2024年度 滋賀県

数学

Km Km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= -12+7$

$= -5$

(2) 与式 $= \frac{2}{10}a - \frac{15}{10}a$

$= -\frac{13}{10}a$

(3) 与式 $= 9x^2 \times \frac{5}{6xy} \times 4y^3$

$= 30xy^2$

(4) $\begin{cases} 4x+3y=-5 & \text{—— ①} \\ 5x+2y=6 & \text{—— ②} \end{cases}$

① × 2 − ② × 3 より

$$\begin{array}{rrcl} & 8x+6y & = & -10 \\ -) & 15x+6y & = & 18 \\ \hline & -7x & = & -28 \end{array}$$

$x = 4$

$x=4$ を ① に代入して

$4\times4+3y=-5$

$3y=-21$

$y=-7$

よって，$x=4$，$y=-7$

(5) 与式 $= 2\sqrt{2}(4-\sqrt{2})$

$= 8\sqrt{2} - 2\sqrt{2}\times\sqrt{2}$

$= 8\sqrt{2} - 4$

(6) $(x+1)^2 - x(x-2) = x^2+2x+1-x^2+2x$

$= 4x+1$

$x = \frac{2}{3}$ を代入して

$4\times\frac{2}{3}+1 = \frac{8}{3}+1$

$= \frac{11}{3}$

(7) 半径 r の球の体積は $\frac{4\pi r^3}{3}$ より. 半球の体積は

$\frac{4\pi r^3}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2\pi r^3}{3}$

半径 3 の半球の体積は

$\frac{2\pi\times 3^3}{3} = 18\pi$

(8) 基準とした得点を x 点とすると.

$$\frac{(x+7)+(x-13)+(x+5)+(x-9)+(x+20)}{5} = 67$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x+10}{5} = 67$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = 67$$

