2024年度　三重県

数学

km km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= -42$

(2) 与式 $= \dfrac{9}{6}x - \dfrac{4}{6}x$

$= \dfrac{5}{6}x$

(3) 与式 $= -7x$

(4) $\begin{cases} 4x - 5y = 7 & \text{—— ①} \\ 2x + 3y = -2 & \text{—— ②} \end{cases}$

① − ② × 2 より

$$\begin{array}{rrrl} & 4x & -5y & = 7 \\ -) & 4x & +6y & = -4 \\ \hline & & -11y & = 11 \\ & & y & = -1 \end{array}$$

$y = -1$ を②に代入して

$2x + 3 \times (-1) = -2$

$2x = 1$

$\therefore x = \dfrac{1}{2}$

よって. $x = \dfrac{1}{2}$, $y = -1$

(5) 与式 $= (x+9)(x-4)$

(6) 解の公式より

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$$

(7) 120を素因数分解すると、

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

120n が整数の2乗となるには

$$120n = (\quad)^2$$

になれば良い。よって、

$$120n = 2^3 \times 3 \times 5 \times n$$

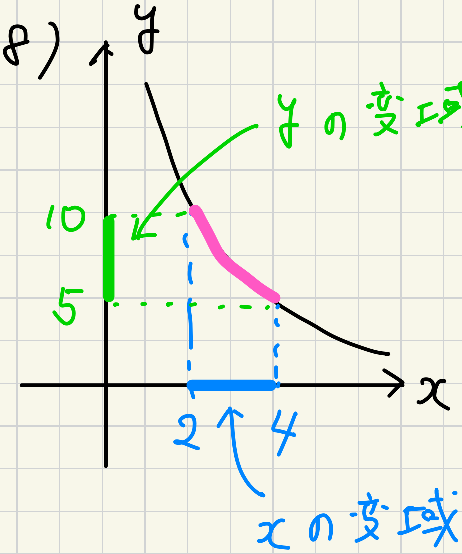
$$= 2^3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$= 2^4 \times 3^2 \times 5^2$$

$$= \underbrace{(2^2 \times 3 \times 5)^2}_{(\quad)^2 \text{の形}}$$

よって、$n = 2 \times 3 \times 5 = 30$

(8)




・$x=2$ のとき

$$y=\frac{20}{2}=10$$

・$x=4$ のとき

$$y=\frac{20}{4}=5$$

よって、yの変域は、$5 \leqq y \leqq 10$

(9) 四分位範囲 ＝ 第3四分位数 − 第1四分位数

$= 22 - 14$

$= 8$ 点

(10) 正n角形の内角の和は、$180 \times (n-2)$ より

正十角形の内角の和は、

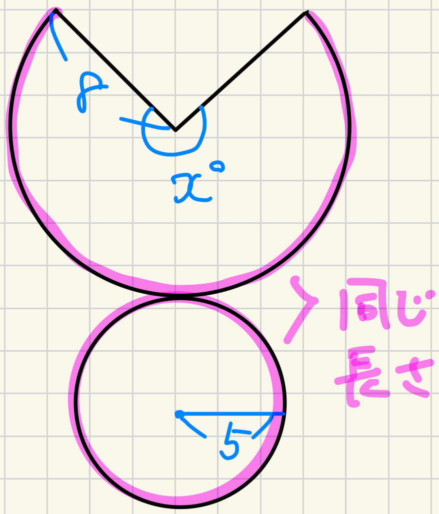
$180 \times (10-2) = 180 \times 8$

$= 1440°$

よって、1つの内角の大きさは

$1440° \div 10 = 144°$

(11)




底面の円周の長さは

$5 \times 2 \times \pi = 10\pi$

側面のおうぎ形の中心角を $x$ とすると、弧の長さは

$$8 \times 2 \times \pi \times \frac{x}{360} = \frac{16\pi}{360} \times x$$

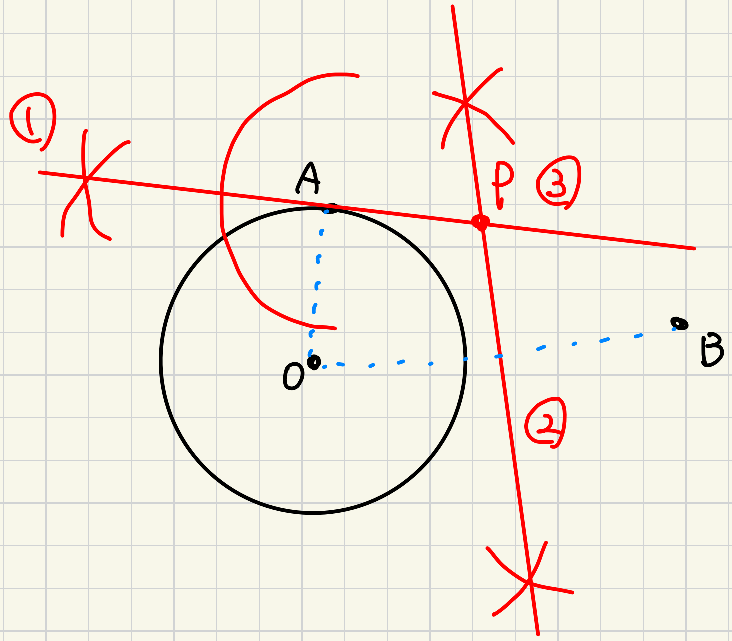
底面の円周の長さと、側面のおうぎ形の弧の長さは等しいから

$$10\pi = \frac{16\pi}{360} \times x$$

$$\therefore x = 10\pi \times \frac{360}{16\pi}$$

$$= 225^\circ$$

(12)




