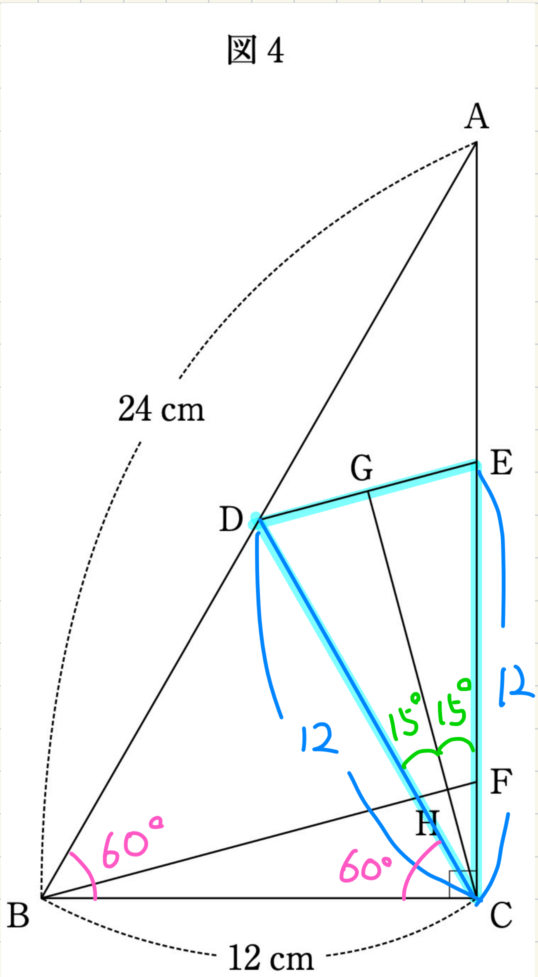
であるから、△ABCは、30°-60°-90°の直角三角形である。

DはABの中点であるから、

DB = 12cm.

∠DBC = 60° だから、△DBCは、正三角形である。

∴ CD = 12cm



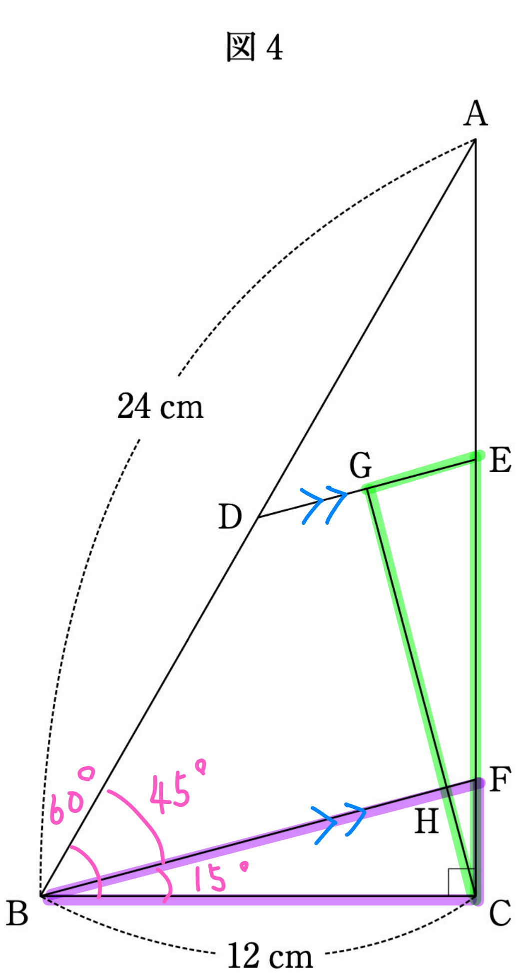
BC = CE より、CE = 12cm

よって、△CDEは二等辺三角形で、GはDEの中点だから、CGは、∠DCEを二等分する。

よって、

$$\angle DCG = \angle ECG = \frac{90° - 60°}{2}$$

$$= 15°$$



△CGEと△BCFにおいて

$\angle CGE = \angle BCF = 90°$ ―― ①

BF//DEより同位角が等しいので

$\angle CFG = \angle BFC$ ―― ②

①,②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle CGE \backsim \triangle BCF$

