2024年度　兵庫県
数学

Km Km

1.

(1) 与式 $= \underline{-3}$

(2) 与式 $= 6x + 3y - x + 4y$

$= \underline{5x + 7y}$

(3) 与式 $= 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

$= \underline{5\sqrt{5}}$

(4) 解の公式より

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

$$= \underline{\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}}$$

(5) y は x に反比例するので、$y = \frac{a}{x}$ とおくと、

$x = -6$, $y = 3$ を代入して

$3 = \frac{a}{-6}$ $\quad \therefore a = -18$

よって、$y = -\frac{18}{x}$ に $x = 2$ を代入して

$y = -\frac{18}{2}$

$= \underline{9}$

(6) 絶対値が 2以下の整数は、以下の通り

$-2, -1, 0, 1, 2$

よって和は

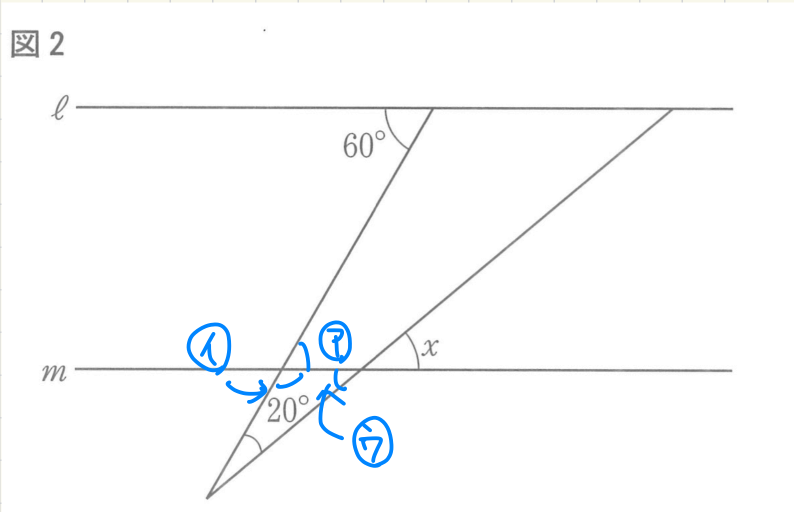
$-2 + (-1) + 0 + 1 + 2 = 0$

(7) 円すいの体積は

底面積 × 高さ × $\frac{1}{3}$ $= 4 \times 4 \times \pi \times 6 \times \frac{1}{3}$

$= 32\pi \text{ cm}^3$

(8)



㋐：ℓ // m より錯角が等しいので、

㋐ $= 60°$

㋑：直線は180°だから

㋑ $= 180° - 60°$

$= 120°$

㋒：三角形の内角の和は180°より

㋒ $= 180° - (120° + 20°)$

$= 180° - 140°$

$= 40°$

$\angle x$ と㋒は対頂角で等しいから

$\angle x =$ ㋒

$= 40°$

2.

(1) 駐輪場Aは、60分を超え180分までは240円だから、100分駐輪したときの料金は240円

(2) 直線PQの式を$y=ax+b$とおくと、P(20, 100)、Q(40, 120)を通るから

$$100 = 20a + b \quad —①$$
$$-)\ 120 = 40a + b \quad —②$$
$$-20 = -20a$$
$$\therefore a = 1$$

$a=1$を①に代入して

$100 = 20 \times 1 + b \Rightarrow b = 80$

よって $y = x + 80$

(3)

ア：120分を超え140分まで

A → 240円

B → $120 < x \leqq 140$ より $x=140$のときと同じ料金だから、$y=x+80$に$x=140$を代入して $y=140+80=220$円

よって、Aの方が高いので誤り

イ：140分を超え160分まで

A → 240円

B → $140 < x \leqq 160$ より $x=160$のときと同じ料金だから、$y=x+80$に$x=160$を代入して.

$y=160+80=240$円

よって、AとB両方同じ料金なので正しい

ウ：160分を超え180分まで

A → 240円

B → $160 < x \leqq 180$ より $x=180$ のときと

同じ料金だから、$y=x+80$ に $x=180$ を

代入して $y=180+80=260$円

よって、Bの方が高いので誤り

エ：イより 同じ料金になるので誤り

(4) 180分を超え300分までのとき、Aは330円である。

また、Bにt分駐輪したときのBの料金は、

$y=t+80$ である。よって、

$$t+80 < 330$$

$$t < 240$$

したがって、240分まではBの方が安い

3

(1) まず、2つの奇数の積について考える。

m, n を整数とすると、2つの奇数は、$2m+1$, $2n+1$ と表される。

この2つの奇数の積は、$(2m+1)(2n+1)$ と表すことができ、変形すると、

$$(2m+1)(2n+1) = 4mn+2m+2n+1$$

$$= \underbrace{2}_{(\text{i})}(\underbrace{2mn+m+n}_{(\text{ii})})+1$$

$2mn+m+n$ は整数だから、$2(2mn+m+n)$ は偶数である。したがって、2つの奇数の積は奇数である。

同じようにして考えると、2つの偶数の積、偶数と奇数の積はどちらも偶数である

(参考)

