2024年度 新潟県
数学

kmkm

[1]

(1) 与式 $= -9 + 7$

$= -2$

(2) 与式 $= 6a - 3b + 5a - 10b$

$= 11a - 13b$

(3) 与式 $= 18xy^2 \div 9y^2$

$= 2x$

(4) $\dfrac{\sqrt{2}}{5} = \dfrac{2\sqrt{2}}{10}$, $\sqrt{2} \fallingdotseq 1.41$ より $\dfrac{2\sqrt{2}}{10} \fallingdotseq \dfrac{2 \times 1.41}{10} = \dfrac{2.82}{10}$

$\dfrac{1}{\sqrt{10}} = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$, $3^2 < 10 < 4^2$ より $3 < \sqrt{10} < 4$

$\Rightarrow \dfrac{\sqrt{10}}{10} = \dfrac{3.\cdots\cdots}{10}$

以上より

$\dfrac{\sqrt{2}}{5} < \dfrac{3}{10} < \dfrac{1}{\sqrt{10}}$

(5) $x + 5 = \pm\sqrt{13}$

$\therefore x = -5 \pm \sqrt{13}$

(6) 電力レンジの出力をx, 温まるまでの時間をx とすると, yはxに反比例するので.

$y=\dfrac{a}{x}$ とおく. $x=500$ のとき $y=3$ なので.

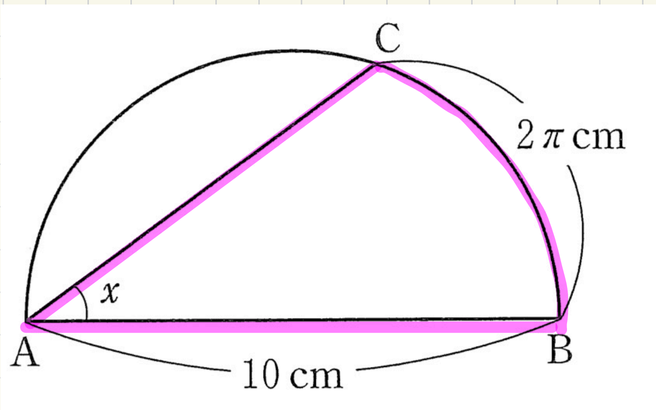
$$3=\frac{a}{500} \quad \therefore a=1500$$

よって, $y=\dfrac{1500}{x}$ に $x=600$ を代入して

$$y=\frac{1500}{600} \qquad \therefore y=2.5$$

0.5分は30秒だから. 2分30秒

(7)



おうぎ形の周の長さ

$=$ 半径 $\times 2 \times \pi \times \dfrac{\text{中心角}}{360}$

よって.

$$10\times 2\times \pi \times \frac{x}{360}=2\pi$$

$$\frac{x}{360}=\frac{1}{10} \qquad \therefore x=36^\circ$$

(8) 箱の中の白玉の個数をx個とする。
赤玉を300個加えて、100個の玉を取り出したとき10個が赤玉だったので、赤玉の割合は

$$\frac{10}{100} \quad —— ①$$

赤玉300個を加えたとき、箱の中には$x+300$個の玉があるから、赤玉の割合は、

$$\frac{300}{x+300} \quad —— ②$$

① = ② と推定して

$$\frac{10}{100} = \frac{300}{x+300}$$

$$\Leftrightarrow 10(x+300) = 100 \times 300$$

$$\Leftrightarrow 10x + 3000 = 30000$$

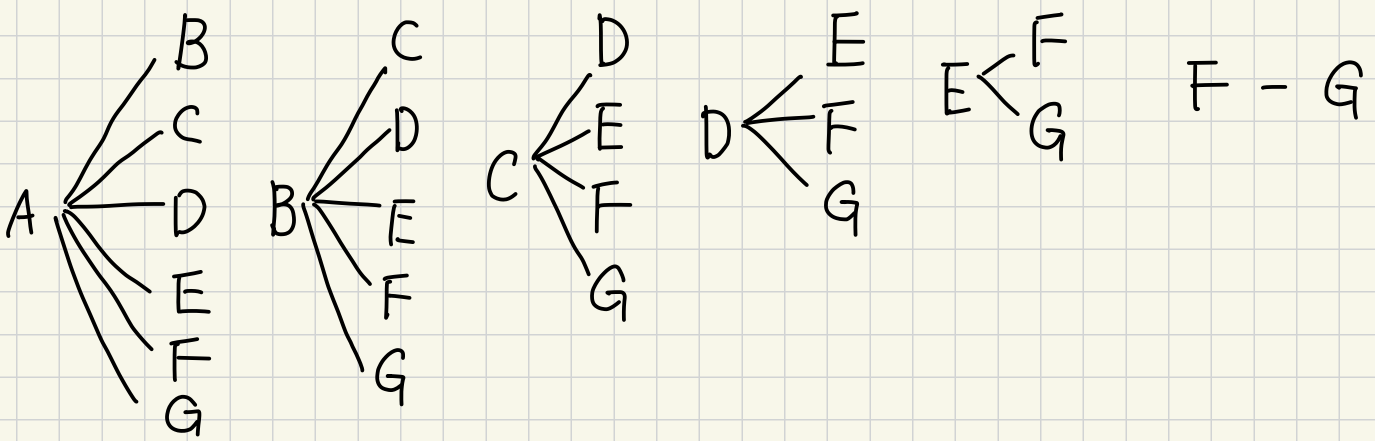
$$10x = 27000$$

$$\therefore x = 2700$$

よって、およそ2700個

[2]

