2024年度 青森県
数学

km km

$\boxed{1}$

(1)

ア：　与式 $= 4 + 1$

$= 5$

イ：　与式 $= -24 \div 4$

$= -6$

ウ：　与式 $= (9x - 6y) \times \left(-\dfrac{2}{3}\right)$

$= -6x + 4y$

エ：　与式 $= \dfrac{5(2x + y - 1) - 3(3x - 2y + 3)}{15}$

$= \dfrac{10x + 5y - 5 - 9x + 6y - 9}{15}$

$= \dfrac{x + 11y - 14}{15}$

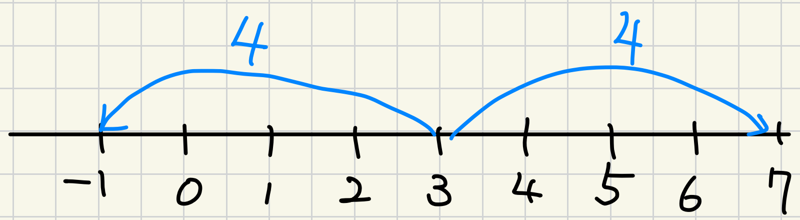
オ：　与式 $= (\sqrt{6} + \sqrt{2})(2\sqrt{6} - 2\sqrt{2})$

$= \sqrt{6} \times 2\sqrt{6} - 2\sqrt{12} + 2\sqrt{12} - \sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$

$= 12 - 4$

$= 8$

(2)



左図より

$-1,\ 7$

(3) クリップの総数をx個とする.

24個のクリップに印をつけたから

印ありクリップ：24個

印なしクリップ：$24-x$個

である. このとき, 印ありのクリップの割合は.

$$\frac{24}{x} \quad \text{——} \ ①$$

また, 35個中, 印ありクリップは2個なので,

印ありクリップの割合は

$$\frac{2}{35} \quad \text{——} \ ②$$

① = ② と推定すると.

$$\frac{24}{x} = \frac{2}{35}$$

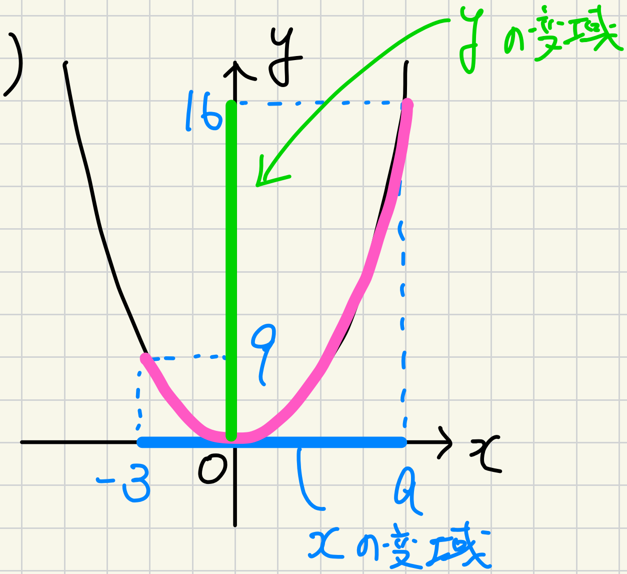
$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \quad 2x &= 24 \times 35 \\ &= 840 \\ \therefore \quad x &= 420 \end{aligned}$$

よって, 箱の中には420個のクリップがあると考えられる

(4) 与式 $= \left(\frac{1}{3}x\right)^2 + 2 \times \frac{1}{3}x \times 3 + 3^2$

$$= \frac{1}{9}x^2 + 2x + 9$$

(5)