$$\therefore x = 65$$

よって基準とした得点は65点

(19) 箱ひげ図を書くにあたり、不足しているのは、最小値、第1四分位数である。

最小値

範囲 = 最大値 − 最小値

であり、範囲 = 48、最大値 = 76 だから、

最小値 = 76 − 48

= 28

第1四分位数

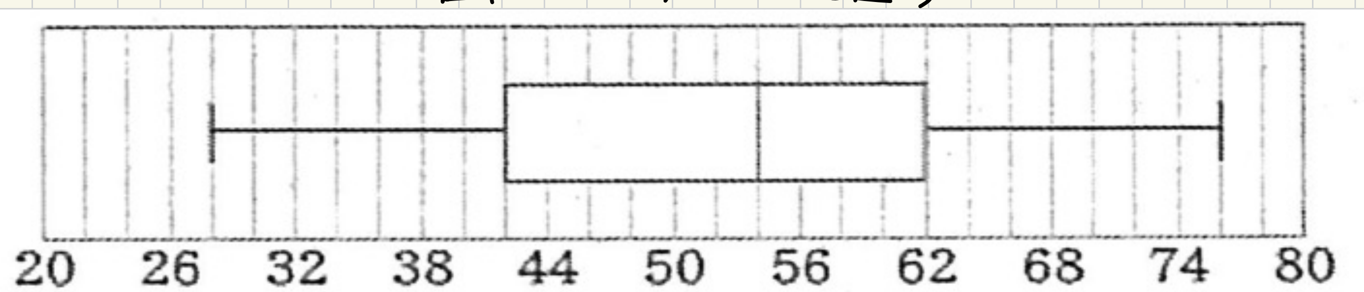
四分位範囲 = 第3四分位数 − 第1四分位数

であり、四分位範囲 = 20、第3四分位数 = 62 だから、

第1四分位数 = 62 − 20

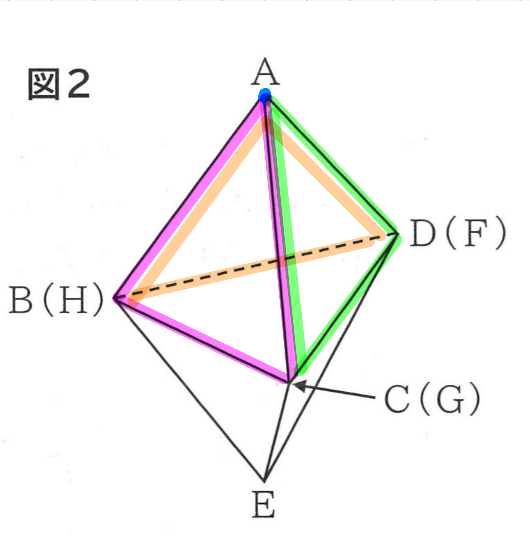
= 40

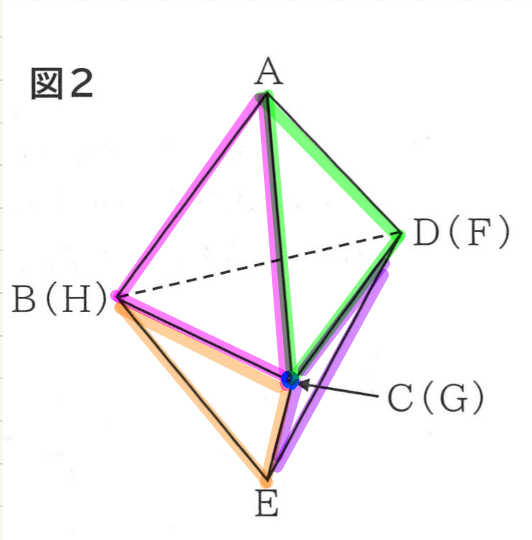
よって、箱ひげ図は、以下の通りである。



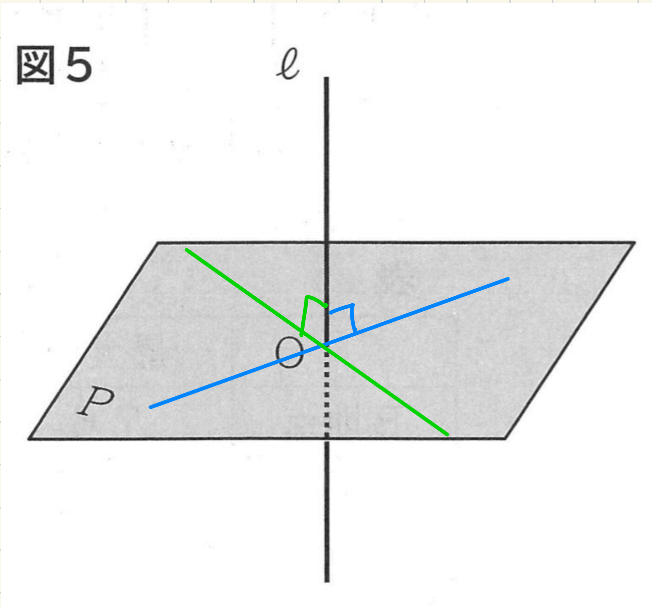
2

(1) 頂点Aに集まる面の数は3であるのに対して
頂点Cに集まる面の数は4であり、等しくないから。



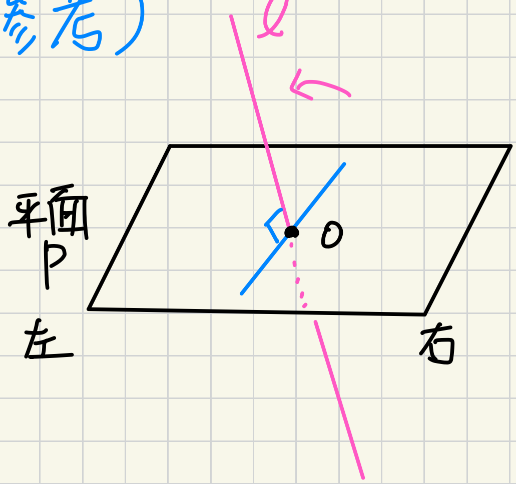


(2)