(1) 樹形図は、以下の通り



代表の選び方は、21通り。生徒Aが選ばれるのは6通り。よって、求める確率は、

$$\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$$

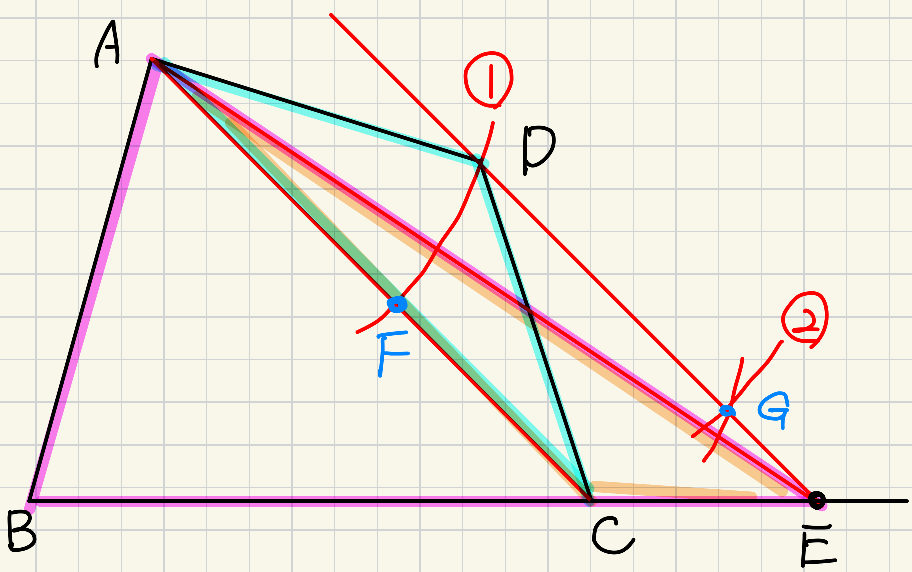
(2) $y=ax^2$において、xがpからqまで変化するときの変化の割合は、$a(p+q)$で表される。

$y=ax^2$において、xが1から4まで変化するときの変化の割合が$2a^2$なので…

$$a(1+4)=2a^2$$
$$\Leftrightarrow 2a^2-5a=0$$
$$\Leftrightarrow a(2a-5)=0$$
$$\therefore a=0,\ \frac{5}{2}$$

$a\neq 0$ より $a=\frac{5}{2}$

(3)



AC//DEを描く。
等積変形により
△ADC = △AEC
□ABCD = △ABC + △ADC
△ABE = △ABC + △ACE
∴□ABCD = △ABE

① Aを中心として，半径ADの円を描く。
⇒ACとの交点をFとする。

② D, Fを中心として，半径ADの円を描く。
⇒交点をGとすると，$AF = FG = GD = DA$
だから，□AFGDはひし形 ⇒ $AF \parallel DG$

③ BCとDGの延長線の交点をEとすると，
□ABCDと面積が等しい△ABEができる。

[3]

(1) △ABCと△DEFは相似であり，相似比は，6 : 5である。
相似な三角形の面積比は相似比の2乗に等しいので，

$$\triangle ABC : \triangle DEF = 6^2 : 5^2$$
$$= 36 : 25$$

(2)
①

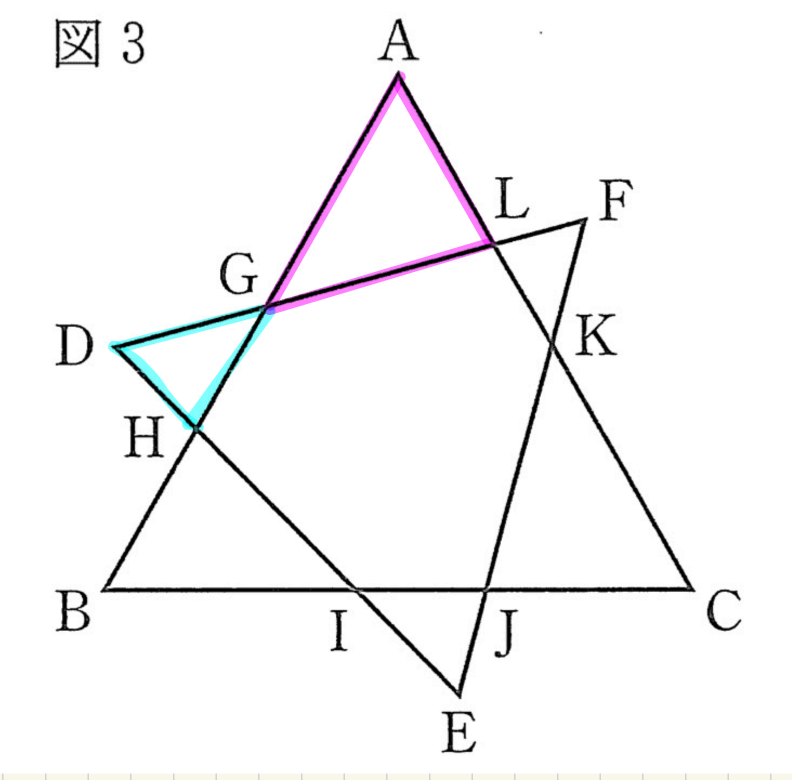


図 3

△AGLと△DGHにおいて，

$\angle CAL = \angle GDH = 60^\circ$ —①

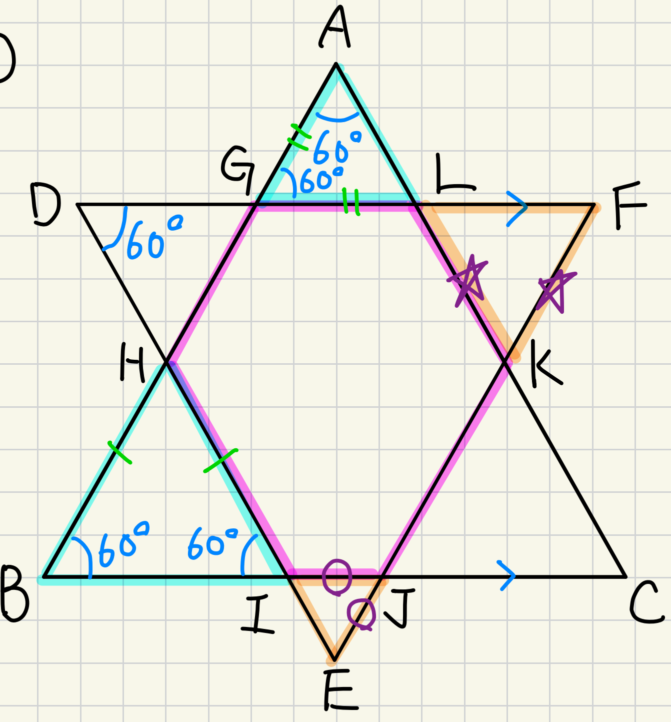
対頂角は等しいから

$\angle AGL = \angle DGH$ —②

①，②より2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AGL \backsim \triangle DGH$

