2024年度　静岡県
数学

kmkm

1

(1)

ア：与式 $= 9-18$

$= -9$

イ：与式 $= 21ab \div 7b - 49b^2 \div 7b$

$= 3a - 7b$

ウ：与式 $= \dfrac{5(x-y)-3(x+2y)}{15}$

$= \dfrac{5x-5y-3x-6y}{15}$

$= \dfrac{2x-11y}{15}$

エ：与式 $= 8\sqrt{6} + \sqrt{6} \times \underbrace{\sqrt{6} \times \sqrt{7}}_{\sqrt{42}} + 3\sqrt{7}$

$= 8\sqrt{6} + 6\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$

$= 8\sqrt{6} + 9\sqrt{7}$

(2) $(2a-3)^2 - 4a(a-5)$

$= 4a^2 - 12a + 9 - 4a^2 + 20a$

$= 8a + 9$

$a = \dfrac{3}{8}$ を代入して

$8a + 9 = 8 \times \dfrac{3}{8} + 9 = 3 + 9 = 12$

(3) $(x-8)(x-1) = x-13$

$\Leftrightarrow\ x^2 - 9x + 8 - x + 13 = 0$

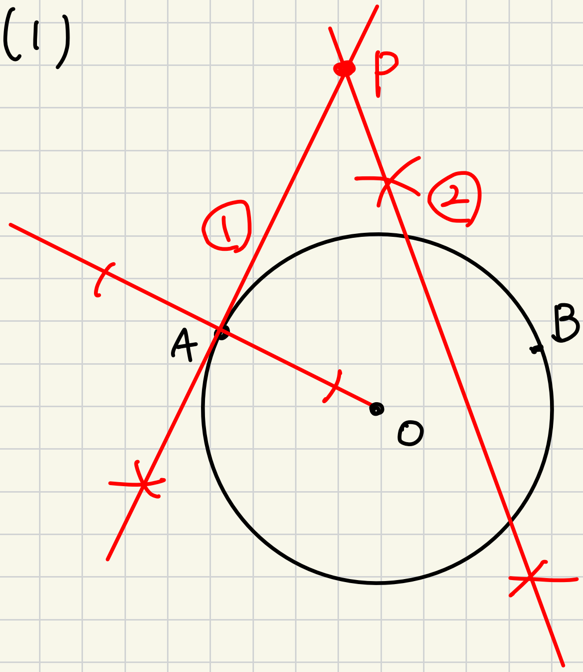
$\Leftrightarrow\ x^2 - 10x + 21 = 0$

$\Leftrightarrow\ (x-3)(x-7) = 0$

$\therefore\ x = 3, 7$

2.

(1)



① A と円 O が接するので
A を通り OA に垂直な
線分を描く

② O, B から等しい距離に
あるので、線分 OB の垂直
二等分線を描く.

③ ① と ② の交点が P.

(2)

表 1

1	2	3	…	n
2	10	18	…	
4	12	20	…	
6	14	22	…	
8	16	24	…	

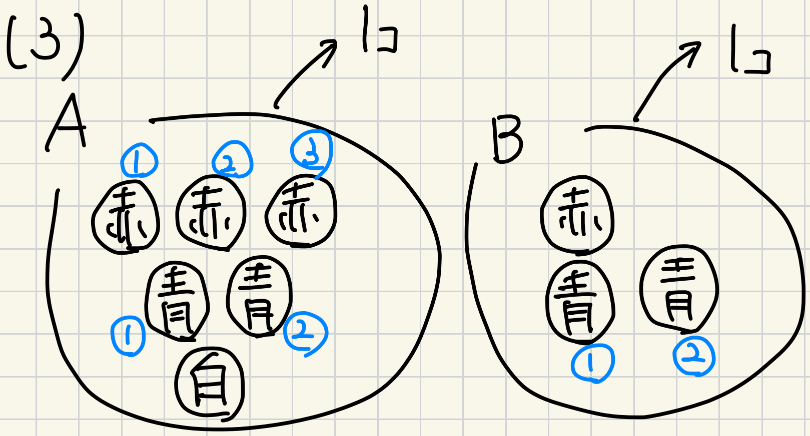
+8　+8　…　+8

$$n = 6 + 8 \times (n-1)$$
$$= 8n - 8 + 6$$
$$= 8n - 2$$

(参考) 例えば 3番目 だと

$$6 + 8 \times \underbrace{2}_{3-1} = 6 + 16$$
$$= 22$$

(3)



