2024年度　京都府
数学

km km

1.

(1) 与式 $= 6 - 2 \times (-25)$

$= 6 + 50$

$= 56$

(2) 与式 $= 4x + 2y - 2x + \frac{1}{2}y$

$= 2x + \frac{5}{2}y$

(3) 与式 $= 4\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

$= -\sqrt{2}$

※ $\frac{16}{\sqrt{2}} = \frac{16}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{16\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}$

(4) $(x-y)^2 - 10(x-y) + 25$ について.

$A = (x-y)$ とおくと.

$A^2 - 10A + 25 = (A-5)^2$

$A = (x-y)$ だから

$(A-5)^2 = (x-y-5)^2$

$x = 7, y = -6$ を代入して

$(x-y-5)^2 = \{7-(-6)-5\}^2$

$= (7+6-5)^2$

$= 8^2$

$= 64$

(5) $8x^2 = 22x$

$\Leftrightarrow 8x^2 - 22x = 0$

$\Leftrightarrow 2x(4x-11) = 0$

$\Leftrightarrow x(4x-11) = 0$

$\therefore x = 0, \frac{11}{4}$

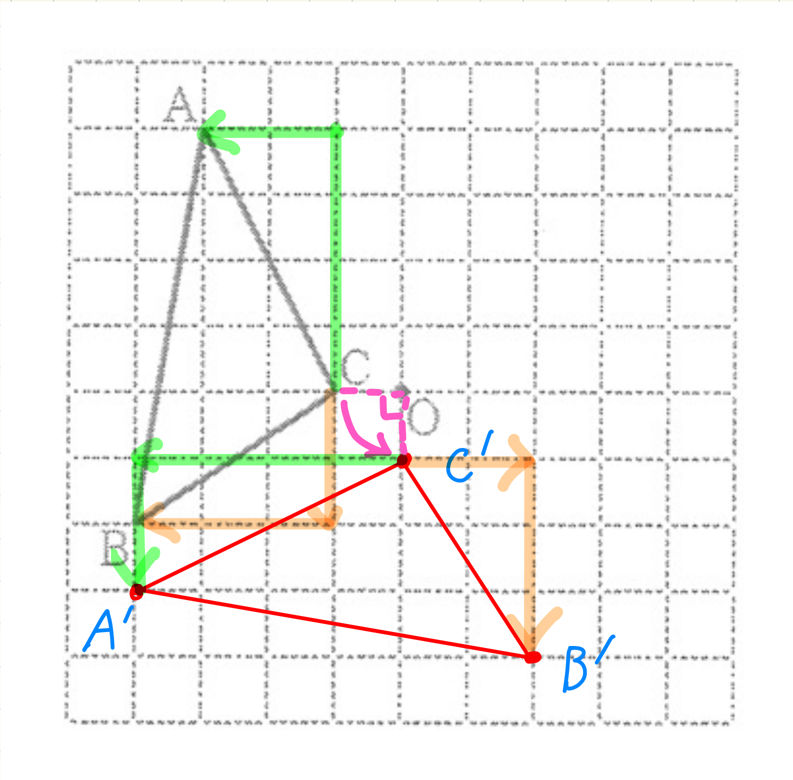
(6) y は x^2 に比例するので、$y = ax^2$ とおくと、

$x = 3$, $y = -54$ だから

$$-54 = a \times 3^2$$
$$= 9a$$
$$\therefore a = -6$$

よって、$y = -6x^2$

(7)



270°を時計回りに回転

270° = 360° − 90°

だから

反時計回りに90°

回転させれば良い!

①CをOを中心として
反時計回りに90°回転。

②Cを基準にA, Bの点
を決める。

(8) 赤2個を赤1, 赤2、白2個を白1, 白2とする。
樹形図は以下の通り

赤1 ― 赤2 ×
赤1 ― 白1 ○
赤1 ― 白2 ○
赤1 ― 黒 ○

赤2 ― 赤1 ×
赤2 ― 白1 ○
赤2 ― 白2 ○
赤2 ― 黒 ○

白1 ― 赤1 ○
白1 ― 赤2 ○
白1 ― 白2 ×
白1 ― 黒 ○

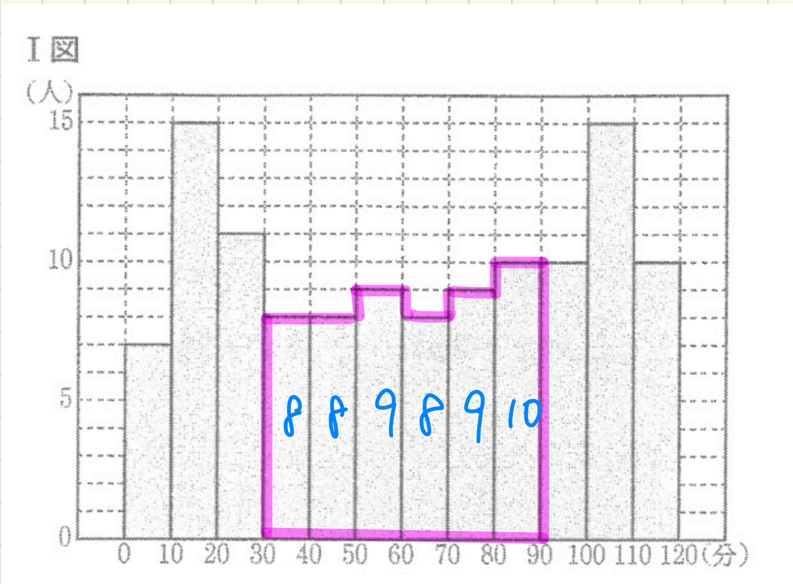
- 白2
  - 赤1 ○
  - 赤2 ○
  - 白1 ×
  - 黒 ○
- 黒
  - 赤1 ○
  - 赤2 ○
  - 白1 ○
  - 白2 ○

玉の取り出し方は20通り。そのうち異なる色の取り出し方は16通り。よって求める確率は

$$\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

2.