対応する角は等しいから

$\angle GCE = \angle CBF$

$\therefore \angle CBF = 15°$

$\therefore \angle DBF = 60° - 15° = 45°$

DからBFに垂線を下ろした足をSとする

△BSDは45°-45°-90°の直角二等辺三角形より

$BS : SD : \underbrace{BD}_{12} = 1 : 1 : \sqrt{2}$

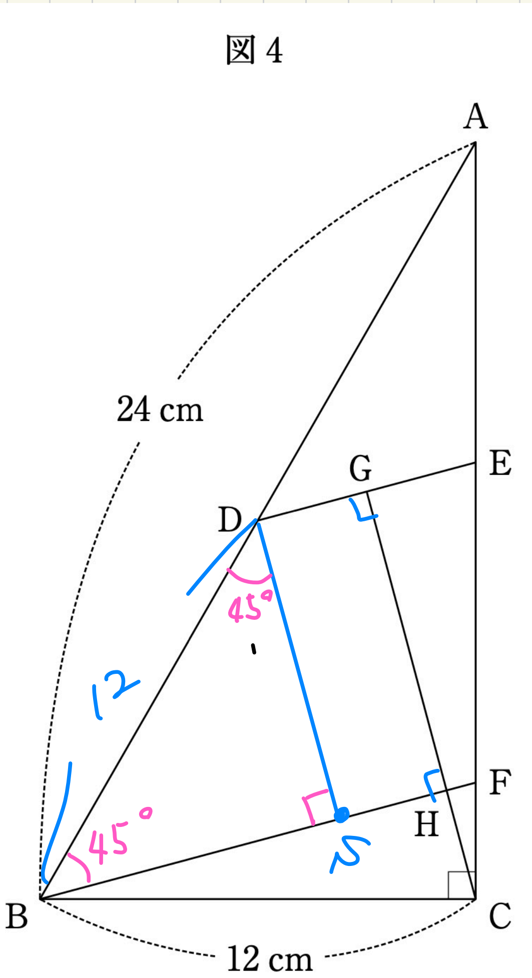
$\Rightarrow SD : 12 = 1 : \sqrt{2}$

$\sqrt{2}\,SD = 12 \quad \therefore SD = 6\sqrt{2}$

$\frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$

よって

SD = GH だから $GH = 6\sqrt{2}$



(エ) 300gの食塩水からagの食塩水を取り出したとき、残りの食塩水の量は、

$$(300-a)\ \mathrm{g}$$

である。このとき、食塩水を取り出していることから、濃度は変化せず4%のままである。
したがって、食塩水agを取り出した後のビーカーに残っている食塩の量は、

$$\frac{4}{100}\times(300-a)\ \mathrm{g}$$

これにagの食塩を加えたので、食塩の量は、

$$\frac{4}{100}(300-a)+a\ \mathrm{g}$$

これが12%の食塩水になったので、

$$\frac{4}{100}(300-a)+a=\frac{12}{100}\underbrace{(\underbrace{300-a}_{\text{残ったビーカーの食塩水}}+\underbrace{a}_{\text{加えた食塩}})}_{\text{食塩を加えた後の食塩水の量}}$$

式を整理して

$$4(300-a)+100a=12\times300$$

$$\Leftrightarrow 1200-4a+100a=3600$$

$$\Leftrightarrow 96a=2400$$

$$a=25$$

5

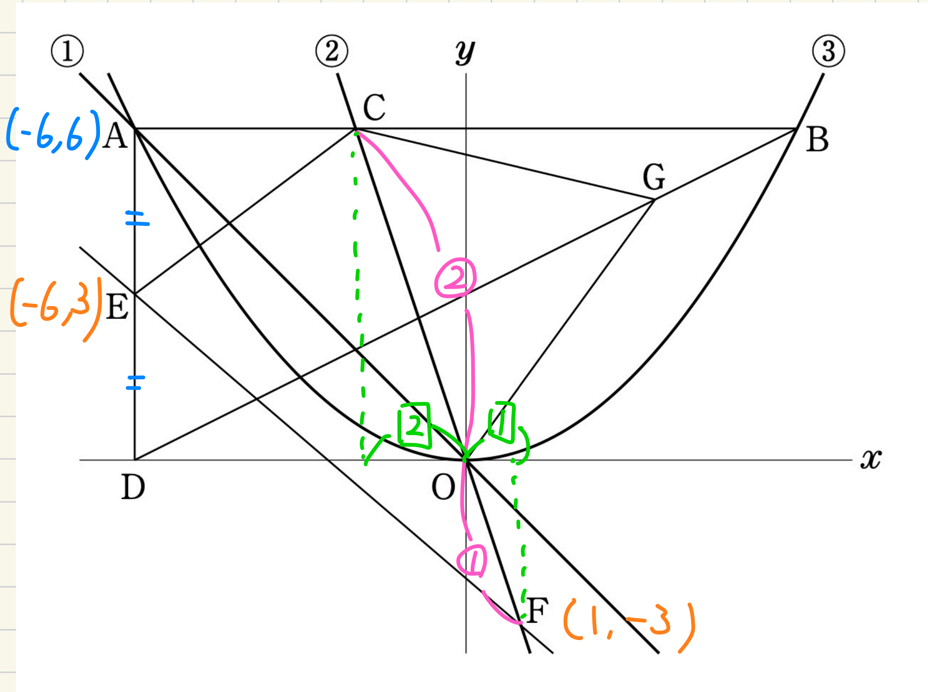
問4

(ア) 点Aは 直線①：$y=-x$ 上にあり，$x=-6$ なので
$$y=-(-6)$$
$$=6 \qquad \therefore A(-6,6)$$

また，点Aは $y=ax^2$ 上にあり，$x=-6,\ y=6$ なので

$$6=a\times(-6)^2$$
$$36a=6 \qquad \therefore a=\frac{1}{6}$$
2

(イ) (i) (ii)



