2024年度 栃木県

数学

kmkm

$\boxed{1}$

1. 与式 $= \underline{12}$

2. 与式 $= 2\sqrt{7} + \sqrt{7}$

$= \underline{3\sqrt{7}}$

3. 絶対値が3より小さい整数は.

$-2, -1, 0, 1, 2$

よって <u>5個</u>

注 3より小さい ⇒ 3は含まない

4. $x^2 + 5x + 6 = 0$

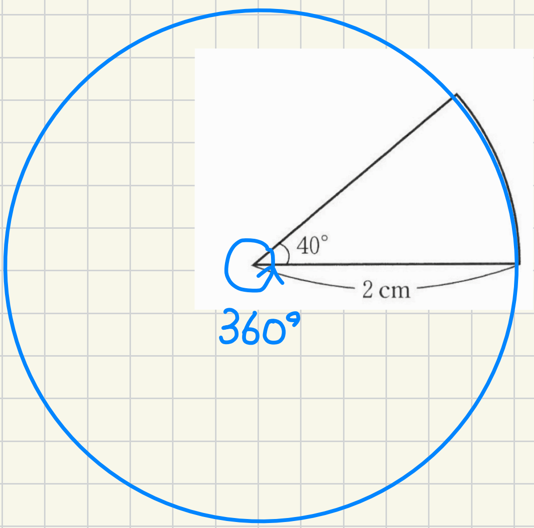
$\Leftrightarrow (x+2)(x+3) = 0$

$\therefore x = \underline{-2, -3}$

5. $y = \dfrac{a}{x}$ に $x = 2, y = -3$ を代入して.

$-3 = \dfrac{a}{2}$ $\therefore \underline{a = -6}$

6. 中心角が40°だから. $\dfrac{40}{360} = \underline{\dfrac{1}{9}}$



(参考)

おうぎ形の周の長さ

$= 2 \times 2 \times \pi \times \dfrac{40}{360} = 4\pi \times \dfrac{1}{9}$

$\frac{1}{9}$倍

円周の長さ

$= 2 \times 2 \times \pi = 4\pi$

7 半径 r の球の体積は $\frac{4}{3}\pi r^3$ で表される.

よって, 半径 6cm の球の体積は

$$\frac{4}{3}\times\pi\times 6^3 = \frac{4}{3}\pi\times 6\times 6\times 6$$

$$= 4\pi\times 2\times \underbrace{6\times 6}$$

$$= 288\pi\ \mathrm{cm}^3$$

$= 4\pi\times\underbrace{2\times 36}$

$= 4\pi\times\underbrace{72}$

$= 288\pi$

8. 表より度数が最も高いのは7人. よって相対度数は

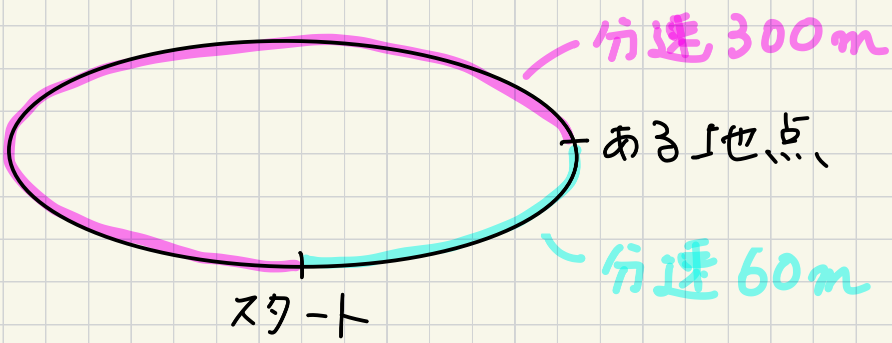
$$\frac{7}{20} = 0.35$$

$\boxed{2}$

1. $28.5 \leqq a < 29.5$

注 $a \leqq 29.5$ では, $a = 29.5$ も含む.
29.5 を小数第1位で四捨五入すると, 30 になるため, $a \leqq 29.5$ は不適.

2.



$$\begin{cases} x + y = 400 & \text{——} ① \\ \dfrac{x}{300} + \dfrac{y}{60} = 2 & \text{——} ② \end{cases}$$

② × 300 より

$$x + 5y = 600 \quad \text{——} ③$$

① − ③ より

$$\begin{array}{rr} & x + y = 400 \\ -) & x + 5y = 600 \\ \hline & -4y = -200 \\ & y = 50 \end{array}$$

$y = 50$ を ① に代入して

$$x + 50 = 400$$
$$x = 350$$

$x = 350$, $y = 50$ は問題に適している.

よって. 走る距離 350 m, 歩く距離 50m

3. 連続する3つの自然数のうち.最も小さい数を n とすると, 連続する3つの自然数は, n, $n+1$, $n+2$ と表される.