Aから玉を1コとり出す場合の数は6通り
Bから玉を1コとり出す場合の数は3通り

よって、Aから1コ、Bから1コ玉を取り出す場合の数は、$6 \times 3 = 18$通り

Aから取り出した玉と、Bから取り出した玉の色が同じであるのは
(A, B) = (赤①, 赤), (赤②, 赤), (赤③, 赤)
(青①, 青①), (青①, 青②), (青②, 青①)
(青②, 青②)
の7通り。よって、玉の色が異なるのは、
$18 - 7 = 11$通り

以上より、求める確率は、$\frac{11}{18}$

(参考)
$\underbrace{\text{全て同じ色の玉}}_{}$ $\overset{\text{7通り}}{\text{の場合の数}}$ + 全て異なる色の場合の数
= 18通り

これ以外の組み合わせがないので、玉を取り出す場合の数に等しい

よって、全て異なる色の場合の数は、$18 - 7 = 11$通り

3.

きゅうりを詰めた袋の数をx袋，なすを詰めた袋の数をy袋とする．

きゅうりは1袋に6本，なすは1袋に3本ずつ入れると，余ることなくすべて袋詰めにされたから．

$$6x+3y=360$$ 両辺÷3

$$\Leftrightarrow 2x+y=120 \quad \text{——} ①$$

きゅうりは1袋200円，なすは1袋140円で販売したところ．閉店の1時間前にきゅうりは売り切れ，なすは5袋売れ残ったので．閉店1時間前の売上金額は

$$200x+140(y-5) \quad \text{——} ②$$

閉店1時間前から，5袋を4割引きにしたので．5袋分の売上は

$$140\times\underbrace{(1-0.4)}_{4割引}\times 5=140\times 0.6\times 5$$
$$=420 \quad \text{——} ③$$

②と③の合計が13000円なので．

$$200x+140(y-5)+420=13000 \quad \text{——} ④$$

④を整理して．

$$200x+140y-700+420=13000$$
$$\Leftrightarrow 200x+140y=13280$$ 両辺÷20
$$\Leftrightarrow 10x+7y=664 \quad \text{——} ⑤$$

①×5 − ⑤ より

$$
\begin{array}{rl}
 & 10x + 5y = 600 \\
-) & 10x + 7y = 664 \\
\hline
 & -2y = -64 \\
 & y = 32
\end{array}
$$

$y=32$ を ① に代入して

$$2x + 32 = 120$$
$$2x = 88$$
$$x = 44.$$

x, y は袋の数だから

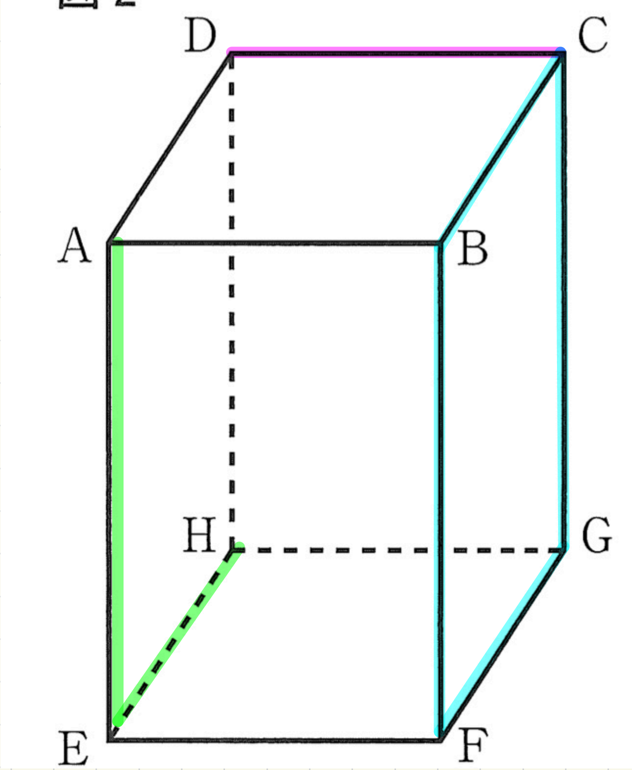
きゅうりの売れた数 $= 44 \times 6 = 264$本

なす　の売れた数 $= 32 \times 3 = 96$本

4.