AE＝EDより Eは ADの中点。
AD＝6より
AE＝ED＝3
よって，Eの座標は
$(-6,3)$

点Cは直線②：$y=-3x$ 上にあり，$y=6$ だから
Aのy座標と等しい

$$6=-3x \qquad \therefore x=-2$$

CO：OF＝2：1より
|Cのx座標|：|Fのx座標|＝2：1
注 |Cのx座標|は，Cのx座標の絶対値を表す

よって、Fのx座標は1．点Fは直線②：$y=-3x$上にあるから

$$y=-3\times1$$
$$=-3 \qquad \therefore F(1,-3)$$

よって、$y=mx+n$ に $E(-6,3)$，$F(1,-3)$ を代入して．

$$\begin{array}{rrl} & 3 = -6m + n & \text{——①} \\ -) & -3 = m + n & \text{——②} \\ \hline & 6 = -7m & \end{array}$$

$$\therefore m=-\frac{6}{7}$$

(i) 5

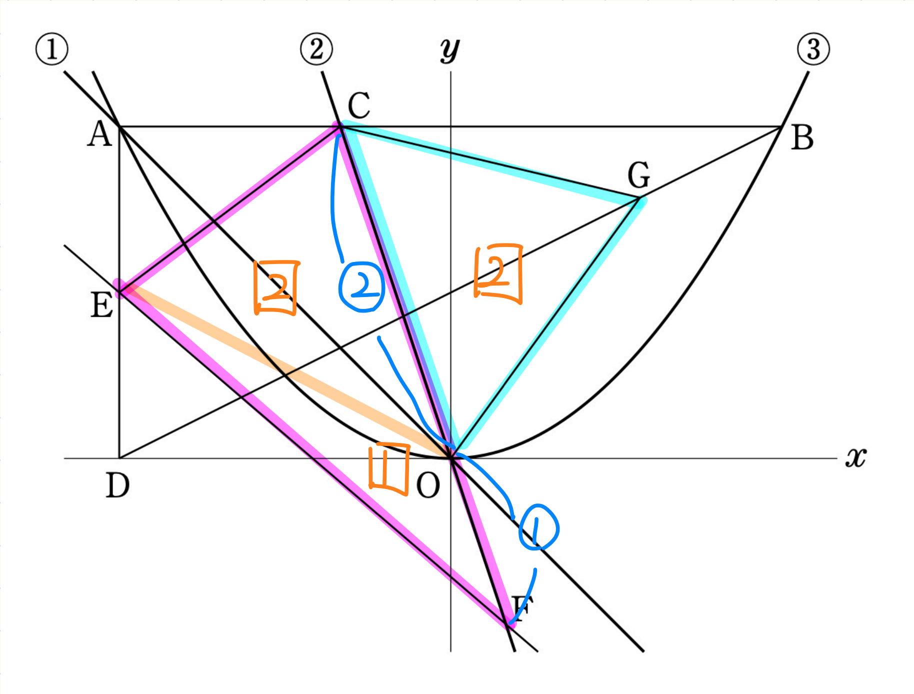
$m=-\frac{6}{7}$ を②に代入して

$$-3=-\frac{6}{7}+n$$

$$\Leftrightarrow n=-3+\frac{6}{7}$$
$$=\frac{-21+6}{7}$$
$$=-\frac{15}{7}$$

(ii) 3

(ウ)