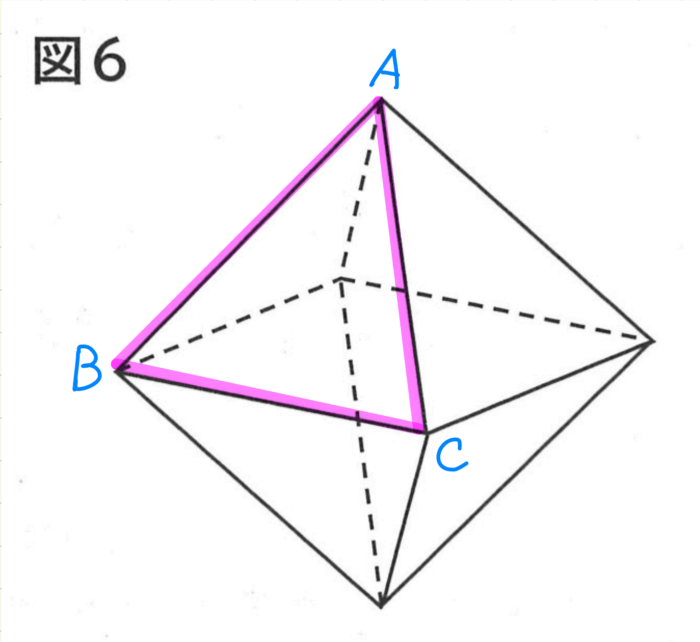
直線ℓが点Oを通る
平面P上の2つの直線と
垂直であるとき、平面Pと
直線ℓは垂直である。

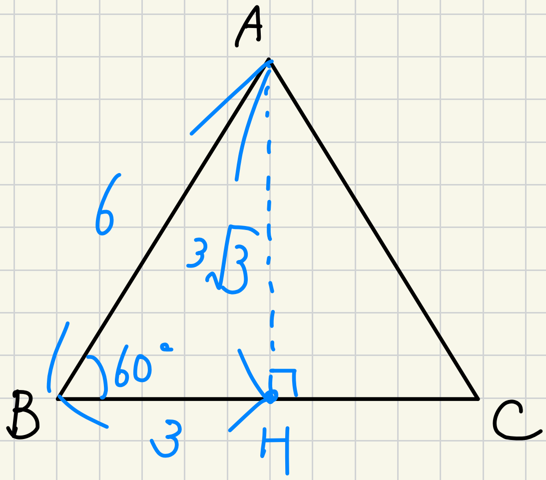
(参考)



直線ℓが点Oを通る
平面P上の1つの直線と
垂直であっても、左図のように
直線ℓの上側が左に、下側
が右に傾いている場合もあるので、
2つの直線が垂直でなければ
ならない

(3)





点AからBCに垂線を下ろした足をHとする.

△ABCは正三角形だから

・HはBCの中点.

・$\angle ABH = 60°$

よって.△ABHは30°−60°−90°の直角三角形なので.

$$BH : AB : AH = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

$$\therefore \underbrace{BH}_{3} : AH = 1 : \sqrt{3}$$

$$\therefore AH = 3\sqrt{3}$$

したがって.△ABCの面積は

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\ cm^2.$$

正八面体は.△ABCと合同な三角形が8個あるので.
求める表面積は

$$9\sqrt{3} \times 8 = 72\sqrt{3}\ cm^2$$

(4)

下線部の確率

3つの正四面体をそれぞれA, B, Cとする.

A, B, Cそれぞれについて, 数字の出方は4通り

なので, 数の出方の総数は

$4 \times 4 \times 4 = 64$通り.