左図より $y=16$ のとき

$16 = x^2$

$\therefore x = \pm 4$

a は -3 より大きいので

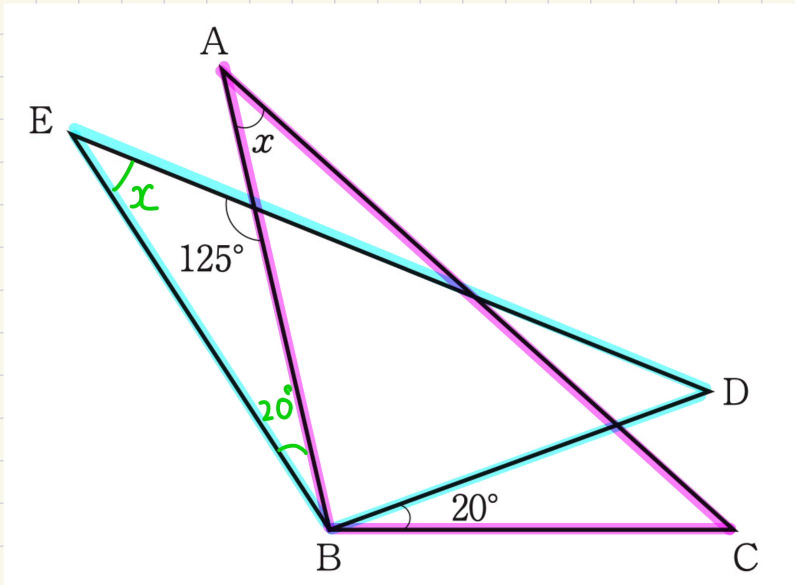
xの変域は

$-3 \leqq x \leqq 4$

また、y の変域は、$0 \leqq y \leqq 16$

よって、$a=4,\ b=0$

(6)



$\triangle ABC \equiv \triangle EBD$ より

$\angle ABC = \angle EBD$

ここで、

$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$

$\angle EBD = \angle EBA + \angle ABD$

よって、

$\angle EBA = \angle DBC$

$= 20^\circ$

また、$\triangle ABC \equiv \triangle EBD$ より

$\angle CAB = \angle DEB \Rightarrow \angle DEB = x$

三角形の内角の和は 180° だから

$x = 180^\circ - (125^\circ + 20^\circ)$

$= 180^\circ - 145^\circ$

$= 35^\circ$

(7)

$x+y=4$ ならば、$x=3$、$y=1$ 以外にも
x、y を満たすものがある。例えば、$x=2$、$y=2$

反例

(8)

ア：$2x+y=3 \Leftrightarrow y=-2x+3$ より、x の値を1つ決めると、それに応じて、y の値も1つに決まる。
よって正しい

イ：x のとりうる値は無数にあるから、それに応じた y の値も無数にある。よって正しい

ウ：$x=1$、$y=1$ を代入して

$$2\times1+1=3$$

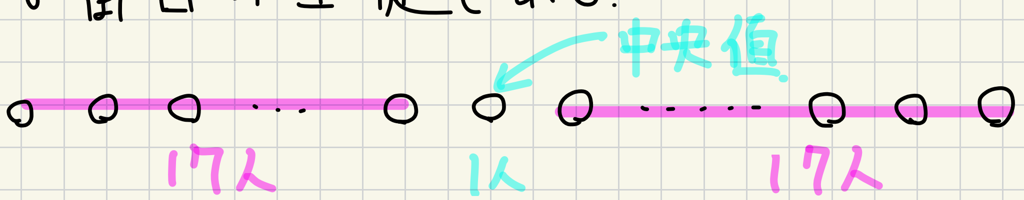
よって、この方程式は、(1,1) を通る

エ：$2x+y=3$ より $y=-2x+3$、傾きは -2 だから誤り。

よって、答えは エ

$\boxed{2}$

(1) Y中学校の生徒数は35人なので、
データを小さい順に並べたときの中央値は18番目の生徒である。



階級(分)	度数(人)	
	X中学校	Y中学校
0以上～ 5未満	1	2
5 ～ 10	3	5
10 ～ 15	5	10
15 ～ 20	7	8
20 ～ 25	4	7
25 ～ 30	0	3
合計	20	35

Y中学校の累計

2 … 1～2

7 … 3～7

17 … 8～17

25 … 18～25

よって、18番目の生徒が含まれる階級は、

15分以上20分未満

イ.