① 点Aは円Oに接するので、Aを通りOAに垂直な線を描く。

② OP = BPより線分OBの垂直二等分線を描く。

③ ①と②の交点がP

$\boxed{2}$

(1) はなこさんのヒストグラムより

0 〜 3 : 3人

3 〜 6 : 4人

6 〜 9 : 3人

よって、6回以上9回未満の階級までの累積度数は、

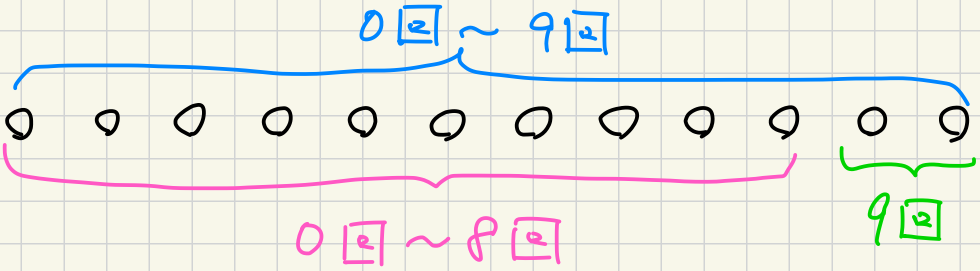
3 + 4 + 3 = 10人

(2) たろうさんのヒストグラムより

0回以上10回未満：12人

また、(1)より

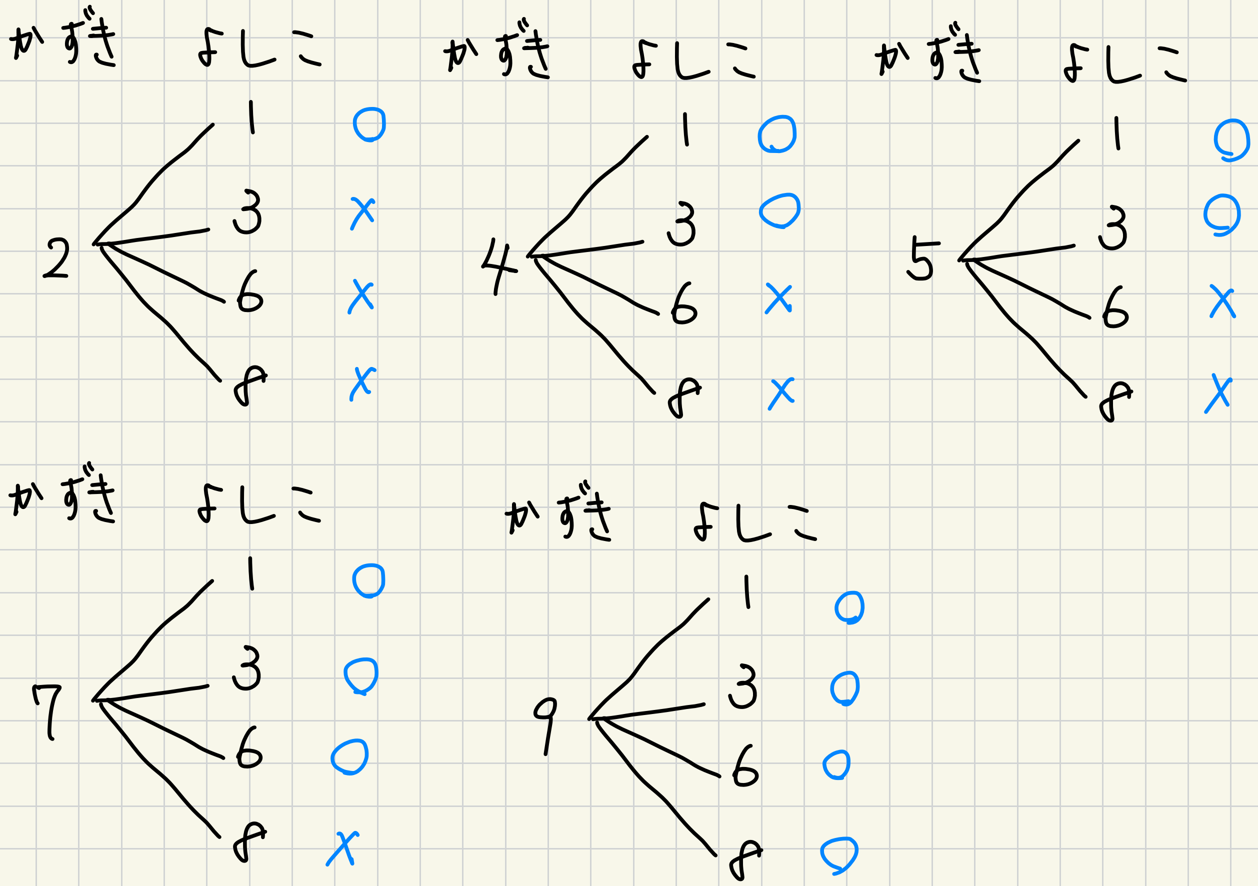
0回以上9回未満：10人




よって9回の生徒の人数は、12 − 10 = 2回

## 3

(1) 樹形図は以下の通り



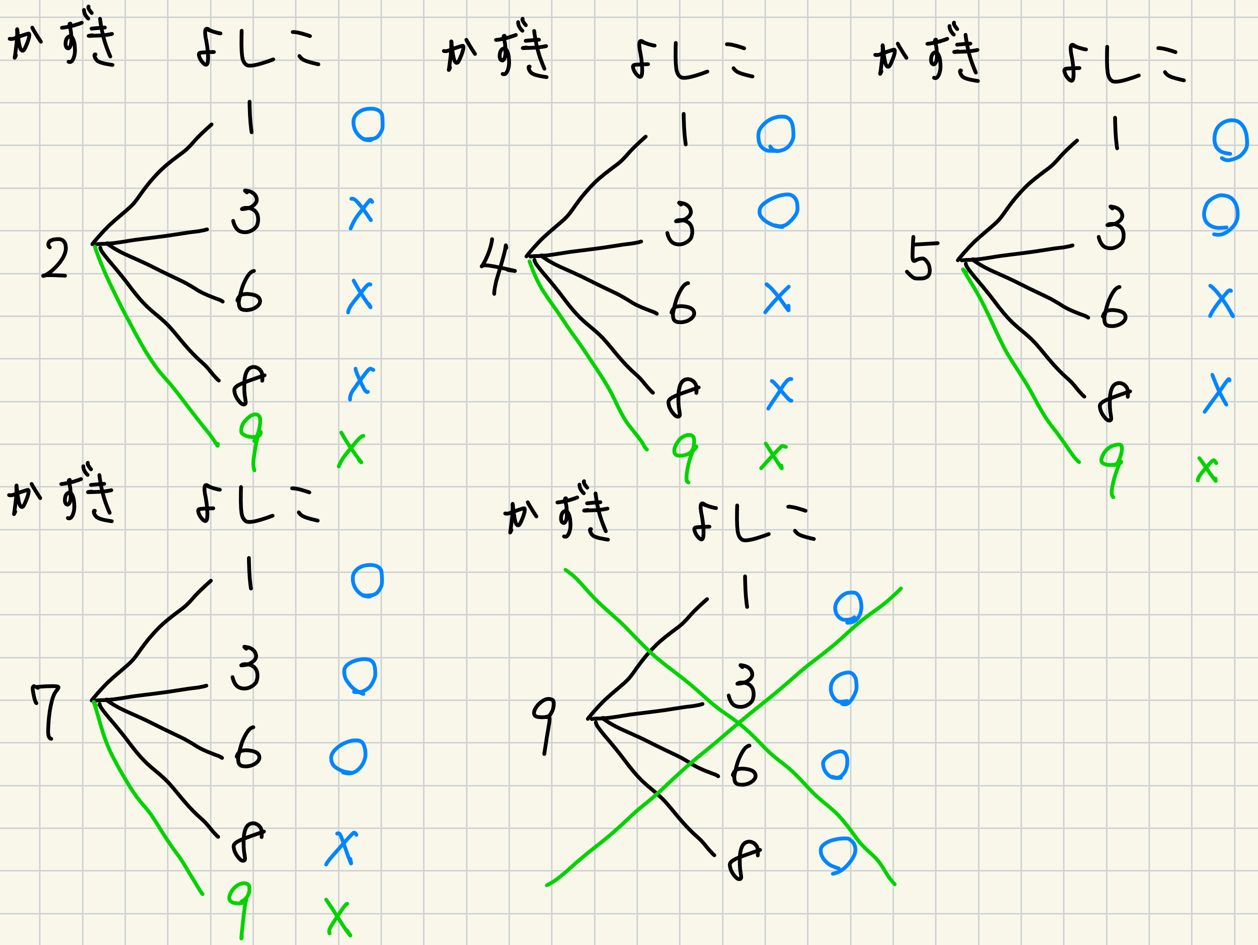

よって、求める確率は、$\dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{5}$

(2) かずきさんとよしこさんの勝つ確率が等しいので、2人の確率はおのおの

$$\frac{10}{20}$$

となれば良い。

(i)「9」を渡したとき

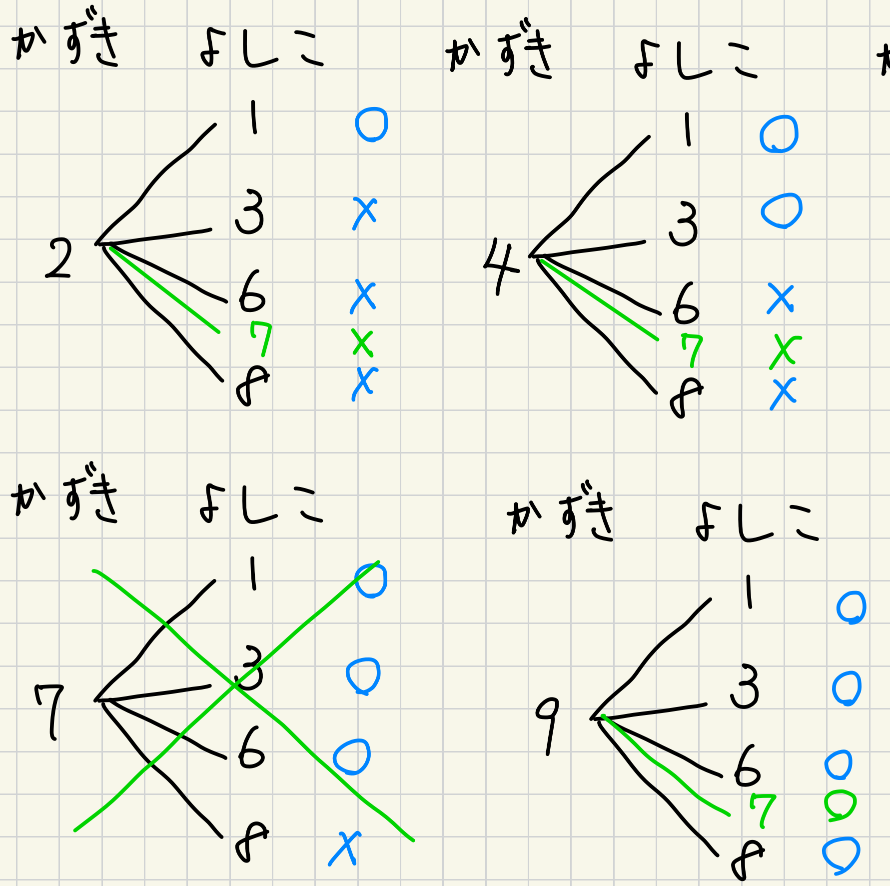



樹形図から、かずきさんの勝つ確率は

$$\frac{8}{20}$$ … $\frac{10}{20}$ になる必要がある

となり不適

(ii)「7」を渡したとき




樹形図から、かずきさんの勝つ確率は

$$\frac{10}{20}$$

となり、適する。よって 7 の玉を渡した。

$\boxed{4}$

(1)

① A組の生徒の人数は$x$人で、りんごは3個ずつ配ると7個余ったので、りんごの個数は

$$3x+7$$

② みかんは5個ずつ配ると3個たりないので、みかんの個数は

$$5x-3$$