②



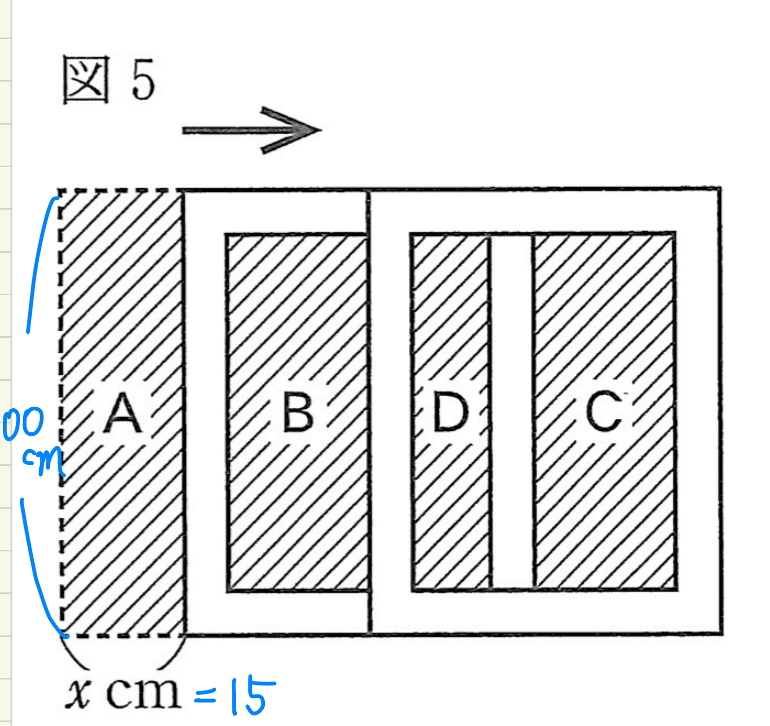
BC // DF より
同位角が等しいので
$\angle AGL = \angle HBI = 60°$
錯角が等しいので
$\angle GDH = \angle HIB = 60°$
よって、$\triangle AGL$, $\triangle BIH$ は
正三角形である。

したがって
$LG = AG$, $HI = HB$
よって、
$LG + GH + HI = AG + GH + HB = AB = 6\text{cm}$ —①

同様に $\triangle EJI$, $\triangle FLK$ は正三角形なので
$IJ = EJ$, $KL = KF$
よって、
$IJ + JK + KL = EJ + JK + KF = EF = 5\text{cm}$ —②

①, ② より、求める長さは $6 + 5 = 11\text{cm}$

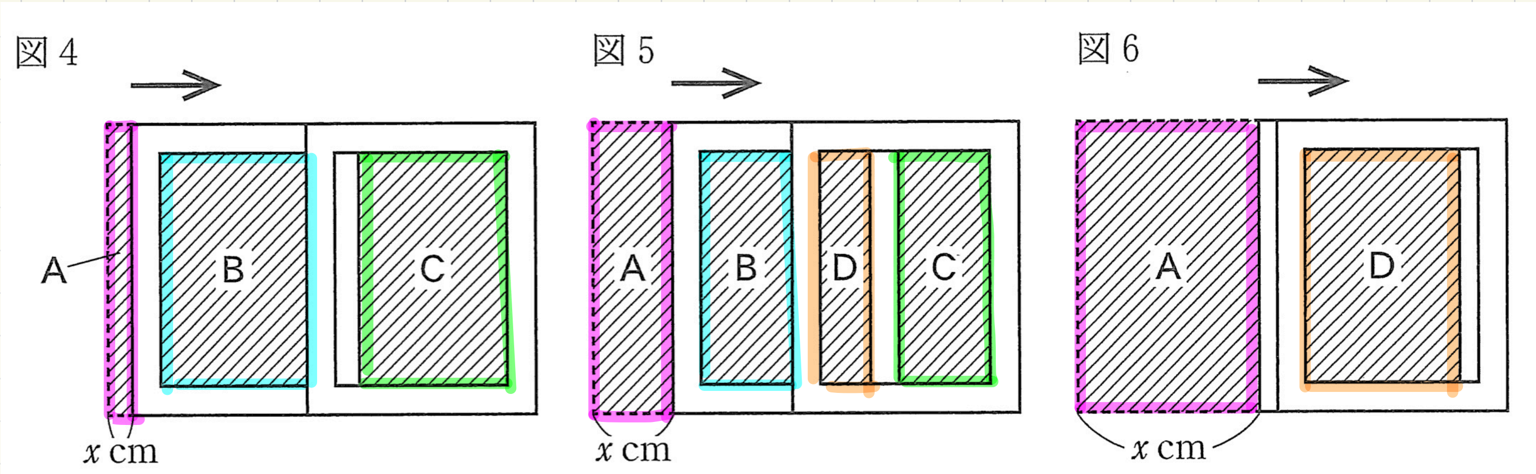
[4]
(1) 枠の幅が 10cm より、$x = 15$ のときは
図5のようになる。



よって A の面積は

100 × 15 = 1500 cm²

(2)