15分未満

20分未満

階級(分)	度数(人)	
	X中学校	Y中学校
0以上～ 5未満	1	2
5 ～ 10	3	5
10 ～ 15	5	10
15 ～ 20	7	8
20 ～ 25	4	7
25 ～ 30	0	3
合計	20	35

最大値

1、X中学校では、15分未満の生徒は9人いるので誤り

2、X中学校の最大値は、20～25分、

Y中学校の最大値は25～30分。

よって、Y中学校の方が最大値が大きいので誤り。

③.

X中学校の相対度数 $= \frac{4}{20} = 0.2$

Y中学校の相対度数 $= \frac{7}{35} = 0.2$

よって、20〜25分の相対度数は等しいので、正しい

4.

X中学校の20分未満の割合 $= \frac{16}{20} = 0.8$

Y中学校の20分未満の割合 $= \frac{25}{35} = 0.714\cdots$

よって、20分未満の割合は、Y中学校の方が小さいので誤り.

(2)

ア：時間 $= \frac{\text{道のり}}{\text{速さ}}$ より

㋐ : $\frac{x}{3}$, ㋑ : $\frac{y}{5}$

また, 18分 $= \frac{18}{60}$ 時間 $= 0.3$ 時間より

㋒ 2時間18分 $= 2.3$ 時間

イ：表より

$$\begin{cases} x + y = 8.7 & \text{—— ①} \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 2.3 & \text{—— ②} \end{cases}$$

② × 15 より

$$5x + 3y = 34.5 \quad —— ②'$$

① × 3 − ②' より

$$\begin{array}{rrcl} & 3x + 3y & = & 26.1 \\ -) & 5x + 3y & = & 34.5 \\ \hline & -2x & = & -8.4 \end{array}$$

$$x = 4.2$$

$x = 4.2$ を ① に代入して

$$4.2 + y = 8.7 \quad \therefore y = 4.5$$

よって.

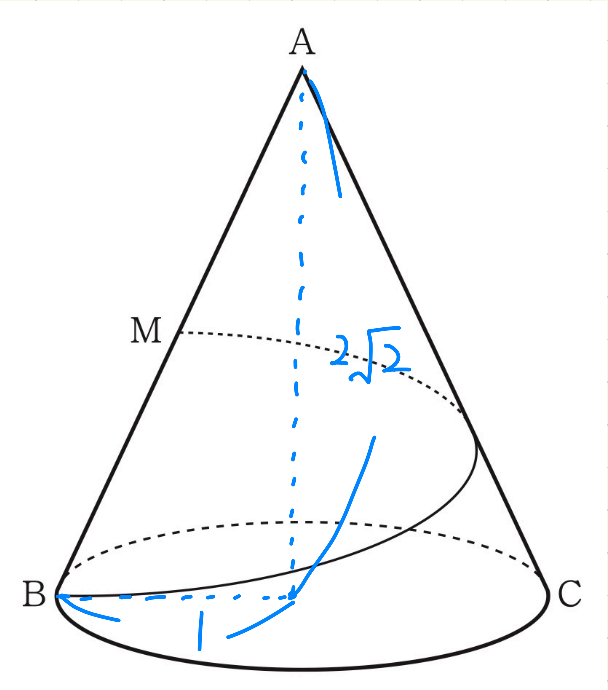
Aさんの家から峠まで 4.2km

峠から祖父の家まで 4.5km

$\boxed{3}$

(1)

ア：



三平方の定理より

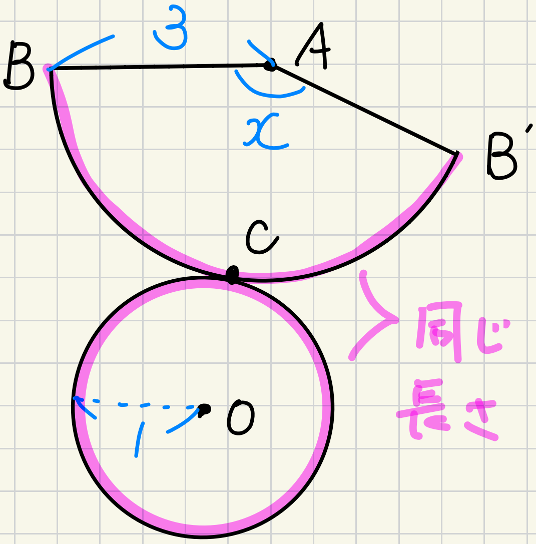
$$AB = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{8+1}$$