③ りんごの個数を$x$個とすると，りんごは3個ずつ配ると7個余ったので生徒の人数は

$$(x-7)\div 3=\frac{x-7}{3}$$

④ みかんの個数を$y$個とすると，みかんは5個ずつ配ると3個たりないので，生徒の人数は

$$(y+3)\div 5=\frac{y+3}{5}$$

(2) のぞみさんの考え方より

$$\begin{cases} x+y=140 & \text{——①} \\ \dfrac{x-7}{3}=\dfrac{y+3}{5} & \text{——②} \end{cases}$$

②×15 より

$$5(x-7)=3(y+3)$$
$$\Leftrightarrow 5x-35=3y+9$$
$$\Leftrightarrow 5x-3y=44 \quad \text{——③}$$

①×3＋③ より

$$\begin{array}{rrcr} & 3x+3y & = & 420 \\ +) & 5x-3y & = & 44 \\ \hline & 8x & = & 464 \end{array}$$

$$\therefore x=58$$

$x=58$ を ①に代入して

$$58+y=140$$

$$\therefore y=82$$

また、A組の生徒数は $\dfrac{x-7}{3}$ に $x=58$ を代入して

$$\frac{58-7}{3}=\frac{51}{3}$$

$$=17$$

以上より、A組の生徒17人、りんご58個、みかん82個

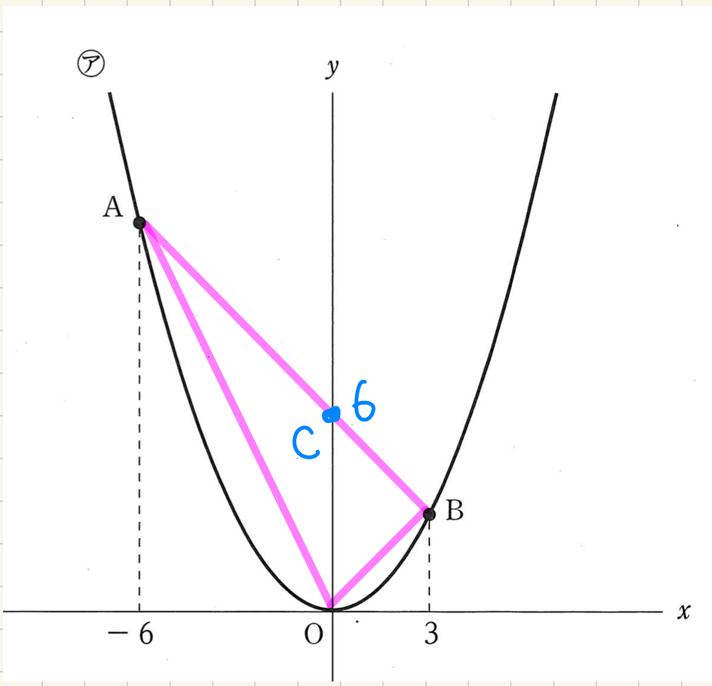
$\boxed{5}$

(1) 点Aは $y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあり、$x=-6$ なので、

$$y=\frac{1}{3}\times(-6)^2$$

$$=12 \qquad \therefore A(-6,12)$$

(2)