2つの偶数の積

m, n を整数とすると、2つの偶数は、$2m$、$2n$ と表される。これらの積は、

$$2m \times 2n = 4mn = 2 \times 2mn$$

$2mn$ は整数なので、$2 \times 2mn$ は偶数。よって2つの偶数の積は、偶数。

偶数と奇数の積

m, n を整数とすると、偶数は $2m$、奇数は $2n+1$ と表される。これらの積は

$$2m \times (2n+1) = 2 \times m(n+1)$$

$m(n+1)$ は整数なので、$2 \times m(n+1)$ は偶数。よって偶数と奇数の積は偶数

(2) 2つのさいころを投げたときの出る目の総数は

$6 \times 6 = 36$ 通り

① ab の値が奇数となるのは、a, b ともに奇数のときであるから

$(a, b) = (1, 1), (1, 3), (1, 5)$
$(3, 1), (3, 3), (3, 5)$
$(5, 1), (5, 3), (5, 5)$

の9通り。よって求める確率は

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

② $ab+3b$ が偶数となるのは、
(i) ab, $3b$ が共に偶数
(ii) ab, $3b$ が共に奇数
となるときである。

(i) ab, $3b$ が共に偶数
$3b$ が偶数となるのは、$b = 2, 4, 6$ の3通り
このとき、ab が偶数となるのは、$a = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ の6通り　よって、ab, $3b$ が共に偶数となるのは、

$3 \times 6 = 18$ 通り

(ii) ab, $3b$ が共に奇数
$3b$ が奇数となるのは、$b = 1, 3, 5$ の3通り
このとき、ab が奇数となるのは、$a = 1, 3, 5$ の3通り
よって、ab, $3b$ が共に奇数となるのは、

$3 \times 3 = 9$ 通り

以上より、$ab+3b$ が偶数となるのは
$18+9=27$ 通り

よって、求める確率は
$$\frac{27}{36}=\frac{3}{4}$$

③ $a^2-5ab+6b^2=(a-2b)(a-3b)$
これが3以上の奇数になれば良い。

$a-2b$ 　 $a-3b$

a＼b	1	2	3	4	5	6
1	−1, −2 2 $(a-2b)(a-3b)$	−3, −5 15	−5, −8 40	−7, −11 77	−9, −14 126	−11, −17 187
2	0, −1 0	−2, −4 8	−4, −7 28	−6, −11 66	−8, −13 104	−10, −16 160
3	1, 0 0	−1, −3 3	−3, −6 18	−5, −9 45	−7, −12 84	−9, −15 135
4	2, 1 2	0, −2 0	−2, −5 10	−4, −8 32	−6, −11 66	−8, −14 112
5	3, 2 6	1, −1 −1	−1, −4 4	−3, −7 21	−5, −10 50	−7, −13 51
6	4, 3 12	2, 0 0	0, −3 0	−2, −6 12	−4, −9 36	−6, −12 72

表より $a^2-5ab+6b^2=(a-2b)(a-3b)$ が
3以上の奇数となるのは8通り。よって求める
確率は

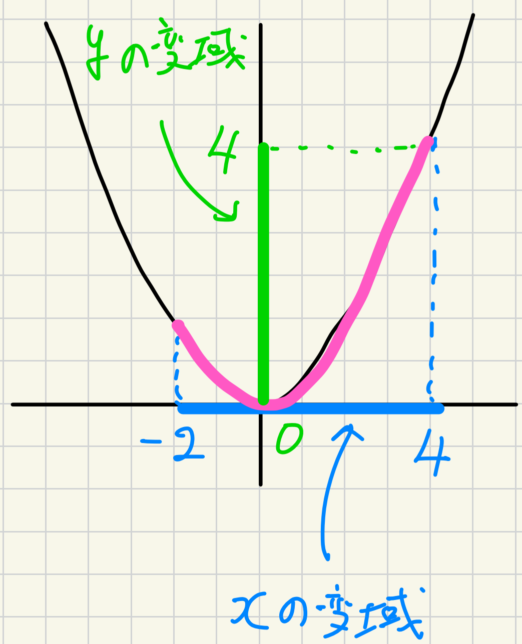
$$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$$

4.