$$= \sqrt{9}$$

$$= 3\text{cm}$$

イ



底面の中心をOとする。
円Oの円周の長さは

$\underbrace{2\times1}_{直径}\times\pi = 2\pi$ cm

$\overset{\frown}{BC}$と円Oの円周の長さは等しいから、おうぎ形の中心角を$x°$とすると、

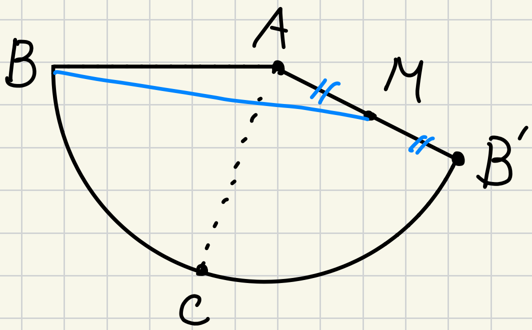
$$2\pi = \underbrace{3\times2}_{直径}\times\pi\times\frac{x}{360}$$

$$\Leftrightarrow\ 2\pi = \frac{1}{60}\pi x$$

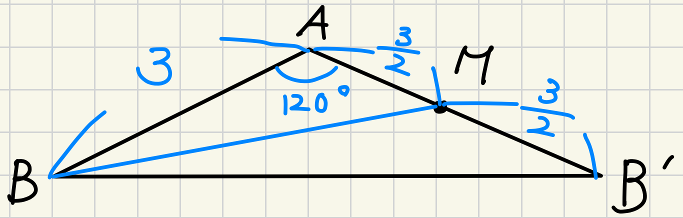
$$\therefore\ x = 2\pi\times\frac{60}{\pi}$$

$$= 120°$$

ウ



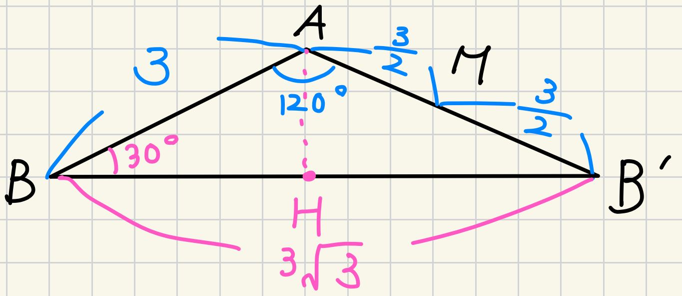
ひもが最短となるのは、左図のようにBMが直線になるときである。



△ABB′はAB=AB′の二等辺三角形だから

$$\angle ABM = \angle AB'M = (180° - 120°)\div2$$

$$= 30°$$



AからBB′に垂線を下ろした足をHとすると、△ABHは30°-60°-90°の直角三角形

よって、

$$AH : \underbrace{AB}_{3} : BH = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

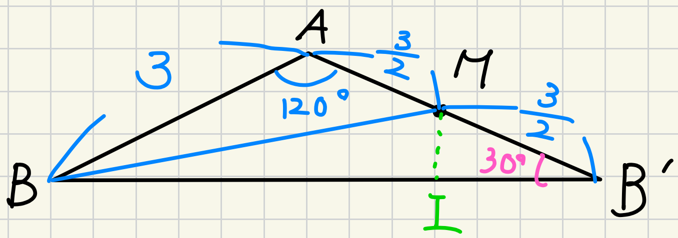
$$\Leftrightarrow \ 3 : BH = 2 : \sqrt{3}$$

$$2BH = 3\sqrt{3} \ \Rightarrow \ BH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

HはBB′の中点だから

$$BB' = 2BH$$

$$= 3\sqrt{3} \text{ cm}$$



また、MからBB′に垂線を下ろした足をIとする。△MIB′は30°-60°-90°の直角三角形

よって、

$$MI : \underbrace{MB'}_{\frac{3}{2}} : IB' = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

