2024年度 北海道

数学

km km

$\boxed{1}$

問1

(1) 与式 $= \underline{-6}$

(2) 与式 $= 7-6$

$= \underline{1}$

(3) 与式 $= \sqrt{18} - \sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2} - \sqrt{2}$

$= \underline{2\sqrt{2}}$

問2

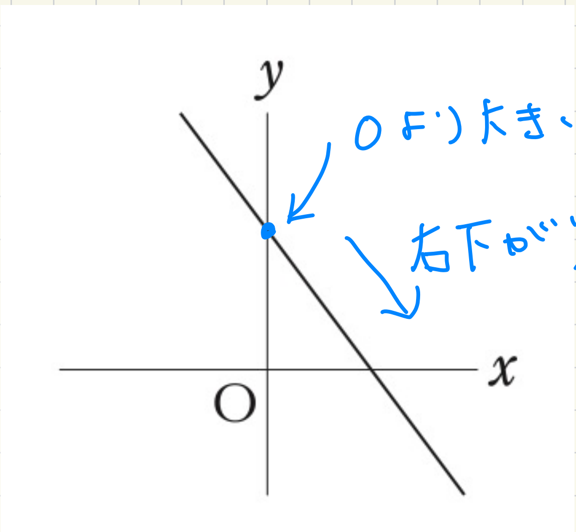
$$\begin{array}{r|l} 2 & 70 \\ \hline 5 & 35 \\ \hline & 7 \end{array}$$