(1)

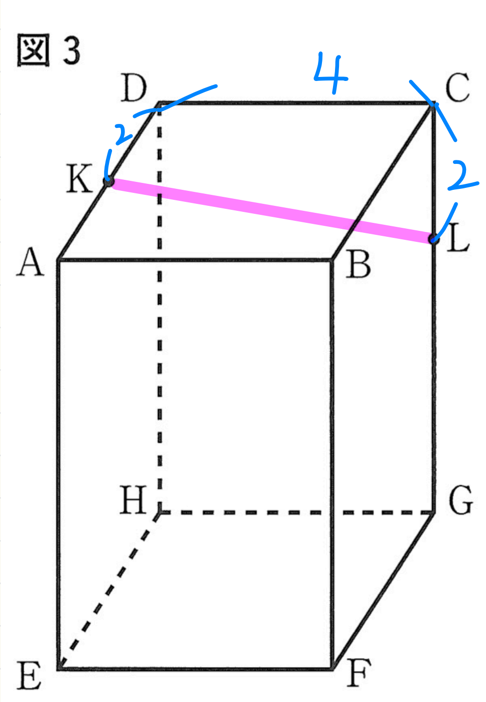
図 2



辺CDとねじれの位置にあり、□BFGCと平行であるのは、

辺AE, 辺EH

(2)



