2024年度 大阪府

数学 B問題

kmkm

1.

(1) 与式 $= 1 - 6$

$= -5$

(2) 与式 $= 3x - 27y + 4x + 28y$

$= 7x + y$

(3) 与式 $= \dfrac{2b \times 6a^2}{-4a}$

$= -3ab$

(4) 与式 $= x^2 - 9 - x^2 + 2x$

$= 2x - 9$

(5) 与式 $= \sqrt{7}^2 + 2 \times \sqrt{7} \times 2\sqrt{2} \times (2\sqrt{2})^2$

$= 7 + 4\sqrt{14} + 8$

$= 15 + 4\sqrt{14}$

2.

(1) $8a + b^2$ に $a = -3$, $b = 4$ を代入して

$8a + b^2 = 8 \times (-3) + 4^2$

$= -24 + 16$

$= -8$

(2)

ア : ab $=$ (負) $\times$ (正) $=$ (負) よって誤り

イ：$a=-5$, $b=1$ とすると. $a+b=-5+1=-4<0$
よって誤り

ウ：$-a+b=-(負)+(正)=(正)+(正)=(正)$
よって. $-a+b$ は常に正なので正しい

エ：$a=-5$, $b=1$ とすると. $a-b=-5-1=-6$
よって誤り

(3) 解の公式より

$$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times5}}{2\times1}$$

$$=\frac{7\pm\sqrt{29}}{2}$$

(4) $44n$ が平方数になれば良い.

$44n=2^2\times11\times n$

より. $n=11$ であれば

$44\times11=2^2\times11\times11$

$=2^2\times11^2$

$=(2\times11)^2$

$=22^2$

となり. 平方数になるから. $n=11$

指数を偶数にすれば良い.

$2^2\times11\times\bigcirc$

2^2 は指数が偶数

$11=11^1$ より

11の指数を偶数にすれば良い

⇒11をかける.

(5) 樹形図は以下の通り

		a	b	b−a
2	3	5	6	1
	4	6	8	2
	5	7	14	7
	6	8	16	8

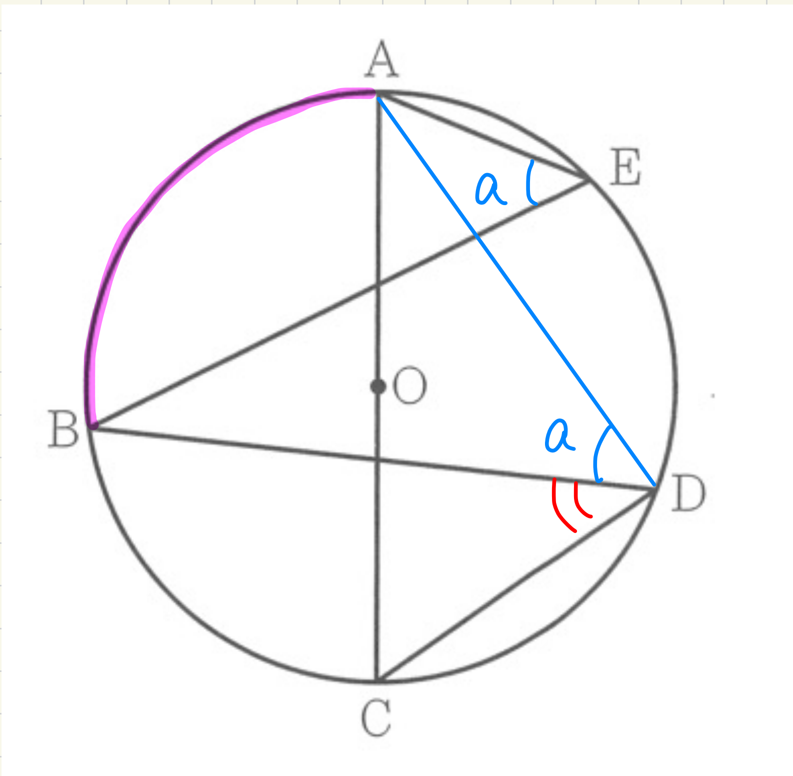
		a	b	b−a
3	4	7	12	5
	5	8	15	7
	6	9	18	9

		a	b	b−a
4	5	9	20	11
	6	10	24	14

		a	b	b−a
5	6	11	30	19

よって求める確率は $\frac{3}{10}$

(6)



∠ADCは直径に対する円周角だから

$\angle ADC = 90°$

$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいから

$\angle AEB = \angle ADB$

$\therefore \angle ADB = a°$

よって、

$\angle BDC = 90° - a°$

(7) 赤のビー玉の数をx個とする.
青のビー玉を80個加えたから, 袋の中のビー玉は. $x+80$個 よって. 青のビー玉の割合は.

