# 2024年度　東京都
# 数学

km km

$\boxed{1}$

問1　与式 $= -36 \times \frac{1}{9} - 4$

$= -4 - 4$

$= -8$

問2　与式 $= \frac{3(2a+b)-(5a+b)}{3}$

$= \frac{6a+3b-5a-b}{3}$

$= \frac{a+2b}{3}$

問3　与式 $= \sqrt{7}^2 + 6\sqrt{7} - \sqrt{7} - 6$

$= 7 + 5\sqrt{7} - 6$

$= 1 + 5\sqrt{7}$

問4　式を整理して．

$3x = 12$

$\therefore x = 4$

問5
$$\begin{cases} 5x + 7y = 9 & \text{——①} \\ 3x + 4y = 6 & \text{——②} \end{cases}$$

①×3 − ②×5 より

$$\begin{array}{rr} & 15x + 21y = 27 \\ -) & 15x + 20y = 30 \\ \hline & y = -3 \end{array}$$

$y=-3$ を ② に代入して

$$3x-12=6$$
$$3x=18$$
$$\therefore x=6$$

よって $x=6,\ y=-3$

問6. 式を整理して

$$x^2-16x+64=1$$
$$\Leftrightarrow x^2-16x+63=0$$
$$\Leftrightarrow (x-7)(x-9)=0$$
$$\therefore x=7,\ 9$$

(別解)

$$(x-8)^2=1$$
$$\Leftrightarrow x-8=\pm 1$$
$$\therefore x=8\pm 1$$
$$=7,\ 9$$

問7.

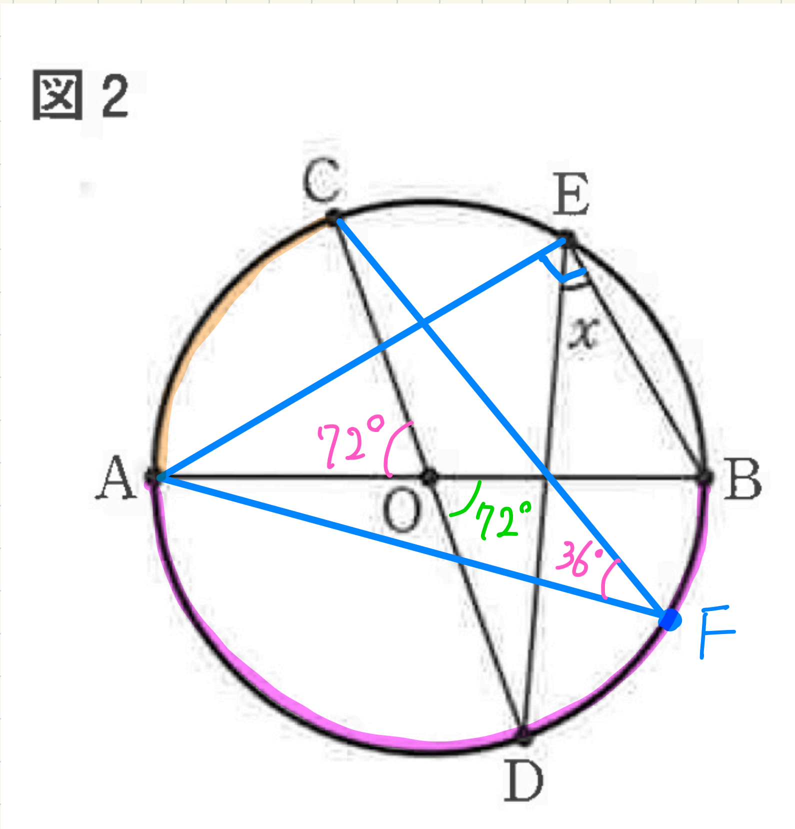
ア : C組の最大値は30m未満なので誤り

イ : B組の最大値が他の組より大きいので、最も遠くまで投げた生徒はB組にいる。よって誤り

ウ : 箱ひげ図から具体的なデータの値は読み取れないので誤り

エ ： 箱ひげ図より四分位範囲が最も小さいのは
B組なので正しい

問8




左図のように $\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角となるように F をとる。

$\angle AEB$ は直径に対する円周角だから、

$$\angle AEB = 90^\circ$$

$\overset{\frown}{AC} = \frac{2}{5}\overset{\frown}{AB}$ より

$$\underbrace{\angle AFC}_{\overset{\frown}{AC}\text{の円周角}} = \frac{2}{5}\underbrace{\angle AEB}_{\overset{\frown}{AB}\text{の円周角}}$$

よって、

$$\angle AFC = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$$

$\angle AOC$ は $\overset{\frown}{AC}$ に対する中心角だから

$$\angle AOC = 2\angle AFC = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$$