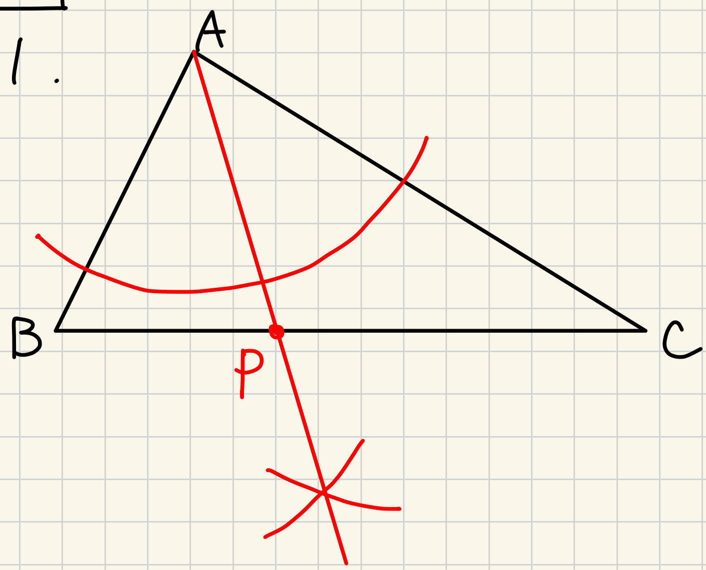
最も小さい数の2乗と最も大きい数の2乗の和から.中央の数の2乗の2倍をひくと.

$$n^2 + (n+2)^2 - 2(n+1)^2$$
$$= n^2 + n^2 + 4n + 4 - 2(n^2 + 2n + 1)$$
$$= n^2 + n^2 + 4n + 4 - 2n^2 - 4n - 2$$
$$= 2$$

したがって，連続する3つの自然数で，最も小さい数の2乗と最も大きい数の2乗の和から，中央の数の2乗の2倍をひくと，つねに2となる．

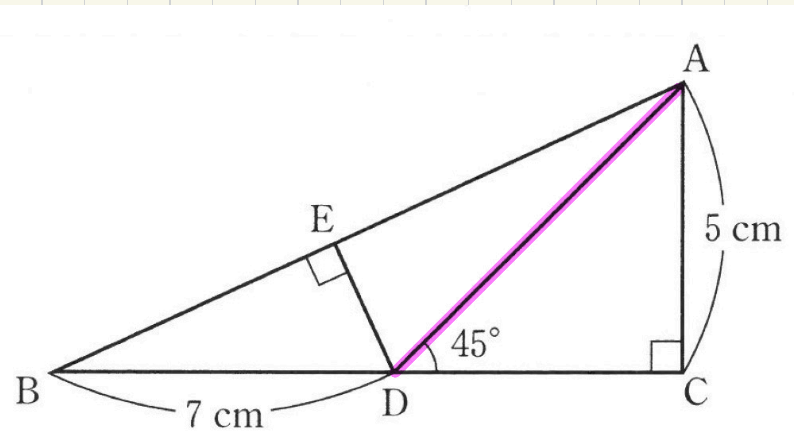
$\boxed{3}$

1.



2.

(1)



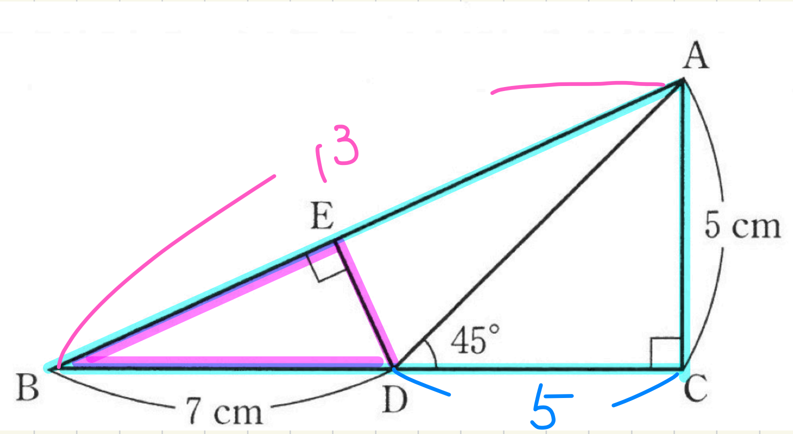
△ADCは，45°－45°－90°の直角二等辺三角形だから，

$\underbrace{AC}_{5} : DC : AD = 1 : 1 : \sqrt{2}$

よって

$5 : AD = 1 : \sqrt{2}$ $\therefore AD = 5\sqrt{2}$ cm

(2)