(1) A $(-2,1)$ は $y=ax^2$ 上にあるので、$x=-2$、$y=1$
を代入して、

$$1=a\times(-2)^2$$
$$=4a$$
$$\therefore a=\frac{1}{4}$$

(2)



左のグラフより、$y=\frac{1}{4}x^2$ において、
$x=4$ のとき

$$y=\frac{1}{4}\times4^2$$
$$=\frac{1}{4}\times16$$
$$=4$$

よって、yの変域は、$0 \leqq y \leqq 4$
ア　　イ

(3) 点Bは $y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあり $x=4$ なので:

$$y=\frac{1}{4}\times 4^2$$

$$=4 \qquad \therefore B(4,4)$$

直線ABの式を $y=ax+b$ とおくと, $A(-2,1)$, $B(4,4)$ を通るので:

$$\begin{array}{rl} 1=-2a+b & —— ① \\ -)\ 4=4a+b & —— ② \\ \hline -3=-6a & \end{array}$$

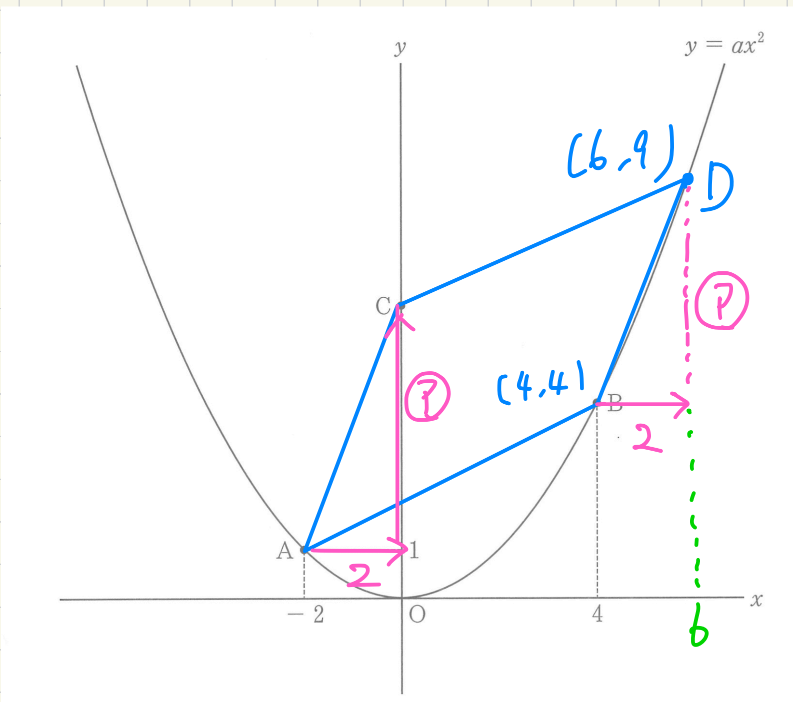
$$a=\frac{1}{2}$$

$a=\frac{1}{2}$ を①に代入して

$$1=-2\times\frac{1}{2}+b \Rightarrow b=2$$

よって, $y=\frac{1}{2}x+2$

(4)
①



□ABDCは平行四辺形なので.

AC // BD

よって直線ACと直線BDの傾きは等しい.

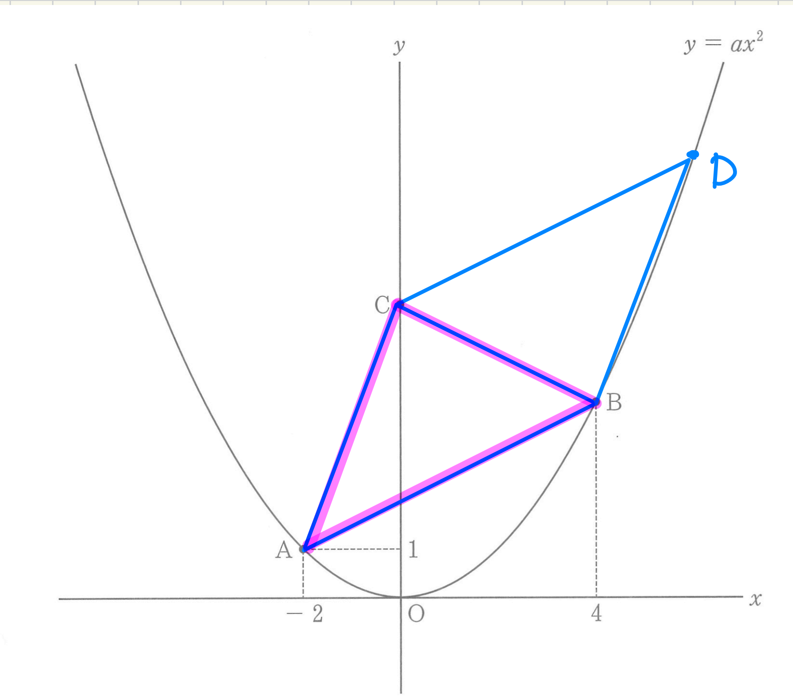
直線ACはx軸方向に$+2$, y軸方向に$+$㋐
の傾きだから.直線BDの傾きもx軸方向に$+2$,
y軸方向に$+$㋐の傾きとなる。よって.Dのx座標は
Bのx座標より$+2$なので. $4+2=6$ となる.