点Bは $y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあり $x=3$ なので、

$$y=\frac{1}{3}\times 3^2=3$$

$$\therefore B(3,3)$$

直線ABの式を $y=ax+b$ とおくと、A(−6, 12).
B(3, 3)を通るから

$$\begin{array}{rrcl} & 12 & = & -6a+b \quad —— ① \\ -) & 3 & = & 3a+b \quad —— ② \\ \hline & 9 & = & -9a \end{array}$$

$$\therefore a=-1$$

$a=-1$ を②に代入して、

$$3 = 3\times(-1)+b \Rightarrow b=6$$

よって、直線ABの切片は6である。この切片をCとおくと、

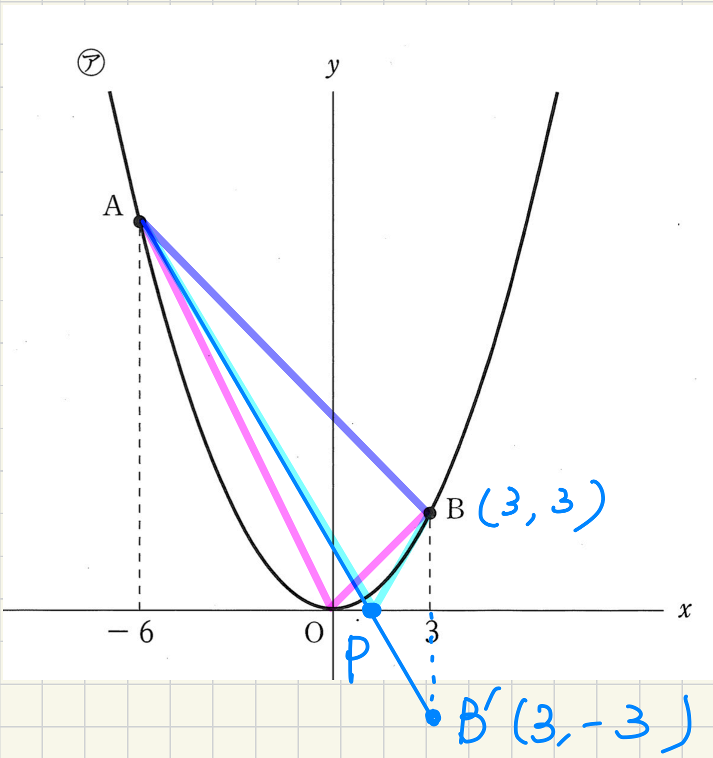
$$\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$$

$$= \frac{1}{2}\times 6\times 6 + \frac{1}{2}\times 6\times 3$$

$$= 18+9$$

$$= 27\ \mathrm{cm}^2$$

(3)



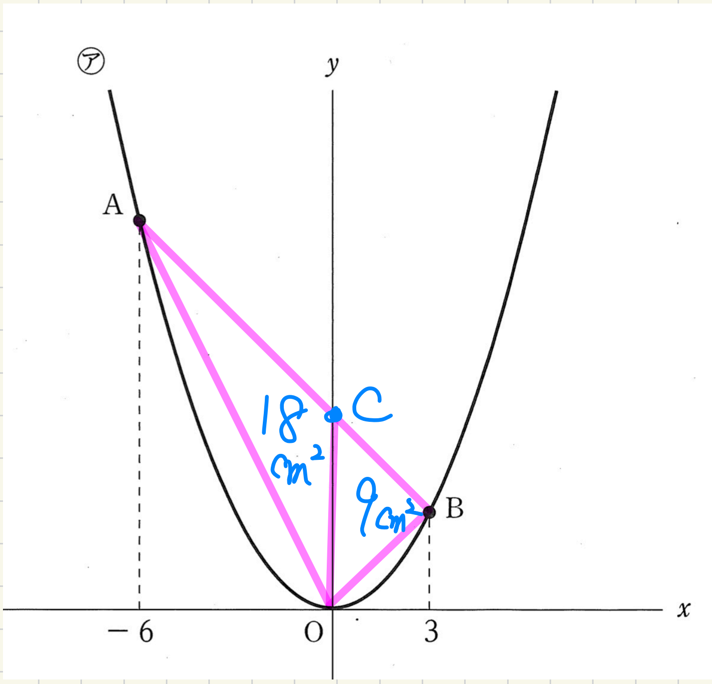

点Bとx軸について対称な点をB′とする。このときB′の座標は、(3, −3)である。
BP=B′P より AP+BPが最小となるには、AP+B′Pが最小になれば良く、
このときのPは、直線AB′とx軸との交点である。

△OAB と△PAB において、底辺を共通のAB とすると、高さは

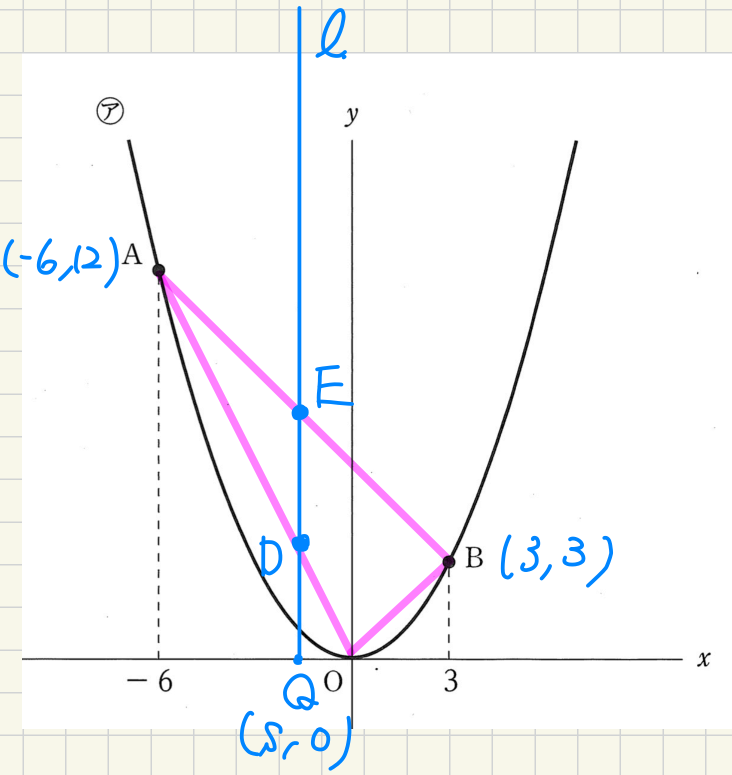
△OAB の高さ > △PAB の高さ

となっているから、△OAB より△PAB の方が面積は小さい。よって、イ

(4)




$\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$
で (2) より
$\triangle OAC = 18$
$\triangle OBC = 9$
であるから、Q の $x$ 座標は負の値である。




Q は $x$ 軸上にあるから、Q の座標を $(s, 0)$ とする。

また、Q を通り $y$ 軸と平行な直線を $l$ とし
$l$ と直線 OA の交点を D
$l$ と直線 AB の交点を E
とする。

直線OAの式を$y=ax$とすると、A$(-6, 12)$を通るから、

$$12=-6a \qquad \therefore a=-2$$

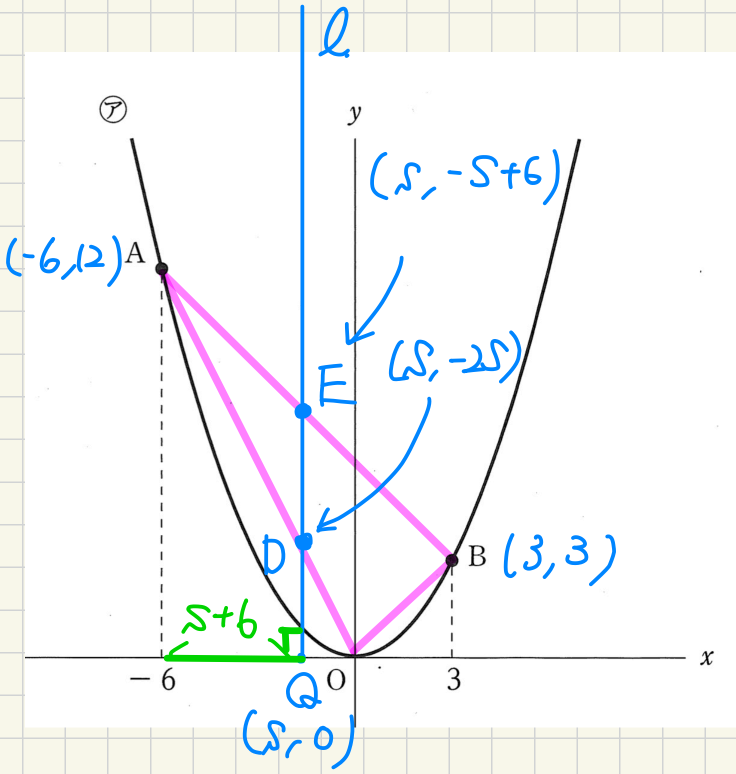
よって、直線OA：$y=-2x$.