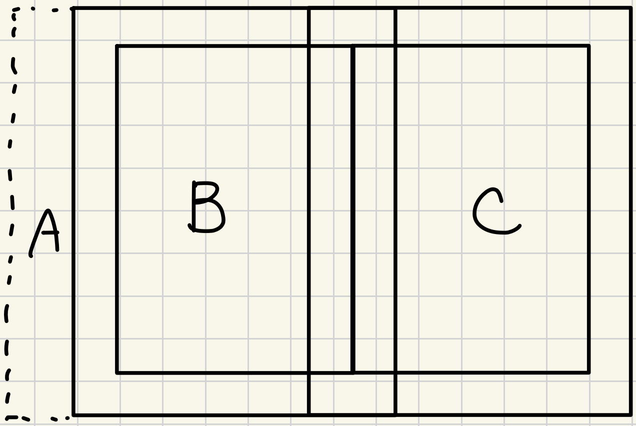
x が増えるにしたがって、

A の面積は増加
B の面積は減少
C の面積は減少
D の面積は増加

となる。グラフは一定の割合で面積が減少しているから、答えは B、D

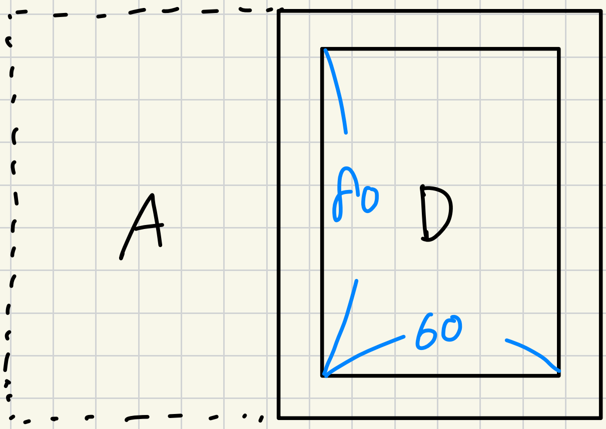
(3) Dの面積をyとする

(i) $x=10$のとき



左図のようにみえているので、Dの面積は
$y=0$

(ii) $x=70$のとき



左図のようにみえているので、Dの面積は
$y=80\times60$
$=4800$

Dは一定の割合で面積が増えるので、$y=ax+b$とおくと、$(10,0)$、$(70,4800)$の点を通るから

$$0=10a+b \quad \text{——} ①$$
$$-)\ 4800=70a+b \quad \text{——} ②$$
$$-4800=-60a$$
$$a=80$$

$a=80$を①に代入して、

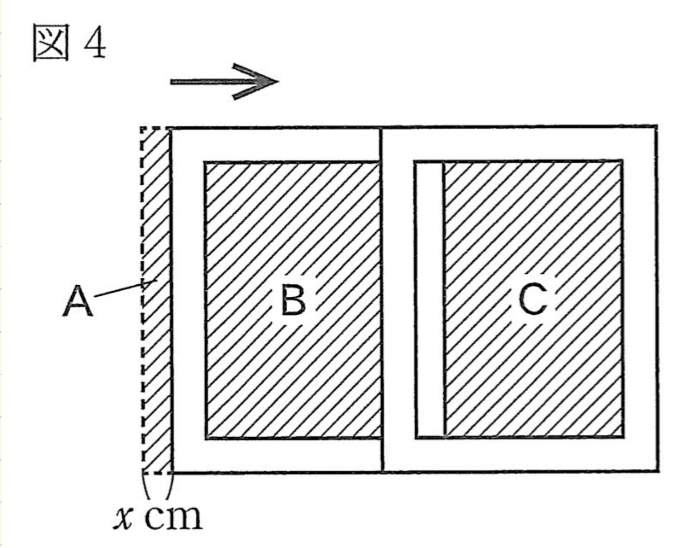
$$0=10\times80+b \quad \Rightarrow b=-800$$

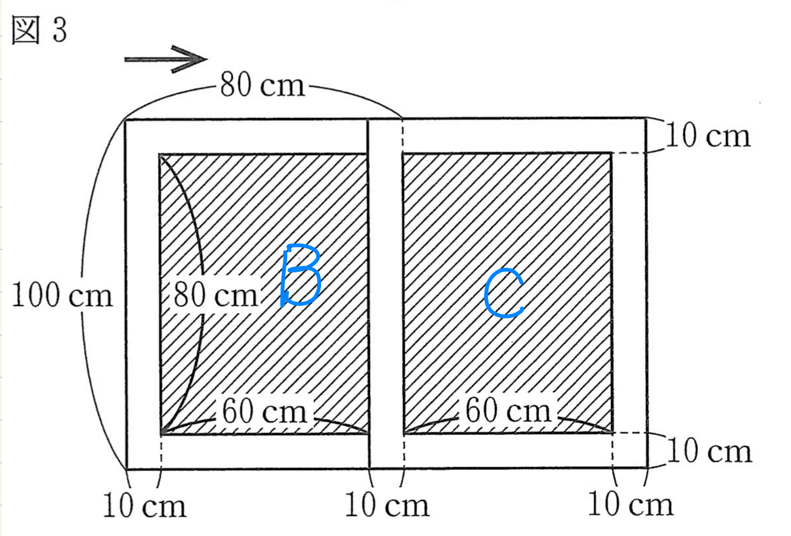
よって、Dの面積は

$$y=80x-800$$

(4)

(i) $0 \leqq x \leqq 10$ のとき 扉の位置は、図4のようになる.