和の最大は, 全て4がでたときで, そのときの和は

$4 + 4 + 4 = 12$

よって, 和が10以上となる場合の数は, 和が10, 11, 12のときである.

(i) 和が10のとき

A	B	C
2	4	4
4	2	4
4	4	2
3	3	4
3	4	3
4	3	3

6通り

(ii) 和が11のとき

A	B	C
3	4	4
4	3	4
4	4	3

3通り

(iii) 和が12のとき

A	B	C	
4	4	4	} 1通り

よって和が10以上となるのは.

$$6+3+1=10\text{通り}$$

したがって, 求める確率は

$$\frac{10}{64}=\frac{5}{32}$$

また, 2つの正六面体を同時に投げたとき, 上面に書かれた数の和が10以上となる確率は $\frac{1}{6}$ であるから $\frac{1}{6}$ と $\frac{5}{32}$ の大小を比較する.

$$\frac{1}{6}=\frac{32}{192}$$

$$\frac{5}{32}=\frac{30}{192}$$

より $\underbrace{\frac{32}{192}}_{\frac{1}{6}} > \underbrace{\frac{30}{192}}_{\frac{5}{32}}$ だから. $\frac{1}{6}>\frac{5}{32}$

よって. イ

$\boxed{3}$

(1) 駅から家まで800mを分速xmで歩いたのでかかった時間は

$$\frac{800}{x}\text{分}$$

また，家から公園まで1600mを分速xmの0.8倍の速さで歩いたので，かかった時間は

$$\frac{1600}{0.8x}\text{分}$$

これらの合計が28分なので

$$\frac{800}{x}+\frac{1600}{0.8x}=28$$

$$\frac{1600}{0.8}=\frac{16000}{8}$$
$$=2000$$

$$\Leftrightarrow \frac{800}{x}+\frac{2000}{x}=28$$

$$\Leftrightarrow \frac{2800}{x}=28$$

$$\Leftrightarrow 28x=2800$$

$$\therefore x=100$$

(2)