(1)



30分以上90分未満の生徒は

$8+8+9+8+9+10$

$=52$人

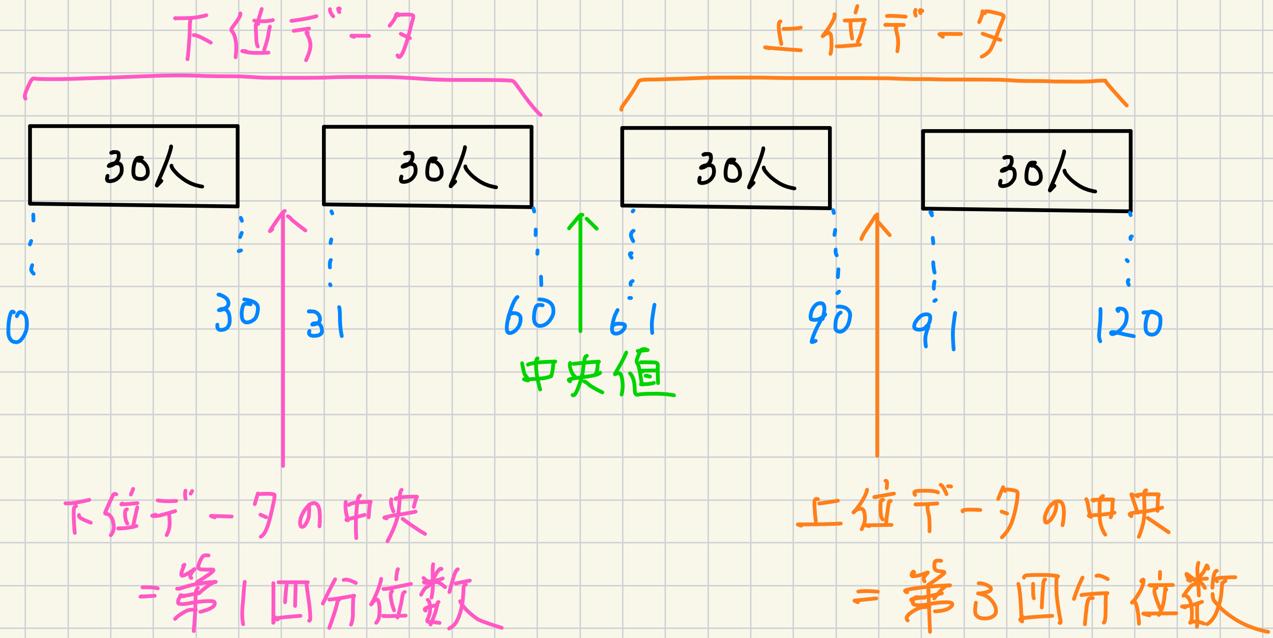
また、箱ひげ図を考えるために、最小値、第1四分位数、中央値、第3四分位数、最大値を求める。

最小値：0 〜 10分

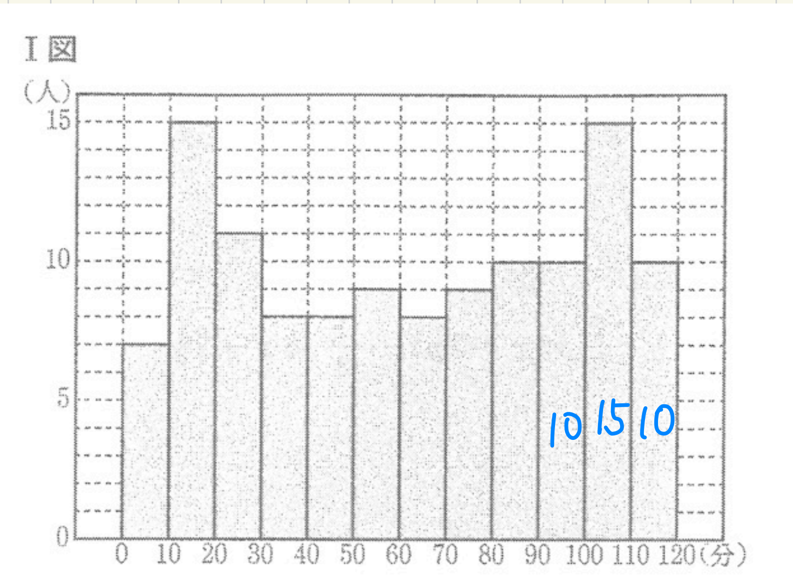
最大値：110 〜 120分

⇒ 該当する箱ひげ図は(ア)、(エ)

(ア)と(エ)で異なっているのは、第3四分位数なので、
エ図より第3四分位数を求める。
120人のデータを小さい順に並べると



上図より、第3四分位数は、90番目と91番目の生徒の階級である。



110〜120分 … 10人
⇒データを小さい順に並べたとき、111〜120番目 (10人)

100〜110分 … 15人
データを小さい順に並べたとき、96〜110番目 (15人)

90〜100分 … 10人。データを小さい順に並べたとき、
86〜95番目 (10人)