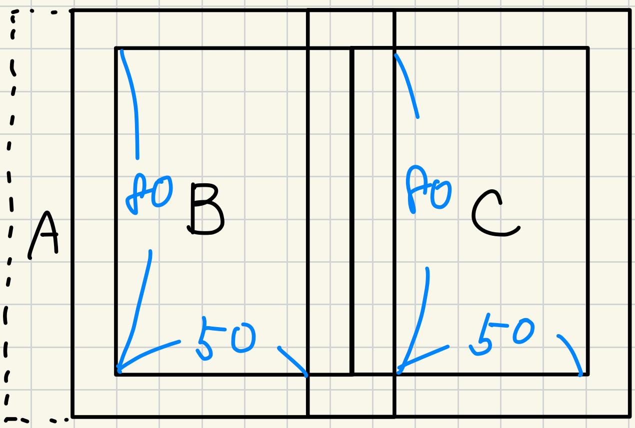


$x=0$ のとき, 扉の位置は図3であるから

$$y = 80 \times 60 + 80 \times 60$$
$$= 4800 + 4800$$
$$= 9600$$

∴ $(0,\ 9600)$ を通る

$x = 10$ のとき, 扉の位置は以下の通り

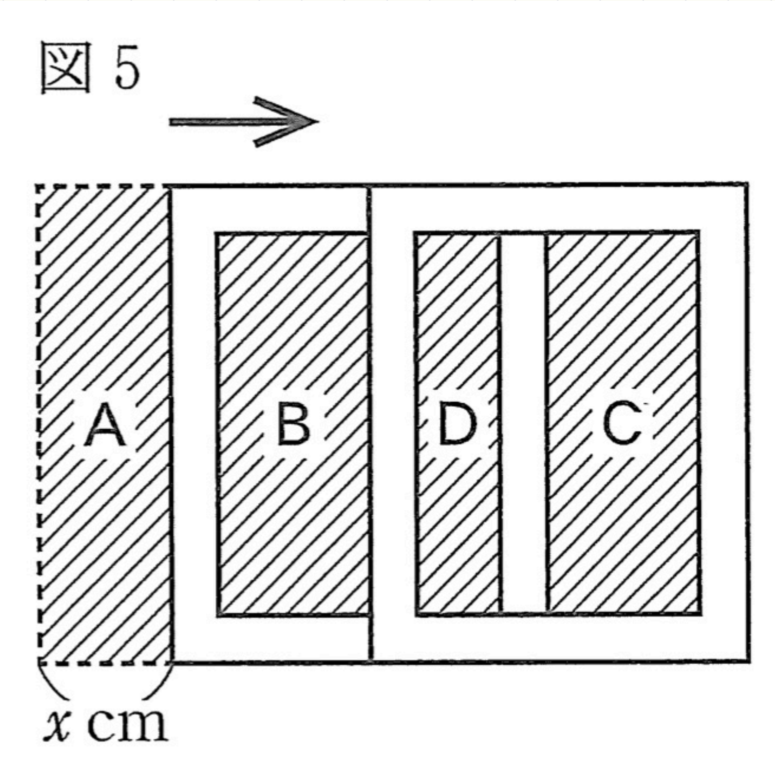


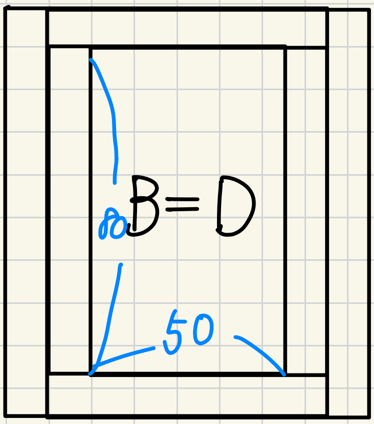
よって

$$y = 80 \times 50 + 80 \times 50$$
$$= 4000 + 4000$$
$$= 8000$$

∴ $(10,\ 8000)$ を通る

(ii) $10 \leqq x \leqq 60$ のとき．扉の位置は．図5のようになる．



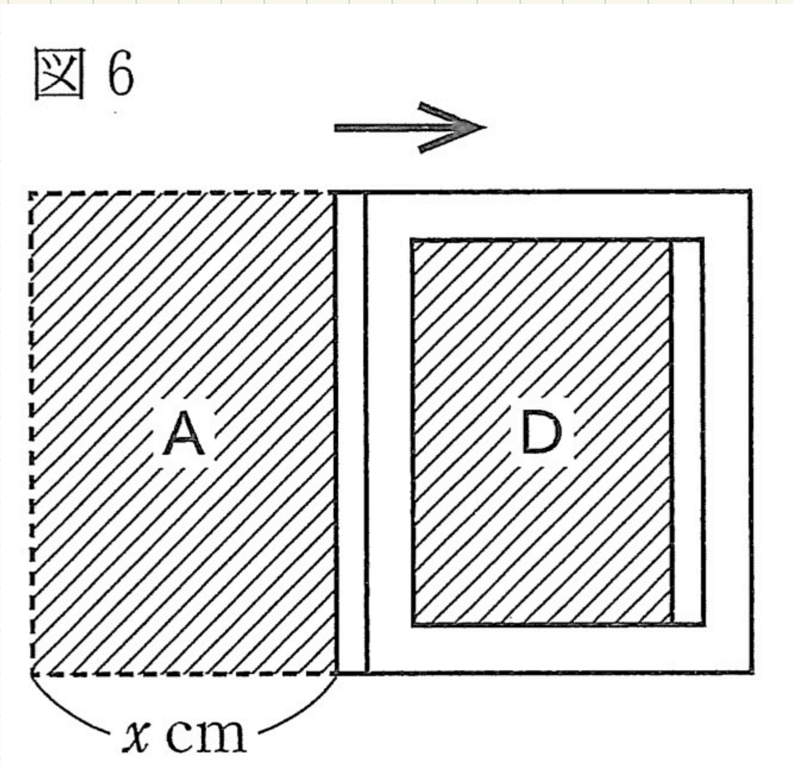


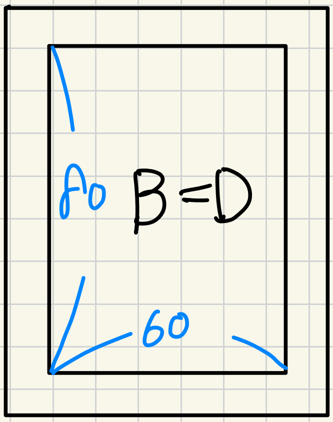
また，$x=60$ のとき，上図のように，BとDが重なる．
よって．

$$y = 80 \times 50$$
$$= 4000$$

∴ (60, 4000) を通る．

(iii) $60 \leqq x \leqq 70$ のとき．扉の位置は図6のようになる．



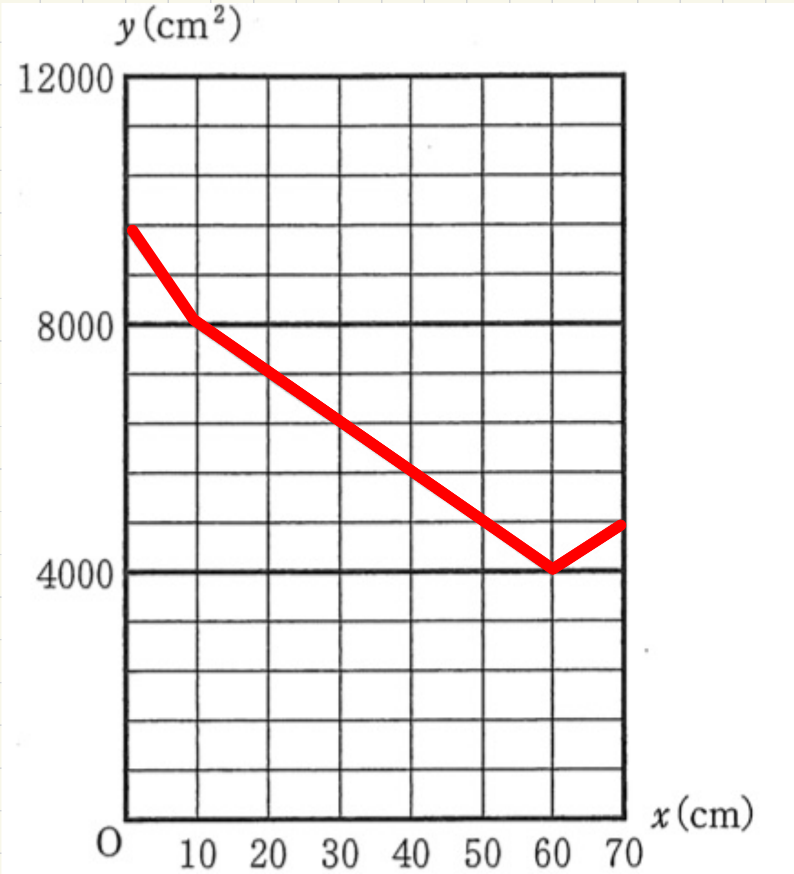


また，$x=70$ のとき，上図のようにBとDが重なる．
よって

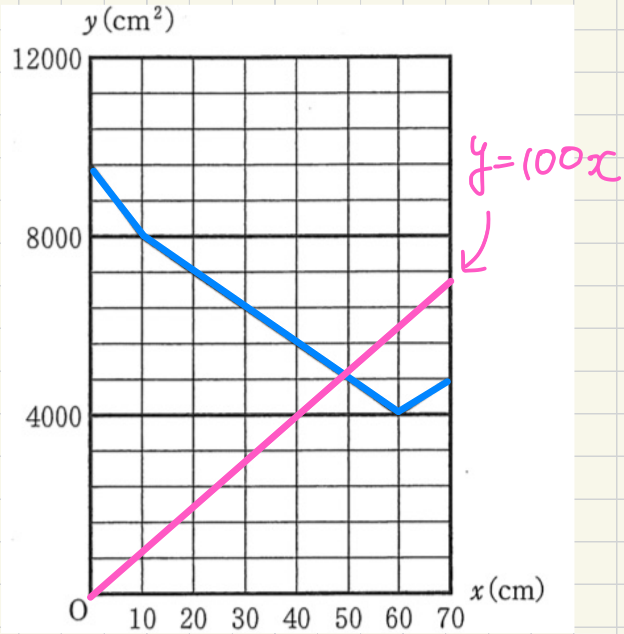
$$y = 80 \times 60$$
$$= 4800$$

∴ (70, 4800) を通る

以上より、グラフは以下の通り



(5) Aの面積をyとすると、縦100cm、横x cm
だから
$$y = 100x$$
よって(4)のグラフと$y=100x$の交点を求めれば良い。



左図のグラフより、2つのグラフの交点は$10 \leqq x \leqq 60$のときである。