① $26 \leqq x \leqq 32$において，グラフより$(26, 1600)$，$(32, 1900)$を通るから

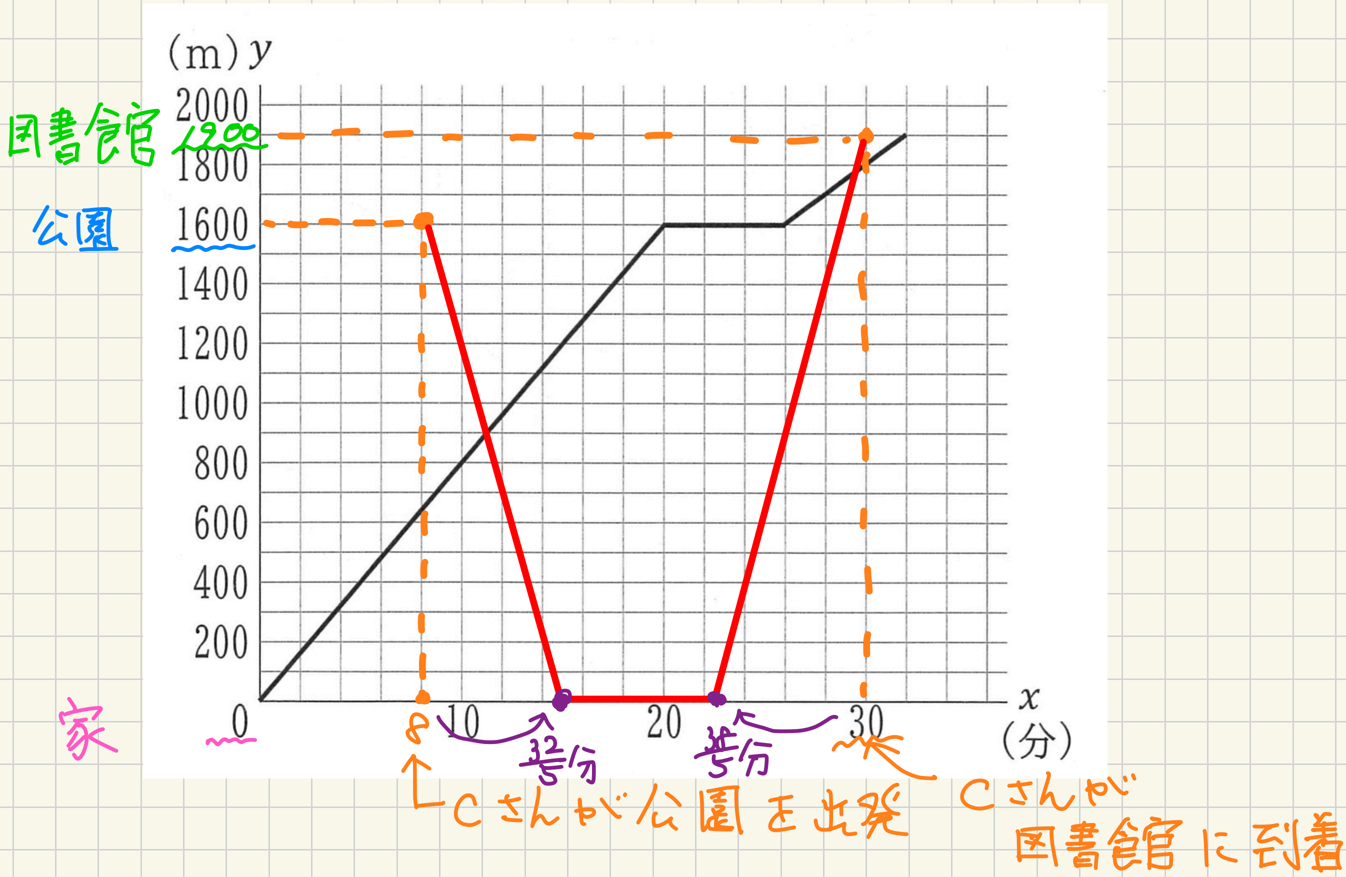
$$1600=26a+b \quad — ㋐$$
$$-)\ 1900=32a+b \quad — ㋑$$
$$-300=-6a$$
$$\therefore a=50$$