$$\frac{80}{x+80} \quad —— ①$$

また. 30個中, 4個が青のビー玉だから,
青のビー玉の割合は

$$\frac{4}{30} \quad —— ②$$

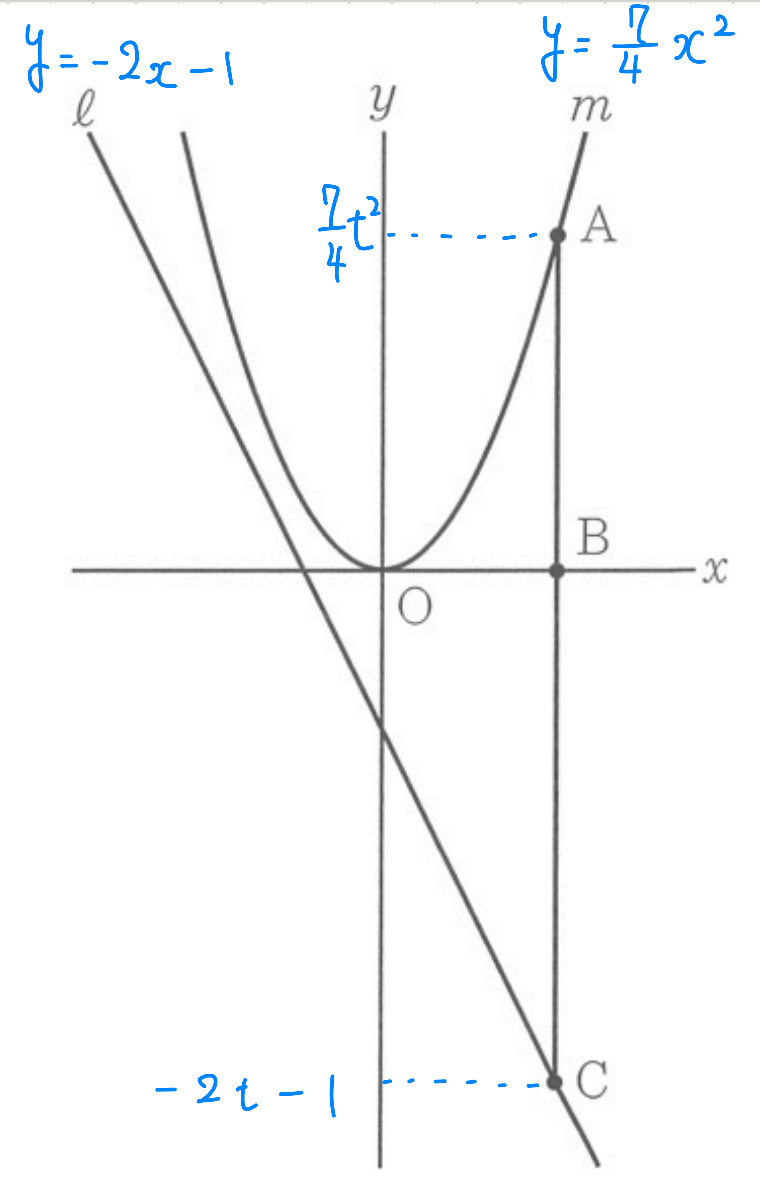
① = ② と推定して

$$\frac{80}{x+80} = \frac{4}{30}$$

$$\Leftrightarrow \quad 4(x+80) = 80 \times 30$$
$$= 2400$$
$$\Leftrightarrow \quad 4x + 320 = 2400$$
$$\Leftrightarrow \quad 4x = 2080$$
$$\therefore x = 520$$

よって. およそ 520個

(8)