$\triangle ABC$ と $\triangle DBE$ において、

共通な角は等しいから

$\angle ABC = \angle DBE$ —— ①

また、

$\angle ACB = \angle DEB = 90^\circ$ —— ②

①、② より 2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$$

対応する辺の比は等しいから

$$AC : DE = AB : DB$$

ここで、$\triangle ABC$ で三平方の定理より

$$AB = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25}$$

$$= 13 \qquad = \sqrt{169} = 13$$

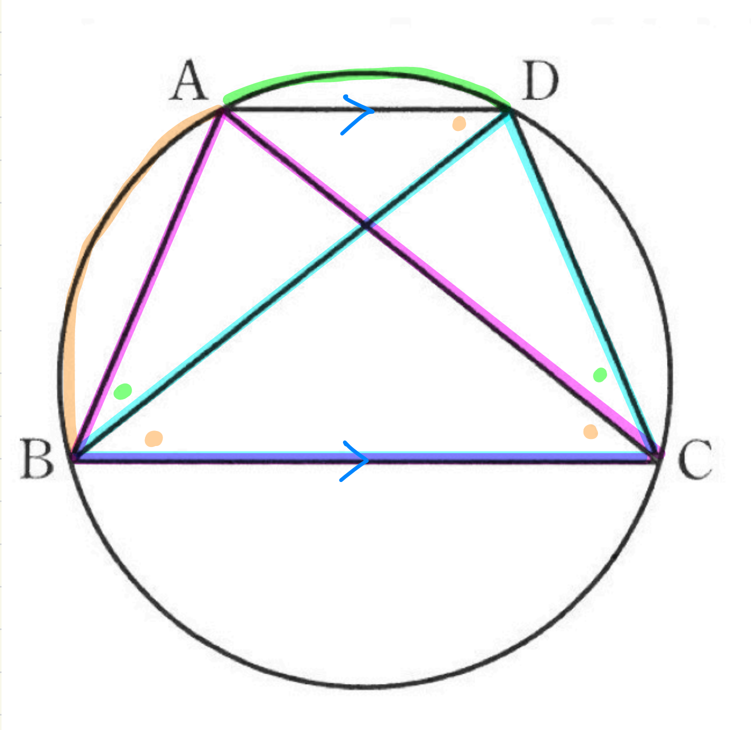
よって、

$$5 : DE = 13 : 7$$

$$13DE = 35$$

$$\therefore DE = \frac{35}{13} \text{ cm}$$

3.



△ABCと△DBCにおいて、
円周角の定理より
$\angle ACB = \angle ADB$ —— ①
$\angle ABD = \angle ACD$ —— ②

AD // BCより錯角が等しいから、
$\angle ADB = \angle DBC$ —— ③

①、③より $\angle ACB = \angle DBC$ —— ④
②、④より $\angle ABC = \angle DCB$ —— ⑤

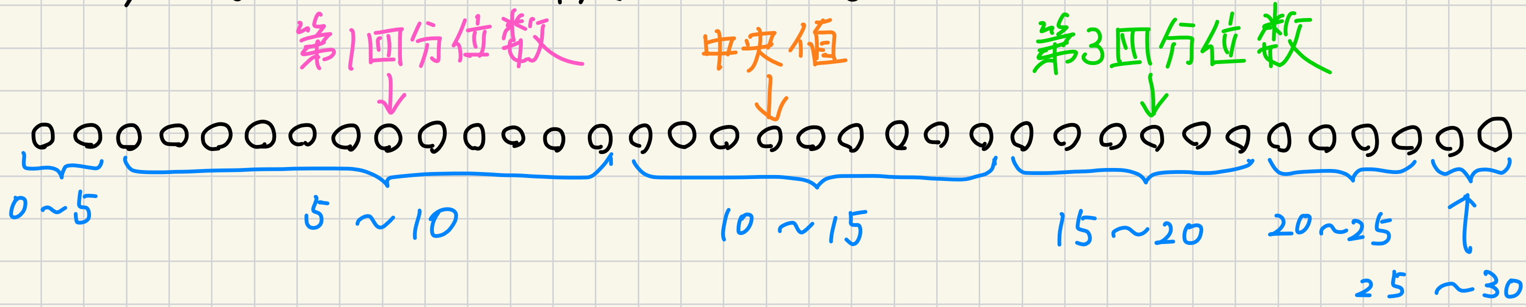
BCは共通 —— ⑥
④、⑤、⑥より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、
$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$（証明終わり）

$\boxed{4}$

1.
(1) 階級が最大なのは、25〜30分なので、
階級値は

$$\frac{25+30}{2} = 27.5分$$

(2) データを小さい順に並べると。

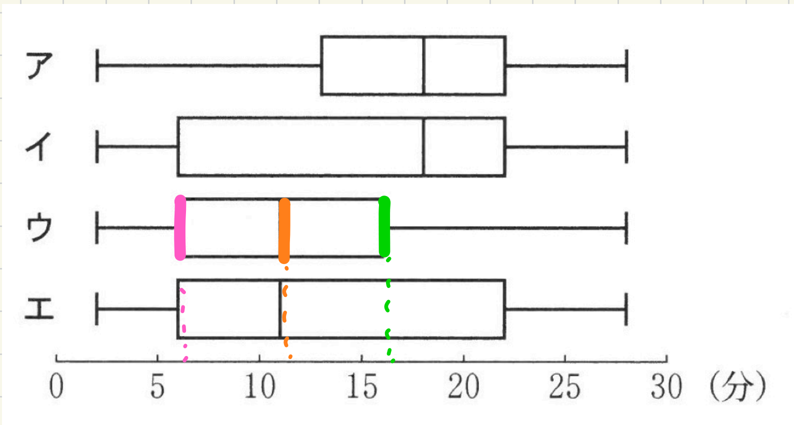


よって。

第1四分位数：5〜10

中央値：10〜15

第3四分位数：15〜20



これに該当する箱ひげ図は、ウ

2.