この部分の(4)の直線の式を$y=ax+b$とおくと、
$(10, 8000)$、$(60, 4000)$を通るから

$$
\begin{array}{rrcl}
 & 8000 & = & 10a+b \quad \text{—— ①} \\
-) & 4000 & = & 60a+b \quad \text{—— ②} \\
\hline
 & 4000 & = & -50a \\
 & a & = & -80
\end{array}
$$

$a=-80$ を①に代入して

$$8000=10\times(-80)+b \Rightarrow b=8800$$

よって、$y=100x$ と $y=-80x+8800$ の交点は、

$$y=100x \quad \text{—— ③}$$

$$y=-80x+8800 \quad \text{—— ④}$$

③を④に代入して

$$100x=-80x+8800$$

$$180x=8800$$

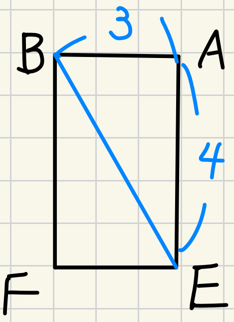
$$\therefore x=\frac{880}{18}$$

$$=\frac{440}{9} \quad \fallingdotseq 48.88\cdots$$

これは、$10\leqq x\leqq 60$ を満たす。よって、$x=\dfrac{440}{9}$

[5]

(1)

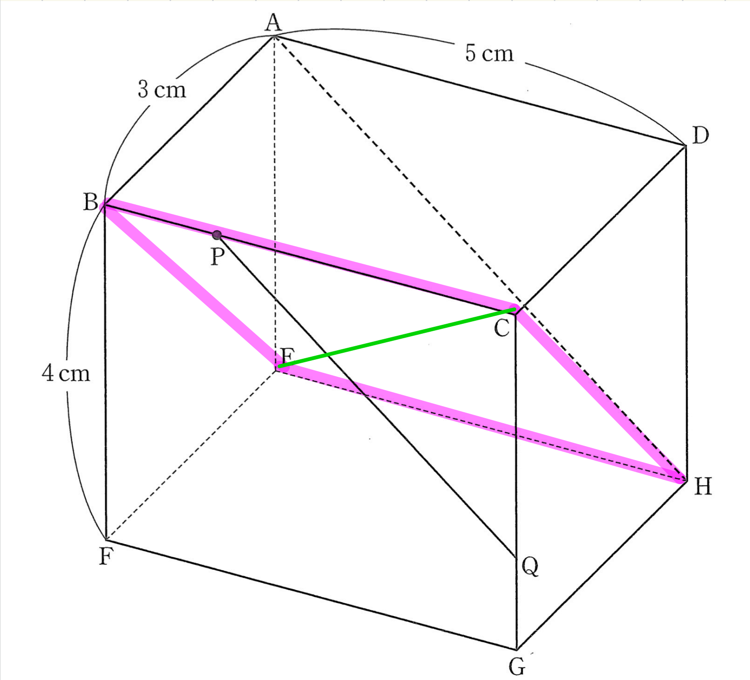


三平方の定理より

$$BE=\sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$=5\text{ cm}$$

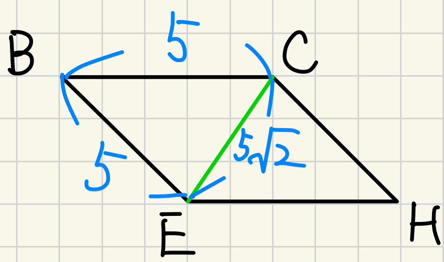
(2)



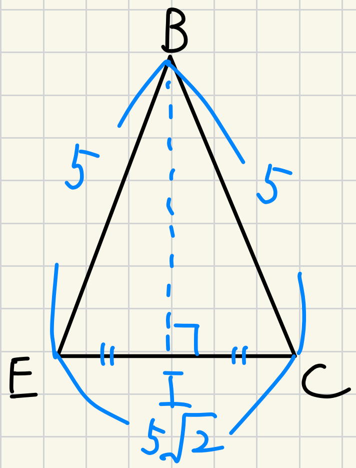
立体の三平方の定理より

$$CE=\sqrt{3^2+4^2+5^2}$$
$$=\sqrt{9+16+25}$$
$$=\sqrt{50}$$
$$=5\sqrt{2}.$$

(1)より、$BE=5$ cm.