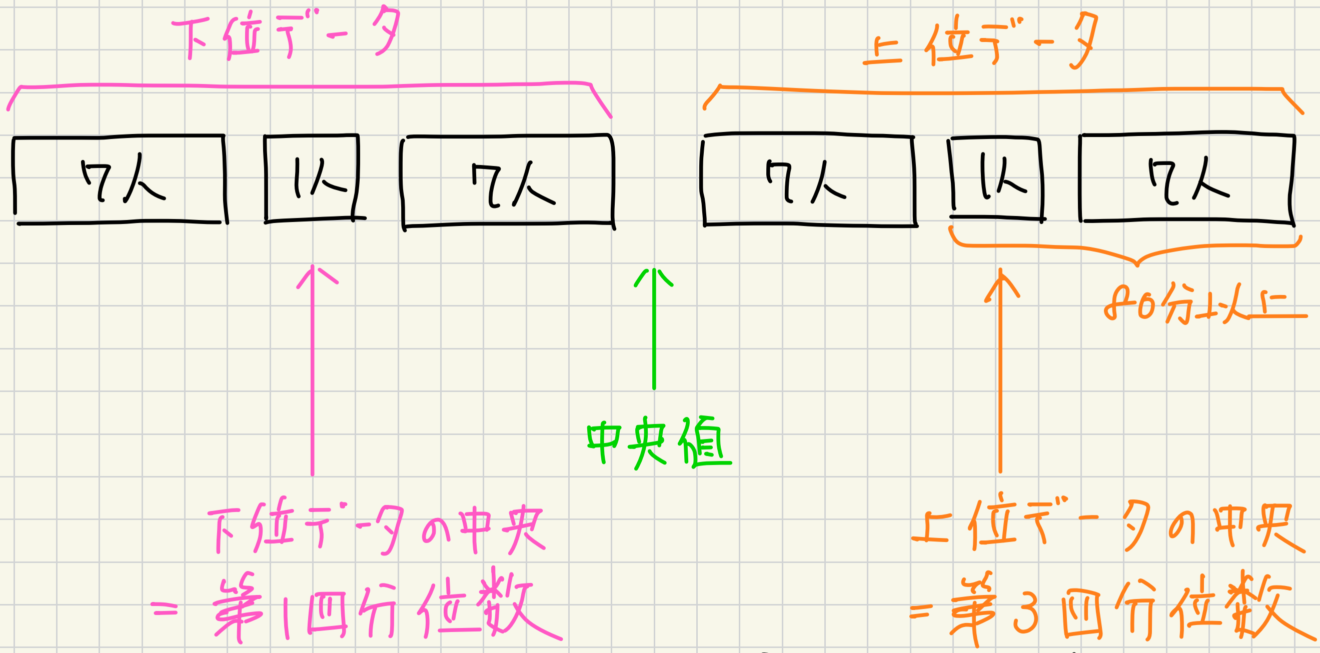
∴ 90番目と91番目は90〜100分の階級にいる。

よって、(ア)、(エ)のうち、第3四分位数が90〜100分である箱ひげ図は(ア)である。

(2)

(ア) 箱ひげ図より60～70分の生徒数が具体的に分からないので、誤り

(イ) 30人のデータを小さい順に並べると、



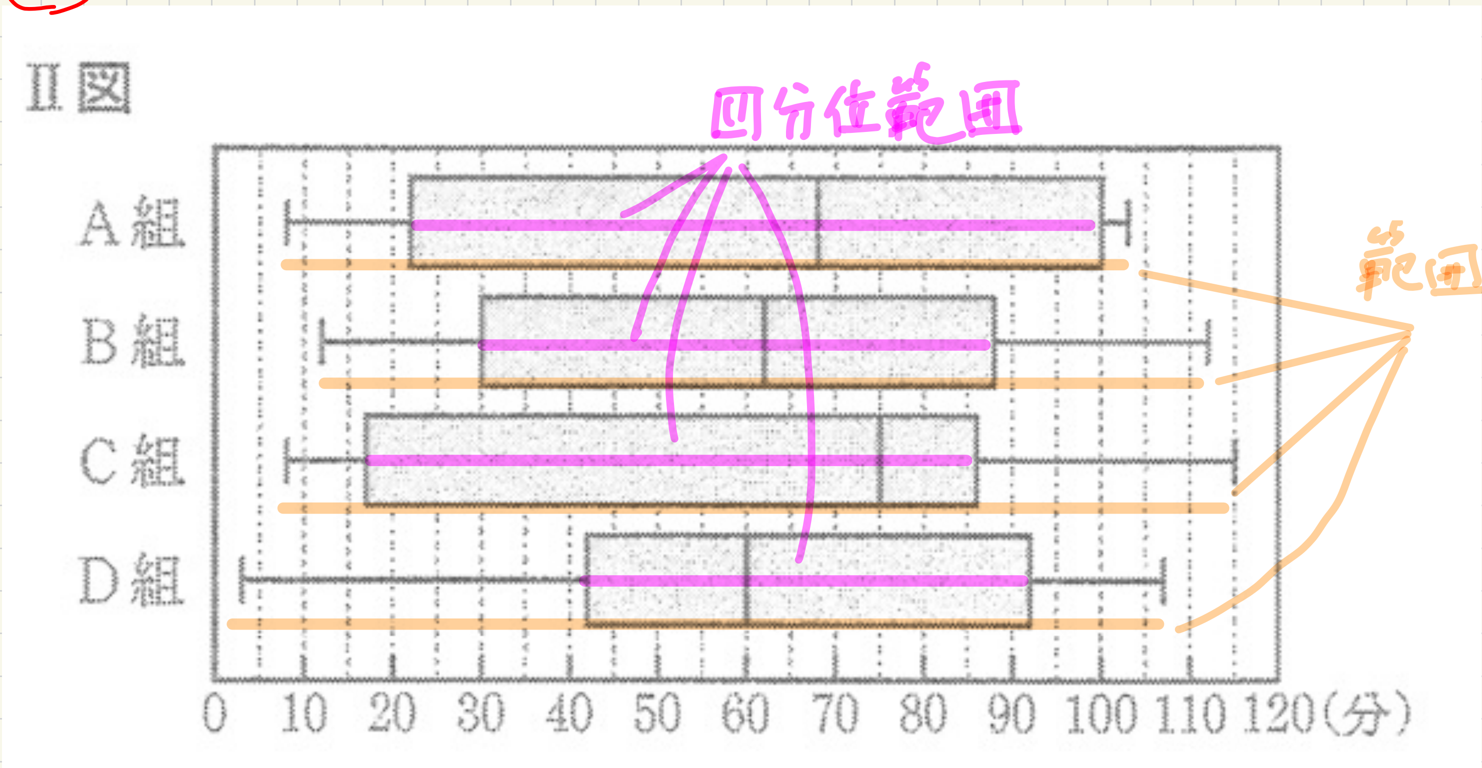
箱ひげ図より、B組の第3四分位数は80分以上であるから、第3四分位数以上の生徒は全員80分以上である。少なくとも8人はいるので、80分以上の生徒は8人以上いる。よって正しい。

(ウ) 箱ひげ図より、ひげの部分の具体的な人数は分からないので、誤り

(参考) 最大値は115分なので、1人以上いることは分かるが、1人だけか否かは分からない。

(エ) 箱ひげ図より、箱とひげの部分の具体的な人数は分からないので、誤り

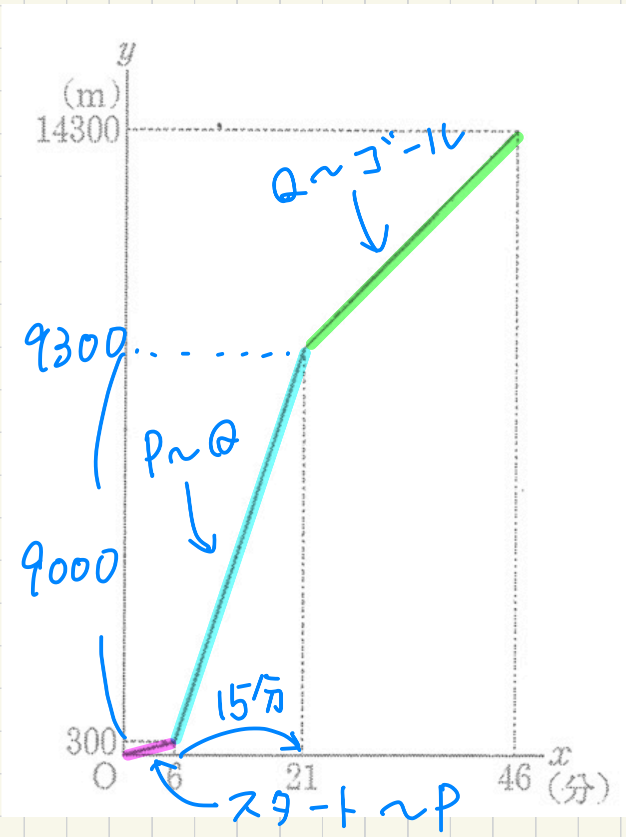
(オ)