$BC=AB+1$

点Aは $y=\frac{7}{4}x^2$ 上にあり

$x=t$ だから

$y=\frac{7}{4}t^2$

$\therefore A\left(t,\ \frac{7}{4}t^2\right)$

Bは. $B(t,\ 0)$

点Cは $y=-2x-1$ 上にあり. $x=t$ だから

$y=-2t-1$

$\therefore C(t,\ -2t-1)$

よって

$AB=\frac{7}{4}t^2-0=\frac{7}{4}t^2$

$BC=0-(-2t-1)=2t+1$

$BC=AB+1$ より

$2t+1=\frac{7}{4}t^2+1$

$\Leftrightarrow 7t^2-8t=0$

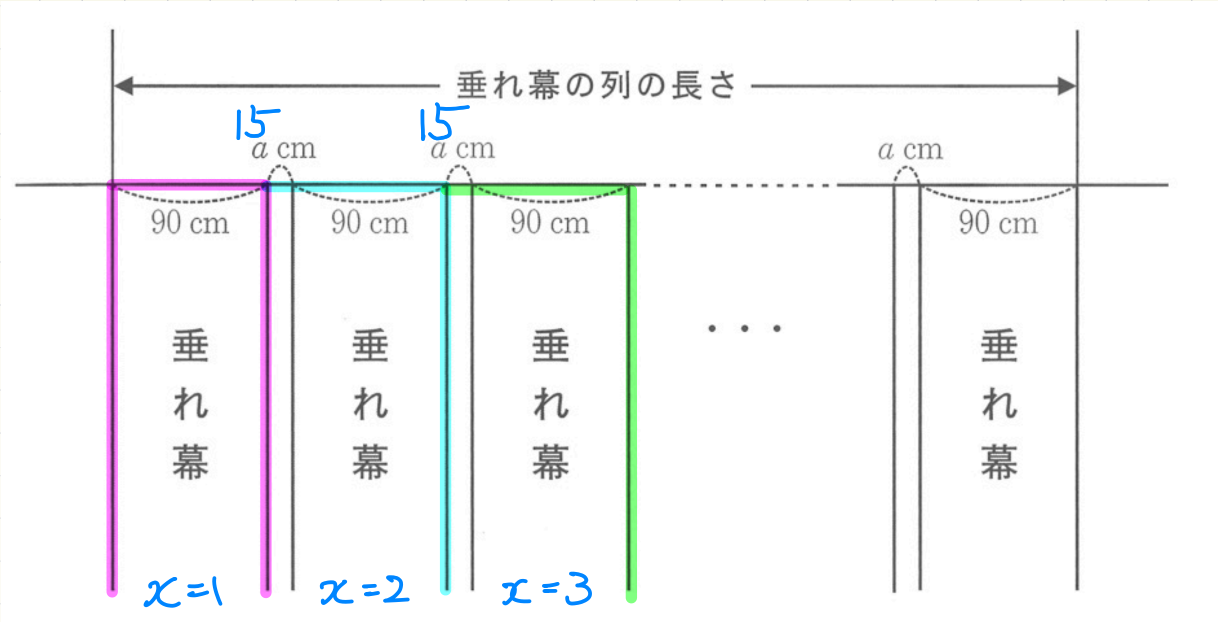
$\Leftrightarrow t(7t-8)=0$

$t>0$ より $t=\frac{8}{7}$

3.

(1)

①



$x=1$ のとき $y=90$

$x=2$ のとき，$y=90+(15+90)$

$=195$

$x=3$ のとき．$y=195+(15+90)$

$=300$

$x=4$ のとき．$y=300+(15+90)$

$=405$

$x=5$ のとき．$y=405+(15+90)$

$=510$

$x=6$ のとき．$y=510+(15+90)$

$=615$

$x=7$ のとき．$y=615+(15+90)$

$=720$

よって．(ア) 405，(イ) 720

② $x=1$ のとき $y=90$ で、x の値が1増えるごとに y は105増えるので、

$$y=90+105\times(x-1)$$
$$=105x+90-105$$
$$=105x-15$$

x	1	2	3	…
y	90	195	300	…

+105 +105

$x=3$ のとき

$y=90+105\times \underset{3-1}{2}$

$=300$

$\therefore\ y=105x-15$

(別解) y は一定の割合で増えるので、

$y=ax+b$ とおくと、$(x=1,\ y=90)$、

$(x=2,\ y=195)$ だから

$$90=a+b \quad \text{——①}$$
$$-)\ 195=2a+b \quad \text{——②}$$
$$-105=-a$$
$$a=105$$