よって、$70 = \underline{2 \times 5 \times 7}$

問3　1mあたり30gなので、xmでは$30x$ g。

よって $\underline{y = 30x}$

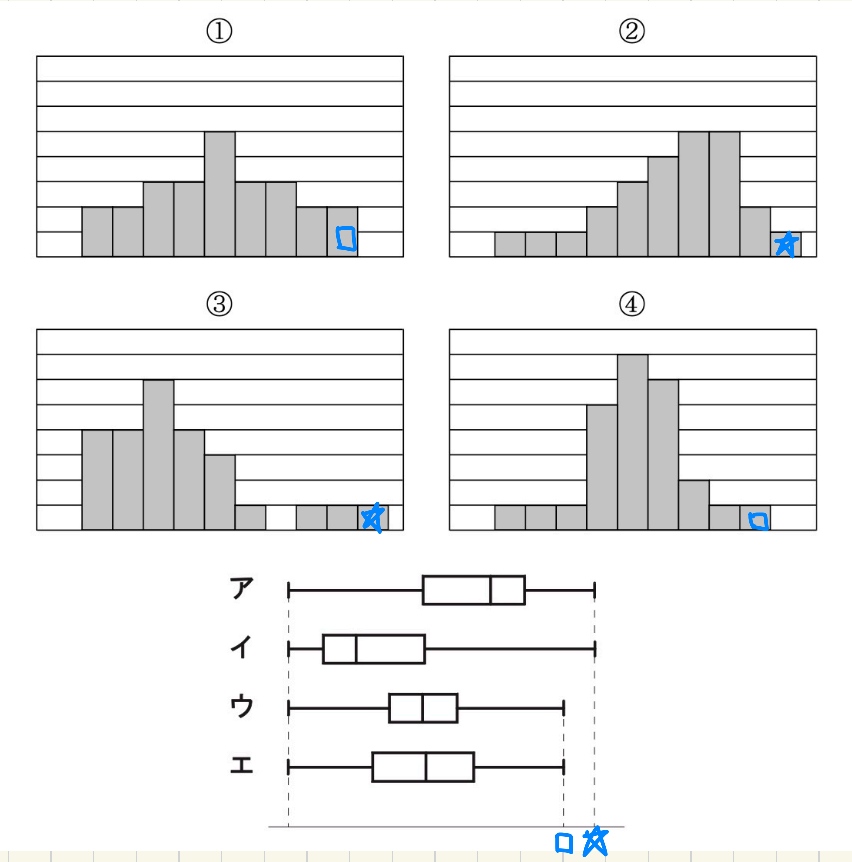
問4



aの値は負の数であり
ウ

bの値は正の数である
ア

問5



最大値より。

① ⇒ ウ or エ

② ⇒ ア or イ

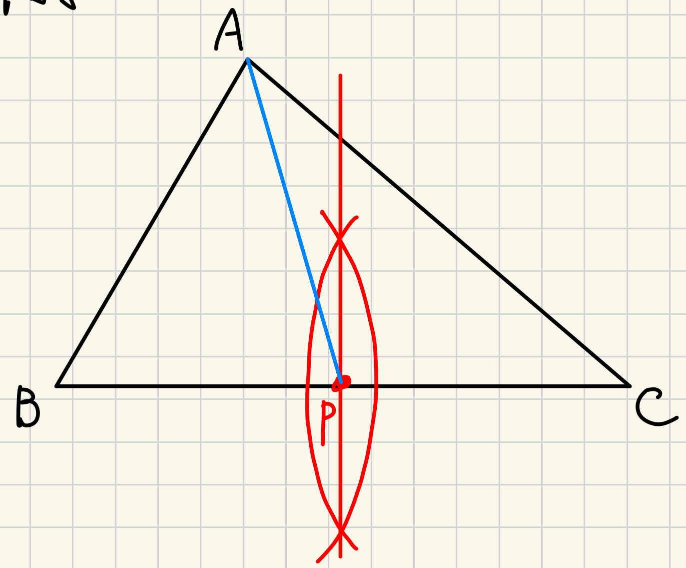
③ ⇒ ア or イ

④ ⇒ ウ or エ

ウとエを比べると、エの方が四分位範囲が大きい!
⇒ エの方がデータの散らばり具合が大きい。
①と④では、①の方がデータの散らばり具合が大きいので、①：エ

また、アとイを比べると、アの箱の方が右よりである
⇒ アの方が値の大きい方にデータが集まっている。
②と③では、②の方が、値の大きい方にデータが集まっているので、②：ア

問6



$\triangle ABP = \triangle ACP$
⇒ BP. CP を底辺とすると、高さが等しい。よって、
$\triangle ABP = \triangle ACP$ にするには、BP = CP となれば良い。よって、BC の垂直二等分線を作図する。

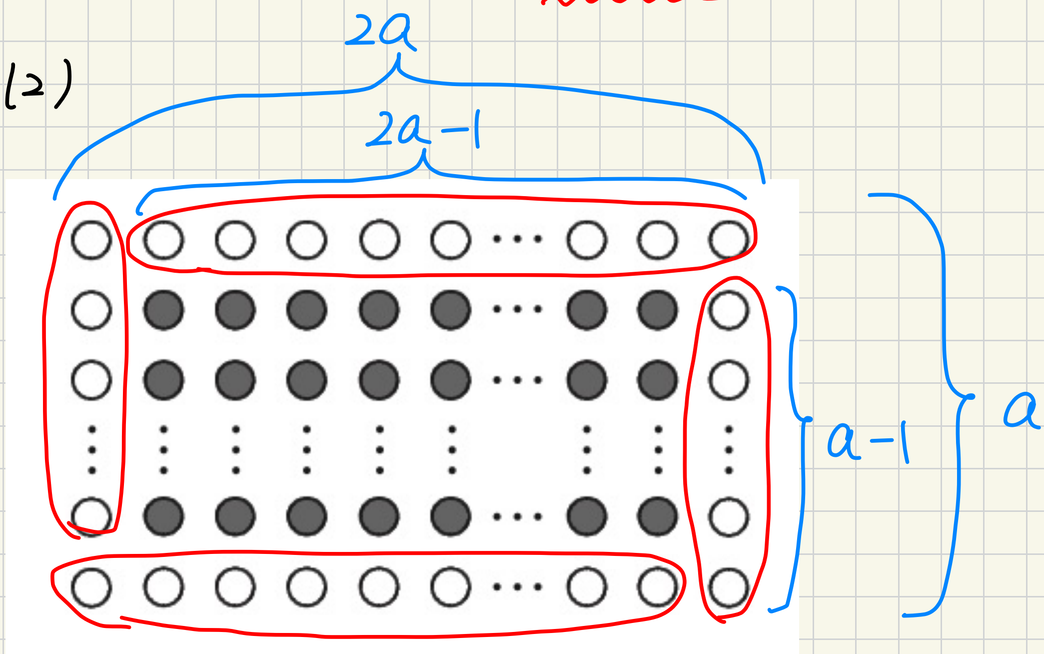
$\boxed{2}$
問1
(1) 勇太さんのノートより、白色のチューリップの縦の本数を a 本とすると、白色のチューリップの本数は、