点Dは直線OA：$y=-2x$上にあり、$x=s$だから、

$$y=-2s \qquad \therefore D(s, -2s)$$

点Eは直線AB：$y=-x+6$上にあり、$x=s$だから、
(2)より

$$y=-s+6 \qquad \therefore E(s, -s+6)$$




よって、

$$DE=-s+6-(-2s)$$
$$=-s+6+2s$$
$$=s+6$$

△ADEにおいて、DEを底辺としたときの高さは

$$s-(-6)=s+6$$

よって、△ADEの面積は

$$\frac{1}{2}\times\underbrace{(s+6)}_{DE}\times\underbrace{(s+6)}_{高さ}=\frac{1}{2}(s+6)^2$$

これが△OAB $=27\,cm^2$ の半分になれば良いので、

$$\frac{1}{2}(s+6)^2 = \frac{27}{2}$$

$$\Leftrightarrow (s+6)^2 = 27$$

$$\Leftrightarrow s^2+12s+36-27=0$$

$$\Leftrightarrow s^2+12s+9=0.$$

解の公式より

$$s = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2-4\times1\times9}}{2}$$

$$= \frac{-12 \pm \sqrt{144-36}}{2}$$

$$= \frac{-12 \pm 6\sqrt{3}}{2}$$

$$= -6 \pm 3\sqrt{3}.$$

$$\sqrt{144-36} = \sqrt{108}$$

$$= 6\sqrt{3}$$

点Qの$x$座標が$-6$より小さいと、直線$\ell$は$\triangle OAB$を2等分にできないので、点Qの$x$座標は、$-6$より大きい。

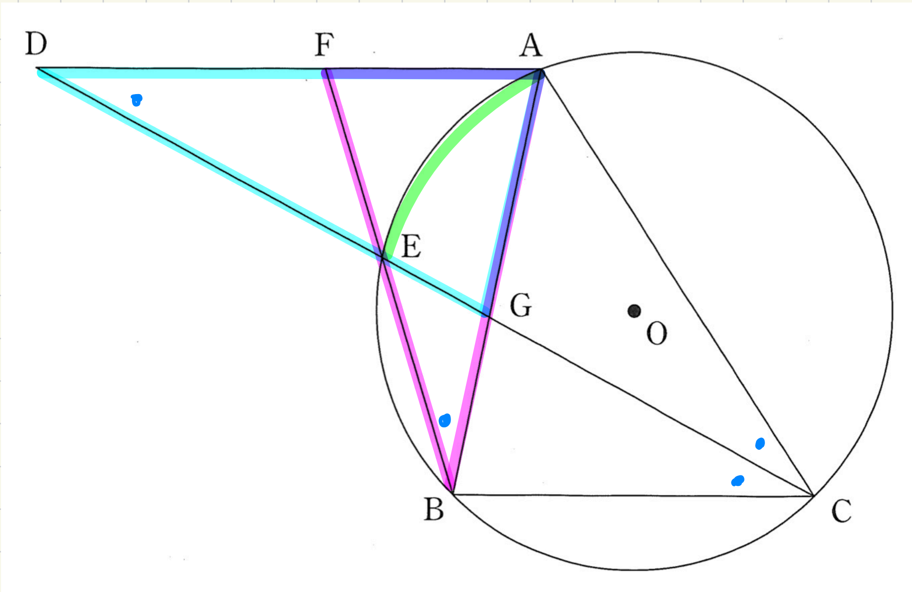
よって、$s > -6$であるから

$$s = -6+3\sqrt{3}$$

したがって、点Qの$x$座標は、$-6+3\sqrt{3}$

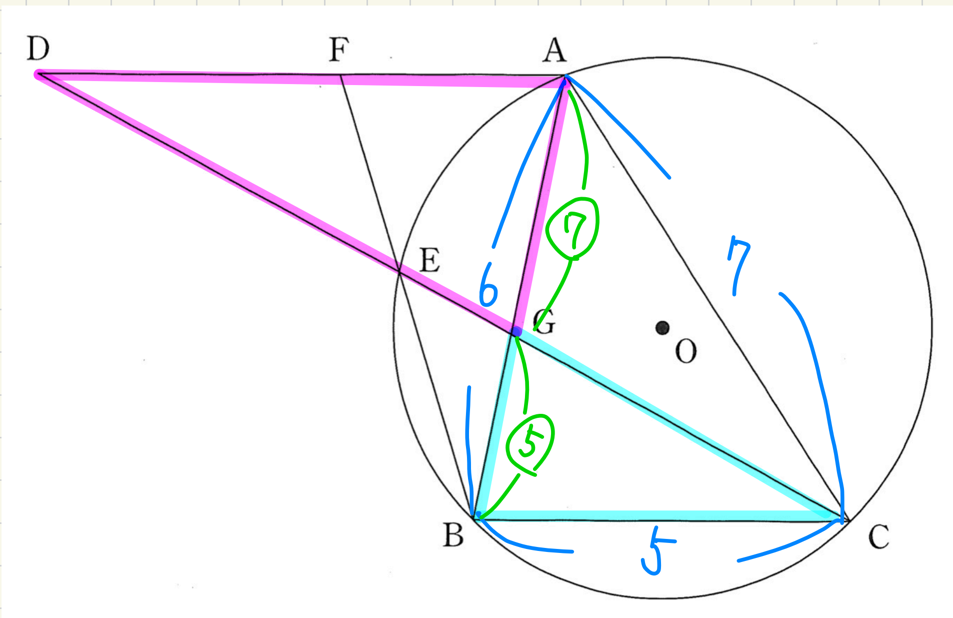
6

(1)




△ABFと△ADGにおいて、
共通な角だから
∠BAF＝∠DAG ―①
$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角は等しいから
∠ABF＝∠ACE ―②
線分CEは∠ACBの二等分線だから
∠ACE＝∠BCE ―③
DA // BCより錯角が等しいから
∠BCE＝∠ADG ―④
②、③、④より
∠ABF＝∠ADG ―⑤
①、⑤より2組の角がそれぞれ等しいので、
△ABF ∽ △ADG （証明終わり）

(2)
①



△GADと△GBCにおいて.
AD // BCより錯角が等しいので.

$\angle GAD = \angle GBC$ —— ㋐

$\angle GDA = \angle GCB$ —— ㋑

㋐.㋑より2組の角がそれぞれ等しいので.