Dは $y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあり $x=6$ だから

$$
\begin{aligned}
y &= \frac{1}{4} \times 6^2 \\
&= \frac{1}{4} \times 36 \\
&= 9
\end{aligned}
$$

$\therefore$ D$(6, 9)$

② やや難



□ABDCは平行四辺形だから.対角線BCは□ABDCの面積を二等分する.よって

△ABC = △DBC

↑

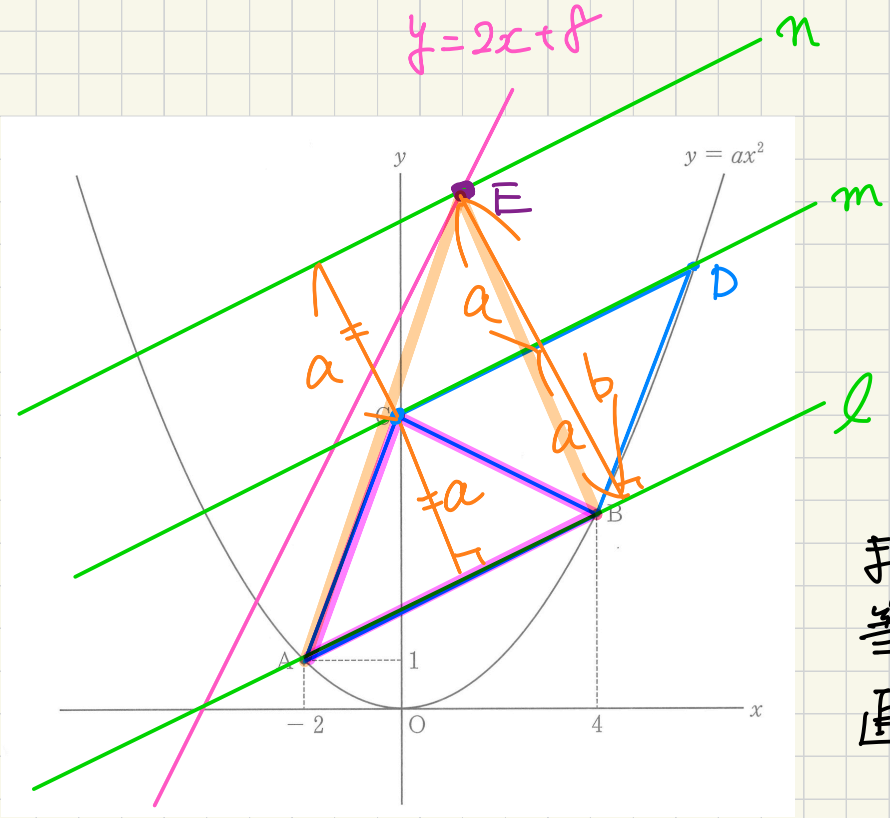
面積が等しい

⇒ □ABDC = 2×△ABC

△ABE = □ABDCより

△ABE = 2×△ABC

∴ △ABEは△ABCの面積の2倍となれば良い.