△CEOと△OEFにおいて、底辺をそれぞれCO, OFとすると、高さが等しいので、面積比は底辺比に等しい。

CO : OF = 2 : 1より

△CEO : △OEF = 2 : 1

△OEF = $\boxed{1}$ と書くこととすると、△CEO = $\boxed{2}$

△CEF = △CEO + △OEF

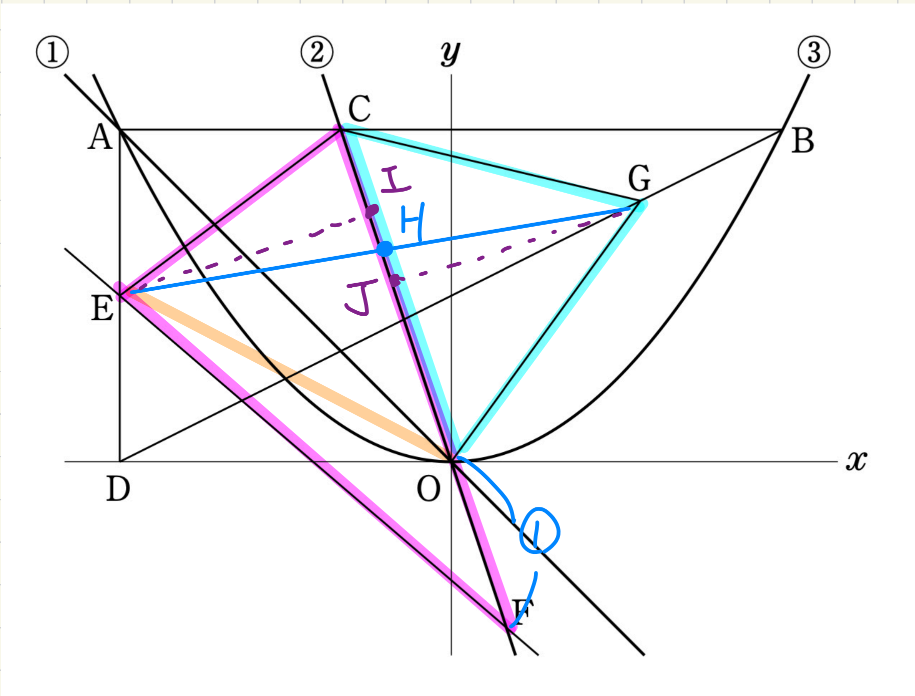
= $\boxed{2}$ + $\boxed{1}$

= $\boxed{3}$

△CEF : △COG = 3 : 2 だから、△COG = $\boxed{2}$

$\boxed{3}$

よって、△CEO = △COG（面積が等しい）



EGとCFの交点をH、

EからCFに垂線を下ろした足をI

GからCFに垂線を下ろした足をJとする。

△EHI と △GHJ において，

$\angle EIH = \angle GJH = 90^\circ$ —— ①

△CEO と △COG は面積が等しく，底辺を CO とすると，底辺も共通だから等しい。よって，△CEO と △COG の高さも等しく，

$EI = CJ$ —— ②

対頂角は等しいから

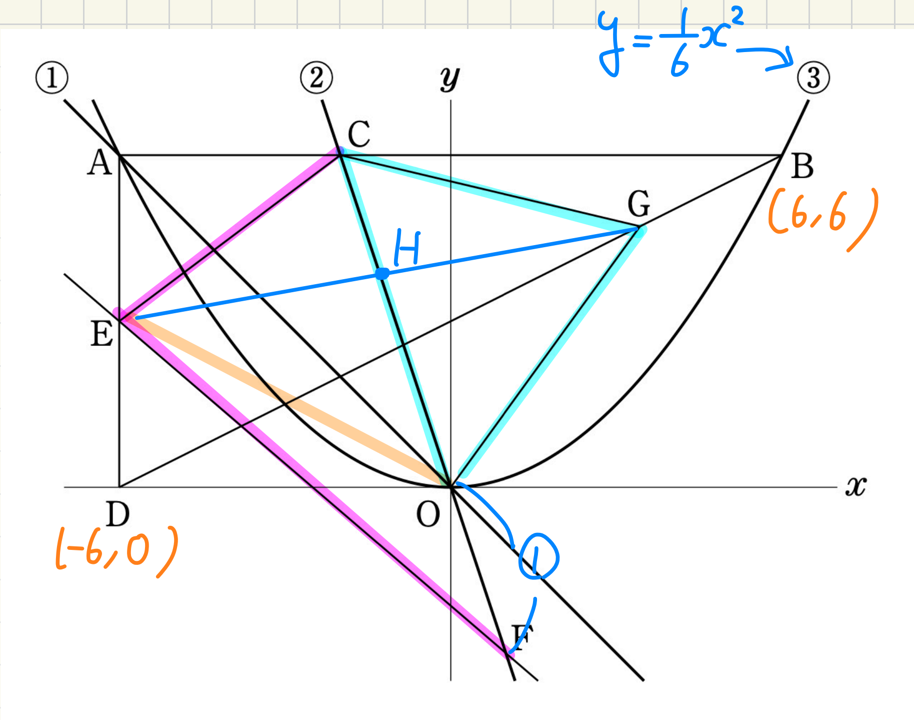
$\angle EHI = \angle GHJ$ —— ③

①，②，③より 直角三角形の斜辺と他の鋭角がそれぞれ等しいから △EHI ≡ △GHJ

対応する辺の長さは等しいから

$EH = GH$

よって，H は EG の中点である。



点Bは③：$y=\frac{1}{6}x^2$ 上にあり，$y=6$ より

点Aのy座標

$$6 = \frac{1}{6}x^2$$

$$x^2 = 36$$

点Bのx座標は正だから，$x=6$.

よって B(6,6)

直線BDの式を $y=ax+b$ とおくと，B(6,6)，D(−6,0) を通るので，

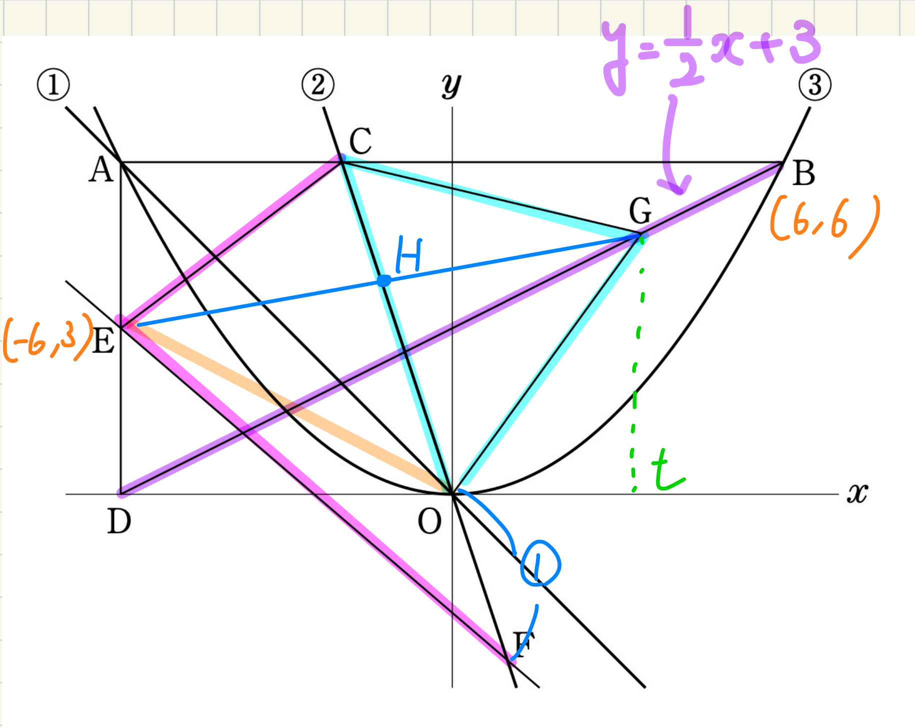
$$
\begin{array}{rl}
6 = 6a + b & \text{—— ㋐} \\
-)\ 0 = -6a + b & \text{—— ①} \\
\hline
6 = 12a &
\end{array}
$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$a = \frac{1}{2}$ を ① に代入して