$a=105$ を①に代入して

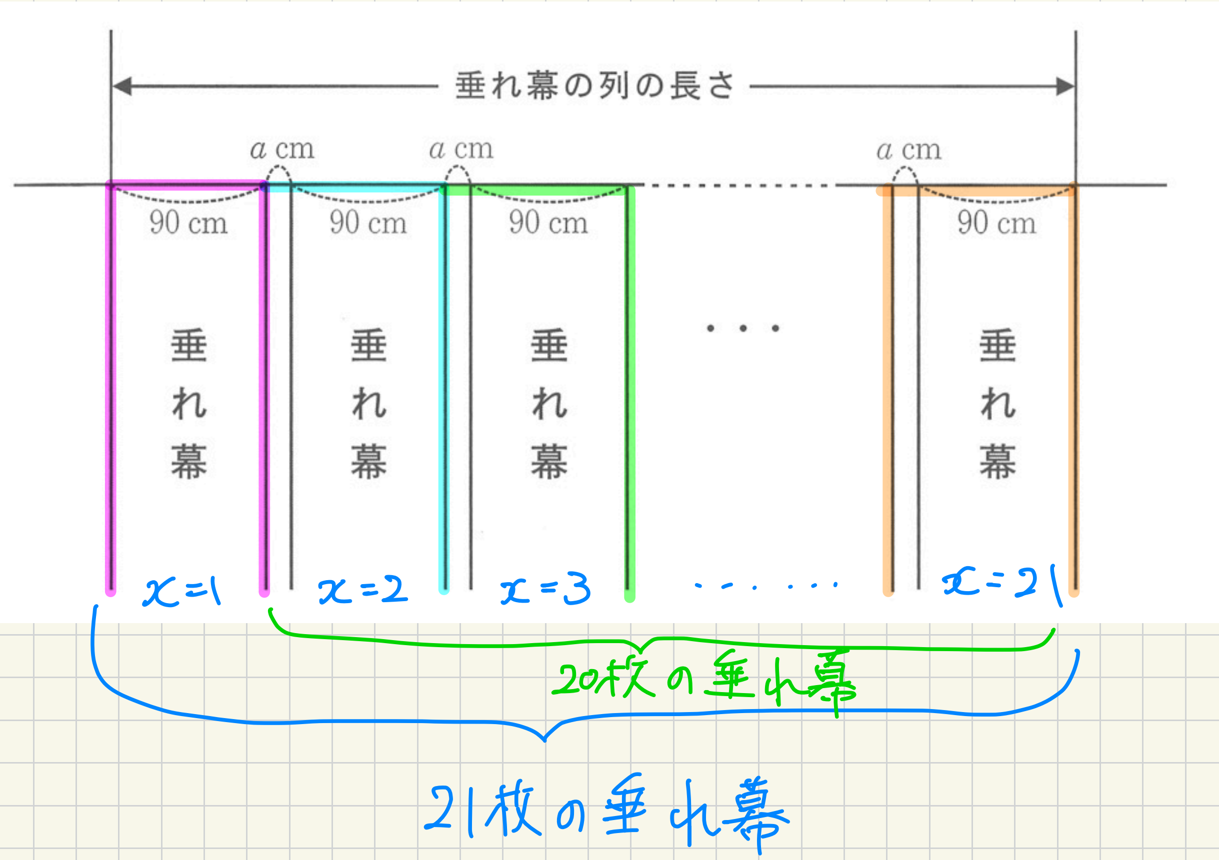
$$90=105+b$$
$$b=-15$$

よって、$y=105x-15$

③ $y=105x-15$ に $y=2085$ を代入して

$$2085=105x-15$$
$$105x=2100$$
$$x=20$$

(2)



$x=1,\ y=90$ で、x の値が1増えるごとに y の値は $(a+90)$ ずつ増えるので、$x=21$ のときは、

$$y=90+20\times(a+90)$$
$$=90+20a+1800$$
$$=20a+1890$$

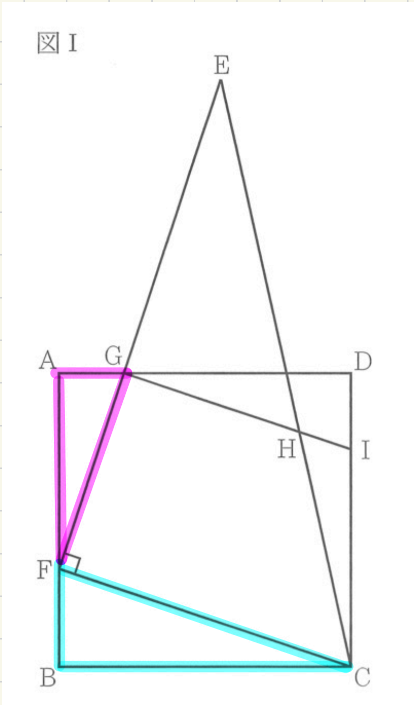
このとき、$y=2130$ だから

$$2130=20a+1890$$
$$\Leftrightarrow\quad 20a=240$$
$$a=12$$

4

[I]

(1)



△GAFと△FBCにおいて、

□ABCDは正方形だから

$\angle GAF = \angle FBC = 90^\circ$ ―― ㋐

$\angle EFC = 90^\circ$ だから

$\angle AFG = 180^\circ - \angle EFC - \angle CFB$

$= 90^\circ - \angle CFB$ ―― ㋑

$\angle BCF = 180^\circ - \angle FBC - \angle CFB$

$= 90^\circ - \angle CFB$ ―― ㋒

㋑、㋒より

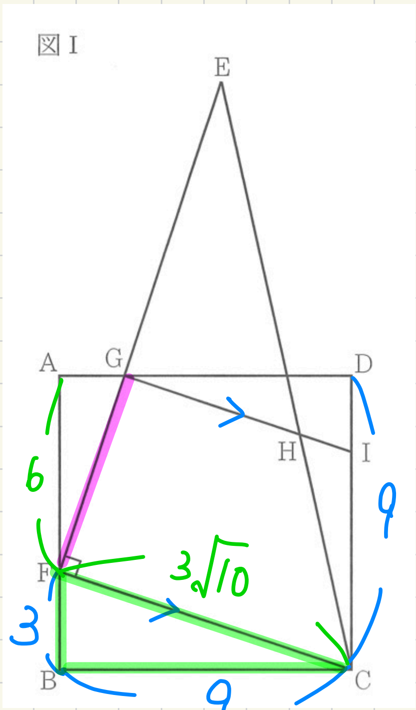
$\angle AFG = \angle BCF$ ―― ㋓

㋐、㋓より、2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle GAF \backsim \triangle FBC$ （証明終わり）

(2)