箱ひげ図より 四分位範囲が最も大きいのは、A組であり、範囲が最も小さいのも A組である。
よって正しい

以上より答えは、(イ)、(オ)

3.
(1)



グラフから、P〜Q にかかった時間は15分で、分速600mで進んだので、

$600 \times 15 = 9000$ m

⇒よってグラフは (21, 9300) を通る。

$21 \leqq x \leqq 46$ のときのグラフの式を $y=ax+b$ とおくと、$(21, 9300)$, $(46, 14300)$ を通るから

$$\begin{array}{rl} 9300 = 21a + b & \text{——} \ ① \\ -)\ 14300 = 46a + b & \text{——} \ ② \\ \hline -5000 = -25a & \\ a = 200 & \end{array}$$

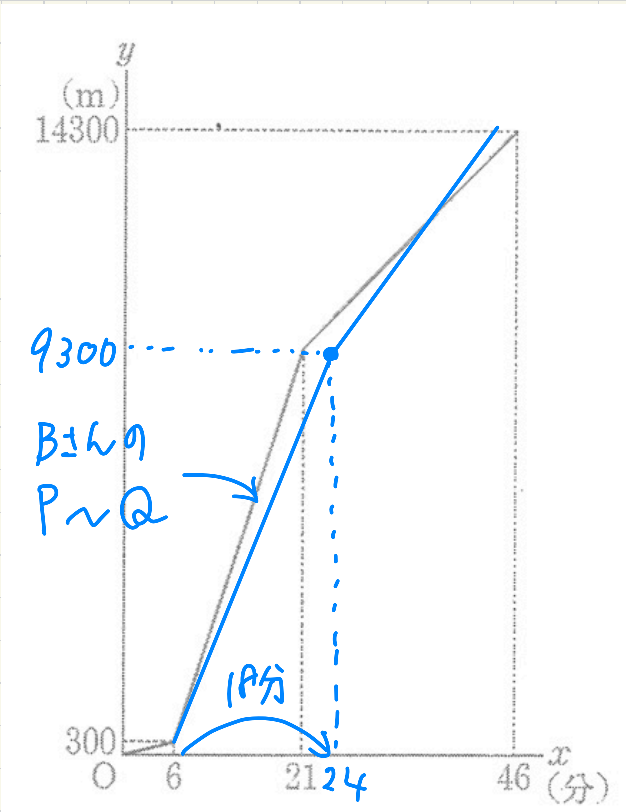
$a=200$ を ① に代入して

$$9300 = 21 \times 200 + b$$
$$\therefore b = 9300 - 4200$$
$$= 5100$$

よって、$y = 200x + 5100$

(2) (1) より P〜Q は 9000m である。Bさんは、毎分 500m で進んだので、かかった時間は

$$9000 \div 500 = 18 \text{分}$$



スタートからPまでは 6分かかっているので、BさんがQに到着したのは、スタートしてから

$$18 + 6 = 24 \text{分}$$

また、AさんはQ～ゴールまで

$$(14300-9300) \div (46-21) = 200 \text{ m/分}$$

$\underbrace{(14300-9300)}_{\text{ゴール～Qまでの距離}}$　$\underbrace{(46-21)}_{\text{かかった時間}}$

の速さで進み、Q～ゴールまで、AさんはBさんの $\frac{4}{5}$ 倍の速さだったので、Bさんの速さを v m/分とすると、

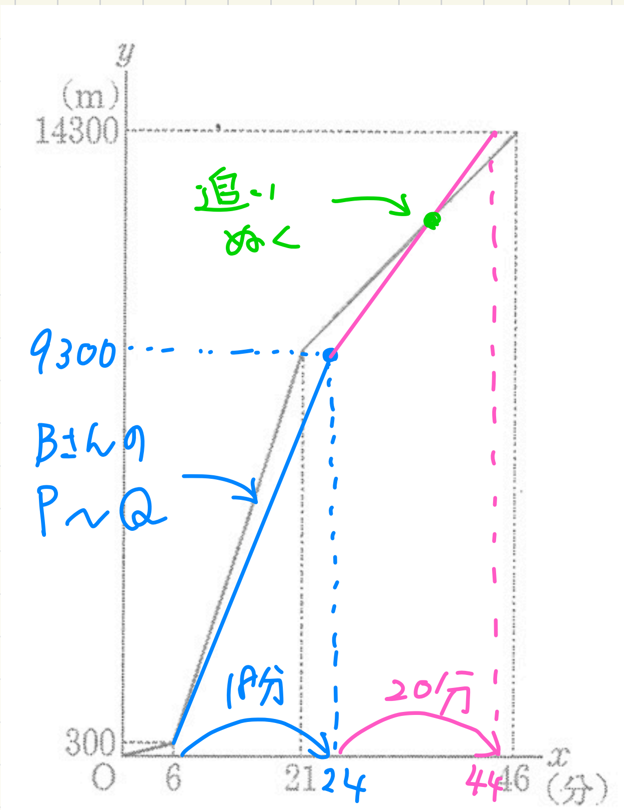
$$v \times \frac{4}{5} = 200$$

$$v = 200 \times \frac{5}{4}$$

$$= 250 \text{ m/分}$$

よって、BさんはQ～ゴールまで、分速250mで走った。
Q～ゴールまで、14300－9300＝5000m だから
かかった時間は

$$5000 \div 250 = 20\text{分}$$



よってBさんがゴールしたのは、スタートしてから44分のときである。

$24 \leqq x \leqq 44$ におけるBさんのグラフを $y=ax+b$ とおくと、
$(24, 9300)$、$(44, 14300)$ を通るから、

$$9300 = 24a + b \quad \text{—— ①}$$
$$-)\ 14300 = 44a + b \quad \text{—— ②}$$
$$-5000 = -20a$$
$$a = 250$$