$$0 = -6 \times \frac{1}{2} + b \quad \Rightarrow b = 3$$

よって直線 BD : $y = \frac{1}{2}x + 3$



点 G の x 座標を t とすると，G は BD 上にあるから

$$y = \frac{1}{2}t + 3$$

$$\therefore G\left(t, \frac{1}{2}t + 3\right)$$

H は EG の中点だから

H の x 座標 : $\dfrac{-6+t}{2}$

分子，分母に 2 をかける。

H の y 座標 : $\dfrac{3 + \frac{1}{2}t + 3}{2} = \dfrac{\frac{1}{2}t + 6}{2} = \dfrac{t+12}{4}$

$$\therefore H\left(\frac{-6+t}{2}, \frac{t+12}{4}\right)$$

点Hは直線②：$y=-3x$ 上にあるから

$$\frac{t+12}{4} = -3 \times \frac{-6+t}{2}$$

両辺×4

$$\Leftrightarrow \quad t+12 = -6(-6+t)$$

$$\Leftrightarrow \quad t+12 = 36-6t$$

$$\Leftrightarrow \quad 7t = 24$$

$$t = \frac{24}{7}$$

よって、Gのx座標は、$\frac{24}{7}$

問5

(ア) 操作2では、1枚のカードしか取り除かれないので、最後にカードが1枚となるには、操作1で4枚のカードを取り除く必要がある。

初期

○ ○ ○ ○ ○ ○

↓ 操作1で4枚取り除く

操作1後

○ ○

↓ 操作2で1枚取り除く

操作2後

○ …… 1枚だけ残る

つまり 操作1で，約数が4個の数字の目が
出る必要がある.

・$a=1$ … 約数は1
・$a=2$ … 約数は1, 2
・$a=3$ … 約数は1, 3
・$a=4$ … 約数は1, 2, 4
・$a=5$ … 約数は1, 5
・$a=6$ … 約数は1, 2, 3, 6 … 約数4個

操作1では6の目が出る必要がある.
⇒ 操作1後に残るカードは 4, 5 の2枚.
このうち. 操作2の後に4が残るには.

・$b=1$ … 操作1ですでに1のカードが取り除かれているので，操作2で取り除かれるのは 5
⇒ 4のみが残る.

・$b=1$ … 操作1ですでに2のカードが取り除かれているので，操作2で取り除かれるのは 5
⇒ 4のみが残る.

・$b=3$ … 操作1ですでに3のカードが取り除かれているので，操作2で取り除かれるのは 5
⇒ 4のみが残る.

・$b=4$ … 操作1で4のカードが取り除かれていないので、操作2で取り除かれるのは4
⇒ 5のみが残る。

・$b=5$ … 操作1で5のカードが取り除かれていないので、操作2で取り除かれるのは5
⇒ 4のみが残る。

・$b=6$ … 操作1で6のカードが取り除かれていないので、操作2で取り除かれるのは5
⇒ 4のみが残る。

以上より、4のみが残る組み合わせは、
$(a, b)=(6,1),(6,2),(6,3),(6,5),(6,6)$
の5通り。2つのさいころを投げたときの出る目は、
$6\times6=36$通りなので、求める確率は、

$$\frac{5}{36}$$

(4)

・$a=1$ のとき
操作1で取り除かれるのは1のカード。
⇒ 残りは、2, 3, 4, 5, 6
∴ bは2, 3, 4, 5 のいずれかが出れば良い
⇒ 4通り

・$a=2$ のとき
操作1で取り除かれるのは 1, 2 のカード
⇒ 残りは 3, 4, 5, 6
∴ b は 3, 4, 5 のいずれかが出れば良い
⇒ 3通り

・$a=3$ のとき
操作1で取り除かれるのは 1, 3 のカード
⇒ 残りは 2, 4, 5, 6
∴ b は 2, 4, 5 のいずれかが出れば良い
⇒ 3通り