(1) Aさんの玉の取り出し方は 5通り

Bさんは、Aさんが取った玉の残り玉から取るから (5 − 1) = 4通り。

よって、2人の玉の取り出し方は、

$5 \times 4 = 20$通り

(2) Aさんの玉の取り出し方は 5通り。

Bさんの玉の取り出し方は 5通り

よって、2人の玉の取り出し方は、

$5 \times 5 = 25$通り

Aさん，Bさんが取り出した玉の数の和が7以下となるのは，

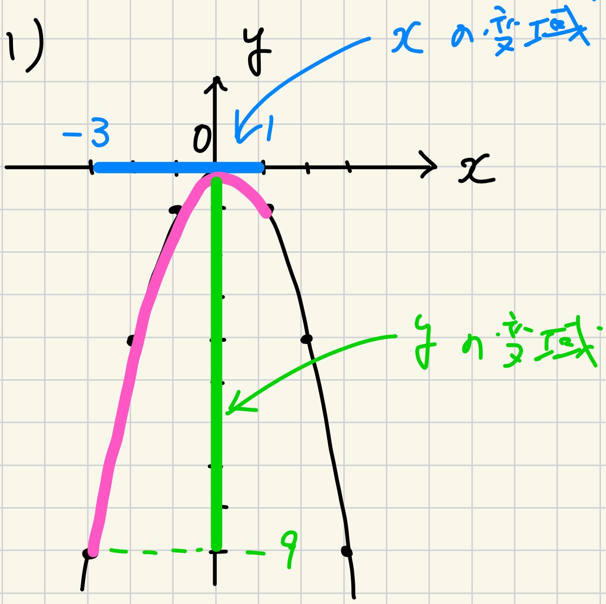
(Aさん，Bさん) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4),
(4, 1), (4, 2), (4, 3),
(5, 1), (5, 2)

の19通り。よって求める確率は

$$\frac{19}{25}$$

$\boxed{5}$

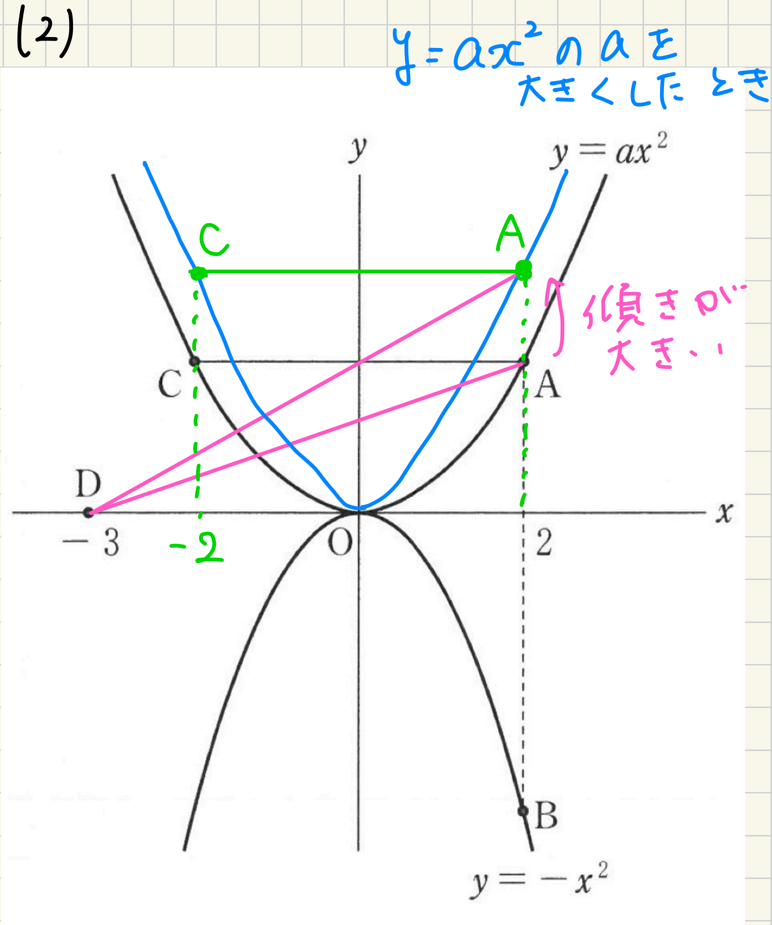
(1)



左のグラフより，y の変域は

$-9 \leqq y \leqq 0$

(2)