$a=50$ を ㋐ に代入して

$$1600 = 26 \times 50 + b$$

$$\therefore b = 300$$

②



Cさん：公園 ⟶ 家 ⟶ 図書館

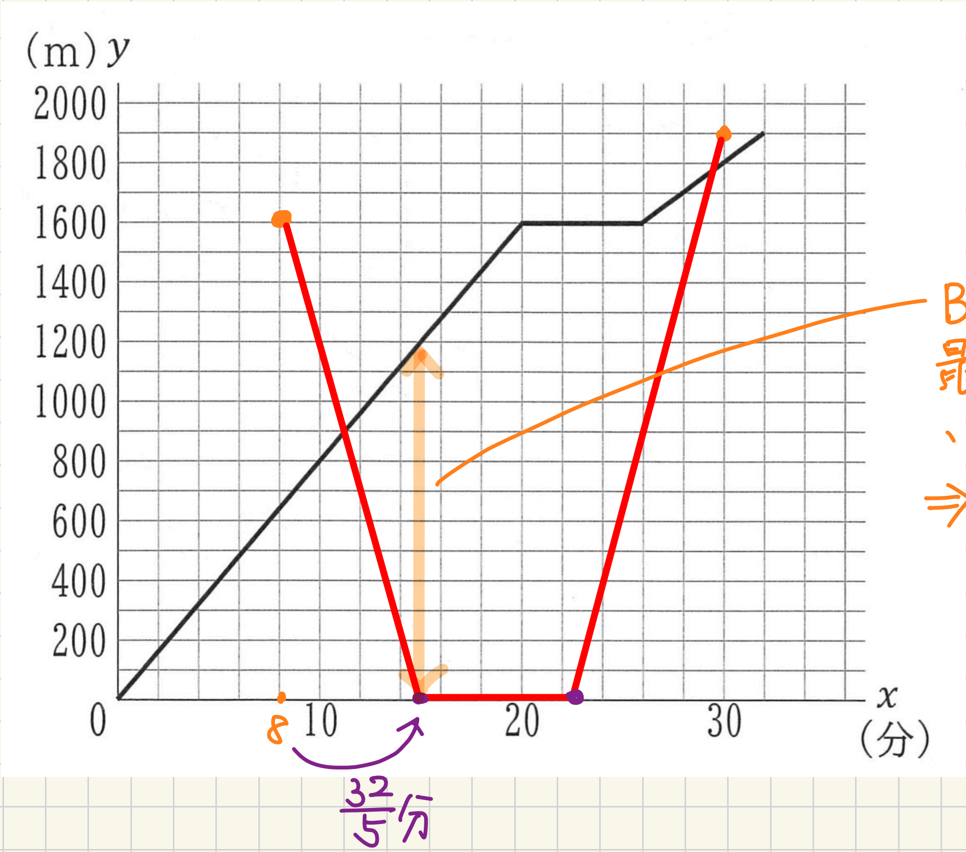
公園から家まで 1600m を分速 250m で移動したので、かかった時間は

$$\frac{1600}{250} = \frac{32}{5}\text{分}$$

また、家から図書館まで 1900m を 分速 250m で移動したので、かかった時間は

$$\frac{1900}{250} = \frac{38}{5}\text{分}$$

グラフは上図の通り.



また, Cさんが公園を出発してから家に着くまでの間で,
Bさんと Cさんが最も離れたのは. グラフより
Cさんが家に着いたときである. このときのxは.

$$x = 8 + \frac{32}{5}$$

$$= \frac{40 + 32}{5}$$

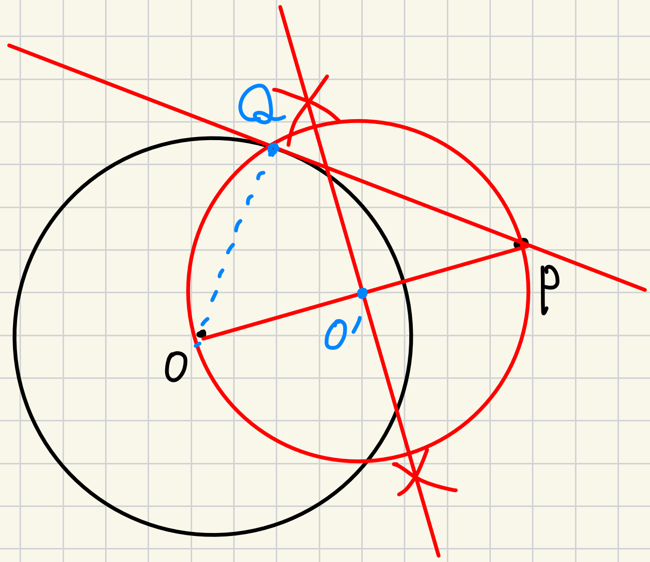
$$= \frac{72}{5}$$

$$= 14.4$$

よって. 14.4分後

4

(1)