左図のように、ABを通る直線をl、

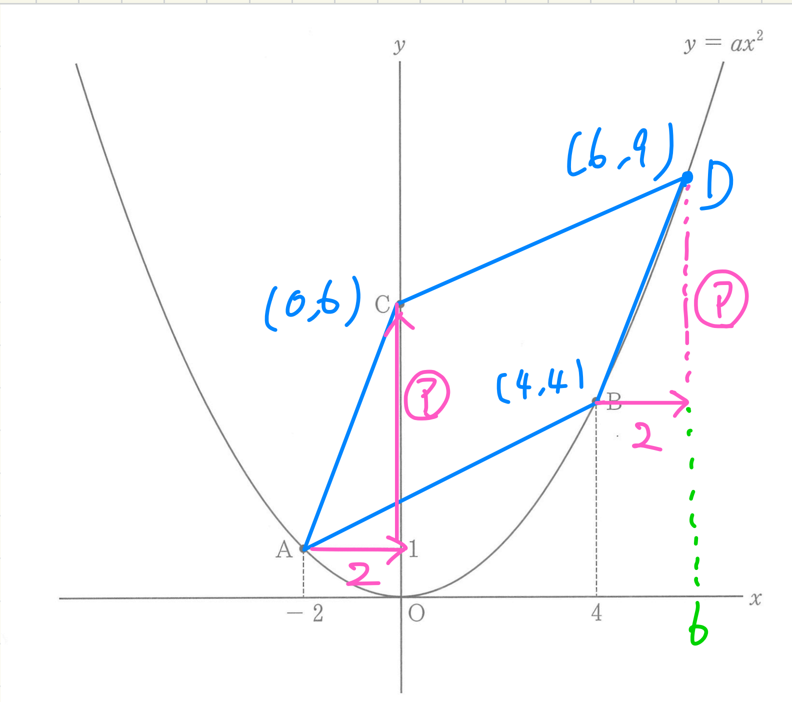
Cを通りlに平行な直線をmとする。

⇒ mはCDを通る。

また、lとmとの距離が等しく、mと平行な直線をnとする。

また、nと$y=2x+8$の交点をEとする。

△ABCと△ABEにおいて、底辺を共通のABとすると、面積比は高さ比と等しい。直線l, m, nの関係より△ABEの高さは、△ABCの高さの2倍である。よって、求める点Eの座標は、$y=2x+8$とnの交点である。



B(4,4)、D(6,9)より

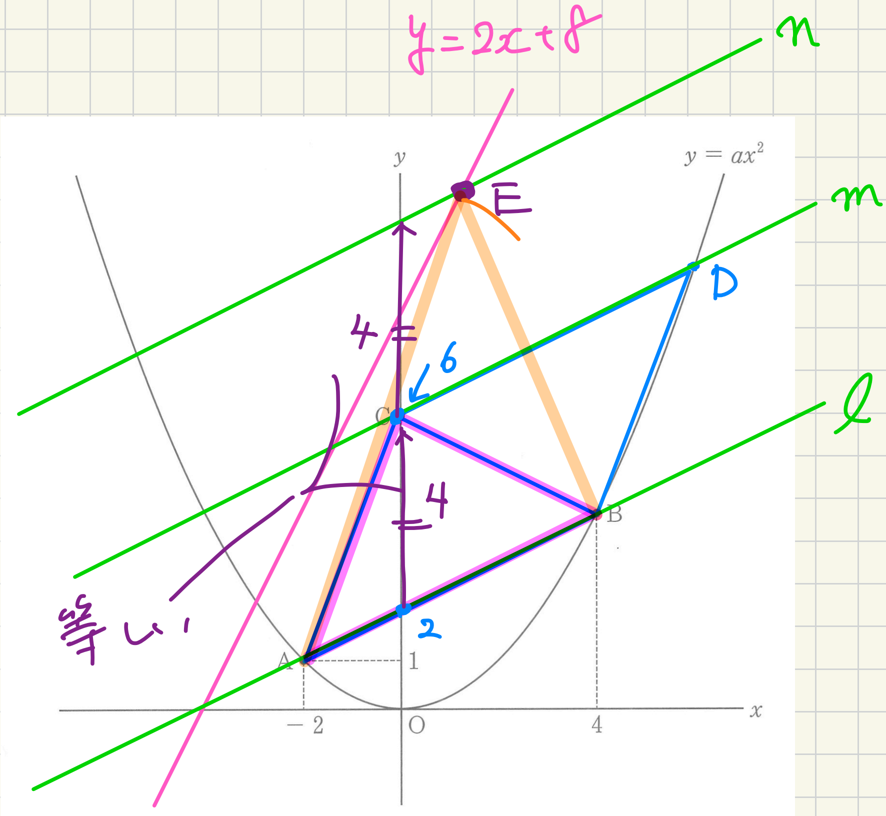
左図の㋐は

㋐ $= 9-4=5$

よって、Cのy座標は

$1+$㋐ $=1+5=6$

⇒ C(0,6)



直線ℓのy切片は(3)より2だから。

直線nのy切片は

$6+4=10$

ℓ//m//nより、直線nの傾きは $\frac{1}{2}$

(3)よりABの傾きと等しい

よって、直線 n : $y=\frac{1}{2}x+10$

Eは $y=\frac{1}{2}x+10$ と $y=2x+8$ の交点だから

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+10 & \text{——ⓐ} \\ y=2x+8 & \text{——①} \end{cases}$$