$y=ax^2$ の a の値を大きくしたとき，左図のようにグラフの開き方は狭くなる。

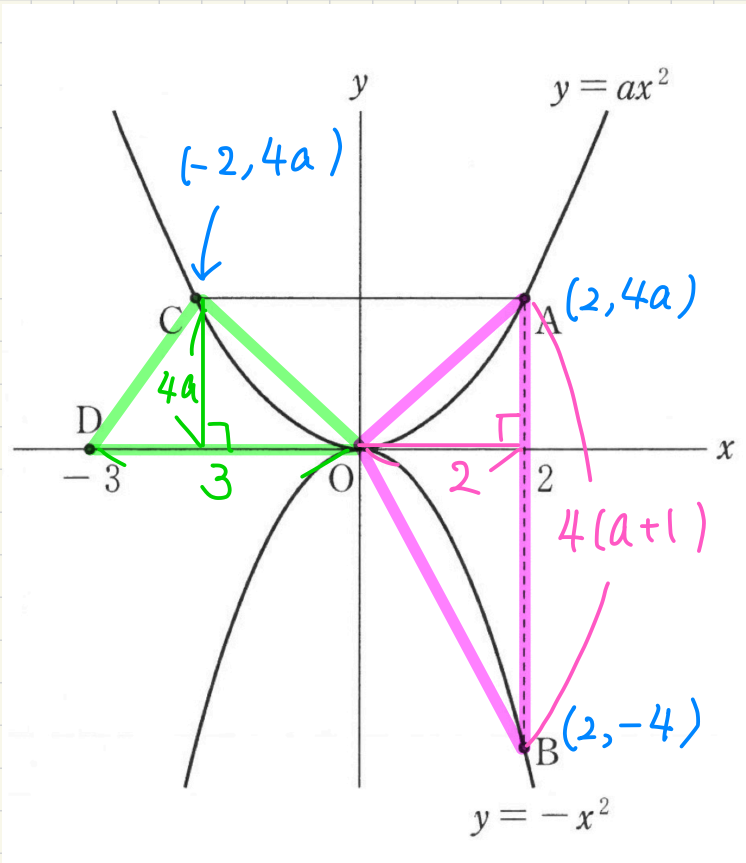
よって，

・$y=ax^2$ の a の値を大きくしたとき，直線ADの傾きは，大きくなる ア

・$y=ax^2$ の a の値を大きくしたとき，線分ACの長さは変わらない ウ

↳ $AC=2-(-2)=4$ で一定

(3)



点Aは $y=ax^2$ 上にあり

$x=2$ だから

$y=a\times2^2$

$=4a$ $\therefore A(2,4a)$

点Bは，$y=-x^2$ 上にあり

$x=2$ だから

$y=-(-2)^2$

$=-4$

$\therefore B(2,-4)$

点Cは点Aとy軸について対称だから
$C(-2, 4a)$

点Dは問題文より $(-3, 0)$

以上より

$$AB = 4a - (-4)$$
$$= 4a + 4$$
$$= 4(a+1)$$

$$OD = 0 - (-3)$$
$$= 3$$

よって

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4(a+1) \times 2$$
$$= 4(a+1)$$

$$\triangle OCD = \frac{1}{2} \times 3 \times 4a$$
$$= 6a$$

$\triangle OAB = \triangle OCD$ より

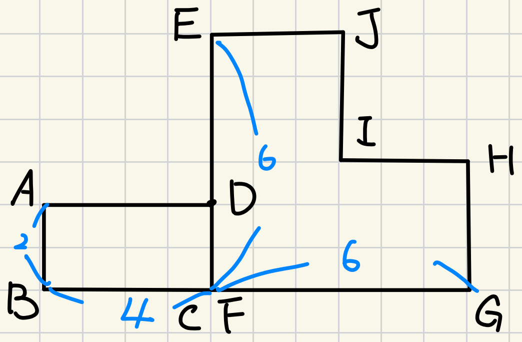
$$4(a+1) = 6a$$
$$4a - 6a = -4$$
$$-2a = -4$$
$$\therefore a = 2$$

$a > 0$ より $a = 2$ は問題に適している

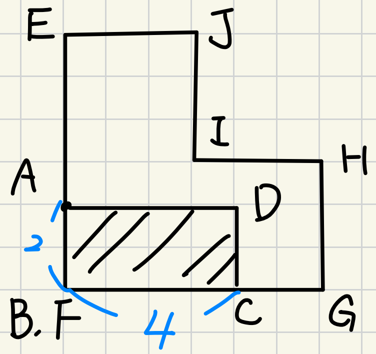
2.

(1)