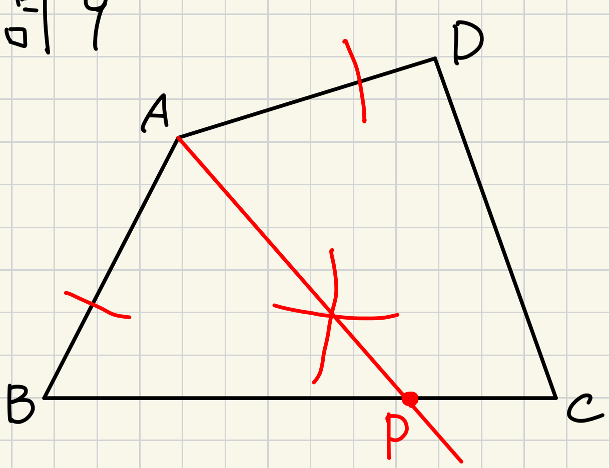
対頂角は等しいから、$\angle AOC = \angle DOB$ よって、

$$\angle DOB = 72^\circ$$

$\overset{\frown}{BD}$に対して、∠DOBは中心角、∠DEBは円周角だから、

$$\angle DEB = \frac{1}{2}\angle DOB$$
$$= \frac{1}{2} \times 72°$$
$$= 36°$$

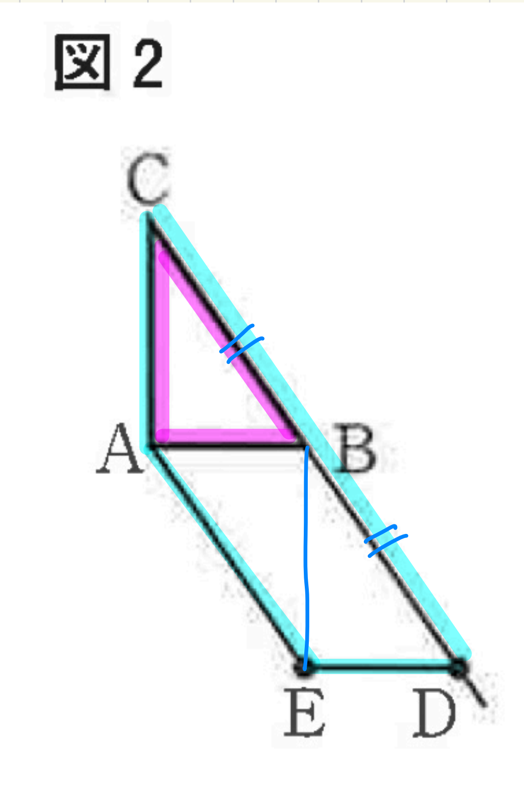
問9




∠BADの二等分線とBCの交点がP

$\boxed{2}$

問1




△ABC、△ABE、△BEDは底辺をそれぞれBC、AE、BDとしたとき、高さが等しい
BC = AE = BDであるから
△ABC = △ABE = △BED
よって
□AEDC = 3 × △ABC
なので、3倍

# 問2.

図3

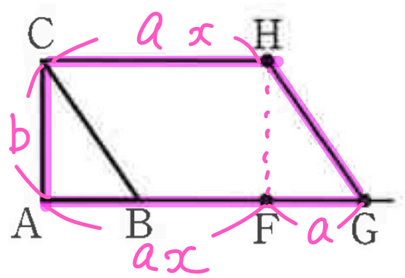
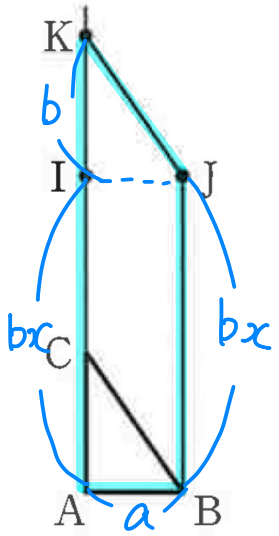