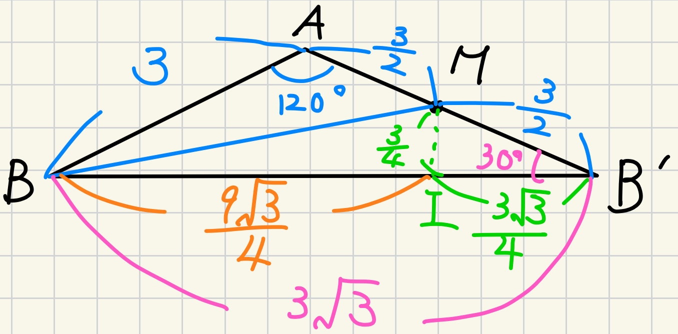
$$\Leftrightarrow \ MI : \frac{3}{2} = 1 : 2$$

$$2MI = \frac{3}{2} \ \Rightarrow \ MI = \frac{3}{4} \text{ cm}$$

同様に.

$$\frac{3}{2} : IB' = 2 : \sqrt{3}$$

$$2IB' = \frac{3}{2}\sqrt{3} \Rightarrow IB' = \frac{3}{4}\sqrt{3}$$



左図より

$$BI = 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{12\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

よって. △MBIで三平方の定理より

$$BM = \sqrt{\left(\frac{9\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{243 + 9}{16}}$$

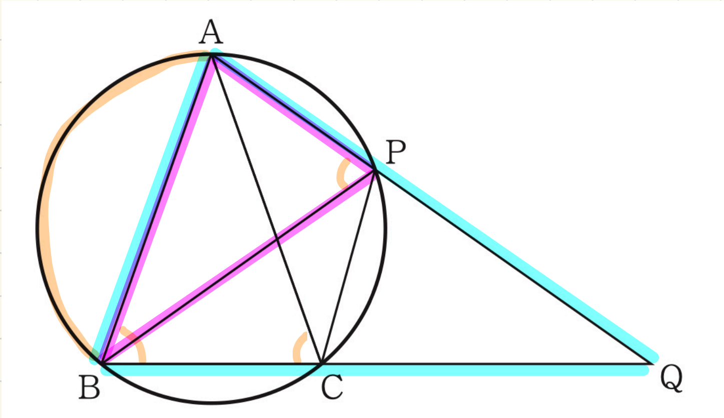
$$= \sqrt{\frac{252}{16}}$$

$$= \sqrt{\frac{63}{4}}$$

$$= \frac{3\sqrt{7}}{2} \text{ cm}$$

(2)