空間における三平方の定理より

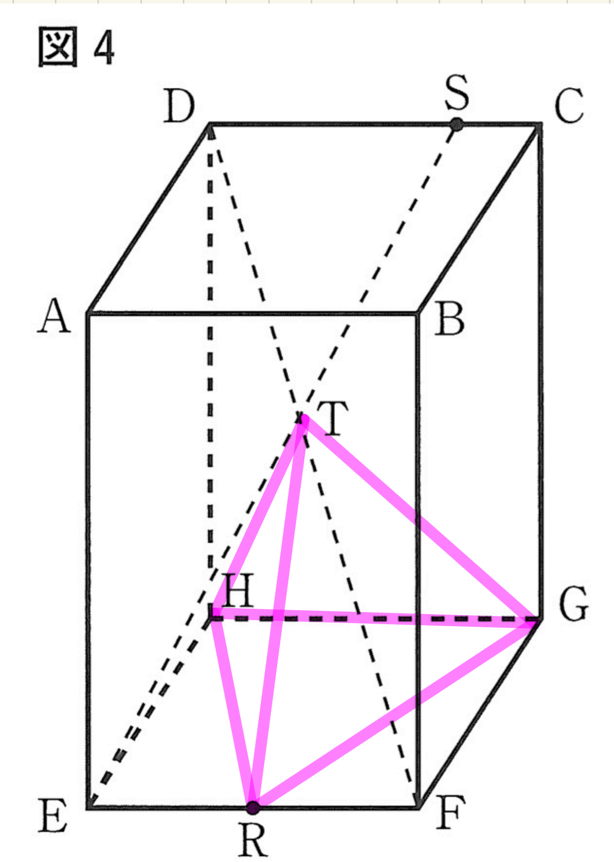
$$KL = \sqrt{2^2+4^2+2^2}$$

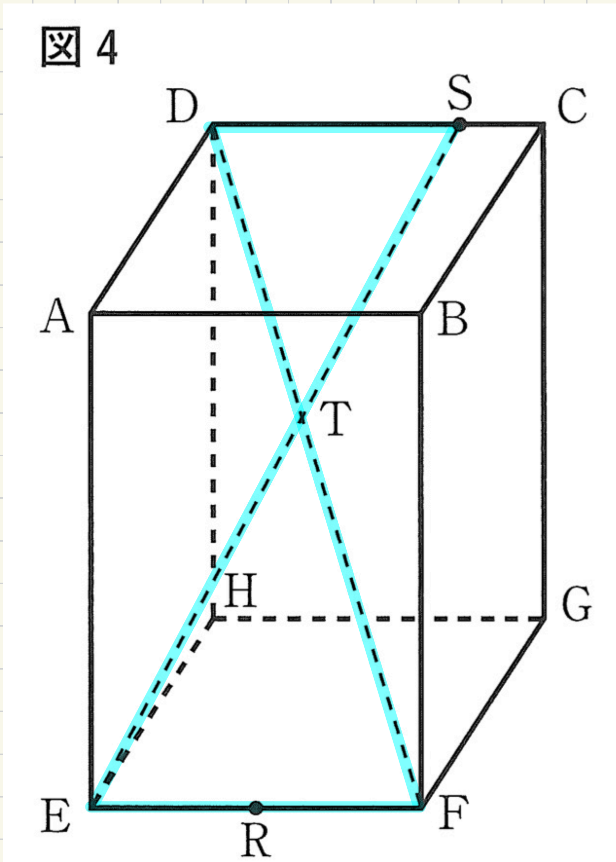
$$= \sqrt{4+16+4}$$

$$= \sqrt{24}$$

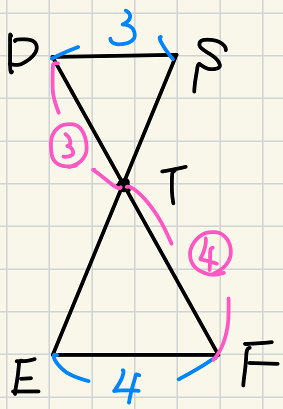
$$= 2\sqrt{6}\ \text{cm}$$

(3)





D, S, E, F を含む面で考える.



$\triangle TDS$ と $\triangle TFE$ において,

$DS \parallel EF$ より錯角が等しいので.

$\angle TDS = \angle TFE$ ——①

$\angle TSD = \angle TEF$ —②

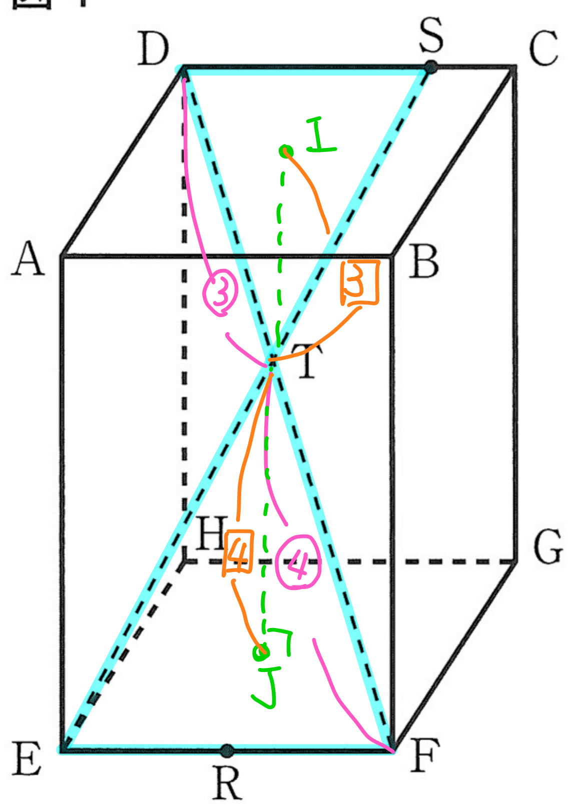
①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle TDS \backsim \triangle TFE$

対応する辺の比は等しいから

$$TD : TF = DS : FE$$
$$= 3 : 4$$

図 4



Tから□ABCDに垂線を下ろした足をI,

Tから□EFGHに垂線を下ろした足をJとする.