$a = 250$ を①に代入して

$$9300 = 24 \times 250 + b$$
$$\therefore b = 9300 - 6000$$
$$= 3300$$

よって、Bさんのグラフは、$y = 250x + 3300$ —— ③

また、(1)より Aさんのグラフは、$y = 200x + 5100$ —— ④

したがって、BさんがAさんを追いぬくのは、③、④を連立させれば良い。③を④に代入して、

$$250x + 3300 = 200x + 5100$$
$$50x = 1800$$
$$x = 36$$

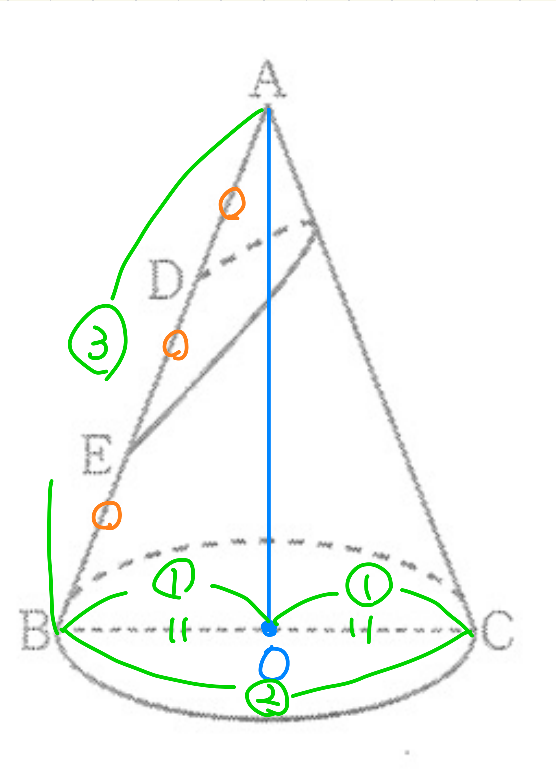
$x = 36$ を④に代入して、

$$y = 200 \times 36 + 5100$$
$$= 7200 + 5100$$
$$= 12300$$

よって、BさんがAさんを追いぬくのは、Aさんがスタートしてから12300mの地点である。

4.

(1) 底面の中心をOとする。



AB : BC = 3 : 2, BO = CO より

AB : BO = 3 : 1

よって、$AO = \sqrt{3^2 - 1^2}$

$= \sqrt{9 - 1} = \sqrt{8}$

$= 2\sqrt{2}$ $= 2\sqrt{2}$

$\therefore$ BO : AO = 1 : $2\sqrt{2}$

高さ(AO) = $4\sqrt{6}$ cm より

$BO : 4\sqrt{6} = 1 : 2\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}\,BO = 4\sqrt{6}$

$BO = \dfrac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}$

$= 2\sqrt{3}$ cm

また, AB : BO = 3 : 1, BO = $2\sqrt{3}$ cm より

$AB : 2\sqrt{3} = 3 : 1$

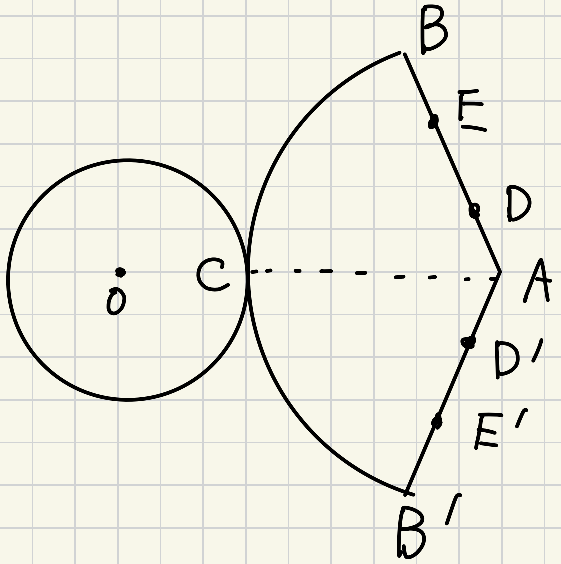
$AB = 6\sqrt{3}$ cm

D, E は AB を 3 等分にするから.

$AE = AB \times \dfrac{2}{3}$

$= 6\sqrt{3} \times \dfrac{2}{3} = 4\sqrt{3}$ cm

(2)



円Oの半径は $2\sqrt{3}$ cm より、円Oの周の長さは

$$2\sqrt{3} \times 2 \times \pi = 4\sqrt{3}\pi \quad cm$$

また、おうぎ形ABB'は、AB $= 6\sqrt{3}$ cm より

おうぎ形の弧の長さは中心角を x として、

$$6\sqrt{3} \times 2 \times \pi \times \frac{x}{360} = 12\sqrt{3}\pi \times \frac{x}{360}$$

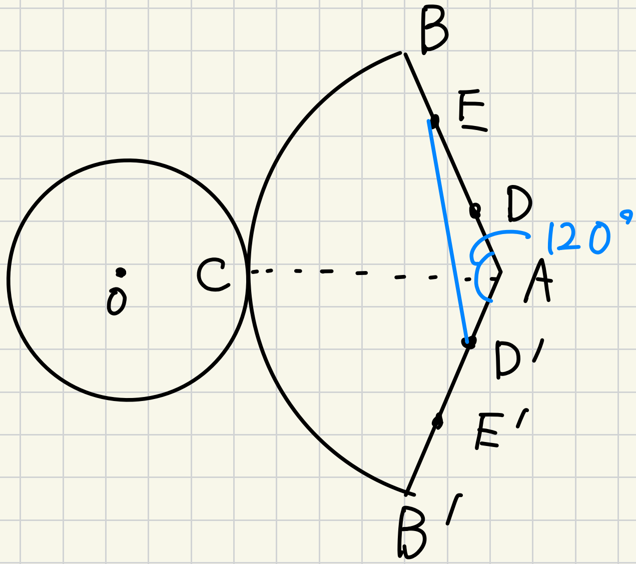
円Oの周の長さと、おうぎ形ABB'の弧の長さは等しいから

$$4\sqrt{3}\pi = 12\sqrt{3}\pi \times \frac{x}{360}$$

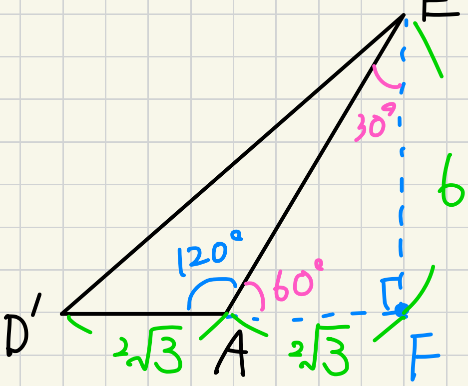
$$\therefore \frac{4\sqrt{3}}{12\sqrt{3}} = \frac{x}{360}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{x}{360}$$