ア



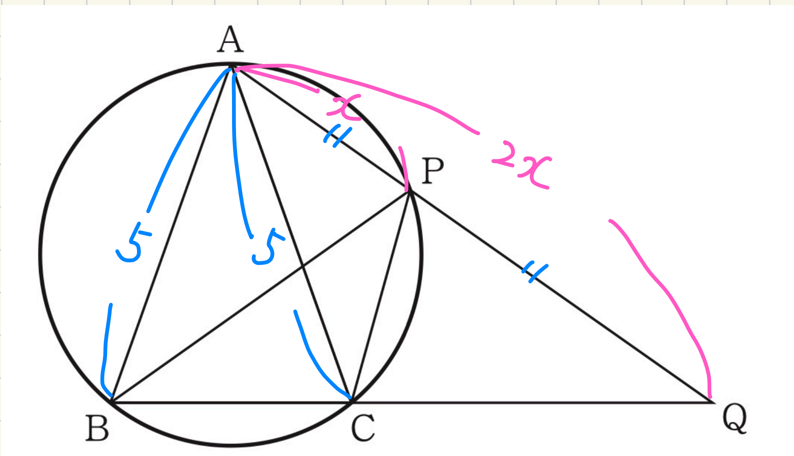
△ABPと△AQBにおいて、
共通な角だから
∠BAP = ∠QAB ―― ①

△ABCは二等辺三角形だから
∠ABC = ∠ACB あ ―― ②

円周角の定理より
∠ACB = ∠APB い ―― ③
②、③から
∠APB = ∠ABQ う ―― ④

①、④から 2組の角がそれぞれ等しいので、
△ABP ∽ △AQB （証明終わり）

イ



AP = x cm とおくと、
PはAQの中点だから
AQ = $2x$ cm.
ア. より △ABP ∽ △AQB
だから、対応する辺の比は等しいので、

$\underbrace{AB}_{5} : \underbrace{AQ}_{2x} = \underbrace{AP}_{x} : \underbrace{AB}_{5}$

よって.

$$2x^2 = 25$$

$$x = \pm\frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$= \pm\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$x > 0$ より $x = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. よって. APの長さは $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm

$\boxed{4}$

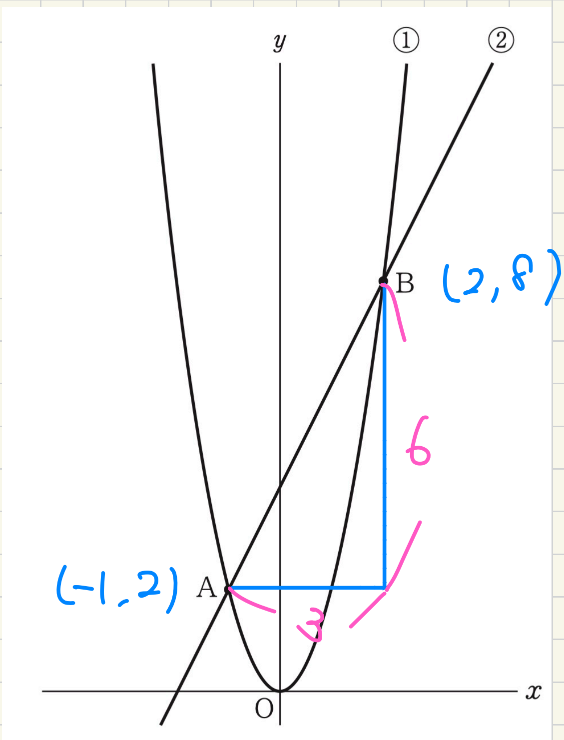
(1) 点Aは $y = 2x^2$ 上にあり. $x = -1$ なので.

$$y = 2 \times (-1)^2$$

$$= 2$$

よって. 点Aの y 座標は 2

(2)



点Bは $y = 2x^2$ 上にあり

$x = 2$ なので

$$y = 2 \times 2^2$$

$$= 8 \qquad \therefore B(2, 8)$$

よって. 三平方の定理より

$$AB = \sqrt{3^2 + 6^2}$$

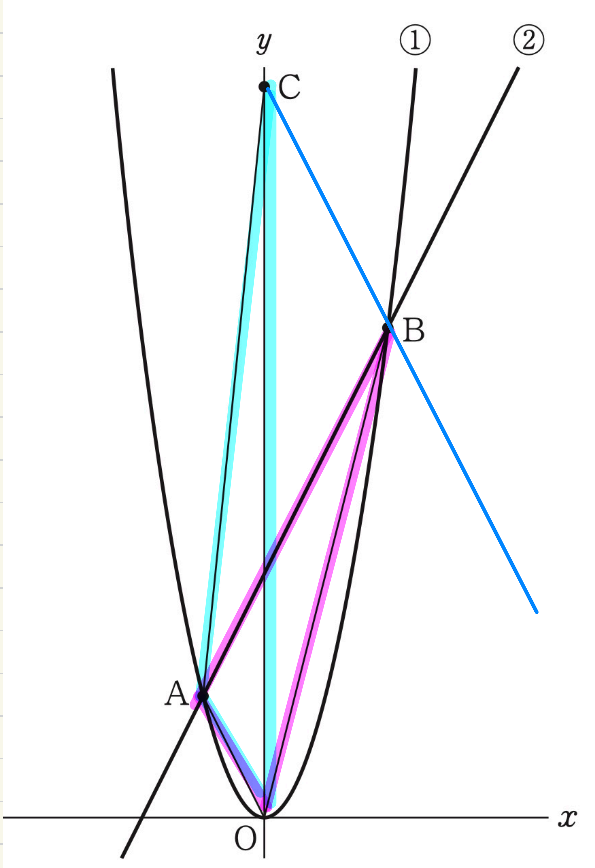
$$= 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$= \sqrt{9 + 36}$$

