2024年度 愛媛県

数学

Km Km

(一)

1. 与式 $= 5$

2. 与式 $= -\frac{9}{2} \times \left(-\frac{4}{3}\right)$

$= 6$

3. 与式 $= 9a^2 \times 2a$

$= 18a^3$

4. 与式 $= \sqrt{3}^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 1 + 1^2 - 3\sqrt{3}$

$= 3 + 2\sqrt{3} + 1 - 3\sqrt{3}$

$= 4 - \sqrt{3}$

$\frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$

5. 与式 $= x^2 - 16 + x^2 - 6x + 5$

$= 2x^2 - 6x - 11$

(二)

1. 与式 $= (x+3)(x-6)$

2. 1のカードがでる確率は $\frac{1}{4}$

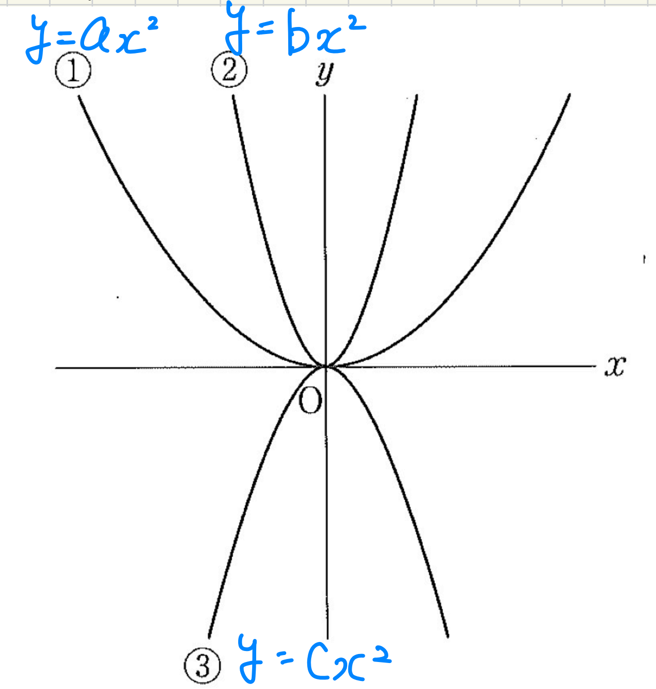
ア：正しい

イ：必ず10回とは限らないので誤り

ウ：前に出た数字に影響しないので誤り

エ：2回（あるいはそれ以上）出ることもあるので、誤り

3.

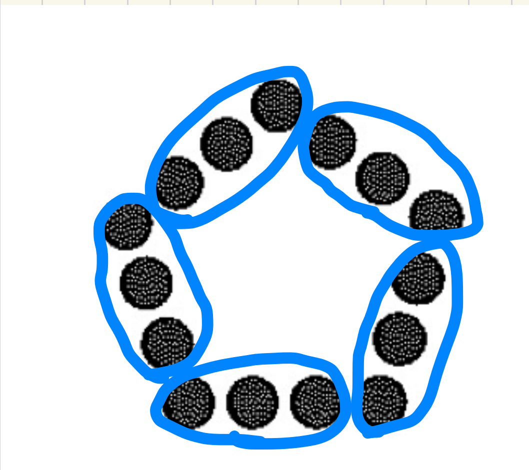


③は上に凸のグラフだから、
比例定数 c は負
①、②は下に凸なグラフだから
比例定数 a, b は正

また、①の方が②に比べて
グラフの開き具合は大きいので
$a < b$

よって、c, a, b

4.