$TD : TF = 3 : 4$

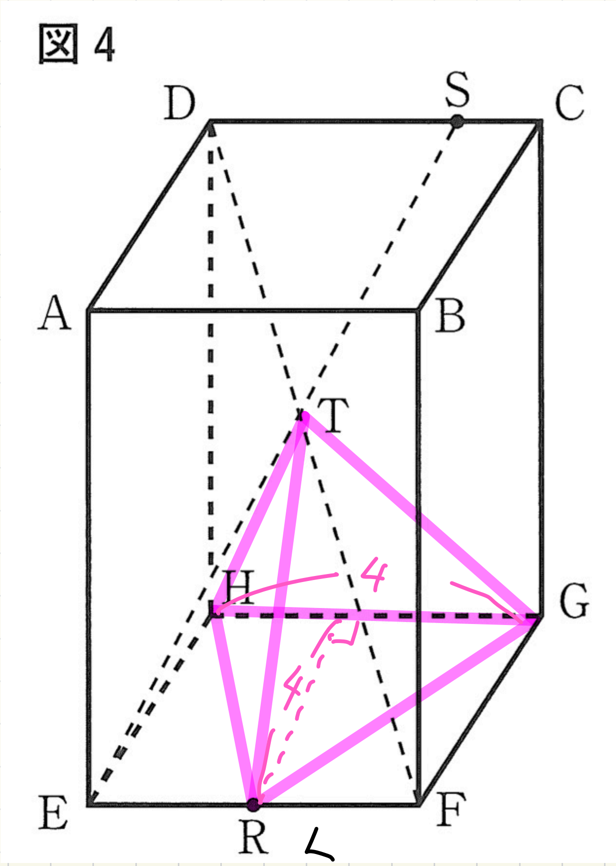
より

$TI : TJ = 3 : 4$

$AE = 6$ cm より

$$TJ = 6 \times \frac{4}{3+4} = 6 \times \frac{4}{7}$$

$$= \frac{24}{7} \text{ cm}$$

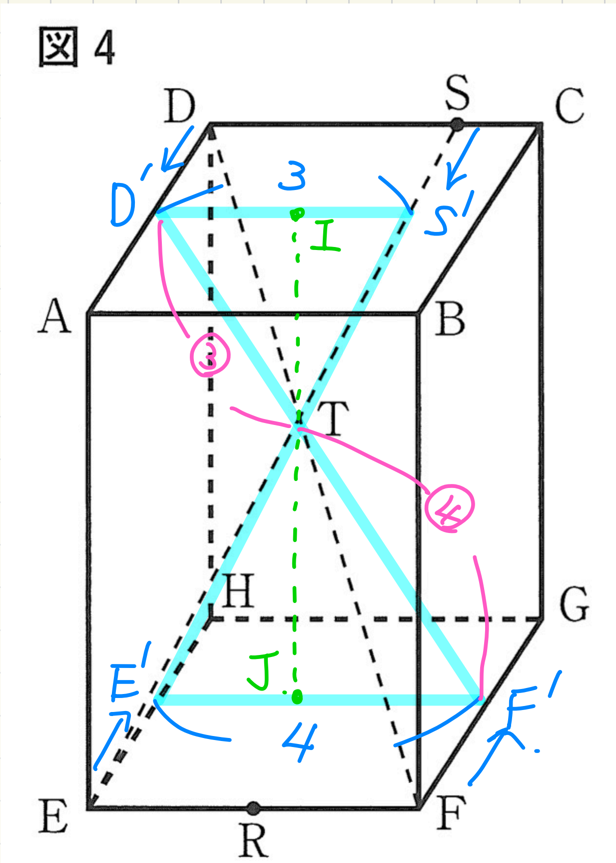


$$\triangle ERG = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8\ \text{cm}^2$$

よって、求める三角すいは、

$$8 \times \frac{24}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{64}{7}\ \text{cm}^3$$

参考、



D, S, E, F を T の真上, 真下にくるように動かすと、

$\triangle TD'S' \sim \triangle TF'E'$

$\Rightarrow TD' : TF' = D'S' : E'F'$

$= 3 : 4$

また、$\triangle TD'I \sim \triangle TF'J$ より

$TI : TJ = TD' : TF'$

$= 3 : 4$

5

(1) 度数が最も多い階級は、相対度数が0.28の15〜20である。よって、この階級の累積相対度数は、

$$\underbrace{0.11}_{0\sim5} + \underbrace{0.18}_{5\sim10} + \underbrace{0.21}_{10\sim15} + \underbrace{0.28}_{15\sim20} = 0.78$$

(2)