ⓐを①に代入して

$\frac{1}{2}x+10=2x+8$

$\Leftrightarrow -\frac{3}{2}x=-2$

$\therefore x=\frac{4}{3}$

$x=\frac{4}{3}$ を①に代入して

$y=2\times\frac{4}{3}+8$

$=\frac{8}{3}+8$

$=\frac{32}{3}$

よって、求める座標は $\left(\frac{4}{3}, \frac{32}{3}\right)$

5

(1)

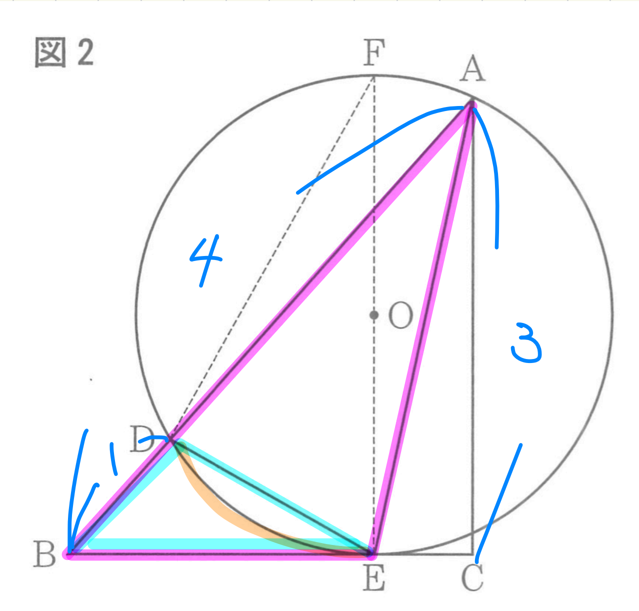


図2のように、直線EOと円Oの交点のうち、点Eと異なる点をFとし、まず、△ABE∽△EBDであることを証明する。

△ABEと△EBDにおいて、共通な角だから

$\angle ABE = \angle EBD$ —— ①

弧DEに対する円周角は等しいから

$\angle DAE = \angle DFE$ —— ②

エ

△DEFは辺EFを斜辺とする直角三角形であるから、

$\angle DFE + \angle DEF = 90^\circ$ —— ③

また、OE⊥BCであるから

$\angle DEF + \angle BED = 90^\circ$ —— ④

ウ

③、④より

$\angle DFE = \angle BED$ —— ⑤

②、⑤より

$\angle BAE = \angle BED$ —— ⑥

①、⑥より2組の角がそれぞれ等しいから

△ABE∽△EBD

したがって，AB：EB ＝ BE：BD カ

このことから，

$$4 : EB = BE : 1$$

$$\therefore BE^2 = 4$$

BE > 0 より BE = 2 cm

(2) △ABCで三平方の定理より

$$BC = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16-9} = \sqrt{7}$$