① $x=4$ のとき、図形は以下の通り

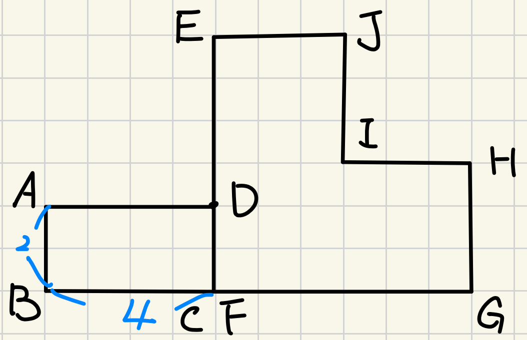


$\Rightarrow$

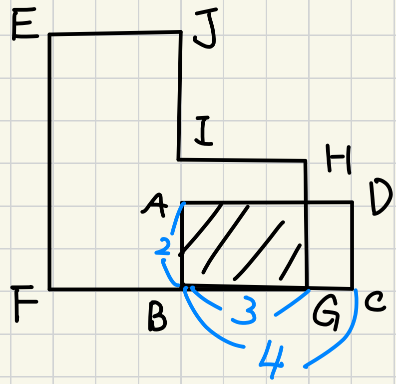


よって、$y=2\times4=8$

② $x=7$ のとき、図形は以下の通り



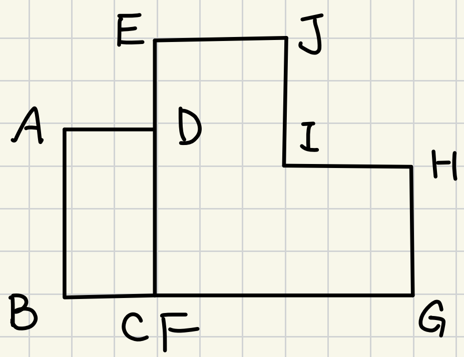
$\Rightarrow$



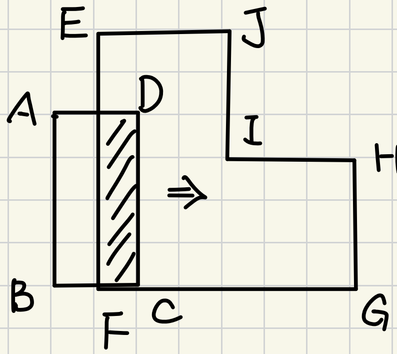
よって、$y=2\times3=6$

(2)

$a=4$, $b=2$ のときの初期配置は以下の通り。

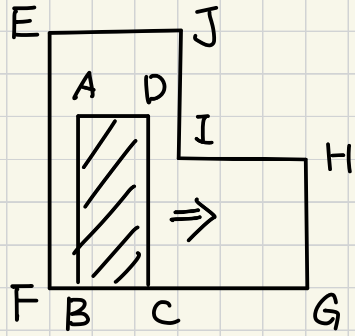


(i) $0 \leqq x \leqq 2$ のとき



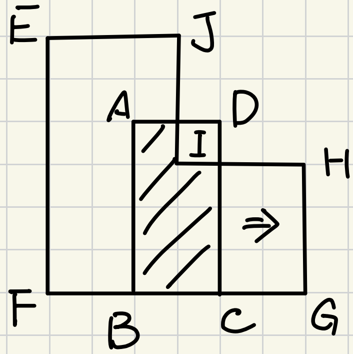
yは一定の割合で増加

(ii) $2 \leqq x \leqq 3$ のとき



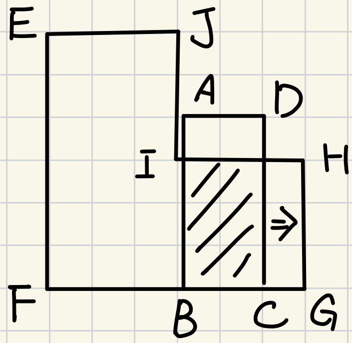
yは一定の値

(iii) $3 \leqq x \leqq 5$ のとき



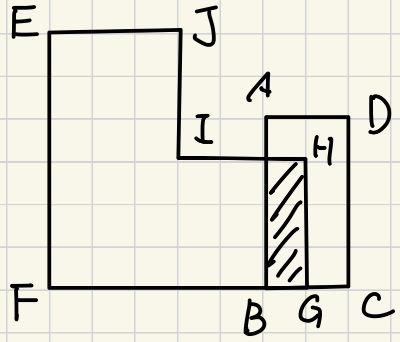
yは一定の割合で減少

(iv) $5 \leqq x \leqq 6$ のとき

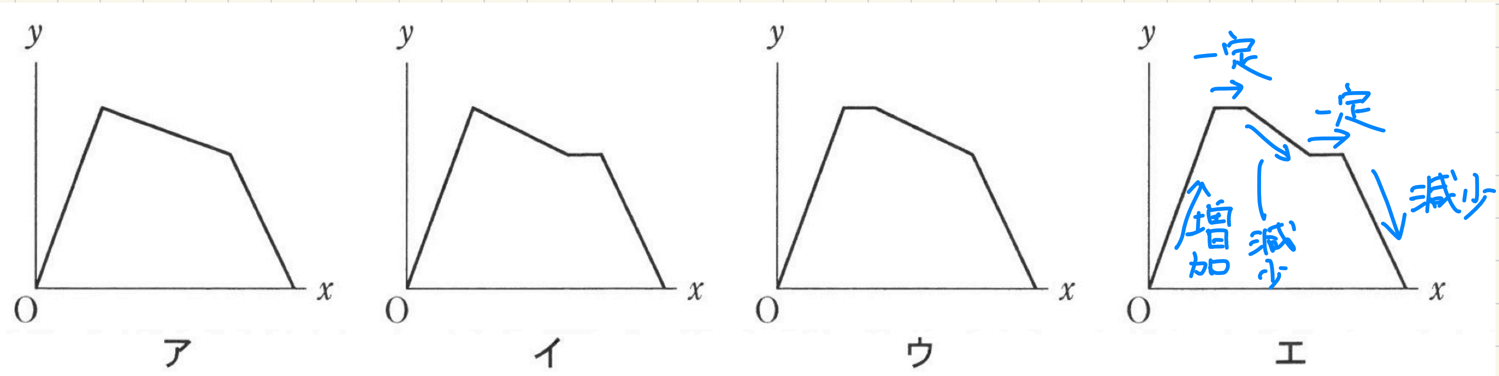


yは一定の値

(v) $6 \leqq x \leqq 8$ のとき



yは一定の割合で減少



よって、答えは エ

(3)