ア：範囲＝最大値−最小値

1組の範囲＝28−0＝28

2組の範囲＝25−1＝24

3組の範囲＝29−4＝25

よって、1組の範囲が最も大きいので、正しい

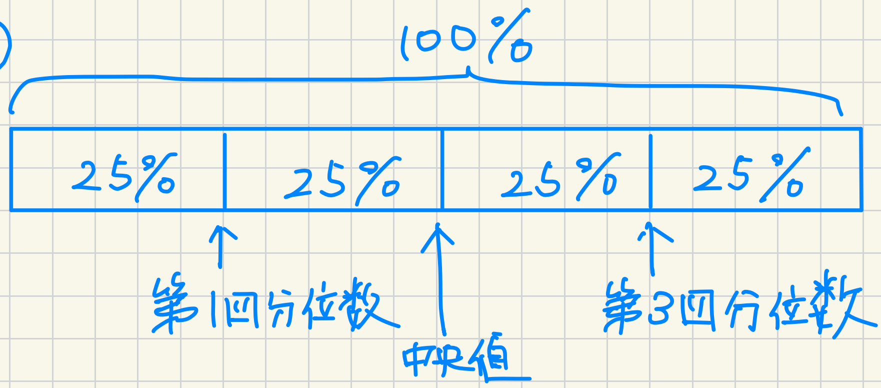
イ：2組の第1四分位数が8時間なので、全体の25%が8時間以下である。

3組の第1四分位数は、9時間なので、全体の25%が9時間以下である。

→ 8時間以下の生徒は全体の25%より少ない

よって、8時間以内の生徒は、2組の方が多いので、正しい

(参考)



ウ：箱ひげ図から、中間のデータの具体的な人数は分からないので、誤り

エ：箱ひげ図から平均値は分からないので、誤り

6.

(1) ①は反比例なので、$y=\frac{a}{x}$ とおくと、A $(-6, 3)$ を通るので、

$$3=\frac{a}{-6} \qquad \therefore a=-18$$

よって、$y=-\frac{18}{x}$

(2)

ア：点Pは、$y=ax^2$ 上にある。

(i) 点PがA $(-6, 3)$ にあるとき

$$3=a\times(-6)^2 \qquad \therefore a=\frac{1}{12}$$

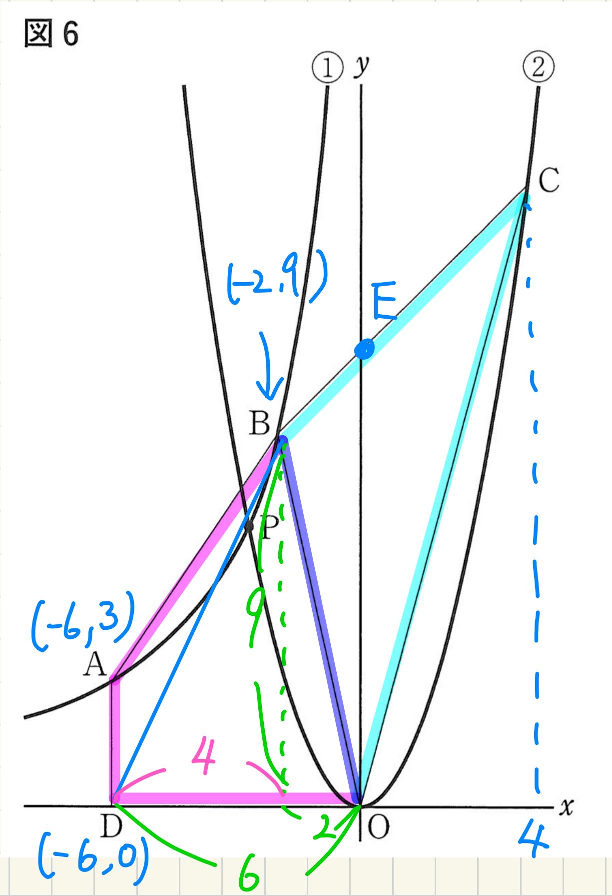
(ii) 点PがB $(-2, 9)$ にあるとき

$$9=a\times(-2)^2 \qquad \therefore a=\frac{9}{4}$$

よって、点PがAからBまで動くとき、a の範囲は、

$$\frac{1}{12}\leqq a\leqq\frac{9}{4}$$

イ：



$A(-6,3)$, $B(-2,9)$, $D(-6,0)$ より

$$\square ADOB = \triangle ADB + \triangle BDO$$
$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 6 \times 9$$
$$= 6 + 27$$
$$= 33$$