$$a \times 2 + 2a \times 2 - 4 = 2a + 4a - 4$$
$$= 6a - 4.$$

よって、これに $a = 6$ を代入して、

$$6 \times 6 - 4 = 36 - 4$$
$$= 32 \text{本}$$

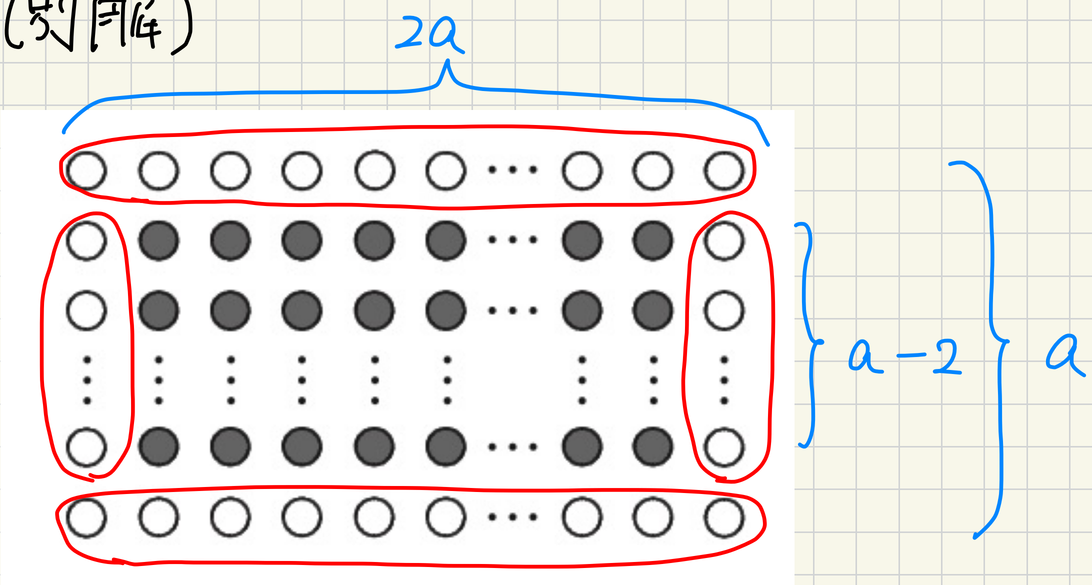
(2)



求める式は.

$$(a-1)\times 2+(2a-1)\times 2$$

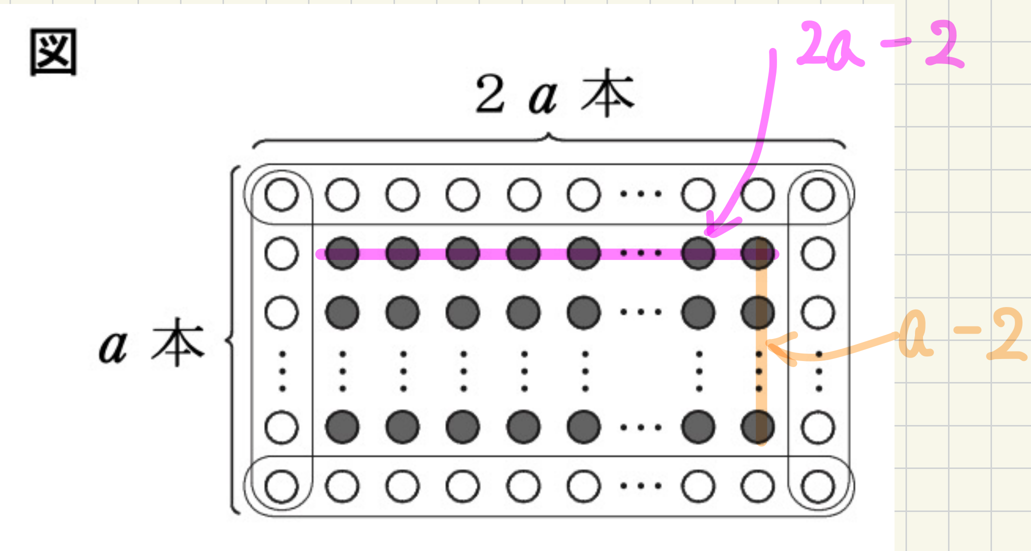
(別解)