図4




□AGHCは上底が$ax$ cm，
下底が$(ax+a)$ cm，高さが$b$ cm
の台形だから，□AGHCの面積は，

$$\frac{\{ax+(ax+a)\}\times b}{2}$$

$$=\frac{(2ax+a)\times b}{2}$$

$$=\frac{2abx+ab}{2}$$

$$=\frac{1}{2}ab(2x+1) \quad —— ①$$

□ABJKは，上底が$bx$ cm，下底が$(bx+b)$ cm，
高さが$a$ cmの台形だから，□ABJKの面積は，

$$\frac{\{bx+(bx+b)\}\times a}{2} = \frac{(2bx+b)\times a}{2}$$

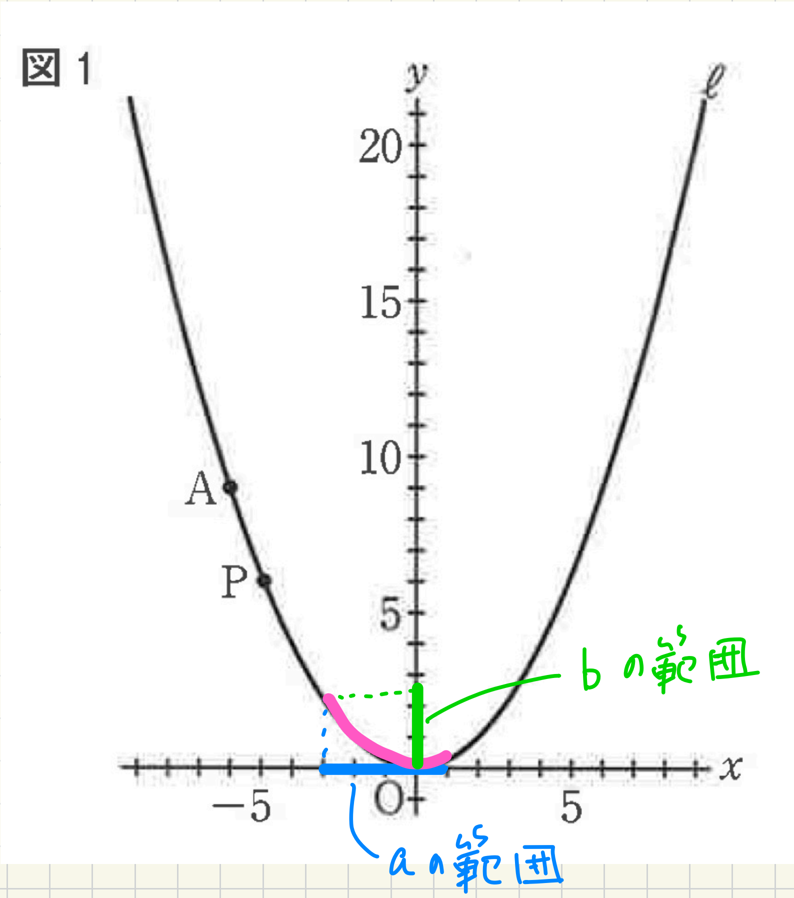
$$=\frac{2abx+ab}{2}$$

$$=\frac{1}{2}ab(x+1) \quad —— ②$$

①，②より□AGHCと□ABJKの面積は等しい。

# 3

## 問1




グラフより. $x = -3$ のとき

$$y = \frac{1}{4} \times (-3)^2$$
$$= \frac{9}{4}$$

よって, b のとる値の範囲は.

$$\underbrace{0}_{エ} \leqq b \leqq \underbrace{\frac{9}{4}}_{ク}$$

## 問2.

点Pは $y = \frac{1}{4}x^2$ 上にあり. $x = 2$ なので.

$$y = \frac{1}{4} \times 2^2$$
$$= 1 \qquad \therefore P(2, 1)$$

点Qは点Pと$x$座標が同じで. $y$座標が4大きいので. $Q(2, 5)$

点Aは. $y = \frac{1}{4}x^2$ 上にあり. $x = -6$ なので.

$$y = \frac{1}{4} \times (-6)^2 = 9 \qquad \therefore A(-6, 9)$$

直線AQの式を $y = mx + n$ とすると、$A(-6, 9)$、$Q(2, 5)$ を通るので、

$$\begin{array}{rrcl} & 9 & = & -6a + b \quad \text{——} \ ① \\ -) & 5 & = & 2a + b \quad \text{——} \ ② \\ \hline & 4 & = & -8a \end{array}$$

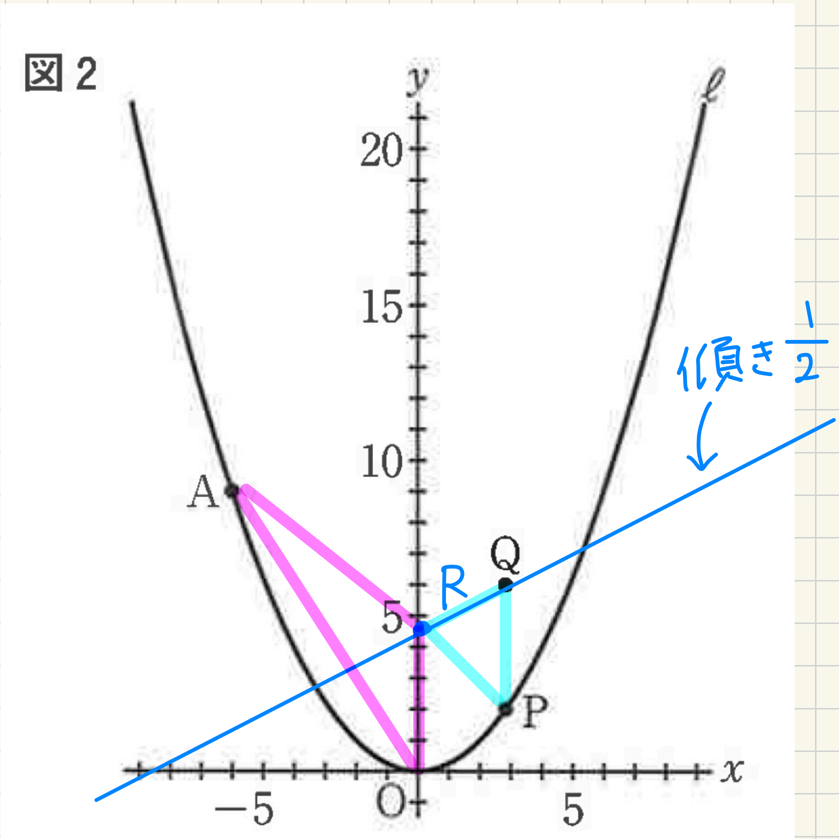
$$a = -\frac{1}{2}$$

$a = -\frac{1}{2}$ を ② に代入して

$$5 = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + b \quad \Rightarrow b = 6$$