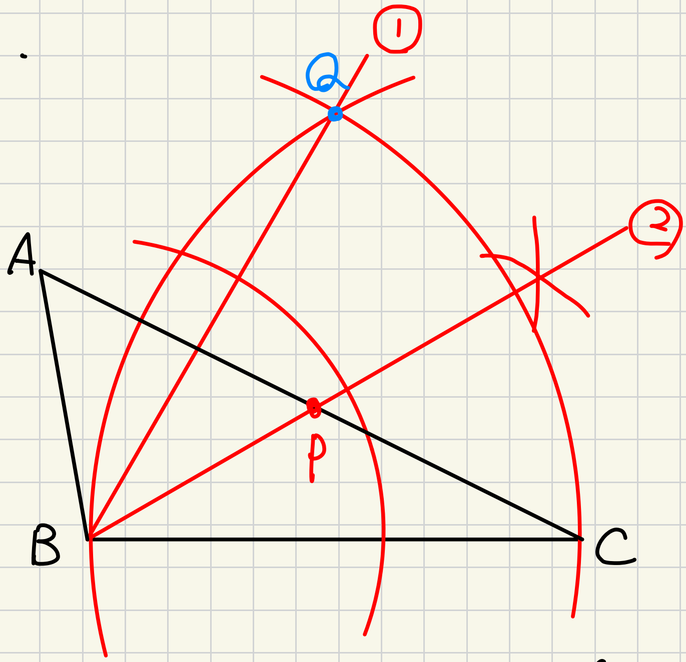


左図のように碁石のグループを
作ると、碁石の数は
$\underbrace{3}_{(4-1)} \times 5 = 15$ 個

よって、n 個の碁石で五角形を
作るとき、碁石の数は

$(n-1) \times 5 = 5n - 5$ 個

5.

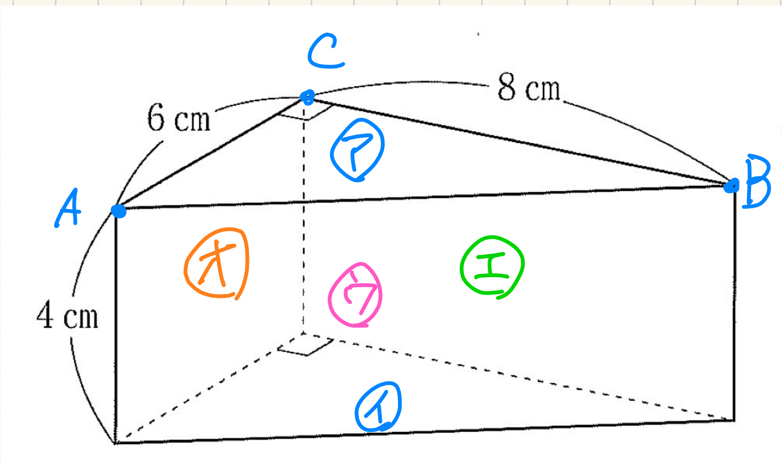


① B, Cを中心として半径BCの円を描く
⇒ 交点をQとする
BQ, BC, CQは円の半径だから
$BQ = BC = CQ$

よって△BCQは正三角形で、$\angle QBC = 60^\circ$

② ∠QBCの二等分線を描き、ACとの交点がP.

6.



△ABCで三平方の定理より

$AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$

$= 10\,\mathrm{cm}$

㋐ = ㋑ $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

㋒ $= 4 \times 10 = 40$

㋓ $= 4 \times 8 = 32$

㋔ $= 4 \times 6 = 24$

よって表面積は

$$\underbrace{24}_{\text{㋐}} + \underbrace{24}_{\text{㋑}} + \underbrace{40}_{\text{㋒}} + \underbrace{32}_{\text{㋓}} + \underbrace{24}_{\text{㋔}} = 144\,\mathrm{cm}^2$$

7.

4人の組をx組，5人の組をy組とすると，

$$\begin{cases} 4x + 5y = 73 & \text{——— ①} \\ x + y = 16 & \text{——— ②} \end{cases}$$

① − ② × 4 より

$$\begin{array}{rr} & 4x + 5y = 73 \\ -) & 4x + 4y = 64 \\ \hline & y = 9 \end{array}$$

$y = 9$ を ② に代入して

$$x + 9 = 16 \quad \therefore x = 7$$

よって 4人の組は7組，5人の組は9組

(三)