直線BCとy軸の交点をEとする.

$$\triangle BOC = \triangle BOE + \triangle EOC$$
$$= \frac{1}{2} \times OE \times 2 + \frac{1}{2} \times OE \times 4$$
$$= \frac{1}{2} \times OE \times (2+4)$$
$$= 3 \times OE$$

$\square ADOB = \triangle BOC$ だから.

$$33 = 3 \times OE \qquad \therefore OE = 11.$$

よって.直線BCのy切片は11　直線BCの式を$y=ax+11$とおくと,$B(-2,9)$を通るから

$$9 = -2a + 11$$
$$2a = 2 \qquad \therefore a = 1$$

よって、直線BC : $y = x + 11$

点Cは、$y = ax^2$ 上にあり、$x = 4$ だから、

$$y = a \times 4^2 = 16a \qquad \therefore \ C(4, 16a)$$

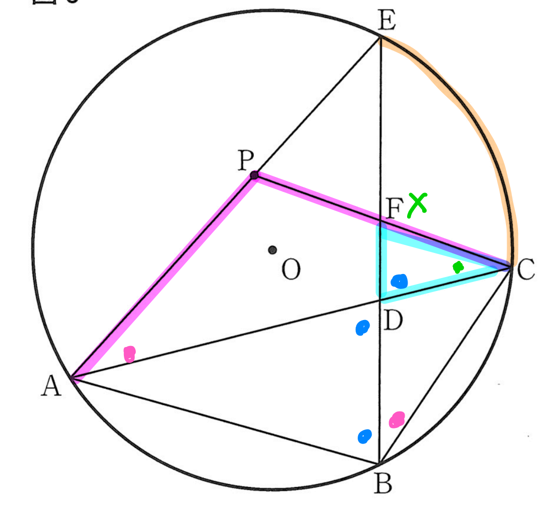
点Cは、直線BC : $y = x + 11$ 上の点でもあるから、

$$16a = 4 + 11 = 15 \qquad \therefore \ a = \frac{15}{16}$$

7.

(1)

図8



仮定より AB = AD だから、

△ABD は二等辺三角形。よって、

$\angle ABD = \angle ADB$ —— ①

対頂角は等しいから、

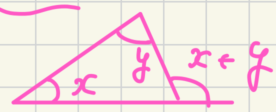
$\angle ADB = \angle FDC$ —— ②

①、②より

$\angle ABD = \angle FDC$ —— ③

△FDC において、三角形の内角と外角の関係より

$\angle PCA = \angle EFC - \angle FDC$ —— ④



また、

$\angle EBC = \angle ABC - \angle ABD$ —— ⑤

仮定より

$\angle EFC = \angle ABC$ —— ⑥

$\underbrace{\angle EFC}_{\times} = \underbrace{\angle ABC}_{\bullet + \circ}$

③.④.⑤.⑥より

$\angle PCA = \angle EBC$ —— ⑦

(参考)