△GAD ∽ △GBC

対応する辺の比は等しいから.

$AD : BC = GA : GB$ —— ㋒

ここで.(1)より$\angle ADC = \angle ACD$だから.△ADCは
二等辺三角形。よって.

$AD = AC$より $AD = 7$ cm

㋒より

$GA : GB = 7 : 5$

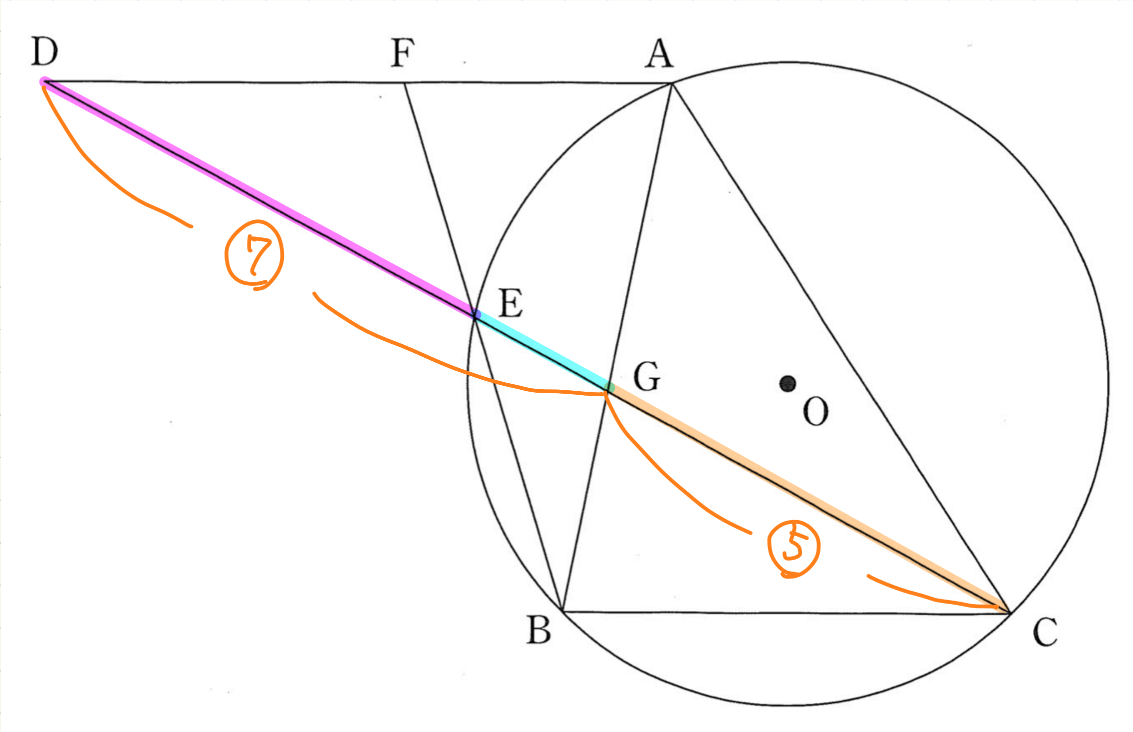
$AB = 6$ cm より

$$AG = 6 \times \frac{7}{7+5}$$

$$= 6 \times \frac{7}{12}$$

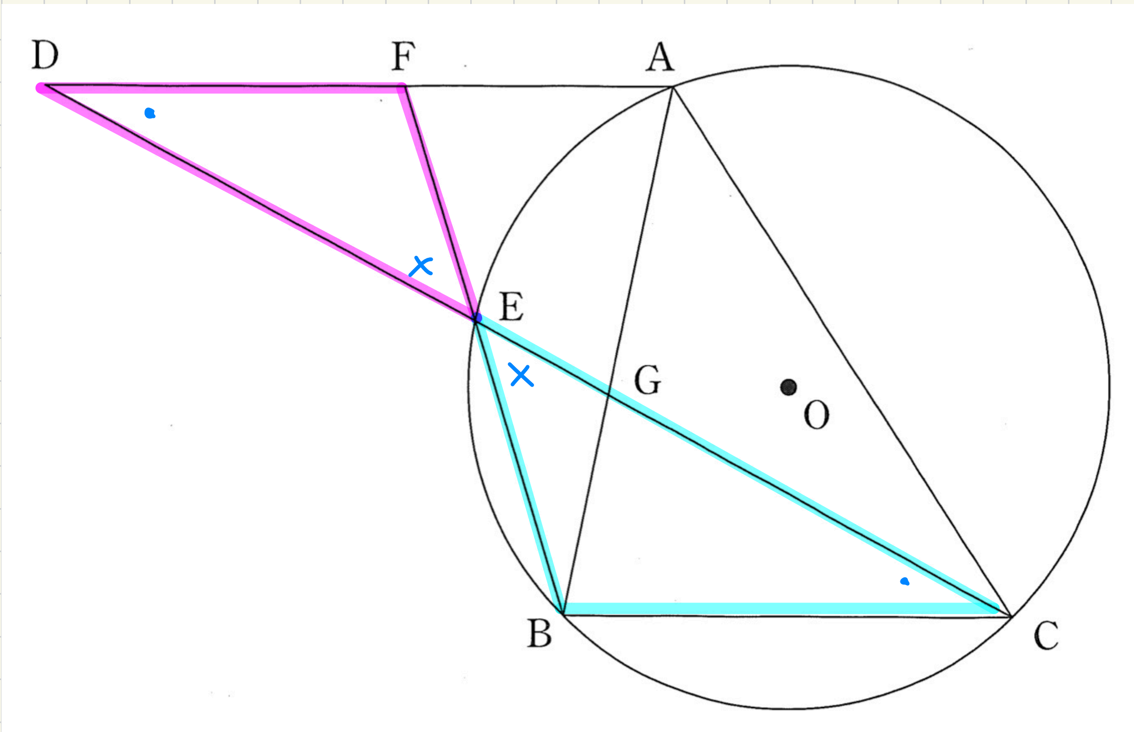
$$= \frac{7}{2} \text{ cm}$$

②




(2) ①より△GAD ∽ △GBC で, 相似比は 7:5 だから

GD : GC = 7 : 5 ―― (i)




△EFD と△EBC において, (1)より

∠EDF = ∠ECB ―― ㋐

対頂角は等しいから

∠FED = ∠BEC ―― ㋑

㋐, ㋑ より 2組の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle EFD \backsim \triangle EBC$.