$$= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

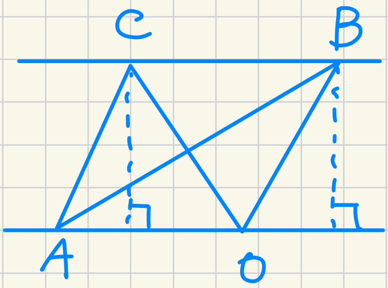
(3)

ア.



$\triangle AOB = \triangle AOC$ だから、

$OA \parallel BC$



⇒ OA は共通な辺で、
$\triangle AOB = \triangle AOC$ だから
高さが等しい
⇒ $OA \parallel BC$

よって 直線OAと直線BCの傾きは等しい。

直線OAの式を $y = ax$ とおくと、$A(-1, 2)$を通るので

$$2 = -a \quad \Rightarrow \quad a = -2$$

直線OAの傾き

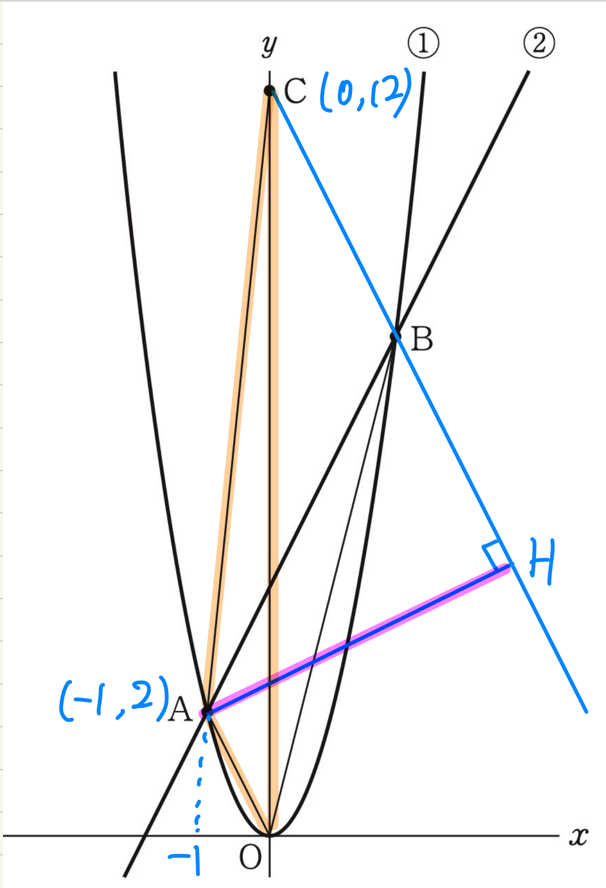
したがって、直線BCの式は、$y = -2x + b$ と表せる。

これが$B(2, 8)$を通るから

$$8 = -2 \times 2 + b \quad \Rightarrow \quad b = 12$$

点Cは $y = -2x + 12$ の切片だから、$C(0, 12)$

イ.



点Aから直線BCに垂線を下ろした足をHとする.
求める長さはAHである.

△AOCにおいて, OCを底辺とすると, 面積は

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 1 = 6 \quad —— ①$$

また, OAを底辺とすると.

$$OA = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{5}$$

より△AOCの面積は.