①



△FBCで三平方の定理より

$FC = \sqrt{3^2 + 9^2}$ $= \sqrt{9+81}$

$= 3\sqrt{10}$ $= \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

(1)より△GAF∽△FBCで、

対応する辺の比は等しいから

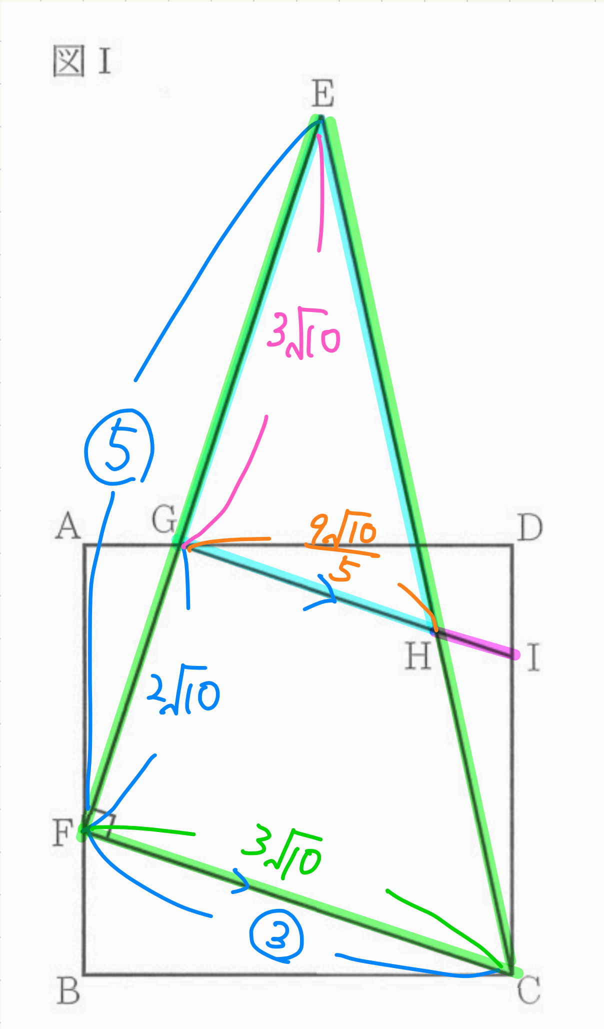
$GF : \underbrace{FC}_{3\sqrt{10}} = \underbrace{AF}_{6} : \underbrace{BC}_{9}$

$\therefore GF : 3\sqrt{10} = 2 : 3$

$\Leftrightarrow 3GF = 6\sqrt{10}$

$\therefore GF = 2\sqrt{10}$ cm

②



EF : FC = 5 : 3 より

EF = ⑤, FC = ③ とおく。

FC = $3\sqrt{10}$ cm だから

③ = $3\sqrt{10}$

∴ ① = $\sqrt{10}$

∴ ⑤ = $5\sqrt{10}$

よって. EF = $5\sqrt{10}$ cm

EG = EF − GF

= $5\sqrt{10} - 2\sqrt{10}$

= $3\sqrt{10}$ cm

△EFC と △EGH において

GI // FC より同位角が等しいので.

∠EFC = ∠EGH ―― ㋐

∠ECF = ∠EHG ―― ㋑

㋐, ㋑ より 2 組の角がそれぞれ等しいので.

△EFC ∽ △EGH ―― ㋒

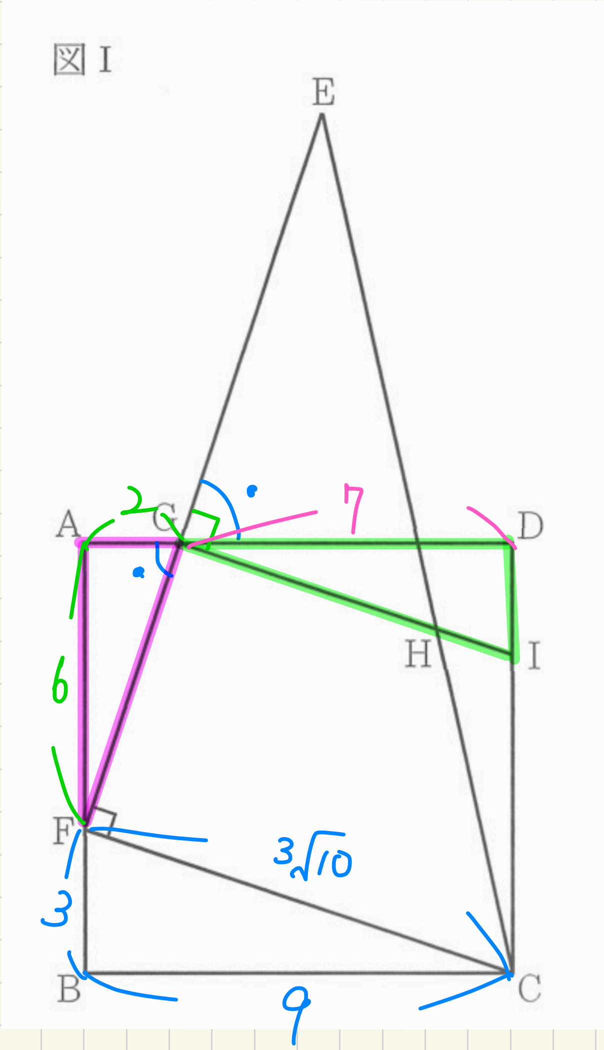
対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{EF}_{5\sqrt{10}} : \underbrace{EG}_{3\sqrt{10}} = \underbrace{FC}_{3\sqrt{10}} : GH$