1. y は x^2 に比例するから，$y = ax^2$ とおく．

$x = 2$，$y = 8$ を代入して

$$8 = a \times 2^2$$

$$\Leftrightarrow \quad 4a = 8$$

$$\therefore a = 2$$

よって，$y = 2x^2$

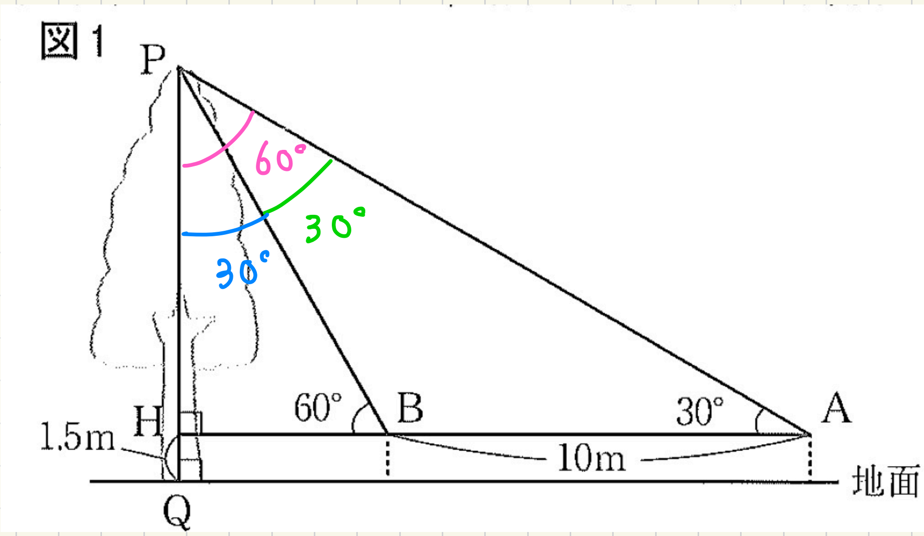
2.

影

$$\begin{array}{ccc} 1.5\,m & \longrightarrow & 2\,m \\ \downarrow \times 4 & & \downarrow \times 4 \\ ?\,m & \longrightarrow & 8\,m \end{array}$$

$$? = 1.5 \times 4 = 6\,m$$

3.



三角形の内角の和は180°だから.

△PHBにおいて

$\angle BPH = 180° - 90° - 60°$

$= 30°$

△PHAにおいて

$\angle APH = 180° - 30° - 90°$

$= 60°$

よって

$\angle APB = 30°$

したがって△PBAはAB = PBの二等辺三角形だから. PB = 10 cm

△PHBは30°-60°-90°の直角三角形だから

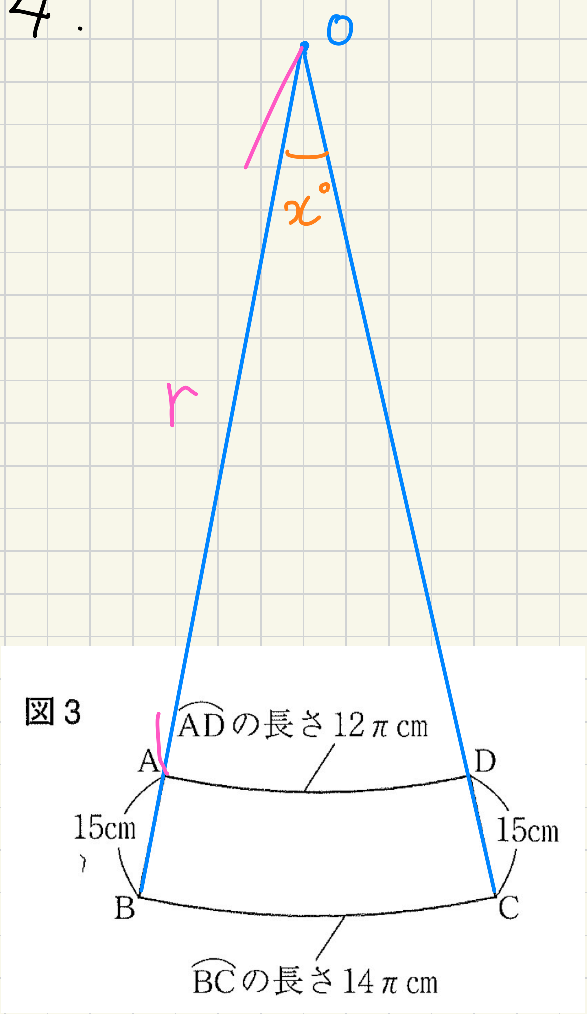
$HB : PB : PH = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \underbrace{PB}_{10} : PH = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore 2PH = 10\sqrt{3}$

よって, $PH = 5\sqrt{3}$ cm

4.