$$\therefore x = 120^\circ$$



EからACを通りDまでひもをかけるとき，最短となるのは，E，D′が直線となるときである。



左図のように，EからD′Aの延長線に垂線を下ろした足をFとする。

$\angle D'AE = 120°$ より

$\angle EAF = 60°$

よって，$\triangle EAF$は，$30°-60°-90°$の直角三角形だから，

$$AF : AE : EF = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

$AE = 4\sqrt{3}$ cm だから

$$AF : \underbrace{AE}_{4\sqrt{3}} = 1 : 2$$

$$2AE = 4\sqrt{3} \qquad \therefore AE = 2\sqrt{3}\text{ cm}$$

また，

$$\underbrace{AF}_{2\sqrt{3}} : EF = 1 : \sqrt{3}$$

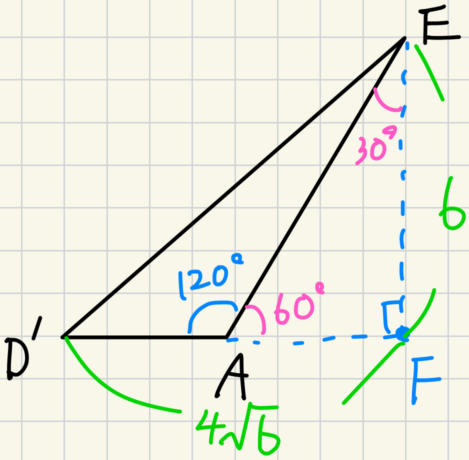
$$EF = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$= 6 \qquad \therefore EF = 6\text{ cm}$$

D′はAB′の3等分の点だから.

$$AD' = AB' \times \frac{1}{3}$$
$$= 6\sqrt{3} \times \frac{1}{3}$$
$$= 2\sqrt{3}$$

$\therefore AD' = 2\sqrt{3}$ cm



よって.

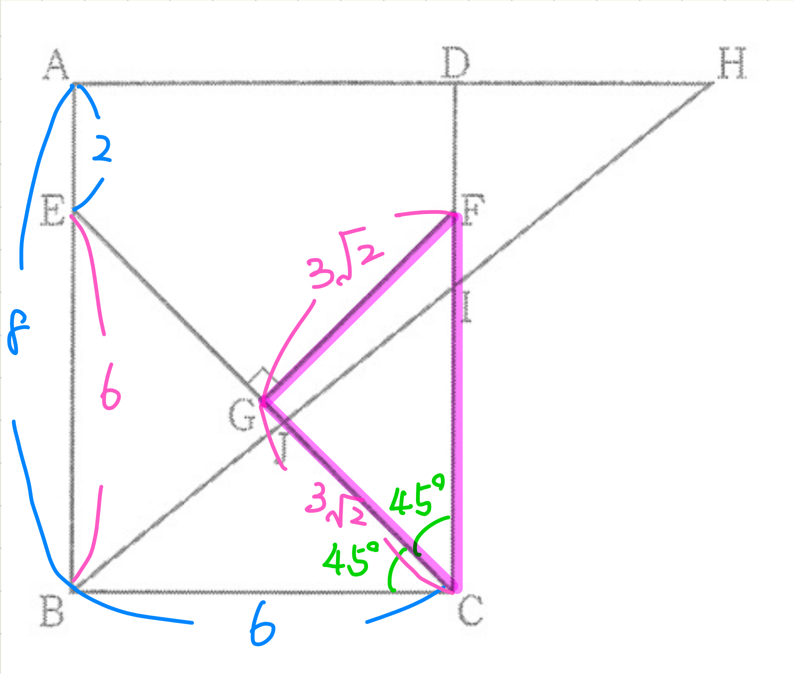
$$D'F = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$
$$= 4\sqrt{6} \text{ cm}$$

したがって. △ED′Fで三平方の定理より

$$ED' = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 6^2}$$
$$= \sqrt{48 + 36}$$
$$= \sqrt{84}$$
$$= 2\sqrt{21} \text{ cm}$$

5.

(1)



$BE = 8 - 2$

$= 6\text{cm}$

$\angle EBC = 90°$ より

$\triangle EBC$ は直角二等辺三角形。よって.

$\angle ECB = 45°$

$\Rightarrow \angle ECD = 45°$

また, $\triangle EBC$ で.

$EB : BC : EC = 1 : 1 : \sqrt{2}$

より

$\underbrace{BC}_{6} : EC = 1 : \sqrt{2}$

$\therefore EC = 6\sqrt{2}\ \text{cm}$

GF は EC の垂直二等分線だから. G は EC の中点.

よって. $GC = 3\sqrt{2}\ \text{cm}$

$\triangle CFG$ で. $\angle FGC = 90°$, $\angle GCF = 45°$ だから.

$\angle GFC = 180° - (90° + 45°)$

$= 45°$

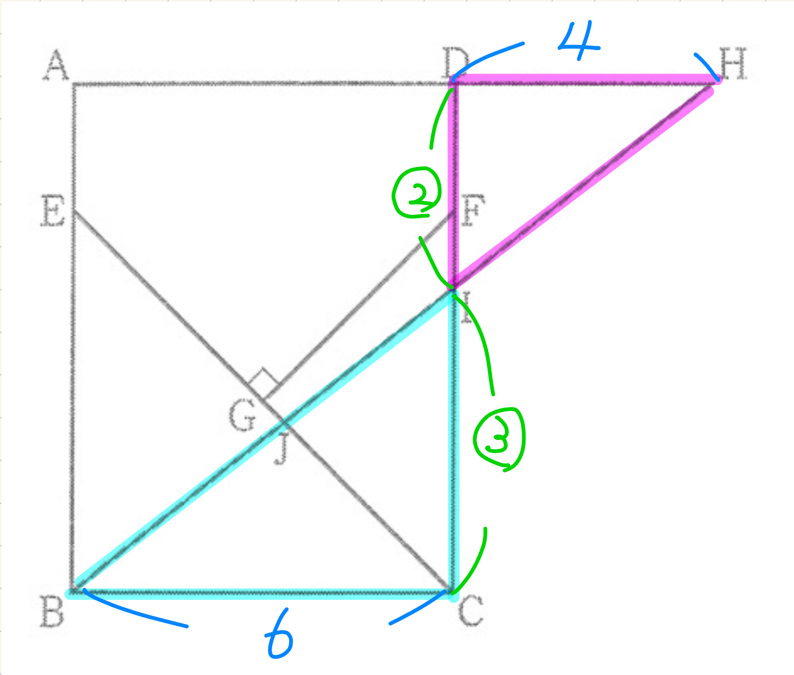
よって. $\triangle CFG$ は直角二等辺三角形.