よって

$5 : 3 = 3\sqrt{10} : GH$

$5GH = 9\sqrt{10}$ ∴ $GH = \frac{9\sqrt{10}}{5}$ cm



△GAF と △IDG において

⑦より 対応する角は等しいから

$\angle EFC = \angle FGH$

$\therefore \angle EGH = 90°$

対頂角は等しいから

$\angle FGA = \angle EGD$ ―㊁

また、

$\angle AFG = 180° - \angle GAF - \angle FGA$

$= 90° - \angle FGA$ ―㊄

$\angle DGI = 90° - \angle EGD$ ―㊅

㊁、㊄、㊅より

$\angle AFG = \angle DGI$ ―㊆

□ABCD は正方形だから

$\angle GAF = \angle IDG = 90°$ ―⑦

㊆、⑦より 2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle GAF \backsim \triangle IDG$

(1)より $\triangle GAF \backsim \triangle FBC$ だから

$\triangle IDG \backsim \triangle FBC$ ―㊇

また、$\triangle GAF \backsim \triangle FBC$ で対応する辺の比は等しいから

$GA : \underset{3}{FB} = \underset{6}{AF} : \underset{9}{BC}$

よって

$GA : 3 = 2 : 3$ $\therefore 3GA = 6$ $GA = 2\text{cm}$

したがって

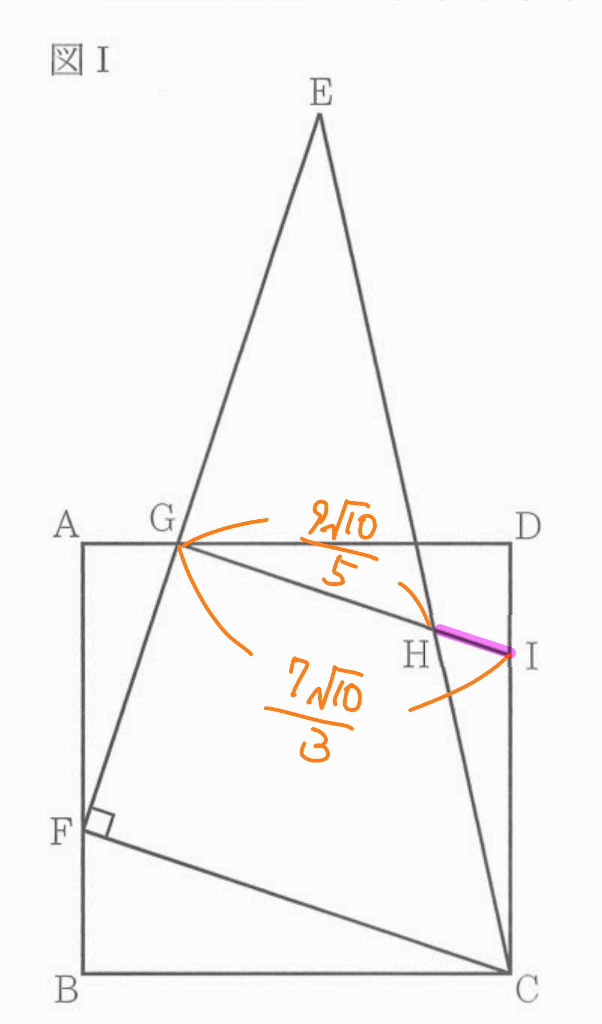
$$DG = DA - GA$$
$$= 9 - 2$$
$$= 7\,\text{cm}$$

⑰より対応する辺の比は等しいから

$$\underbrace{DG}_{7} : \underbrace{BC}_{9} = IG : \underbrace{FC}_{3\sqrt{10}}$$

よって

$$9IG = 21\sqrt{10}$$
$$IG = \frac{7\sqrt{10}}{3}\,\text{cm}$$

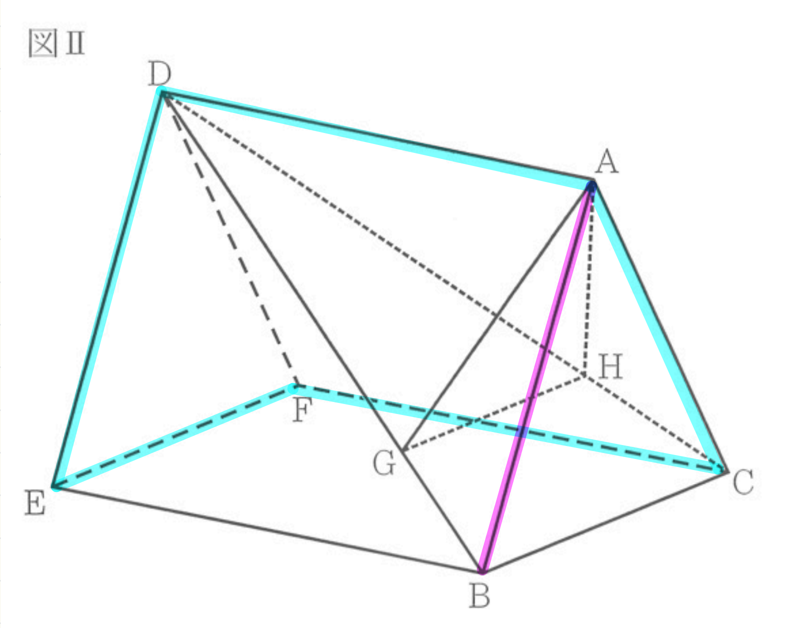


以上より

$$HI = \frac{7\sqrt{10}}{3} - \frac{9\sqrt{10}}{5}$$
$$= \frac{35\sqrt{10} - 27\sqrt{10}}{15}$$
$$= \frac{8\sqrt{10}}{15}\,\text{cm}$$