・$a=4$ のとき
操作1で取り除かれるのは 1, 2, 4 のカード
⇒ 残りは 3, 5, 6
∴ b は 3, 5 のいずれかが出れば良い
⇒ 2通り

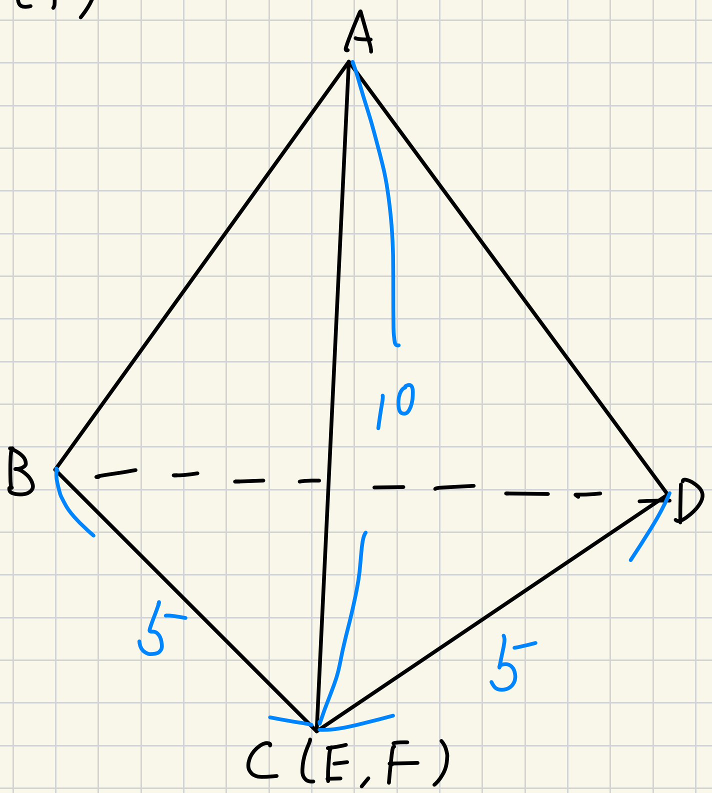
・$a=5$ のとき
操作1で取り除かれるのは 1, 5 のカード
⇒ 残りは 2, 3, 4, 6
∴ b は 2, 3, 4 のいずれかが出れば良い
⇒ 3通り

・$a=6$ のとき
操作1で取り除かれるのは 1, 2, 3, 6 のカード
⇒ 操作1で 6 のカードが取り除かれるので 0通り

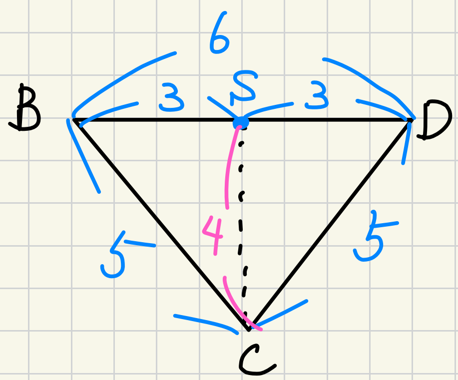
以上より、操作2の後に6のカードが残るのは
$4+3+3+2+3=15$ 通り

よって、求める確率は
$$\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$$

問6
(ア)



⇒



CからBDに垂線を下ろした足をSとする。
△BCDは二等辺三角形だから、SはBDの中点である。よって、

BS = SD = 3 cm
△BCSで三平方の定理より

$CS = \sqrt{5^2 - 3^2}$ $= \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$