対応する辺の比は等しいから

$FD : BC = ED : EC$ —— ㋒

ここで, (1) より $\triangle ABF \backsim \triangle ADG$ だから

$AF : AG = AB : AD$

$\phantom{AF : }\frac{7}{2} \quad\quad 6 \quad\quad 7$

よって,

$7AF = \frac{42}{2}$

$= 21$

$\therefore AF = 3\,cm$

したがって,

$FD = AD - AF$

$= 7 - 3$

$= 4\,cm$

㋒ より

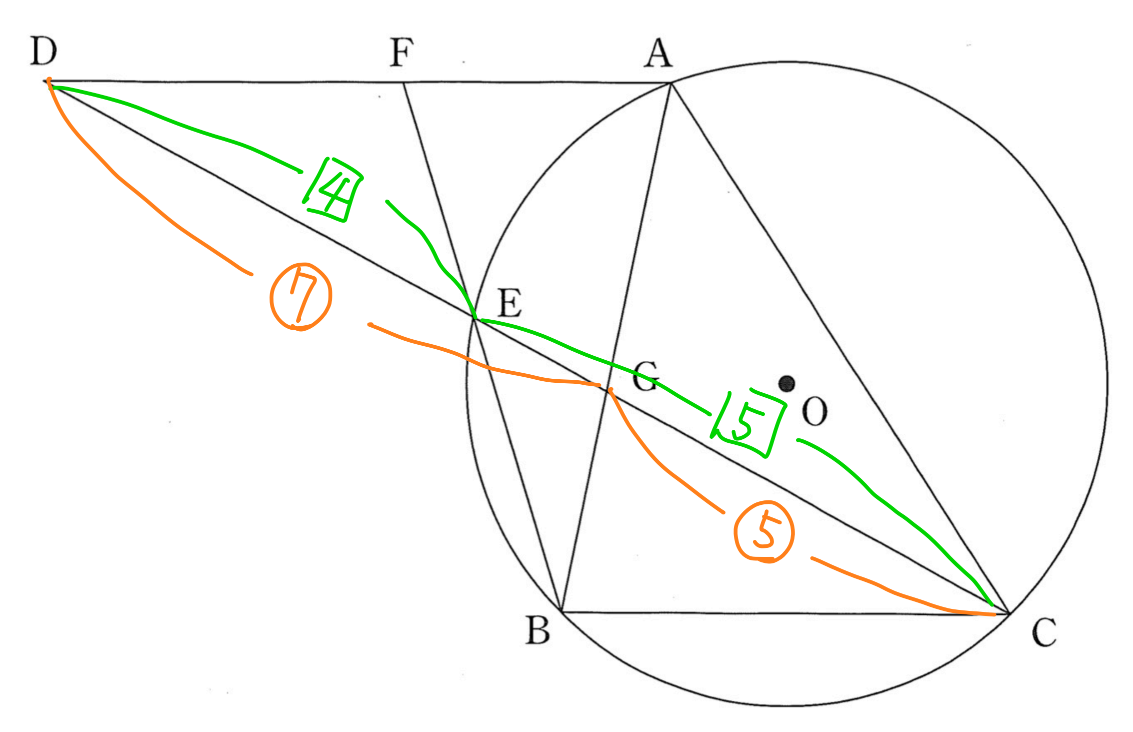
$4 : 5 = ED : EC$ —— (ii)

$FD : BC$

(i) より $DG =$ ⑦, $GC =$ ⑤

(ii) より $DE = \boxed{4}$, $EC = \boxed{5}$

と書くこととする.



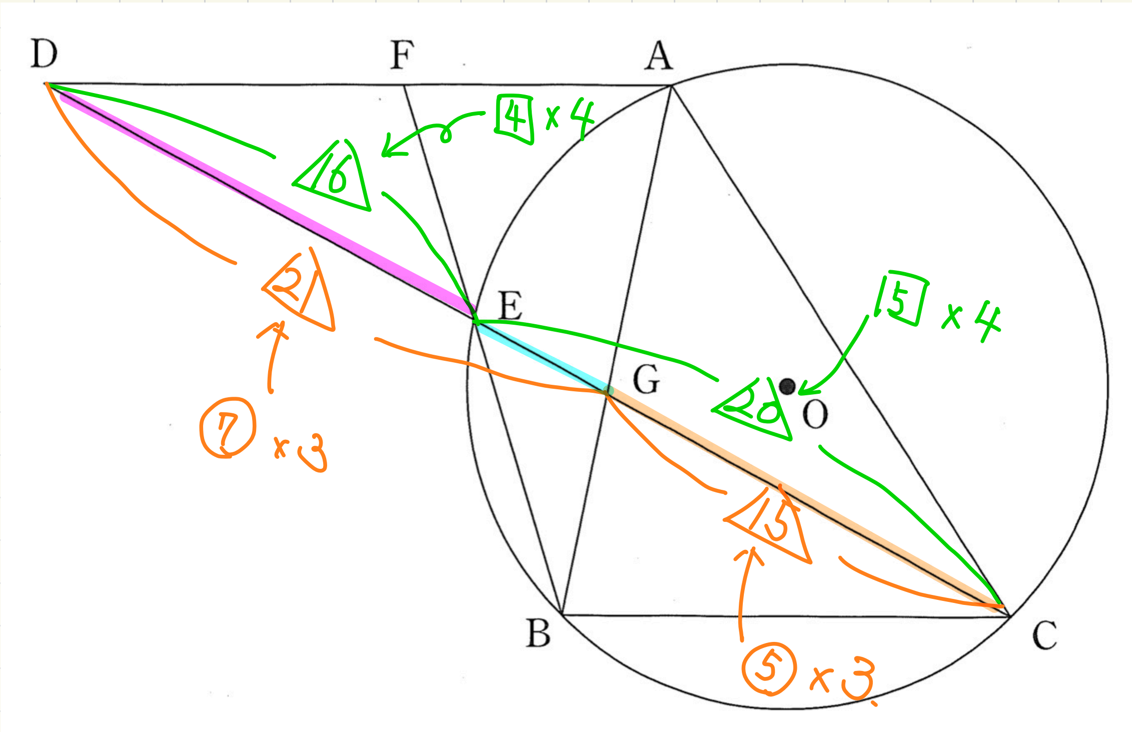

AD = $\boxed{4}$ + $\boxed{5}$ = $\boxed{9}$

AD = ⑦ + ⑤ = ⑫

より

$\boxed{9}$ = ⑫

□を4倍．○を3倍すると．$\boxed{36}$ = ㊱だから．




よって．EG = △36 − △15 − △16

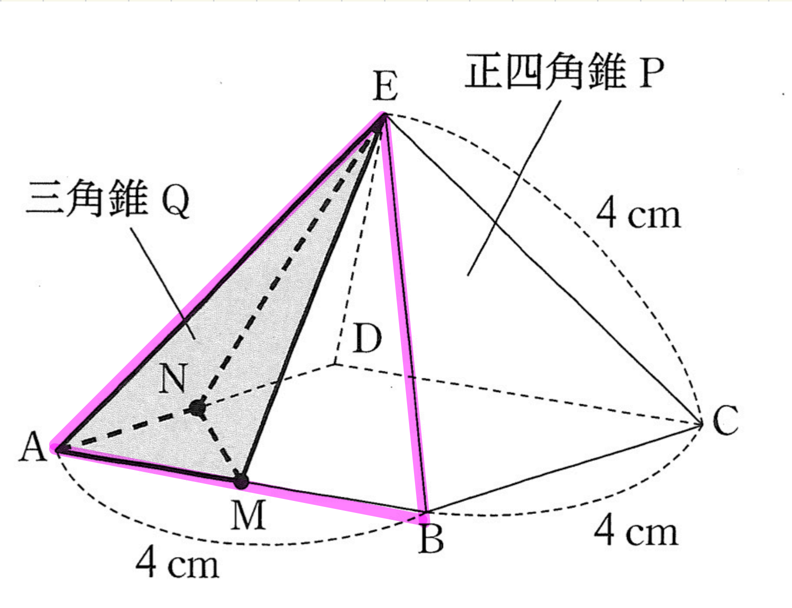
= △5

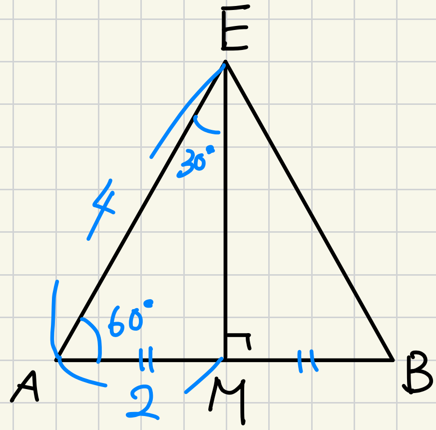
以上より

$DE : EG : GC = 16 : 5 : 15$

$\boxed{7}$

(1)