[Ⅱ]

(3)



ア：交わる

イ：平行

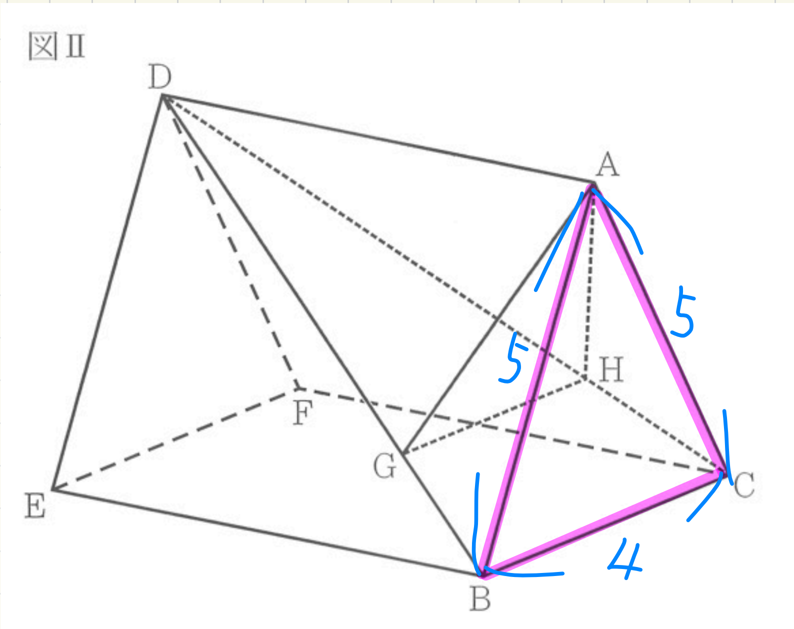
ウ：ねじれの位置

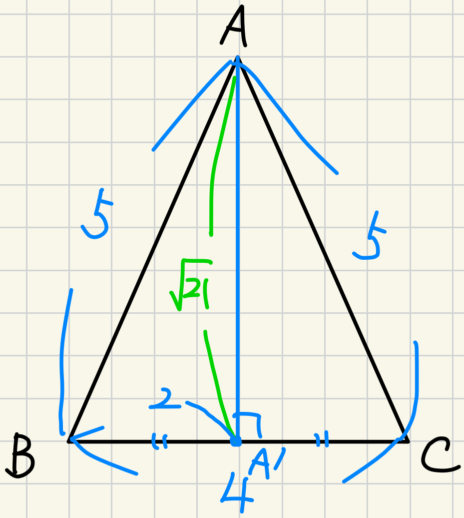
エ：ねじれの位置

オ：交わる

(4)

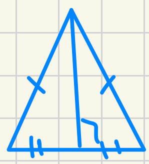
①





点AからBCに垂線を下ろした足をA'とする。

△ABCは二等辺三角形だから、BA' = CA'