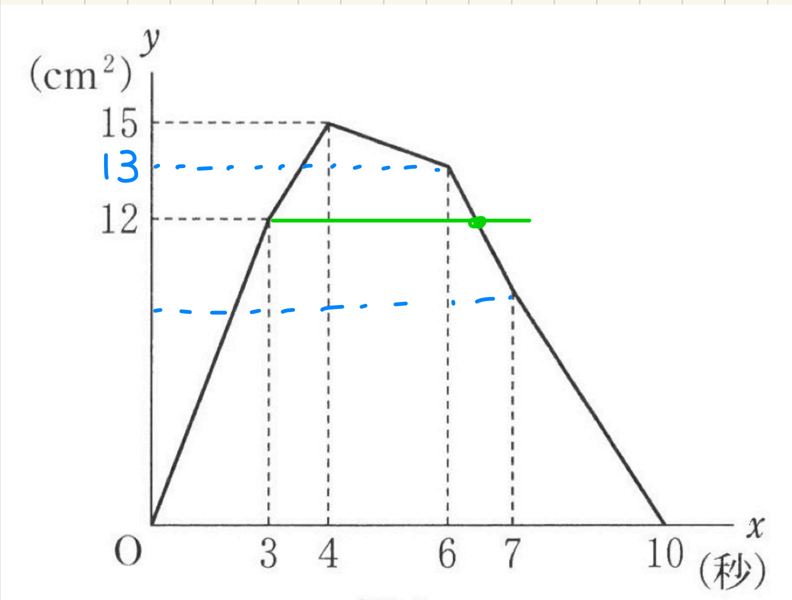
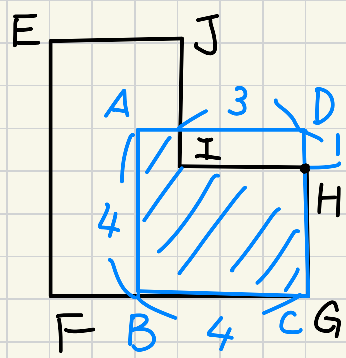


図 3

グラフより、3秒後の面積と同じになるのは、$6 \leqq x \leqq 7$ のときである。

• $x = 6$ のとき

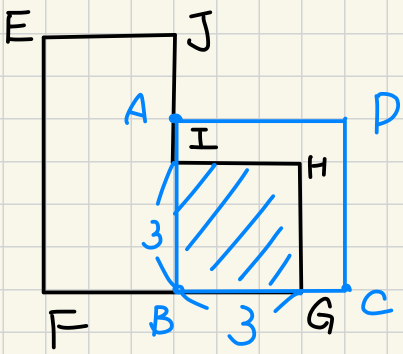


$y = 4 \times 4 - 3 \times 1$

$= 16 - 3$

$= 13$

・$x=7$ のとき



$y=3\times3$
$=9$

よって、$6\leqq x\leqq7$ のときのグラフの式を $y=ax+b$ とおくと、$(6,13)$, $(7,9)$ を通るから

$$\begin{array}{rl} 13=6a+b & \text{——} ① \\ -)\ 9=7a+b & \text{——} ② \\ \hline 4=-a & \therefore\ a=-4 \end{array}$$