求める式は.

$$(a-2)\times 2+2a\times 2$$

(3)



上図より、赤色のチューリップの本数は.

$$(2a-2)\times(a-2)$$

よって、チューリップの本数は.

$$\underbrace{a\times 2+2a\times 2-4}_{\text{白色}}+(2a-2)\times(a-2)$$

$= 2a + 4a - 4 + 2a^2 - 4a - 2a + 4$

$= 2a^2$

これが242本になれば良いので

$2a^2 = 242$

$a^2 = 121$

$a > 0$ より $a = 11$

よって、赤色のチューリップの本数は

$(2 \times 11 - 2) \times (11 - 2)$

$= 20 \times 9$

$= 180$本

$\boxed{3}$

問1

(1) 点Aは $y = x^2$ 上にあり、$x = 3$ なので

$y = 3^2$

$= 9$

(2) 点Bは $y = x^2$ 上にあり、$x = -2$ なので

$y = (-2)^2$

$= 4$

A, Bを通る直線の式を $y = ax + b$ とおくと、

A(3, 9), B(−2, 4)を通るので

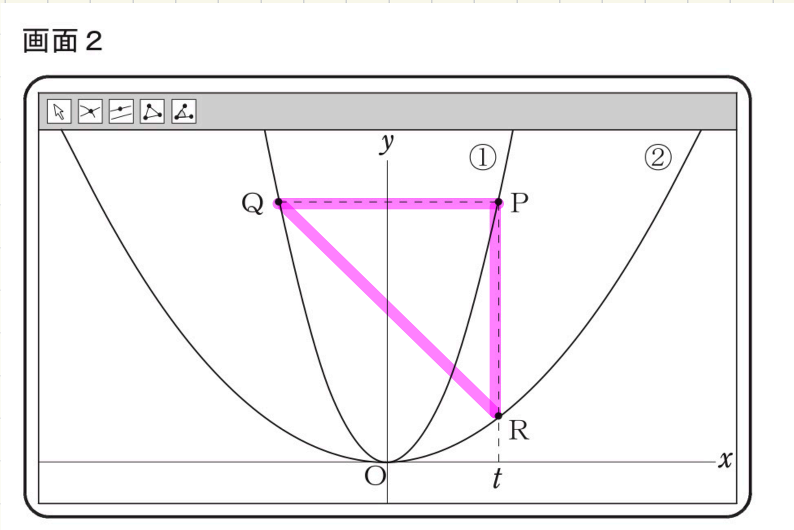
$$9 = 3a + b \quad \text{——①}$$
$$-)\ 4 = -2a + b \quad \text{——②}$$
$$5 = 5a$$
$$\therefore a = 1$$

よって、$y = x + 6$

$a=1$ を①に代入して

$$9 = 3 \times 1 + b$$
$$\therefore b = 6$$

問2



△PQRは$\angle QPR = 90°$の直角二等辺三角形であるから、$PQ = PR$.

Pは $y = 2x^2$ 上にあり $x = t$ なので

$$y = 2t^2 \quad \therefore P(t,\ 2t^2)$$

Qは Pと y軸について対称なので、x座標は $-t$。さらに、Qのy座標はPのy座標と等しいので、$Q(-t,\ 2t^2)$

Rは $y = \frac{1}{2}x^2$ 上にあり $x = t$ なので

$$y = \frac{1}{2}t^2 \quad \therefore R\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$$

よって、

$$PQ = t - (-t) = 2t \quad \text{——①}$$
$$PR = 2t^2 - \frac{1}{2}t^2 = \frac{3}{2}t^2 \quad \text{——②}$$