△EABは一辺が4cmの正方形である。また、MはABの中点であるから、EM⊥ABである。

∠EAM $=60°$、∠AME $=90°$ より △EAMは $30°$-$60°$-$90°$ の直角三角形なので

$$AM : AE : EM = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

よって

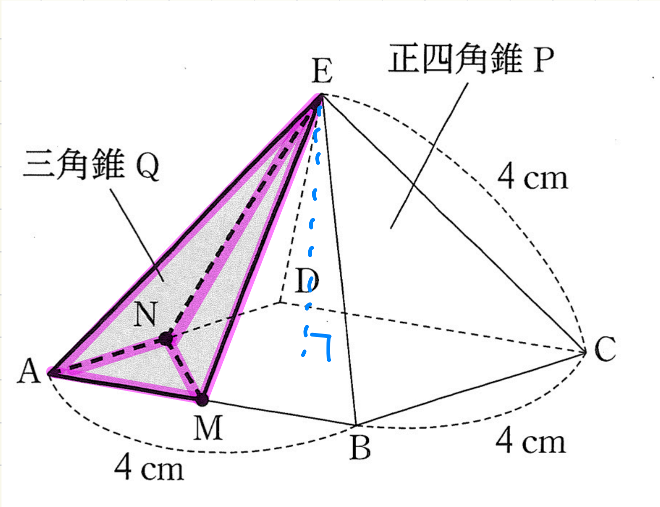
$$\underbrace{AM}_{2} : EM = 1 : \sqrt{3}$$

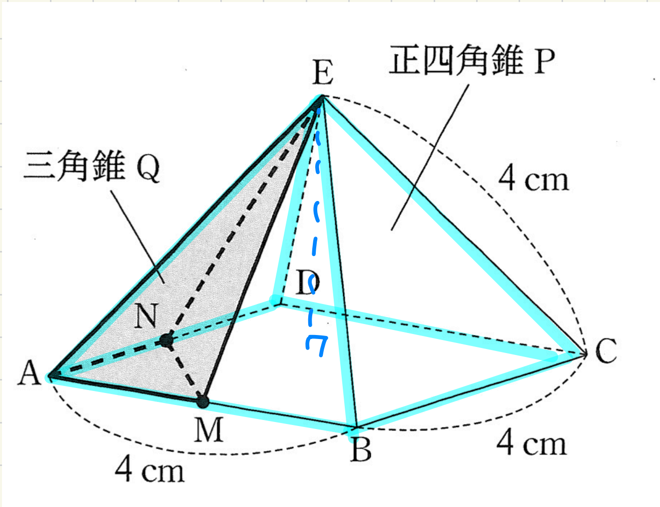
$$\therefore EM = 2\sqrt{3}\ \text{cm}$$

したがって、△EAMの面積は

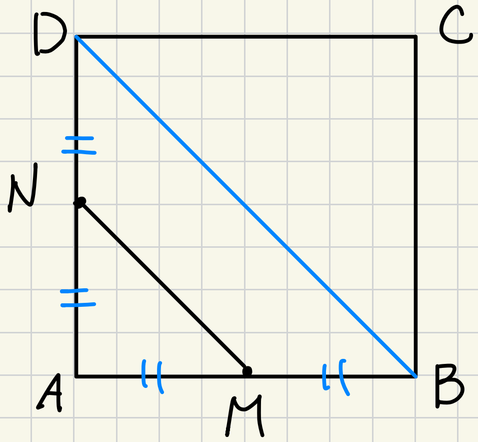
$$\frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

(2)




正四角錐Pと三角錐Qにおいて、底面をそれぞれ□ABCD, △NAMとすると、高さは等しいので、体積比は底面比となる。




$$\square ABCD = 4 \times 4$$
$$= 16$$

$$\triangle NAM = \frac{1}{2} \times 2 \times 2$$
$$= 2$$

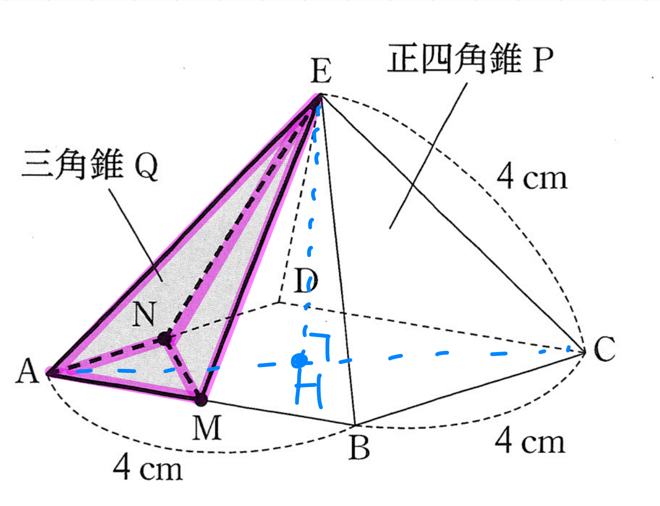
よって、

$$\square ABCD : \triangle NAM = 16 : 2$$
$$= 8 : 1$$

より

正四角錐P : 三角錐Q = 8 : 1

(3)




点Eから□ABCDに垂線を下ろした足をHとする.
⇒ HはAC上の中点である.

□ABCDが正方形なので.
△ABCは. 45°-45°-90°の直角二等辺三角形。よって.

$$AB : BC : AC = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \underbrace{AB}_{4} : AC = 1 : \sqrt{2}$$

$$\therefore AC = 4\sqrt{2}\ \text{cm}$$

HはACの中点であるから.

$$AH = \frac{1}{2} AC$$

$$= 2\sqrt{2}\ \text{cm}$$

よって. △EAHで三平方の定理より

$$EH = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{16 - 8}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= 2\sqrt{2}\ \text{cm}$$

したがって、△NAMを底辺としたときの三角錐Qの体積は、

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times 2\times 2}_{\triangle NAM}\times \underbrace{2\sqrt{2}}_{EH}\times \frac{1}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3}\ \mathrm{cm}^3$$

△EAMを底辺としたときの高さを $h$ cm とすると、三角錐Qの体積は、

$$\triangle EAM \times h \times \frac{1}{3}$$

と表され、これが $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ $\mathrm{cm}^3$ となる。(1)より

$\triangle EAM = 2\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$ だから、

$$2\sqrt{3}\times h\times \frac{1}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$h = \frac{4\sqrt{2}}{3}\times 3\times \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$= \frac{2\sqrt{6}}{3}\ \mathrm{cm}$$