$= 4$ cm

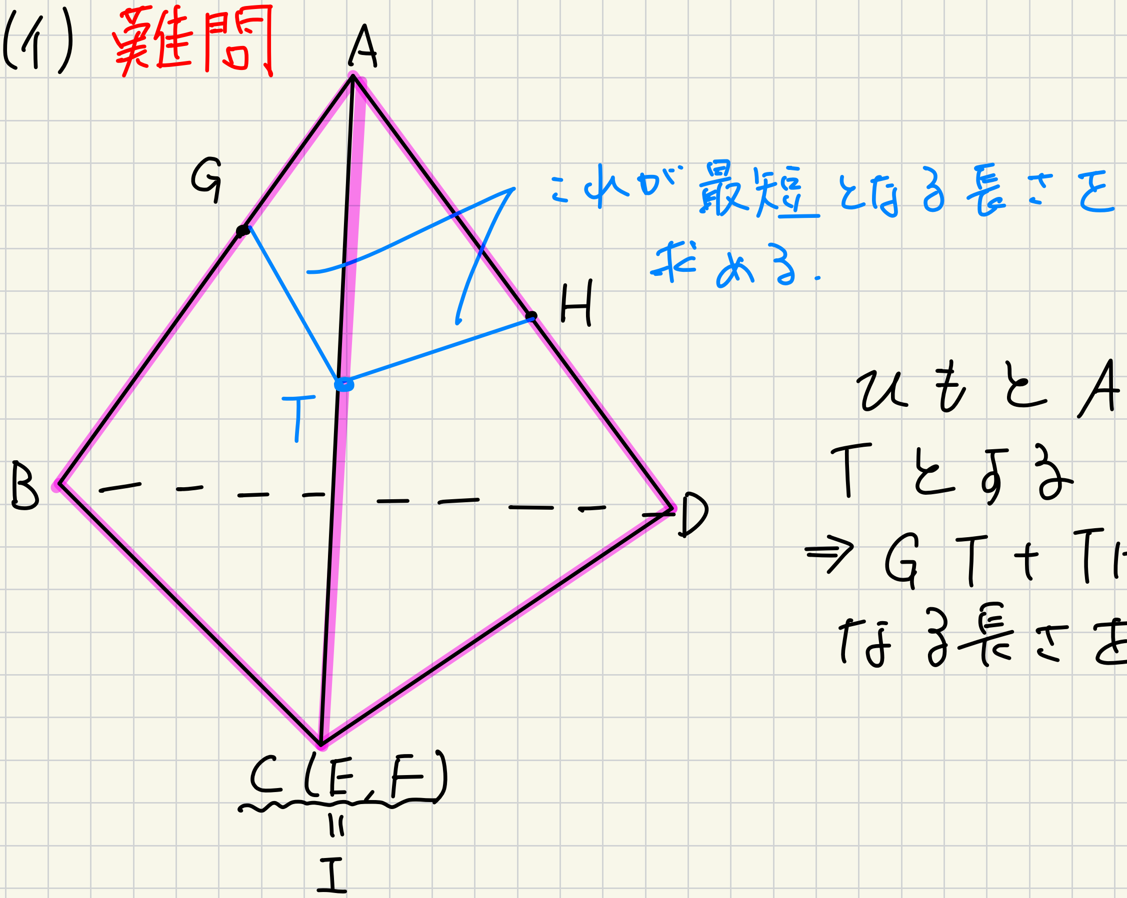
よって、△BCD の面積は

$\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ cm^2

$\angle AEB = \angle AFD = 90°$ より、三角すいの高さは、AE (AF) となる。よって、求める体積は、

$12 \times 10 \times \frac{1}{3} = 40$ cm^3

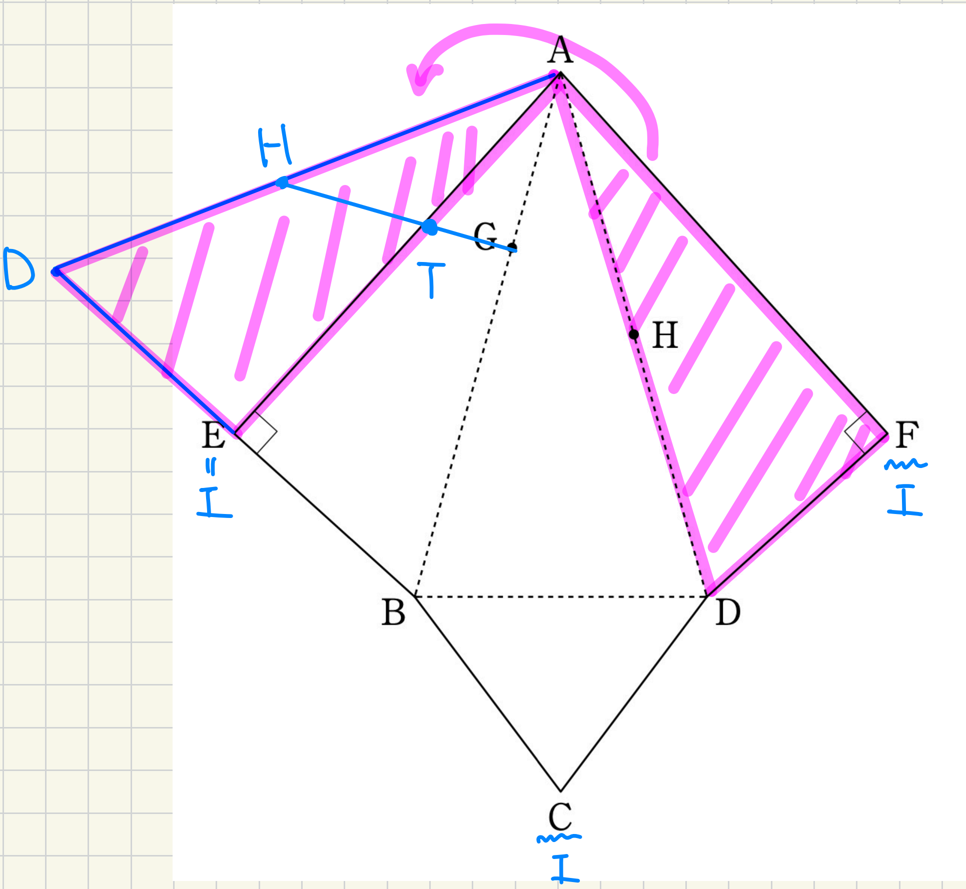
(イ) 難問



ひもと AI の交点を T とする

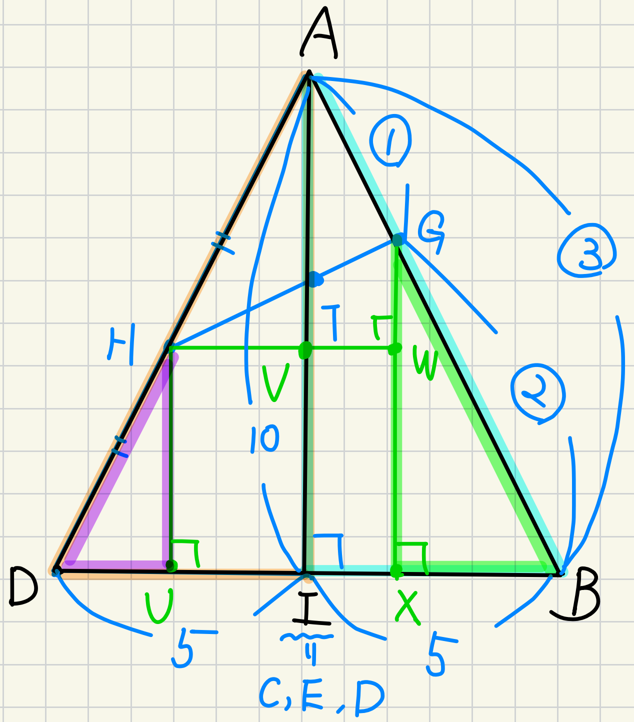
⇒ GT + TH が最短となる長さを求める

△ABI と △ADI の展開図を考える



△ADF(△ADI)
を左図のように
移動させる.