PQ = PR より ① = ② よって

$$2t = \frac{3}{2}t^2$$

$$\Leftrightarrow 4t = 3t^2$$

$$\Leftrightarrow 3t^2 - 4t = 0$$

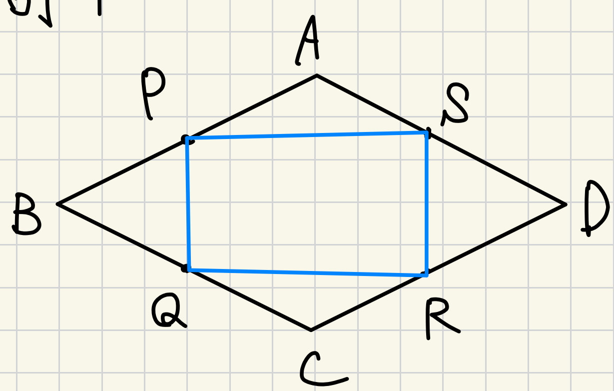
$$\Leftrightarrow t(3t-4) = 0$$

$$\therefore t = 0, \frac{4}{3}$$

$t > 0$ より $t = \frac{4}{3}$

$\boxed{4}$

問1



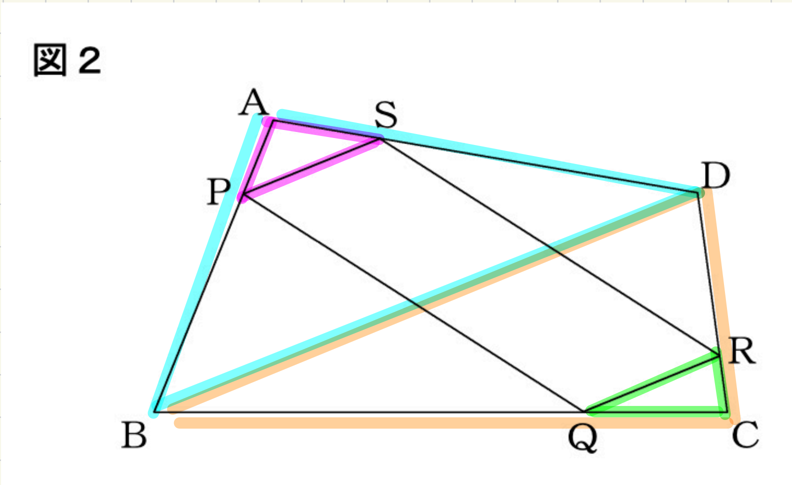
□ABCD がひし形のとき、□PQRS は、左図のように長方形となる。

よって、正方形 と ひし形は 当てはまらない

ア ウ

問2

(1)