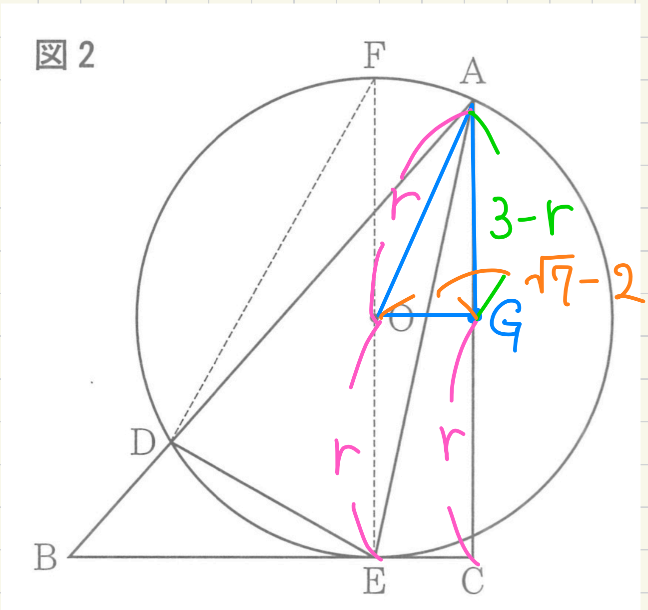
$$= \sqrt{7} \text{ cm}$$

(1) より BE = 2 cm だから

$$CE = BC - BE$$

$$= \sqrt{7} - 2 \text{ cm}$$

(3) やや難



点OからACに垂線を下ろした足をGとする。

また，円Oの半径を r cm とする。

△AOGにおいて，OAは円Oの半径だから OA = r

OEは円Oの半径だから，OE = r

OE = GC より GC = r

AC = 3 cm より AG = 3 − r

また，(2) より $CE=\sqrt{7}-2$ で，$CE=OG$ より
$OG=\sqrt{7}-2$

よって，$\triangle AOG$ で三平方の定理より

$$r^2=(\sqrt{7}-2)^2+(3-r)^2$$
$$=7-4\sqrt{7}+4+9-6r+r^2$$

$$\Leftrightarrow 6r=20-4\sqrt{7}$$
$$\therefore r=\frac{10-2\sqrt{7}}{3}$$

6.
(1) データを小さい順に並べる

2, 2, 4, 5, 7, 7, 8, 9, 10, 10, 11, 14

中央値

よって，中央値 $=\dfrac{7+8}{2}=7.5$ 日

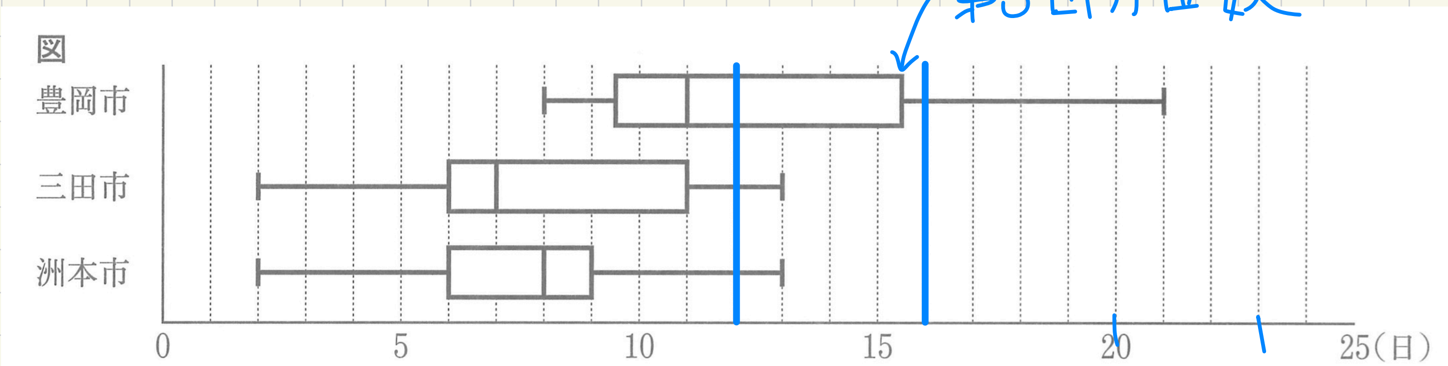
(2)
①

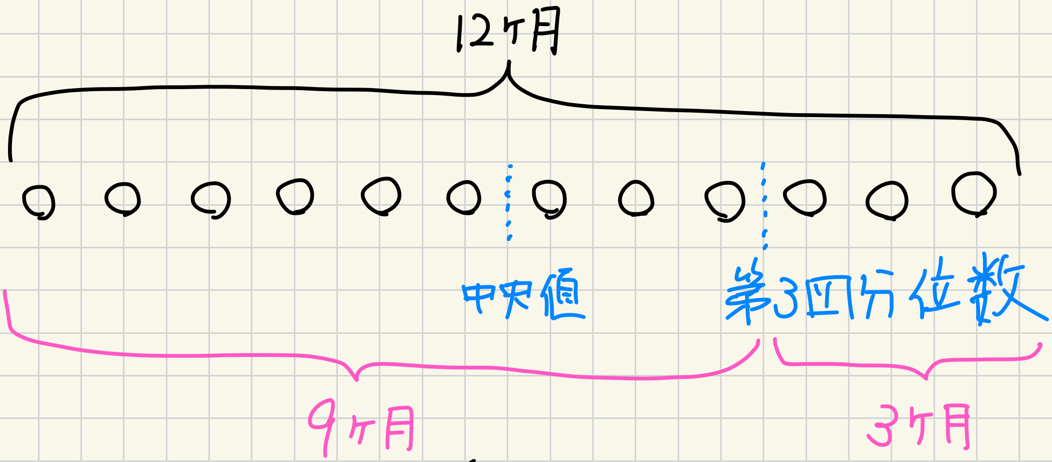
a：範囲 = 最大値 − 最小値
三田市の範囲 $=13-2=11$
洲本市の範囲 $=13-2=11$
よって，範囲が等しいので，正しい ア

b：箱ひげ図から平均値はわからないので、
図からはわからない ウ

②

第3四分位数





12日～16日は第3四分位数が含まれているので、
累積度数は9ケ月。よって、累積相対度数は

$$\frac{9}{12}=0.75$$

(3)