よって、$y = \underbrace{-\frac{1}{2}}_{ウ}x + \underbrace{6}_{ア}$

問3




点Pの $x$ 座標を $s$ とする

点Pは $y = \frac{1}{4}x^2$ 上にあり $x = s$ だから

$$y = \frac{1}{4}s^2$$

よって

$$P\left(s, \frac{1}{4}s^2\right)$$

点Qは点Pのx座標と同じで, y座標は4大きいから.

$$\underbrace{Q\left(s,\ \frac{1}{4}s^2+4\right)}$$

点Qを通り傾きが$\frac{1}{2}$の直線を. $y=\frac{1}{2}x+n$
とおくと, $Q\left(s,\ \frac{1}{4}s^2+4\right)$を通るから.

$$\frac{1}{4}s^2+4=\frac{1}{2}s+n$$

$$\therefore n=\frac{1}{4}s^2-\frac{1}{2}s+4$$

$n$は切片だから. $R\left(0,\ \frac{1}{4}s^2-\frac{1}{2}s+4\right)$.

$\triangle AOR$の面積は.

$$\frac{1}{2}\times\underbrace{\left(\frac{1}{4}s^2-\frac{1}{2}s+4\right)}_{OR}\times\underbrace{6}_{高さ}$$

$$=\underline{\frac{3}{4}s^2-\frac{3}{2}s+12}$$

また,

$$QP=\frac{1}{4}s^2+4-\frac{1}{4}s^2$$

$$=4$$

より. $\triangle PQR$の面積は

$$\frac{1}{2}\times\underbrace{4}_{QP}\times\underbrace{s}_{高さ}=\underline{2s}$$

$\triangle AOR = 3 \times \triangle PQR$ より

$$\frac{3}{4}s^2 - \frac{3}{2}s + 12 = 3 \times 2s$$

式を整理して

$$3s^2 - 6s + 48 = 24s$$

$$\Leftrightarrow 3s^2 - 30s + 48 = 0$$

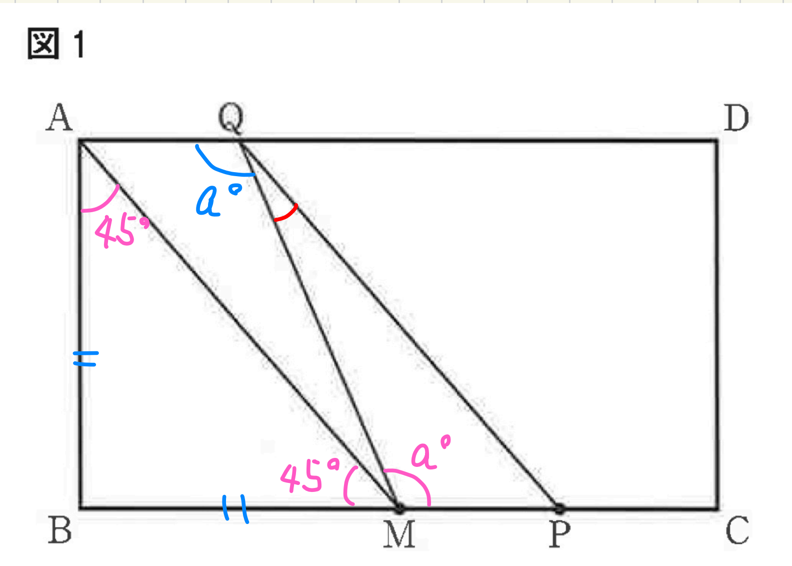
$$\Leftrightarrow s^2 - 10s + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow (s-2)(s-8) = 0$$