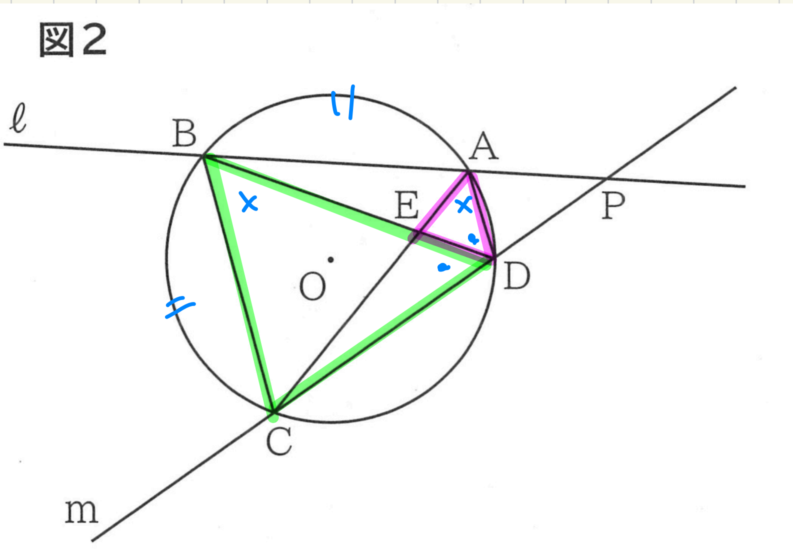
① OP の垂直二等分線を描き OP との交点を O' とする

② O' を中心に半径 O'O の円を描く。

③ ② の円と円 O の交点を Q とすると、PQ が円 O の接線となる。

※ 接線は円の半径と垂直。
⇒ 円 O' において、OP は直径で、Q は円 O 上にあるから、$\angle OQP = 90°$
⇒ $OO' \perp PQ$

(2)



△ADE と△BDC において、
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$ であり、等しい弧に対する円周角は等しいので、

$\angle ADB = \angle BDC$ —①

また $\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいので

$\angle CAD = \angle DBC$ —②

①, ② より 2 組の角がそれぞれ等しいので、

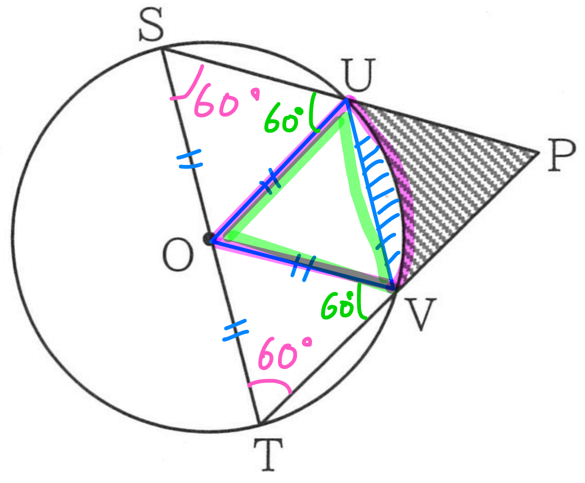
$\triangle ADE \sim \triangle BDC$

対応する辺の比はそれぞれ等しいので

$AE : BC = ED : CD$ （証明終わり）

(3)

図3



求める面積

$= \triangle PUV -$

また、

$=$ おうぎ形 OUV

$- \triangle OUV$

$\triangle PST$ が正三角形なので

$\angle PST = \angle PTS = 60°$

円 O の半径は等しいので

$OS = OU, \quad OV = OT$

よって $\triangle USO$, $\triangle VOT$ は二等辺三角形だから

$\angle OSU = \angle OUS \quad \therefore \angle OUS = 60°$

$\angle OTV = \angle OVT \quad \therefore \angle OVT = 60°$

したがって

$\angle SOU = 180° - 60° \times 2 = 60°$

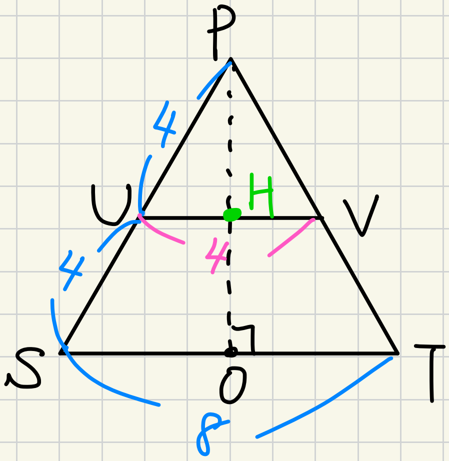
$\angle TOV = 180° - 60° \times 2 = 60°$

よって $\triangle USO$, $\triangle VOT$ は正三角形である

$\therefore US = SO = OU = 4$

$VO = OT = TV = 4$

PS = 8, PT = 8 より U, V は それぞれ PS, PT の中点である.