△APSと△ABDにおいて,
AP：PB＝AS：SD
であるから，PS // BD —㋐

△CQRと△CBDにおいて,
CQ：QB＝CR：RD
であるから，QR // BD —㋑

㋐,㋑より PS // QR ——①

また，㋐より
PS：BD＝AP：PB＝1：4
であるから，

$PS = \frac{1}{4}BD$ —㋒

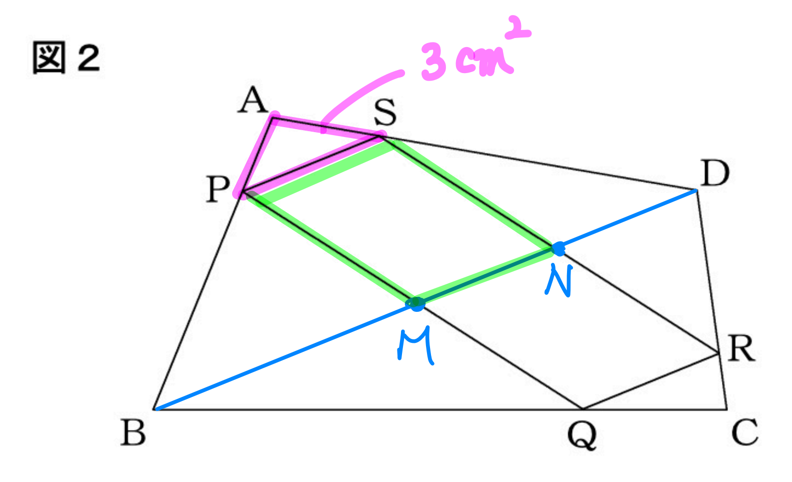
㋑より
QR：BD＝CQ：CB＝1：4
であるから，

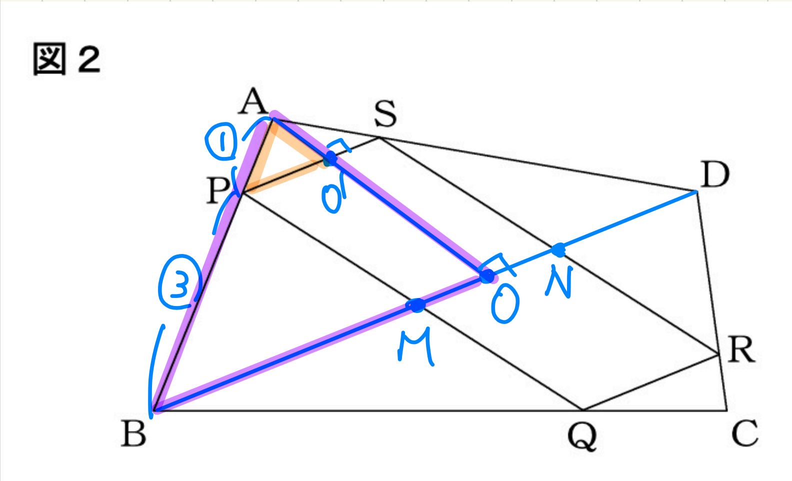
$QR = \frac{1}{4}BD$ —㋓

㋒,㋓より
PS＝QR ——②

①,②より1組の対辺が平行で長さが等しいので，
□PQRSは，平行四辺形である。(証明終わり)

(2) 難問





点AからBDに垂直な線を引き、BDとの交点をO、PSとの交点をO′とする。

△APO′と△ABOにおいて、
PS // BMより同位角が等しいので、

$\angle APO' = \angle ABO$ ―― ①

$\angle AO'P = \angle AOB$ ―― ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle APO' \backsim \triangle ABO$

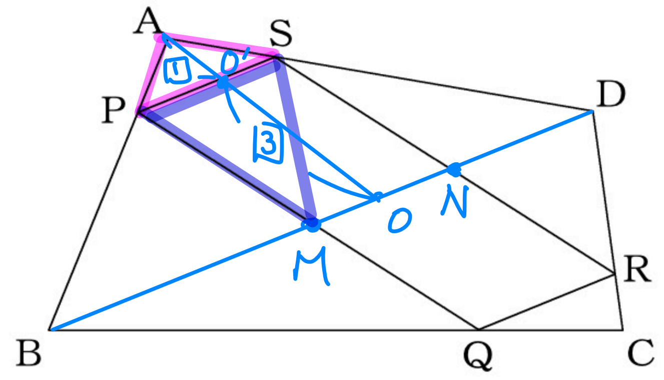
よって

$\underset{①}{AP} : \underset{④}{AB} = AO' : AO$

$\therefore AO' : AO = 1 : 4$

$\therefore AO' : O'O = 1 : 3$

図 2



△APS と △MPS において、底辺を共通の PS とすると、面積比は高さの比となる。
AO′ : O′O = 1 : 3 より

面積比は、

$\underbrace{\triangle APS}_{3\,cm^2} : \triangle MPS = 1 : 3$

よって、

$\triangle MPS = 9\,cm^2$

□PMNS は平行四辺形なので、

$\square PMNS = \triangle MPS \times 2$

$= 9 \times 2$

$= 18\,cm^2$

$\boxed{5}$

問1

(1)