$$\therefore s = 2, 8$$

$s > 3$ より $s = 8$　よって、点Pの$x$座標は 8

$\boxed{4}$ 問1




$\triangle ABM$ は、$AB = BM$ の直角二等辺三角形だから

$$\angle BAM = \angle BMA = 45°$$

また、$AM // PQ$ より錯角が等しいので

$\angle AQM = \angle PMQ$　$\therefore \angle PMQ = a°$

直線は180°だから

$$\angle AMQ = 180° - (45° + a°)$$
$$= 135° - a°$$

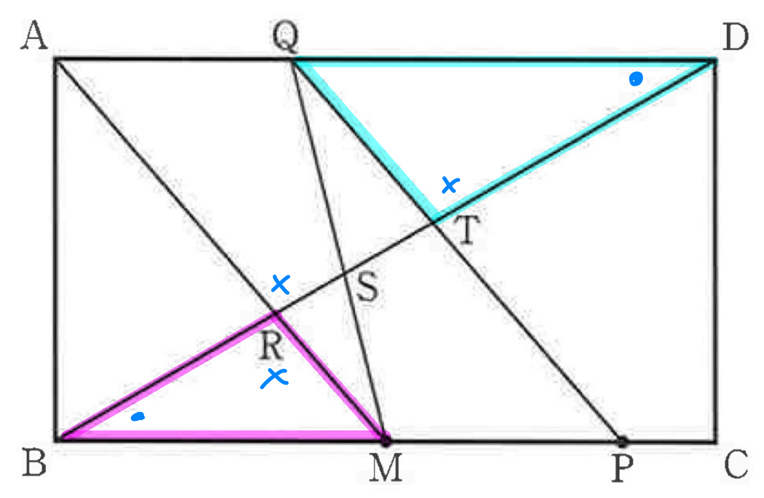
$AM // PQ$ より錯角が等しいので

$\angle AMQ = \angle MQP$　$\therefore \angle MQP = 135° - a°$ イ

問2

①

図2




△BMR と△DQT において、
BM // QD より錯角は等しいから
∠MBR = ∠QDT ―①

対頂角は等しいから
∠BRM = ∠DRA ―②

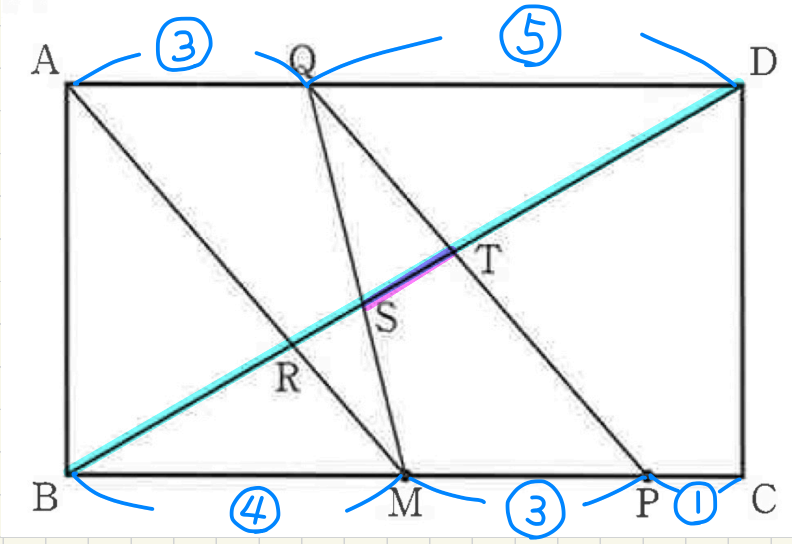
AM // QP より同位角が等しいから
∠DRA = ∠DTQ ―③

②, ③ より
∠BRM = ∠DTQ ―④

①, ④ より 2組の角がそれぞれ等しいから
△BMR ∽ △DQT (証明終わり)

② 難問

図2



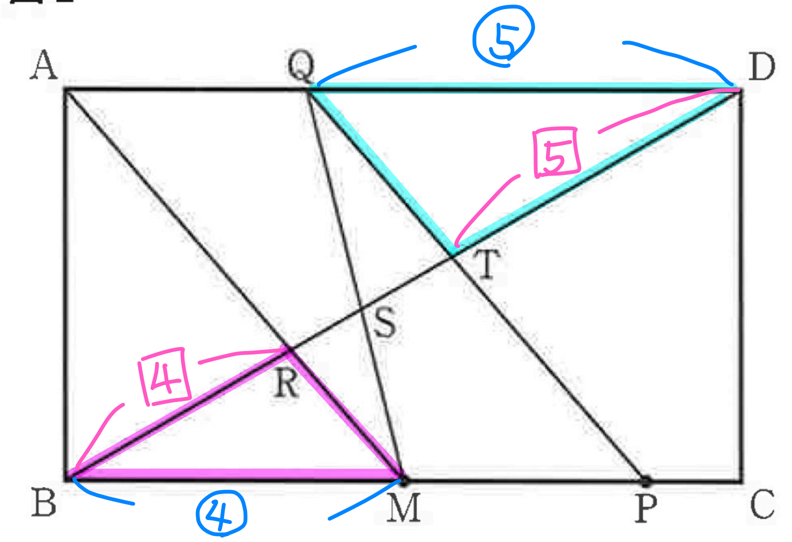

PC = ①, MP = ③ と書く。

M は BC の中点だから
BM = MC
∴ BM = ④

□AMPQ は平行四辺形だから、AQ = MP
∴ AQ = ③

よって、DQ = ⑧ − ③ = ⑤

図 2



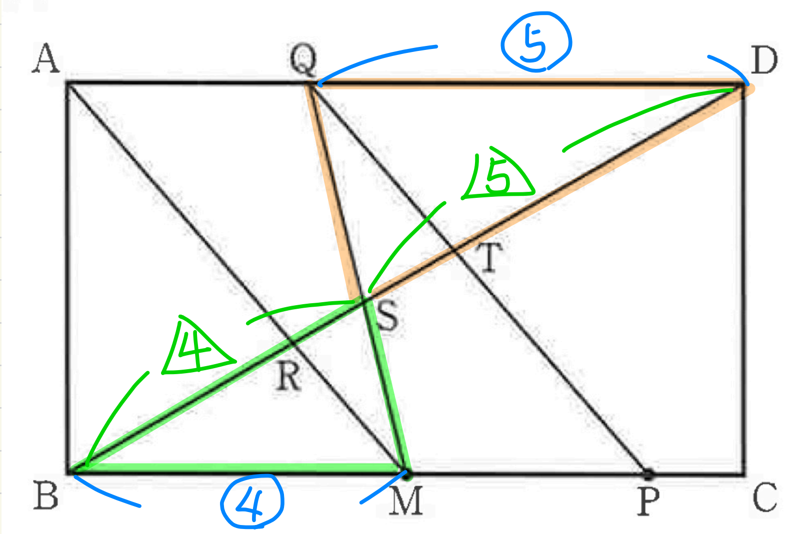

①より△BMR∽△DQT なので.