⇒ △BCEは BC＝BE の二等辺三角形



BからECに垂線を下ろした足をIとする。⇒ BI＝IC より

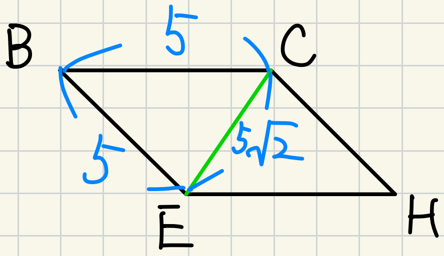
$$BI=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

△BEIで三平方の定理より

$$BI=\sqrt{5^2-\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$
$$=\sqrt{25-\frac{50}{4}}$$
$$=\sqrt{\frac{100}{4}-\frac{50}{4}}=\sqrt{\frac{50}{4}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$
$$=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

よって.

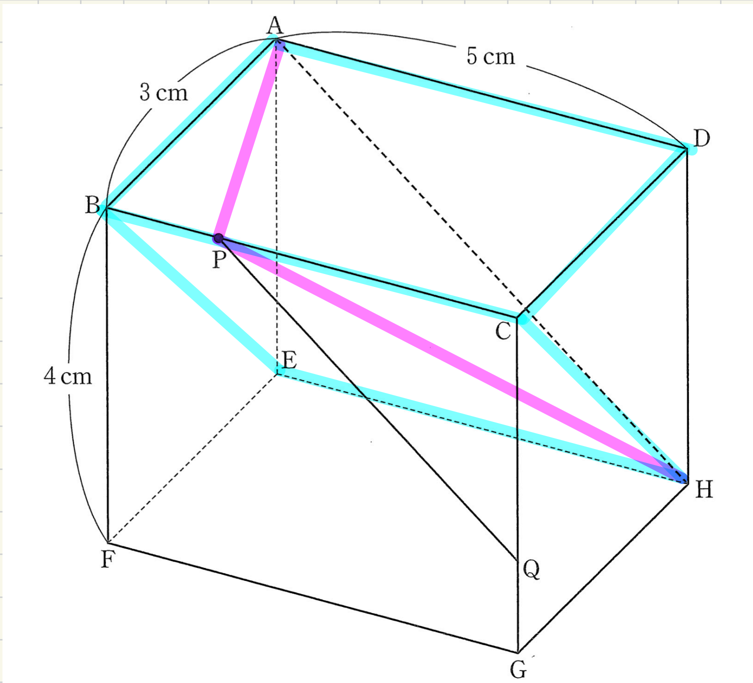
$$\triangle BEC = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{25}{2}\ cm^2.$$



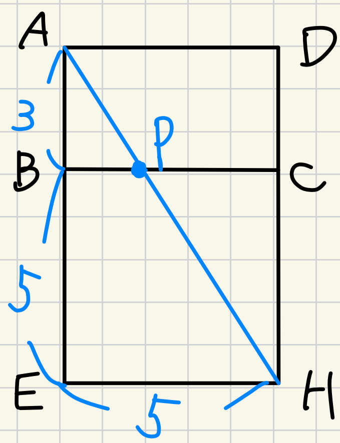
$\triangle BEC = \triangle HEC$ より

$$\square BEHC = \frac{25}{2} \times 2 = 25\ cm^2$$

(3)



APとPHが含まれる面を考える.



①AP+PHが最小となるのは.A,P,Hが同一直線上にあるときである.

△ABPと△AEHにおいて, BP//EHより

∠ABP=∠AEH ——㋐

∠APB=∠AHE ——㋑

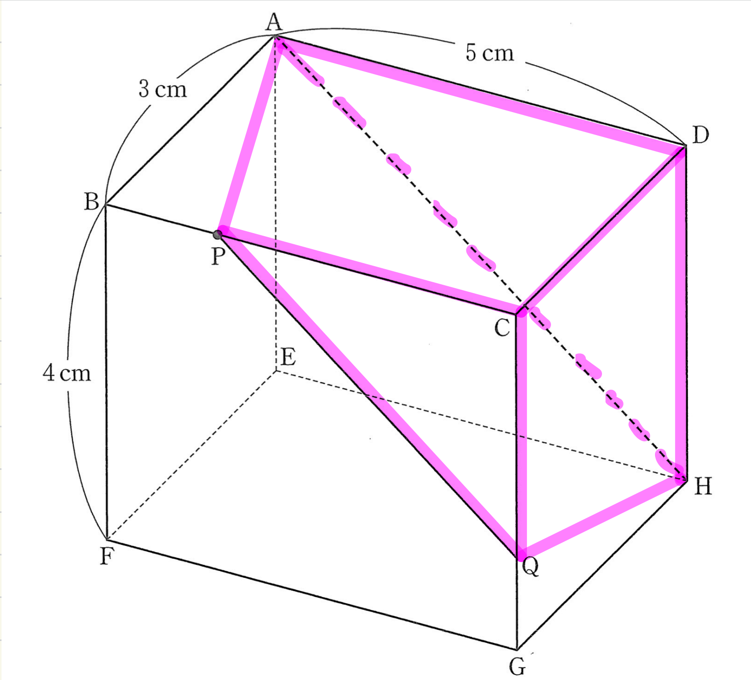
㋐.㋑より2組の角がそれぞれ等しいので.