$\therefore EG = GC \Rightarrow EG = 3\sqrt{2}\ \text{cm}$

以上より△CFGの面積は

$$\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 9\ \mathrm{cm}^2$$

(2)



△IDHと△ICBにおいて，DH // CBより錯角が等しいので

∠IDH = ∠ICB — ①

∠IHD = ∠IBC — ②

①,②より2組の角がそれぞれ等しいので

△IDH ∽ △ICB

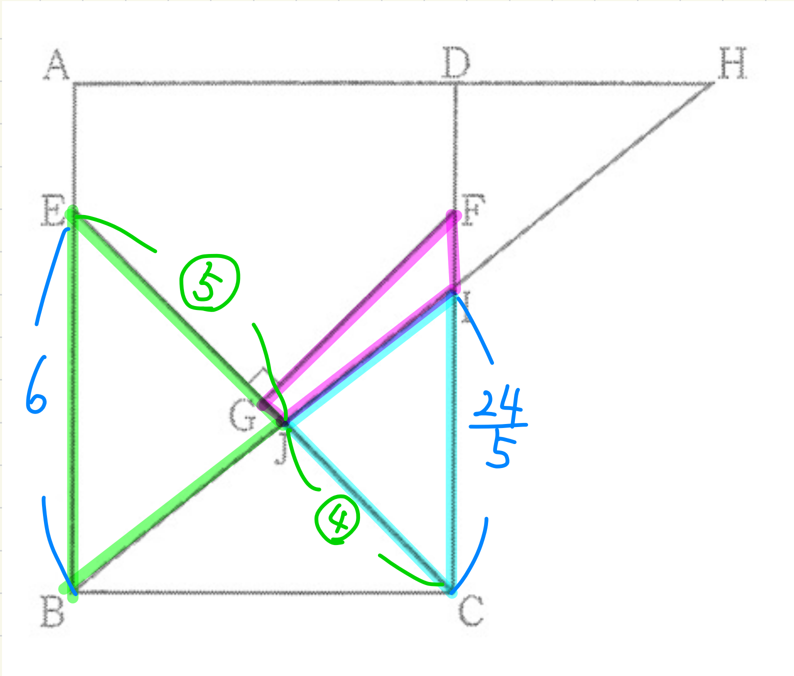
対応する辺の比は等しいから

$$\begin{aligned} ID : IC &= DH : CB \\ &= 4 : 6 \\ &= 2 : 3 \end{aligned}$$

CD = 8 cm より

$$\begin{aligned} CI &= 8 \times \frac{3}{2+3} \\ &= 8 \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{24}{5}\ \mathrm{cm} \end{aligned}$$

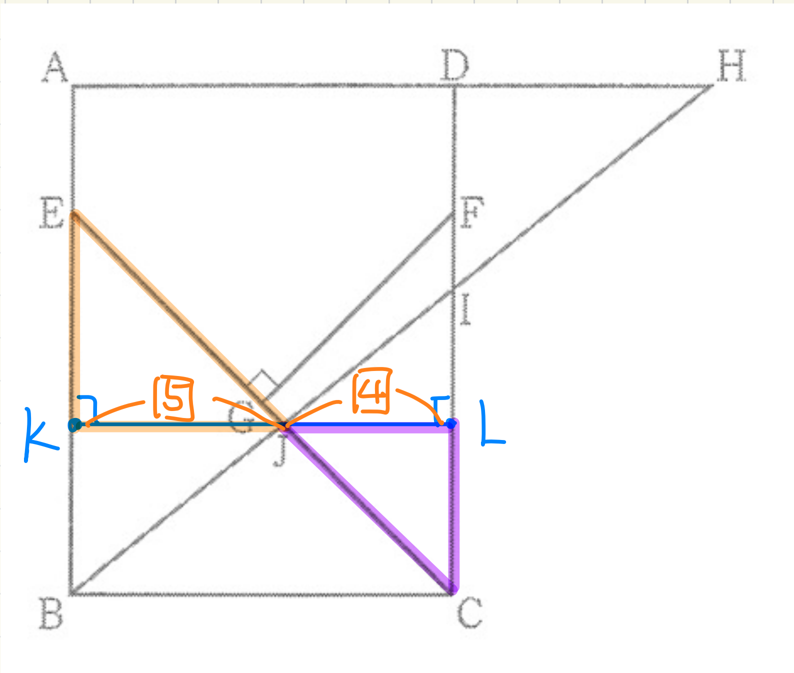
(3) 方針：□FGJI ＝ △CFG − △CIJ



△JCIと△JEBにおいて，CI∥BEより錯角が等しいので
∠JCI＝∠JEB ―①
∠JIC＝∠JBE ―②
①，②より2組の角がそれぞれ等しいので
△JCI ∽ △JBE

対応する辺の比は等しいので

$$JC : JE = CI : EB$$
$$= \frac{24}{5} : 6$$
$$= 24 : 30$$
$$= 4 : 5$$



左図のように，JからAB，CDに垂線を下ろした足をそれぞれK，Lとする。
△JCLと△JEKにおいて，CL∥EKより錯角が等しいので
∠JCL＝∠JEK ―③
∠JLC＝∠JKE ―④

③,④より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle JCL \backsim \triangle JEK$