$BR:DT = BM:DQ$

$= 4 : 5$

⇒ $BR = \boxed{4}$, $DT = \boxed{5}$ と書く

図 2




△SBMと△SDQ において, BM // DQ より錯角が等しいので

∠SBM = ∠SDQ ―㋐

∠SMB = ∠SQD ―㋑

㋐, ㋑より 2組の角がそれぞれ等しいので.

△SBM ∽ △SDQ

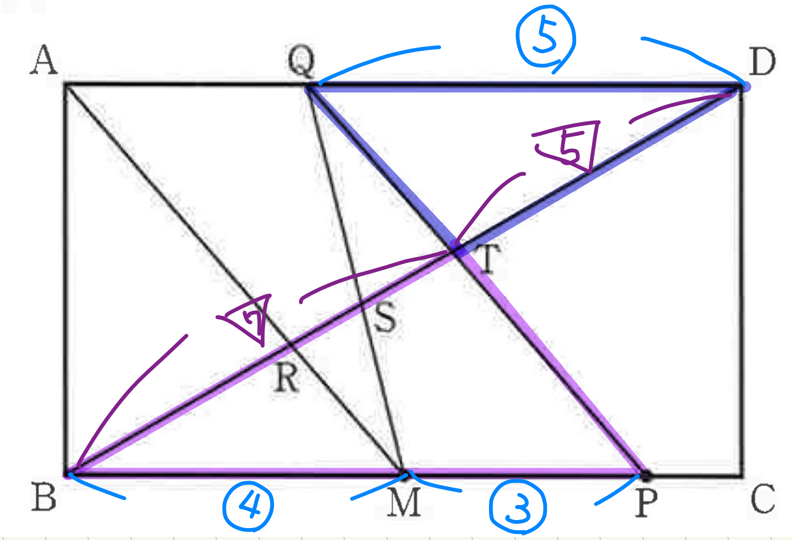
対応する辺の比は等しいから

$BS : SD = BM : DQ$

$= 4 : 5$

⇒ BS = 4, SD = 5 と書く.