$\angle PCA = \angle EFC - \angle FDC$

⑥より等しい！　③より等しい！

$\angle EBC = \angle ABC - \angle ABD$

$\overset{\frown}{EC}$に対する円周角は等しいから、

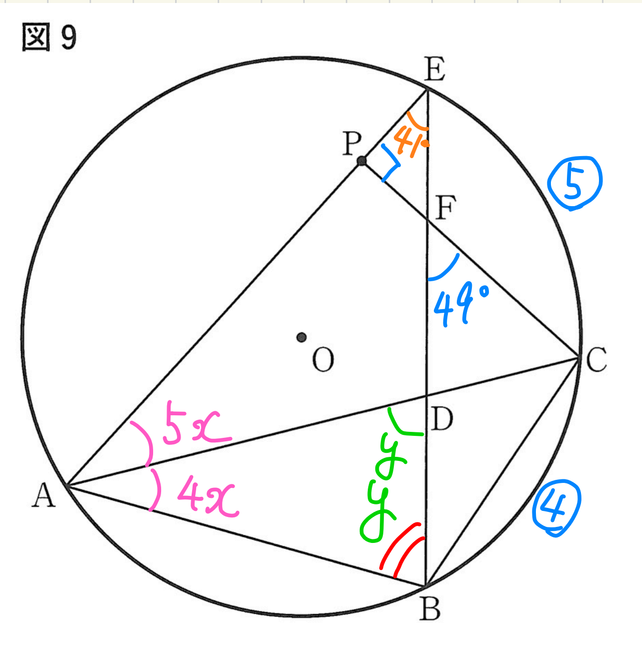
$\angle EBC = \angle PAC$ —— ⑧

⑦,⑧より、$\angle PCA = \angle PAC$

よって2つの角が等しいので、$\triangle PAC$は二等辺三角形だから、$PA = PC$（証明終わり）

(2) やや難

図9



$\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CE} = 4:5$ より

$\angle BAC : \angle CAE = 4:5$

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角　$\overset{\frown}{CE}$に対する円周角

よって、$\angle BAC = 4x$、$\angle CAE = 5x$ とおく。

また、$\angle ABE = y$ とおく

△ABDはAB＝ADの二等辺三角形より

$\angle ABD = \angle ADB$　∴ $\angle ADB = y$

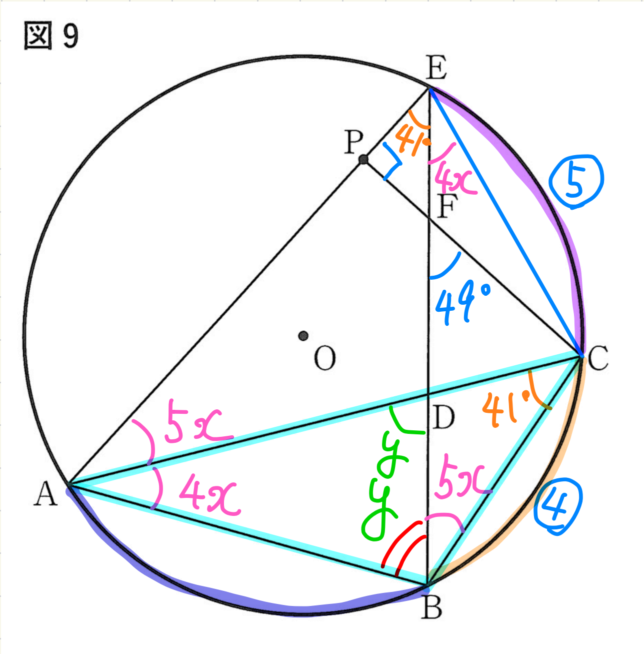
また、$\angle CFD = 49°$で、対頂角は等しいから

$\angle PFE = 49°$

$\angle EPC = 90°$、△EPFの内角の和は180°だから

$\angle FEP = 180° - (90° + 49°)$

$= 41°$



EとCを結ぶ

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから

$\angle BAC = \angle BEC$

∴ $\angle BEC = 4x$

$\overset{\frown}{CE}$に対する円周角は等しいから

$\angle CAE = \angle CBD$

∴ $\angle CBD = 5x$

$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいから

$\angle AEB = \angle ACB$　∴ $\angle ACB = 41°$

△ABCの内角の和は180°だから

$4x + y + 5x + 41 = 180$

$\Leftrightarrow \quad 9x + y = 139$ ——— ①

また、△ABDの内角の和は180°だから

$4x + y + y = 180$

$\Leftrightarrow \quad 4x + 2y = 180$

$\iff 2x + y = 90$ ——— ②

①, ② を連立させて.

$$\begin{array}{rrcl} & 9x + y & = & 139 \quad \text{——— ①} \\ -) & 2x + y & = & 90 \quad \text{——— ②} \\ \hline & 7x & = & 49 \\ & x & = & 7 \end{array}$$

$x = 7$ を ② に代入して.

$$14 + y = 90$$

$$y = 76$$

よって. $\angle ABE = 76°$