対応する辺の比はそれぞれ等しいので、

$JL : JK = JC : JE$

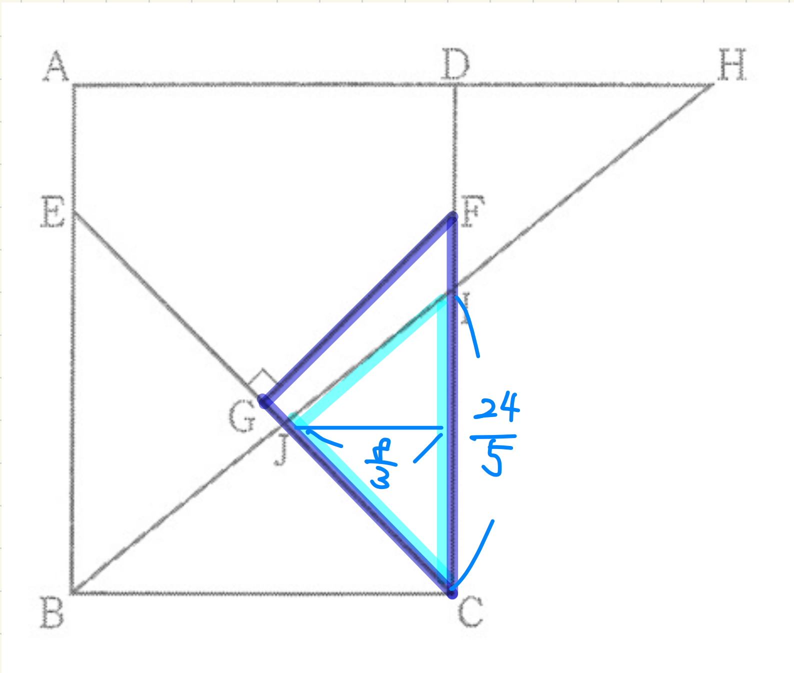
$= 4 : 5$

$KL = BC = 6\text{cm}$ より

$$JL = 6 \times \frac{4}{4+5}$$

$$= 6 \times \frac{4}{9}$$

$$= \frac{8}{3}\text{cm}$$



$\square FGJI$

$= \triangle CFG - \triangle CIJ$

であり、

(1)より $\triangle CFG = 9$

また、

$$\triangle CIJ = \frac{1}{2} \times \frac{24}{5} \times \frac{8}{3}$$

$$= \frac{32}{5}\text{cm}^2$$

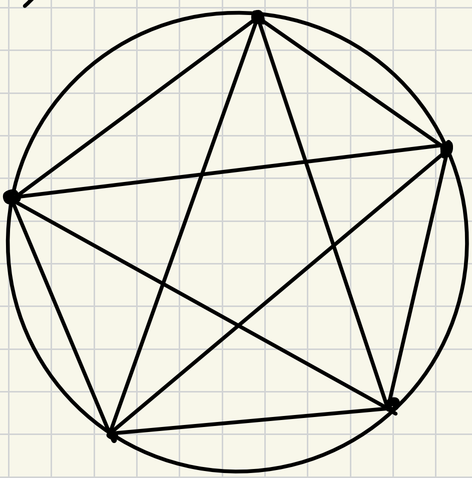
だから、

$$\square FGJI = 9 - \frac{32}{5}$$

$$= \frac{45}{5} - \frac{32}{5} = \frac{13}{5}\text{cm}^2$$

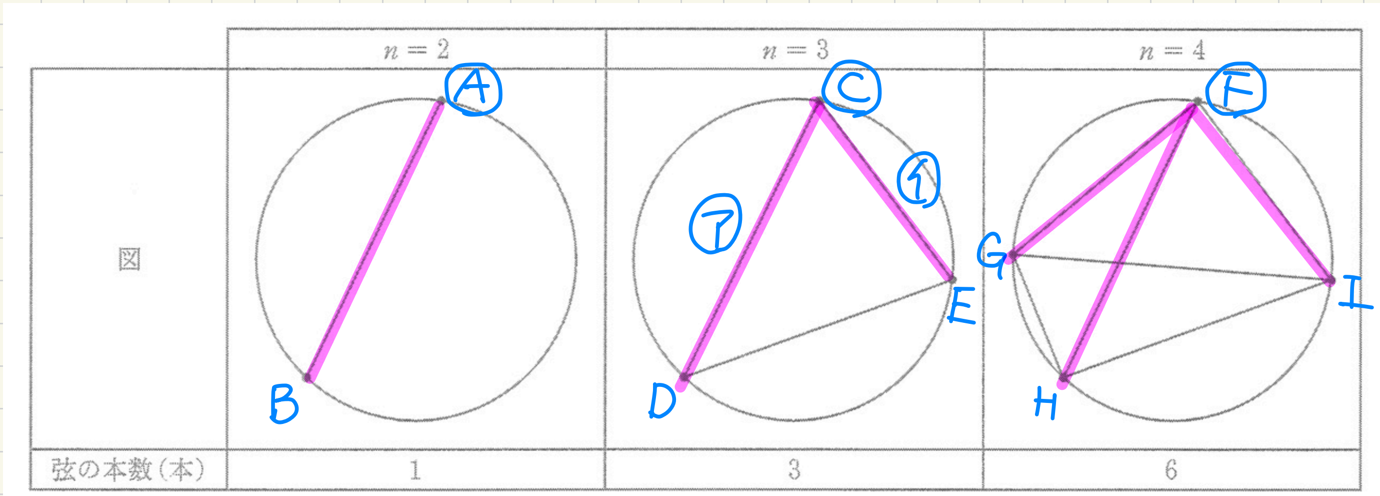
6.

(1)



左図より 10本

(2)



上図のように、1つの頂点から(n−1)本の弦がでていることが分かる。

n = 2 のとき A から 1本

n = 3 のとき C から 2本

n = 4 のとき F から 3本

ただし、1つの弦につき、2つの異なる頂点を端にもつ。円周上の頂点は n 個あるから弦の本数は

$$\frac{n(n-1)}{2}$$ 本。

例

$n=3$ のとき

Aから2本の弦がでているが、㋐の弦はCからもでており、㋑の弦はEからもでている。
$n(n-1)$ は ㋐を2本、㋑を2本として数えているため、2で割る必要がある。
よって、

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

これに $n=3$ を代入すると、

$$\frac{3\times(3-1)}{2}=6$$

以上より $n=41$ のときの弦の本数は、

$$\frac{41\times(41-1)}{2}=41\times 20$$

$$=820\text{本}$$

(3)

$$\frac{n(n-1)}{2}=1953$$

$$\Leftrightarrow n(n-1)=3906$$

$$\Leftrightarrow n^2-n-3906=0.$$

$\Leftrightarrow (n-63)(n+62)=0$

$\therefore n=63,\ -62$

$n>0$ より $n=63$

(参考)

$n(n-1)=3906$ で、n, $n-1$ は連続する自然数である。3906 に近い平方数は 3600 であり、

$$3600=60^2$$

であるから、n は 60 に近い自然数で、60 よりは大きい。

・$n=61$ のとき、$n(n-1)=61\times60=3660$ ×

・$n=62$ のとき、$n(n-1)=62\times61=3782$ ×

・$n=63$ のとき、$n(n-1)=63\times62=3906$ ○

よって、$n=63$ であることが分かる。