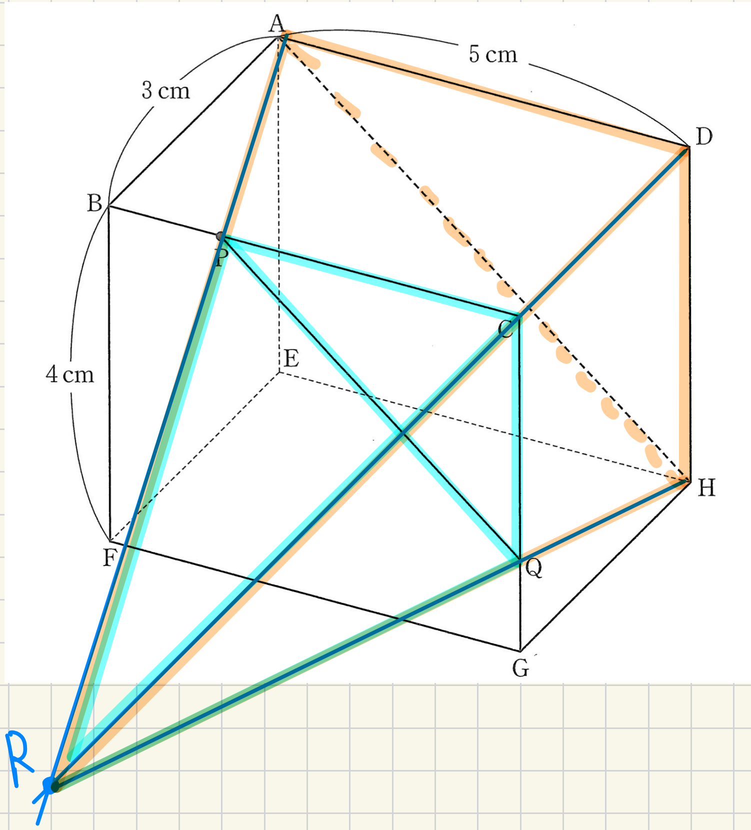
△ABP∽△AEH. 対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{AB}_{3} : \underbrace{AE}_{8} = BP : \underbrace{EH}_{5}$ $\therefore 8BP = 15$

$\therefore BP = \frac{15}{8}\ cm$

② やや難問





APとDCの延長線の交点をRとすると、AH//PQより HQの延線線もRを通る。よって、求める体積は、

三角すい RAHD − 三角すい RPQC

である。2つの三角すいは相似であり、相似比は、

$$AD : PC = 5 : \underbrace{5 - \frac{15}{8}}_{BC-BP}$$

$$= 5 : \frac{25}{8}$$

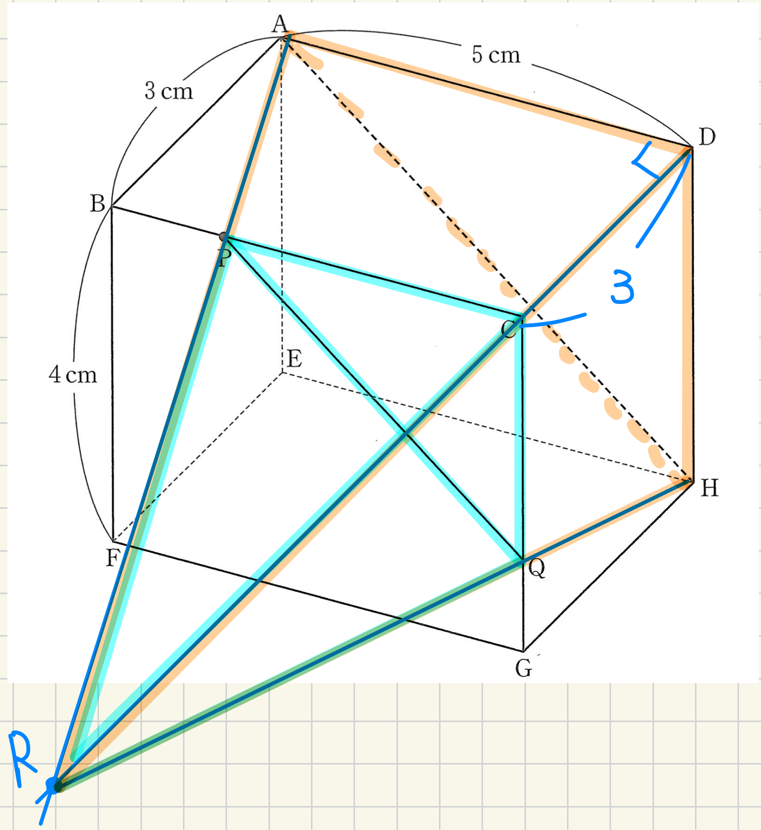
$$= 40 : 25$$

$$= 8 : 5$$

相似な立体の体積比は、相似比の3乗と等しいので、

三角すいRAHD：三角すいRPQC $= 8^3 : 5^3$

$= 512 : 125$



再び三角すいRAHDと三角すいRPQCは相似であることを用いて、

RD：RC $= 8 : 5$

$\Rightarrow$ RC+3：RC $= 8 : 5$

$5RC + 15 = 8RC$

$3RC = 15$

$\therefore RC = 5$

よって、RD $= 5 + 3 = 8$cm。これより三角すいRAHDの体積は、

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 4 \times 8 \times \frac{1}{3} = \frac{80}{3}$$

したがって、

三角すいRAHD：三角すいRPQC $= 512 : 125$

$\frac{80}{3}$

$\Rightarrow 512 \times$ 三角すいRPQC $= 125 \times \frac{80}{3}$

$\therefore$ 三角すいRPQC $= 125 \times \frac{80}{3} \times \frac{1}{512}$

よって、求める体積は

三角すいRAHD − 三角すいRPQC $= \frac{80}{3} - 125 \times \frac{80}{3} \times \frac{1}{512}$

$$= \frac{80}{3}\left(1 - \frac{125}{512}\right)$$

$$= \frac{80}{3} \times \frac{387}{512}$$

$$= \frac{80}{512} \times \frac{387}{3}$$

分子、分母 ÷16

$$= \frac{5}{32} \times 129$$

$$= \frac{645}{32}\ \text{cm}^3$$