よって、BA' = 2cm

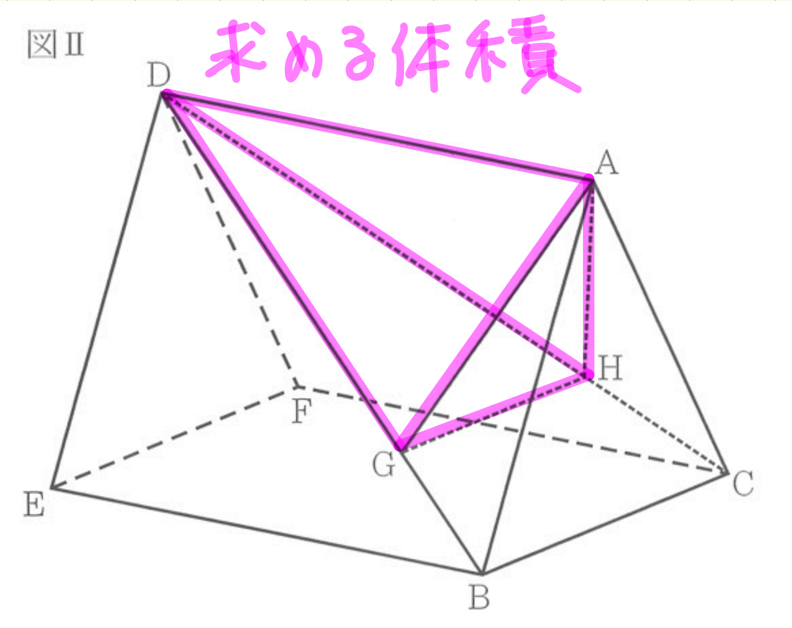
△ABA'で三平方の定理より

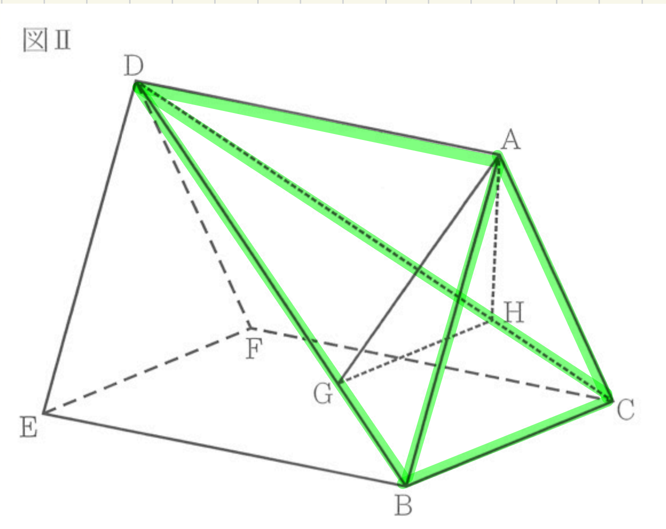
$$AA' = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}\ \text{cm}$$

よって、△ABCの面積は

$$\frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{21} = 2\sqrt{21}\ cm^2$$

②

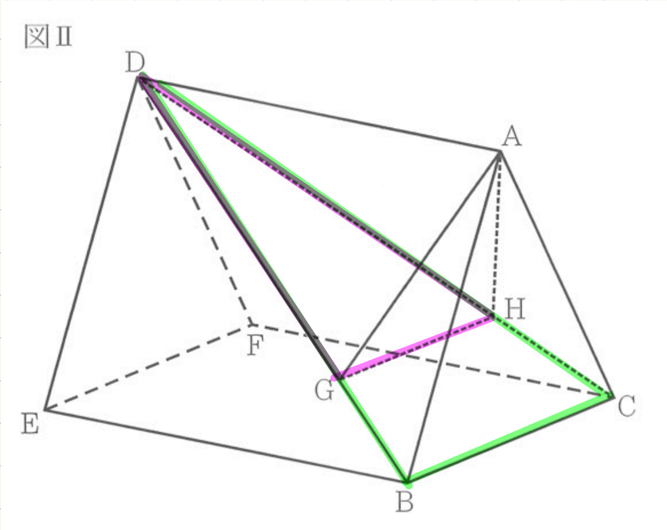




立体ADGH と立体ADBC において、底面をそれぞれ △DGH，△DBC とすると、高さが等しいので、体積は底面積比と等しい。

よって、

立体ADGH : 立体ADBC = △DGH : △DBC



ここで、△DGHと△DBCにおいて、GH // BC より同位角が等しいから

∠DGH = ∠DBC ―― ㋐

∠DHG = ∠DCB ―― ㋑

㋐、㋑より2組の角がそれぞれ等しいので、△DGH ∽ △DBC

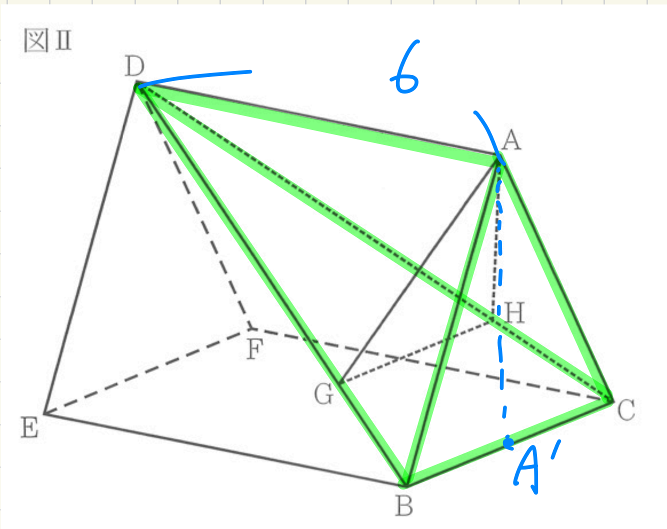
GH = 3cm, BC = 4cm より相似比は 3 : 4

相似な三角形の面積比は、相似比の2乗に等しいから

$$\triangle DGH : \triangle DBC = 3^2 : 4^2$$
$$= 9 : 16$$

よって

$$\text{立体}ADGH : \text{立体}ADBC = \triangle DGH : \triangle DBC$$
$$= 9 : 16$$



また、立体ADBCにおいて、底面を△ABCとしたとき、DA ⊥ AA′ より高さはDAとなる。よって立体ADBCの体積は

$$\underbrace{2\sqrt{21}}_{\triangle ABC} \times \underbrace{6}_{DA} \times \frac{1}{3} = 4\sqrt{21}\ cm^3$$

立体ADGH : $\underbrace{\text{立体ADBC}}_{4\sqrt{21}}$ = 9 : 16

したがって,

$$16 \times \text{立体ADGH} = 36\sqrt{21}$$

$$\therefore \text{立体ADGH} = \frac{36\sqrt{21}}{16}$$

$$= \frac{9\sqrt{21}}{4}\ cm^3$$