図2




△TBPと△TDQにおいて、BP // DQより錯角が等しいので、

∠TBP = ∠TDQ — ㋐

∠TPB = ∠TQD — ㋓

㋐、㋓より2組の角がそれぞれ等しいので、

△TBP ∽ △TDQ

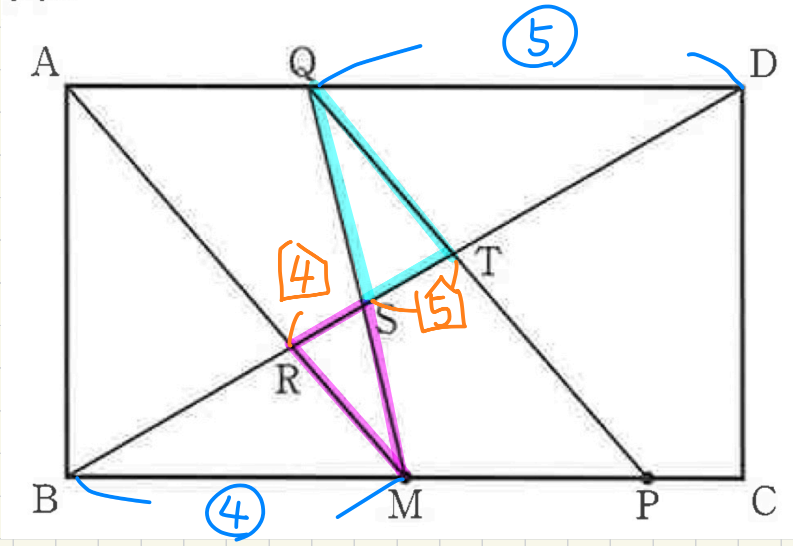
対応する辺の比は等しいから

BT : TD = BP : DQ

= 7 : 5

⇒ BT = 7、TD = 5 と書く。

図2




△SRMと△STQにおいて、RM // TQより錯角が等しいので、

∠SRM = ∠STQ — ㋔

∠SMR = ∠SQT — ㋕

㋔、㋕より2組の角がそれぞれ等しいので

△SRM ∽ △STQ

対応する辺の比は等しいから

SR : ST = RM : TQ

= 4 : 5

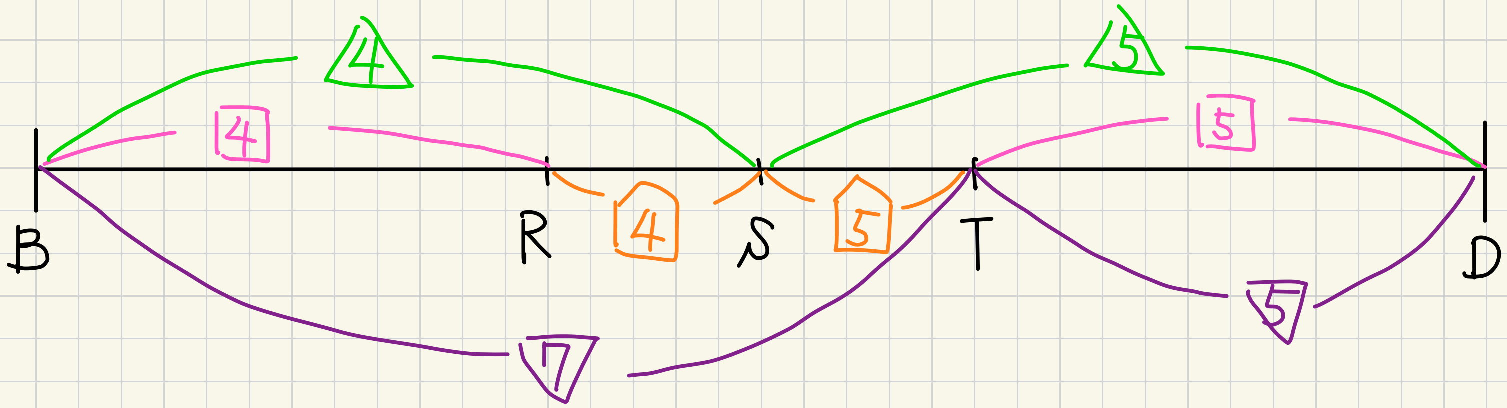
△BMR ∽ △DQTより

MR : QT = BM : DQ

= 4 : 5

⇒ $SR = ⌂4$ , $ST = ⌂5$ と書く.

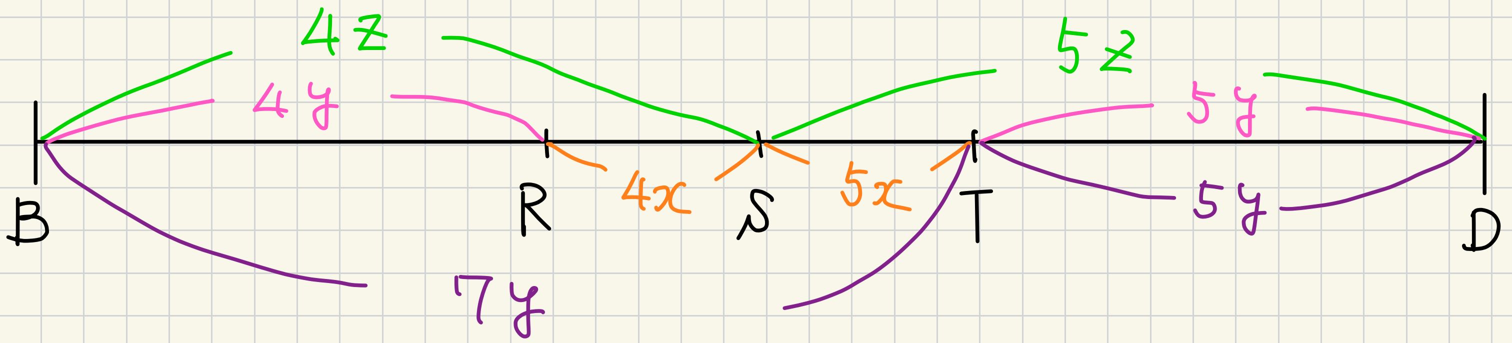
以上より. B, R, S, T, D の位置関係は.
以下のようになる



図より $\boxed{5} = ▽5$ だから $\boxed{1} = ▽1$

比を $x$, $y$, $z$ を用いて表すと.