GT+THが最短
⇒G, T, Hが
1つの直線上に
あれば良い.



左図のように、点U, V,
W, Xを定める.

⇒HW, GWの長さを求めて、三平方の定理より
GHの長さを求める.

△ABIと△GBXにおいて
AI//GXより同位角が等しいから

$\angle BAI = \angle BGX$ —— ①

$\angle BIA = \angle BXG$ —— ②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABI \backsim \triangle GBX$ ―― ③

対応する辺の比は等しいから

$\underset{10}{AI} : GX = \underset{3}{AB} : \underset{2}{GB}$

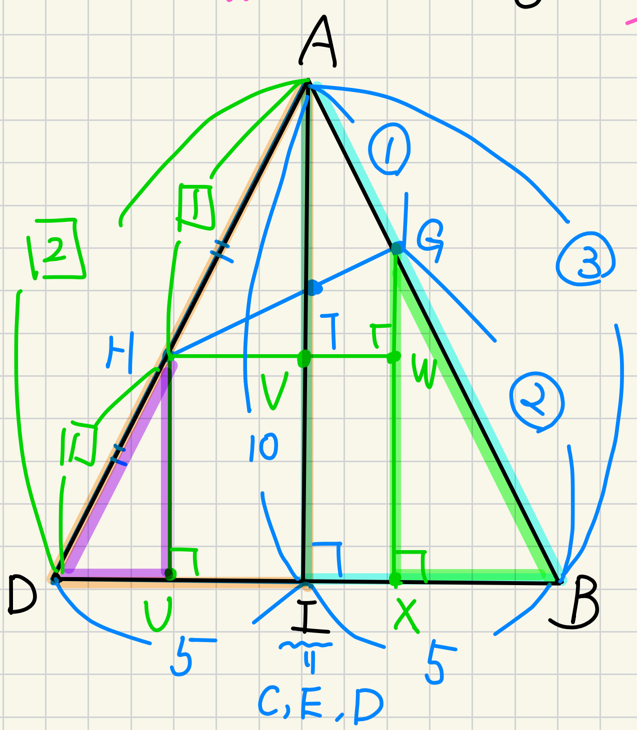
$\therefore 3GX = 20 \Rightarrow GX = \frac{20}{3}$

また，③より

$\underset{5}{BI} : BX = \underset{3}{AB} : \underset{2}{GB}$

$\therefore 3BX = 10 \Rightarrow BX = \frac{10}{3}$

よって，$XI = 5 - \frac{10}{3} = \frac{5}{3}$



$\triangle ADI$ と $\triangle HDU$ において，

$AI \parallel HU$ より同位角が等しいから

$\angle DAI = \angle DHU$ ― ④

$\angle DIA = \angle DUH$ ― ⑤

④，⑤より2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ADI \backsim \triangle HDU$

― ⑥

対応する辺の比は等しいから

$\underset{5}{DI} : DU = \underset{2}{AD} : \underset{1}{DH}$

$\therefore 2DU = 5 \Rightarrow DU = \frac{5}{2}$

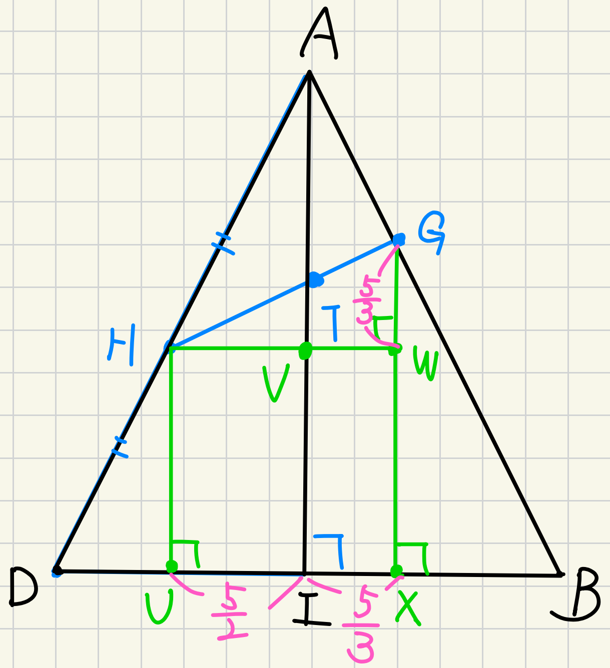
よって，$UI = 5 - \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$

また、⑥より

$$\underset{10}{AI} : HU = \underset{2}{AD} : \underset{1}{DH}$$

$$\therefore 2HU = 10 \quad \Rightarrow HU = 5$$

よって、$GW = \dfrac{20}{3} - 5 = \dfrac{5}{3}$



以上より

$$HW = \frac{5}{2} + \frac{5}{3} = \frac{15+10}{6} = \frac{25}{6}$$

$$GW = \frac{5}{3}$$

よって、△GHWで三平方の定理より

$$GH = \sqrt{\left(\frac{25}{6}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{625}{36} + \frac{25}{9}}$$

$$= \sqrt{\frac{625}{36} + \frac{100}{36}} = \sqrt{\frac{725}{36}} = \frac{5\sqrt{29}}{6}$$

$$= \frac{5\sqrt{29}}{6}\ \text{cm}$$