$a=-4$ を①に代入して

$13=6\times(-4)+b \quad \Rightarrow b=37$

よって、$y=-4x+37$ に $y=12$ を代入して

$12=-4x+37$

$4x=25$

$x=\dfrac{25}{4}$ …… $\dfrac{25}{4}=6.25$

$6\leqq x\leqq7$ より $x=\dfrac{25}{4}$ は問題に適している。

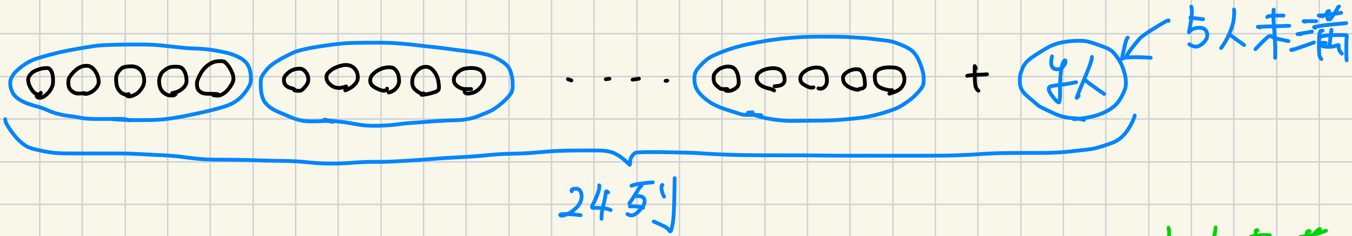
よって $\dfrac{25}{4}$ 秒後

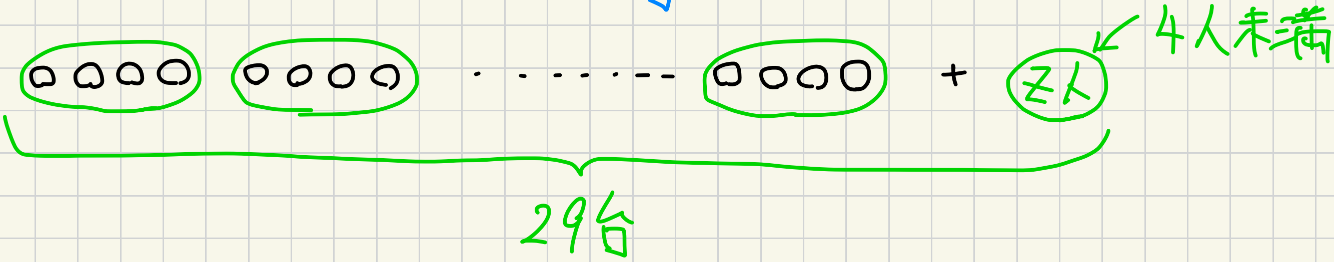
$\boxed{6}$

1. $92 \div 5 = 18 \cdots 2$

より生徒が5人ずつ18列に座り、残りの2人がもう1列に座るので、必要な座席数は19列

2. B中学校の生徒の数をx人、新幹線で5人未満の列に座る生徒数をy人、タクシーで4人未満の車に乗る生徒数をz人とする。





このとき、新幹線は5人ずつ23列に座り、残りy人がもう1列に座るから

$$x = 5 \times 23 + y$$
$$= 115 + y \quad \text{——} ①$$

また、タクシーは4人ずつ28台に乗り、残りz人がもう1台に乗るから

$$x = 4 \times 28 + z$$
$$= 116 + z \quad \text{——} ②$$

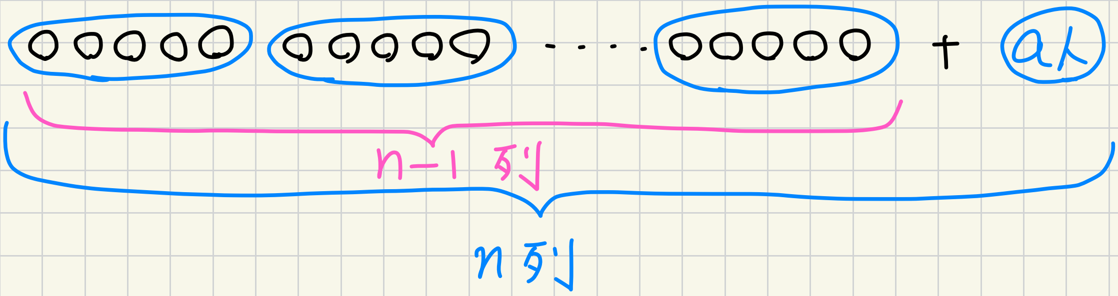
よって、

$$\begin{cases} x = 115 + y & \text{——} ① \\ x = 116 + z & \text{——} ② \end{cases}$$

ここで、$0 \leqq y < 5$, $0 \leqq z < 4$ であるから、
①、②を同時に満たすのは $y=1$, $z=0$ である
⇒ ①より $x = 115 + 1 = 116$, ②より $x = 116 + 0 = 116$
よって、生徒数は 116人

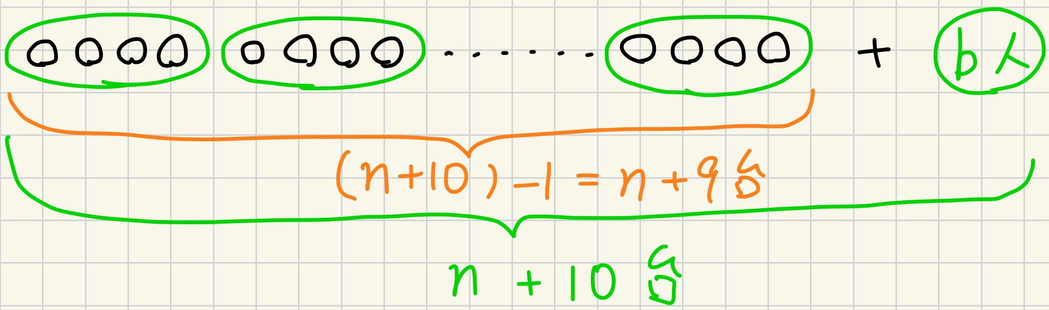
3.

①



図より生徒の数は $5(n-1)+a$

②



図より、生徒の数は $4(n+9)+b$ —— ㋐

①は新幹線から求めた人数、㋐はタクシーから求めた人数で、これらの人数は等しいから

$$5(n-1)+a = 4(n+9)+b$$

これを整理して

$$5n - 5 + a = 4n + 36 + b$$

$$5n - 4n = 36 + b + 5 - a$$

$$\therefore n = 41 - a + b$$

③ $n=41-a+b$ において、$a=1,2,3,4,5$ のいずれか、$b=1,2,3,4$ のいずれかである。
$n=41-a+b$ を最も小さくするには、$a=5$, $b=1$ であれば良い。よって、

$$n=41-5+1$$
$$=37$$

n は新幹線の列数だから、求める生徒の人数は

$$37\times5=185 \text{人}$$