① 2月1日から3日までの3日間のブライアスコアは

$$\{(x-0)^2+(y-0)^2+(0.5-0)^2\}\div 3$$

$$=\frac{x^2+y^2+0.5^2}{3} \quad —— ㋐$$

2月4日から6日までの3日間のブライアスコアは

$$\left\{(x-1)^2+(y-1)^2+\underbrace{(0.5-1)^2}_{(-0.5)^2=0.5^2}\right\}\div 3$$

$$=\frac{(x-1)^2+(y-1)^2+0.5^2}{3} \quad \text{——} \quad ①$$

㋐ = ① より

$$\frac{x^2+y^2+0.5^2}{3}=\frac{(x-1)^2+(y-1)^2+0.5^2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2+y^2+0.5^2=(x-1)^2+(y-1)^2+0.5^2$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2+y^2-(x-1)^2-(y-1)^2=0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2+y^2-x^2+2x-1-y^2+2y-1=0$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x+2y-2=0$$

$$\Leftrightarrow \quad x+y-1=0$$

$$\Leftrightarrow \quad y=-x+1$$

②

2月1日から6日までの6日間のブライアスコアは

$$\frac{x^2+y^2+0.5^2+(x-1)^2+(y-1)^2+0.5^2}{6}$$

$$= \frac{x^2+y^2+0.25+x^2-2x+1+y^2-2y+1+0.25}{6}$$

$$= \frac{2x^2+2y^2-2x-2y+2.5}{6}$$

$$= \frac{x^2+y^2-x-y+1.25}{3}$$

ここで、(3)①より $y=-x+1$ だから

$$\frac{x^2+y^2-x-y+1.25}{3} = \frac{x^2+(-x+1)^2-x-(-x+1)+1.25}{3}$$

$$= \frac{x^2+x^2-2x+1-x+x-1+1.25}{3}$$

$$= \frac{2x^2-2x+1.25}{3} \quad \text{—— ⓐ}$$

ア:

$y=-x+1$

表 4

	1 日	2 日	3 日	4 日	5 日	6 日	7 日	8 日	9 日
予報（降水確率）	x	y	0.5	x	y	0.5	x	y	0.5
降水の有無	0	0	0	1	1	1	1	1	0

2月7日から9日までの3日間のブライアスコアは

$$\frac{(x-1)^2+(-x+1-1)^2+(0.5-0)^2}{3}$$

$$= \frac{x^2-2x+1+x^2+0.25}{3}$$

$$= \frac{2x^2 - 2x + 1.25}{3} \quad —— ⓑ$$

よって ⓑ = ⓐ となり不適

イ：

$y = -x + 1$

表 4

	1日	2日	3日	4日	5日	6日	7日	8日	9日
予報（降水確率）	x	y	0.5	x	y	0.5	x	y	0.5
降水の有無	0	0	0	1	1	1	1	0	1

2月7日から9日までの3日間のブライアスコアは．

$$\frac{(x-1)^2 + (-x+1-0)^2 + (0.5-1)^2}{3}$$

$$= \frac{x^2 - 2x + 1 + x^2 + 0.25}{3}$$

$$= \frac{x^2 - 2x + 1.25}{3} \quad —— ⓒ$$

よって ⓒ = ⓐ となり不適

ウ

$y = -x + 1$

表 4

	1日	2日	3日	4日	5日	6日	7日	8日	9日
予報（降水確率）	x	y	0.5	x	y	0.5	x	y	0.5
降水の有無	0	0	0	1	1	1	0	1	1

2月7日から9日までの3日間のブライアスコアは．

$$\frac{(x-0)^2+(-x+1-1)^2+(0.5-1)^2}{3}$$

$$=\frac{x^2+x^2+0.25}{3}$$

$$=\frac{2x^2+0.25}{3} \quad \text{—— } d$$

条件より $d = a - \frac{2}{15}$ だから

$$\frac{2x^2+0.25}{3}=\frac{2x^2-2x+1.25}{3}-\frac{2}{15}$$

$$\Leftrightarrow 10x^2+1.25=10x^2-10x+6.25-2$$

$$\Leftrightarrow 10x=3$$

$$\therefore x=\frac{3}{10}=0.3$$

よって, $x=0.3$ で雨が降ったのは2月8日と9日

ウ