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times AH = \frac{\sqrt{5}}{2} AH \quad —— ②$$

① = ② より

$$\frac{\sqrt{5}}{2} AH = 6$$

$$AH = \frac{2}{\sqrt{5}} \times 6$$

$$= \frac{12}{\sqrt{5}}$$

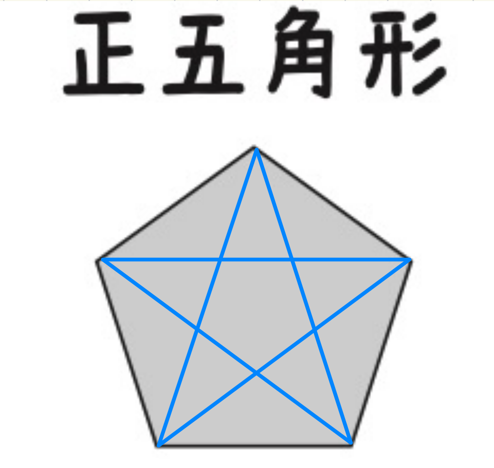
$$= \frac{12}{\sqrt{5}} = \frac{12}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$$

$$= \frac{12\sqrt{5}}{5} \text{ cm}$$

5

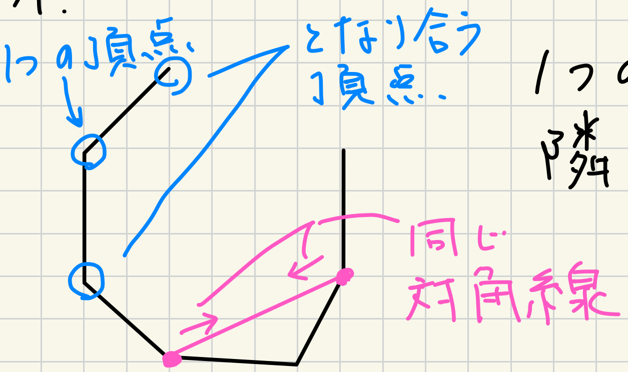
(1)

ア



正五角形では対角線を5本引くことができる.

イ.



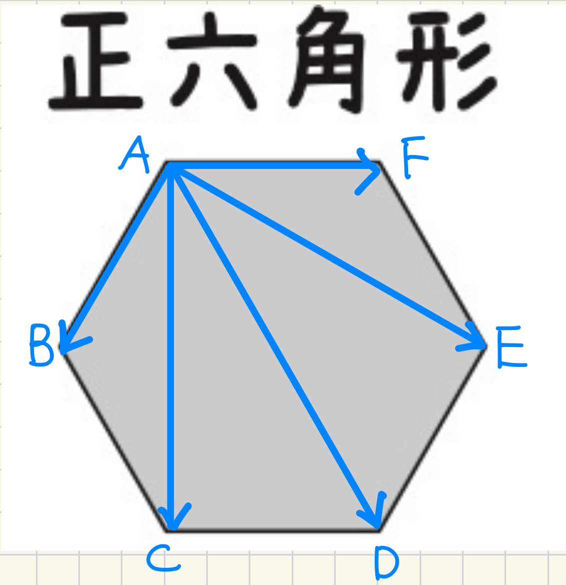
1つの頂点からは、その頂点と隣り合う頂点以外の(n−3)個

頂点はn個で3個の頂点を除く

の頂点との間に対角線をひくことができます.
頂点は全部でn個あるので、対角線の本数を表す式は(n−3)×nであると考えましたが、
それではすべての対角線を2回ずつ数えることになるため、$\frac{(n-3)\times n}{2}$が対角線を表す式になります.

(2)

ア.

㋒ 

AからB, C, D, E, Fに
5本の線がひける.
頂点は全部で6個ので.
$5 \times 6 = 30$
これは.すべての辺.対角線を
2回ずつ数えているので.

$$\frac{5 \times 6}{2} = 15$$

㋓ n人の場合.1つの頂点から(n−1)個の線が
ひける.頂点はn個あるので.n(n−1)。
ただし.これはすべての辺.対角線を2回ずつ数えて
いるので

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

よって.㋓ : n(n−1)

イ. $\frac{n(n-1)}{2} = 66$

$\Leftrightarrow n(n-1) = 132$

$\Leftrightarrow n^2 - n - 132 = 0$

$\Leftrightarrow (n+11)(n-12) = 0$

$\therefore n = -11, 12$

$n > 0$ より
$n = 12$
よって 12人