△PST において, 中点連結定理より

$$UV = \frac{1}{2}ST$$

$$= 4.$$

P から UV に垂線を下ろした足を H とすると.
UH = 2 だから △PUH で三平方の定理より

$$PH = \sqrt{4^2 - 2^2}$$

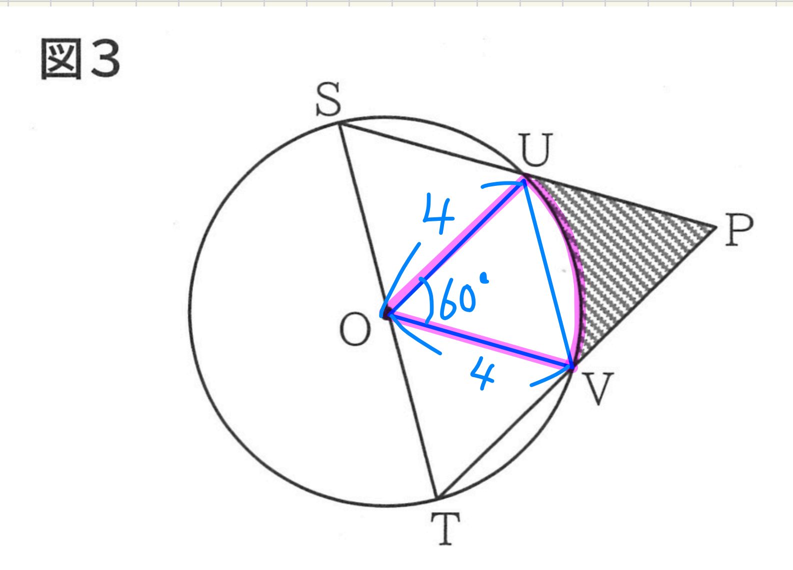
$$= \sqrt{16-4}$$

$$= \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3}$$

よって. △PUV の面積は.

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

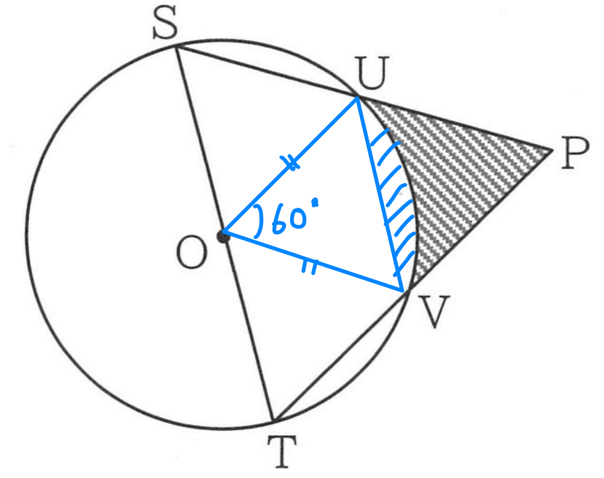


∠SOU = ∠VOT = 60° より
∠UOV = 60°
おうぎ形 OUV の面積は.

$$4 \times 4 \times \pi \times \frac{60}{360}$$

$$= \frac{8\pi}{3}$$

図3



△OUVは一辺が4cmの正三角形であり、これは△PUVと等しいので

$\triangle OUV = 4\sqrt{3}$

よって、 の面積は

$$\frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$$

以上より求める面積は、

$$4\sqrt{3} - \left(\frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}\right)$$

$$= 8\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3}$$