$⌂1 = x$　　$\boxed{1} = ▽1 = y$ , $△1 = z$ とする



図より

$$4y + 4x + 5x + 5y = 4z + 5z$$

$$\Leftrightarrow\ 9x + 9y = 9z$$

$$\therefore\ x + y = z \quad \text{—— キ}$$

また、

$$4y + 4x + 5x = 7y$$

$$\Leftrightarrow \quad 3y = 9x$$

$$\therefore \quad y = 3x \quad —— \text{ク}$$

クをキに代入して

$$x + 3x = z$$

$$4x = z$$

求める比は、ST : BD なので

$$ST : BD = 5x : 9z$$

$z = 4x$ を代入

$$= 5x : 9 \times 4x$$

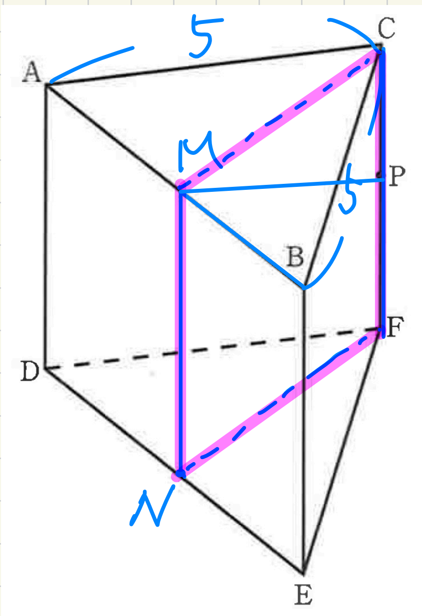
$$= 5x : 36x$$

$x$ で割る

$$= 5 : 36$$

$\boxed{5}$

問1



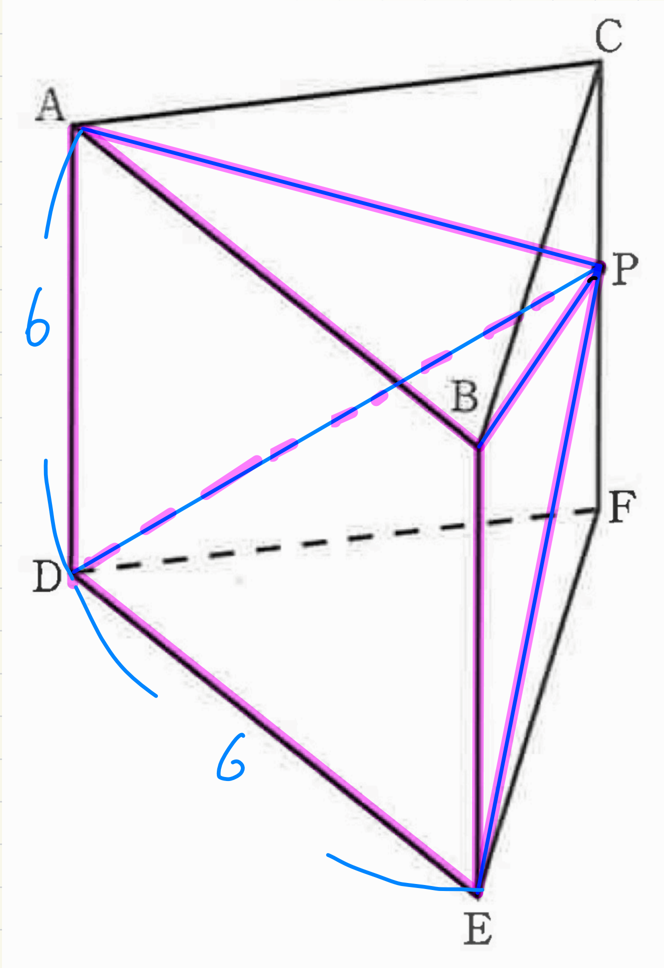

△CABは、AC = BC の二等辺三角形。MはABの中点だから

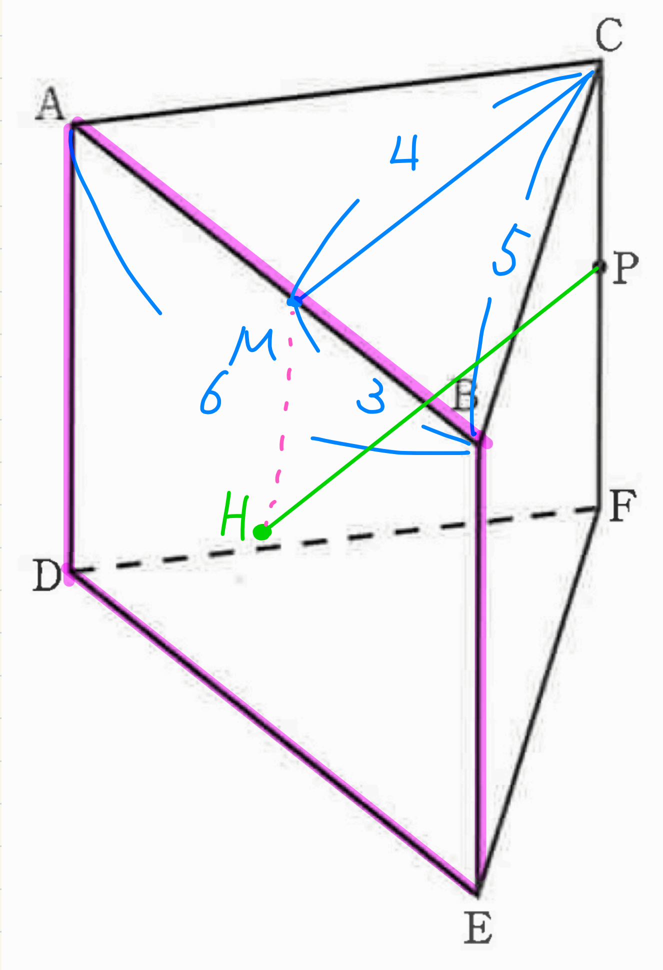
$\angle BMC = 90°$

MからDEに垂線を下ろした足をNとする。平面MNFCを考えると、PはCF上のどの点でも

$\angle BMP = 90°$

# 問2




△CMBで三平方の定理より

$CM = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$

$= 4cm$

点Pから平面ADEBに垂線を下ろした足をHとすると、CM = PH より、PH = 4cm

よって、求める体積は、

$6 \times 6 \times 4 \times \frac{1}{3} = 48cm^3$