図 1

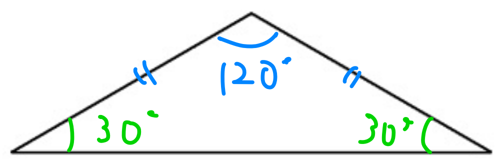


図1は二等辺三角形だから、1つの底角は

$(180° - 120°) \div 2 = 60° \div 2$

$= 30°$

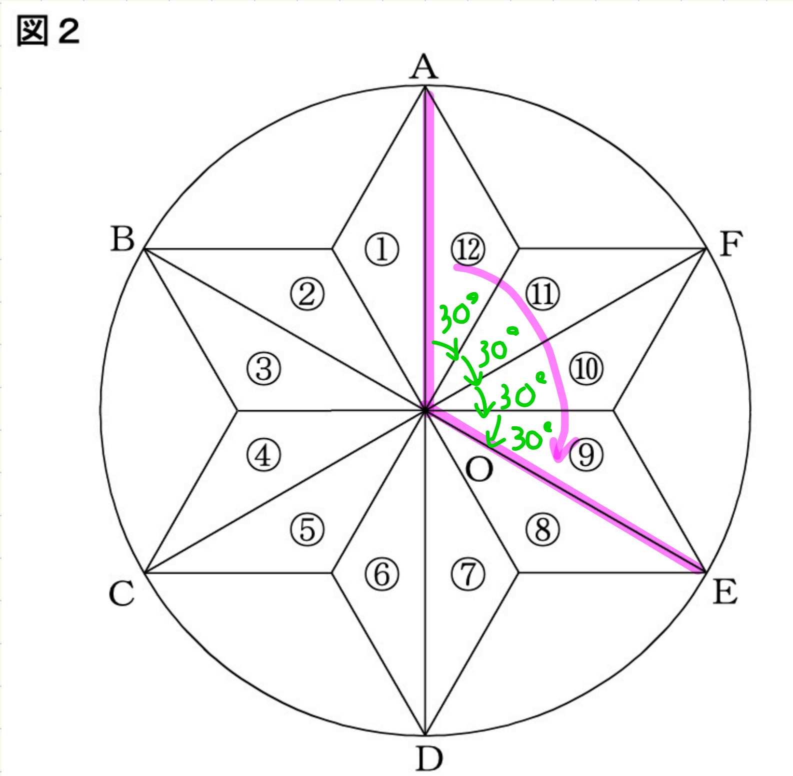


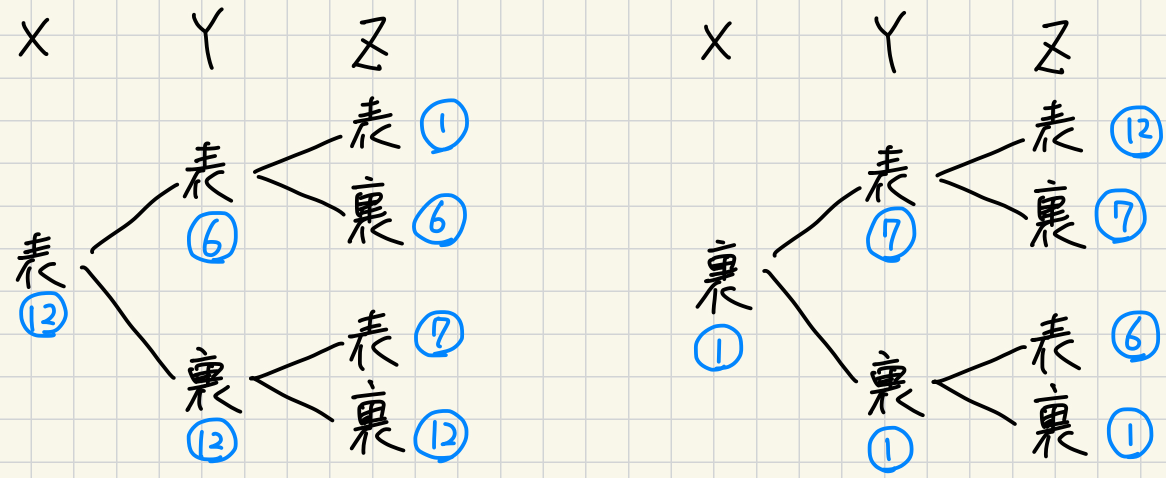
図2

①を回転させて⑨に重なるのは、AOをEOに重ねることと同じである。

よって、左図より

$30° \times 4 = \underline{120°}$

(2) 樹形図は以下の通り。



よって求める確率は $\frac{2}{8} = \underline{\frac{1}{4}}$

問2

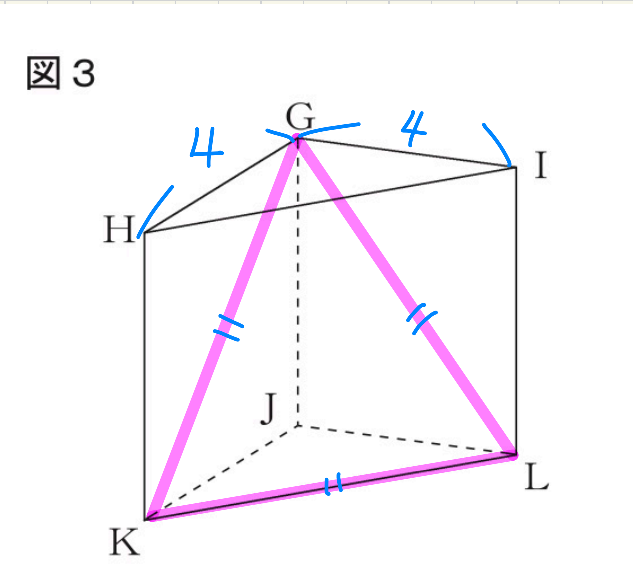


図3

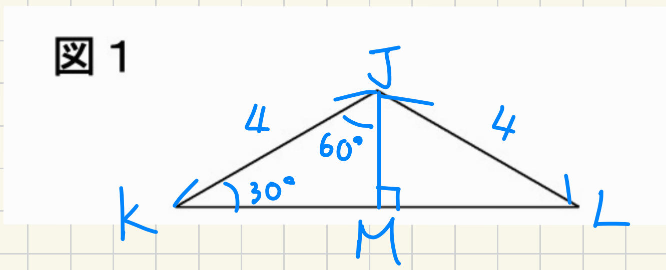


図1

点JからKLに垂線を下ろした足をMとする。

△JKLは二等辺三角形だから、MはHIの中点である。
また ∠KJL = 120° より ∠KJM = 60°
よって、△JKMは30°−60°−90°の直角三角形なので、

$$JM : JK : KM = 1 : 2 : \sqrt{3} \quad \text{—— ①}$$

$$\therefore \underbrace{JK}_{4} : KM = 2 : \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 2KM = 4\sqrt{3} \qquad \therefore KM = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$$

よって、

$$KL = 2KM$$
$$= 4\sqrt{3}\,\text{cm}$$

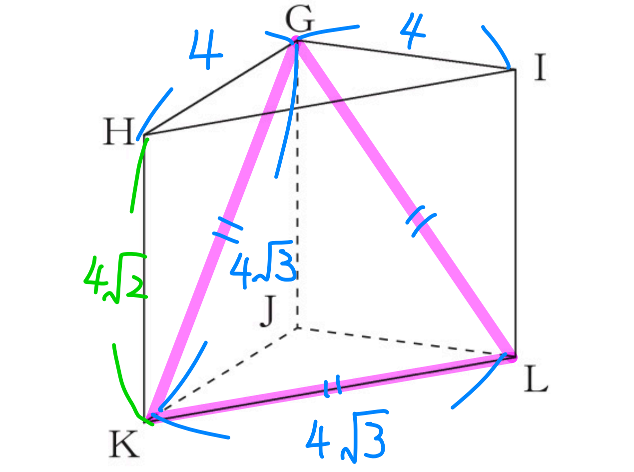
また①より

$$JM : \underbrace{JK}_{4} = 1 : 2$$

$$\Leftrightarrow 2JM = 4 \qquad \therefore JM = 2\,\text{cm}$$

以上より

$$\triangle JKL\text{の面積} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}\,\text{cm}^2$$

図３


また、△GKLは正三角形なので、

$$GK = 4\sqrt{3}\,\text{cm}.$$

△GHKで三平方の定理より

$$HK = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4^2}$$

$$= \sqrt{48 - 16}$$

$$= \sqrt{32}$$

$$= 4\sqrt{2}\ \text{cm}$$

以上より、三角柱の体積は

$$4\sqrt{3} \times 4\sqrt{2} = 16\sqrt{6}\ \text{cm}^3$$