左図のように直線ABと直線CDの交点をOとする。Oは$\overset{\frown}{AD}$及び$\overset{\frown}{BC}$の中心である $OA = OD = r$ cm, $\angle AOD = x°$ とおく。

$\overset{\frown}{AD} = 12\pi$ cm より

$$2 \times r \times \pi \times \frac{x}{360} = 12\pi$$

$$\Leftrightarrow \quad rx = 2160 \quad \text{——①}$$

また、$\overset{\frown}{BC} = 14\pi$ cm より

$$2 \times (r+15) \times \pi \times \frac{x}{360} = 14\pi$$

$$\Leftrightarrow \quad (r+15)x = 2520$$

$$\Leftrightarrow \quad rx + 15x = 2520 \quad \text{——②}$$

①を②に代入して

$$2160 + 15x = 2520$$

$$15x = 360$$

$$x = 24$$

$x = 24$ を①に代入して

$$24r = 2160$$

$$r = 90$$

したがって花壇の内側の円の直径は、$90 \times 2 = 180$ cm

(四)

1. $y=ax^2$ において、x が p から q まで変化するときの変化の割合は、$a(p+q)$

よって、$y=\frac{1}{4}x^2$ において、x が 4 から 8 まで変化するときの変化の割合は

$$\frac{1}{4}\times(4+8)=\frac{1}{4}\times 12$$
$$=3$$

2. 点 A は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあり、$x=-4$ だから

$$y=\frac{1}{4}\times(-4)^2$$
$$=4 \qquad \therefore A(-4,4)$$

点 B は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあり、$x=8$ だから

$$y=\frac{1}{4}\times 8^2$$
$$=16 \qquad \therefore B(8,16)$$

直線 AB の式を $y=ax+b$ とおくと、$A(-4,4)$、$B(8,16)$ を通るから

$$4=-4a+b \quad \text{—— ①}$$
$$-)\ 16=8a+b \quad \text{—— ②}$$
$$-12=-12a$$
$$a=1$$

$a=1$ を ① に代入して

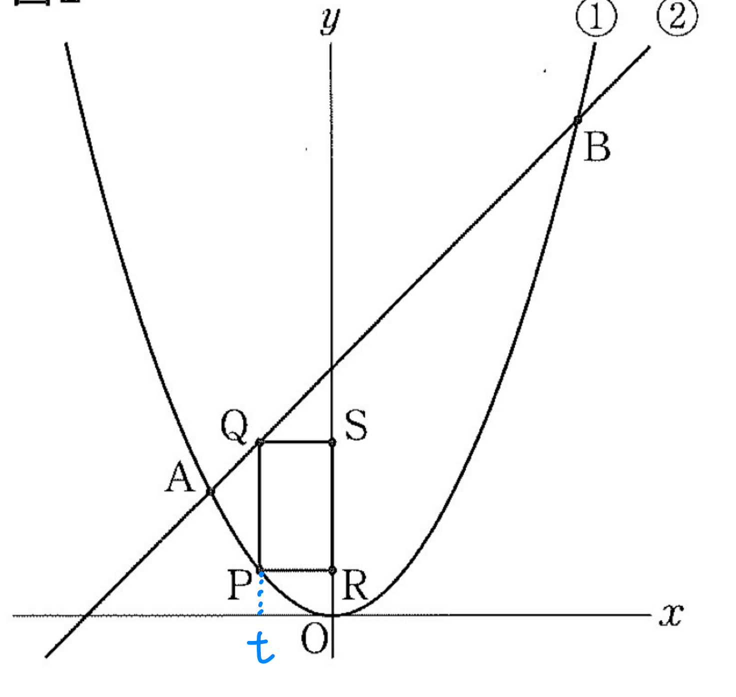
$$4=-4\times1+b \Rightarrow b=8$$

よって, $y=x+8$

3.

(1)

図2



点Pと点Qのx座標は等しいから, 点Qのx座標はt。

点Qは$y=x+8$上にあるから, 点Qのy座標は

$$y=t+8$$

点Qと点Sのy座標は等しいから, 点Sのy座標は

$$t+8$$

(2) 点Pは$y=\frac{1}{4}x^2$上にあり $x=t$ だから

$$y=\frac{1}{4}t^2 \qquad \therefore P\left(t, \frac{1}{4}t^2\right)$$

よって,

$$QP=t+8-\frac{1}{4}t^2$$

また,

$$RP=0-t=-t$$

□PQRSは正方形より, $RP=QP$. よって

$$-t = t + 8 - \frac{1}{4}t^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}t^2 - 2t - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 8t - 32 = 0$$

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \times 1 \times (-32)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{192}}{2}$$

$$= \frac{8 \pm 8\sqrt{3}}{2}$$

$$= 4 \pm 4\sqrt{3}$$

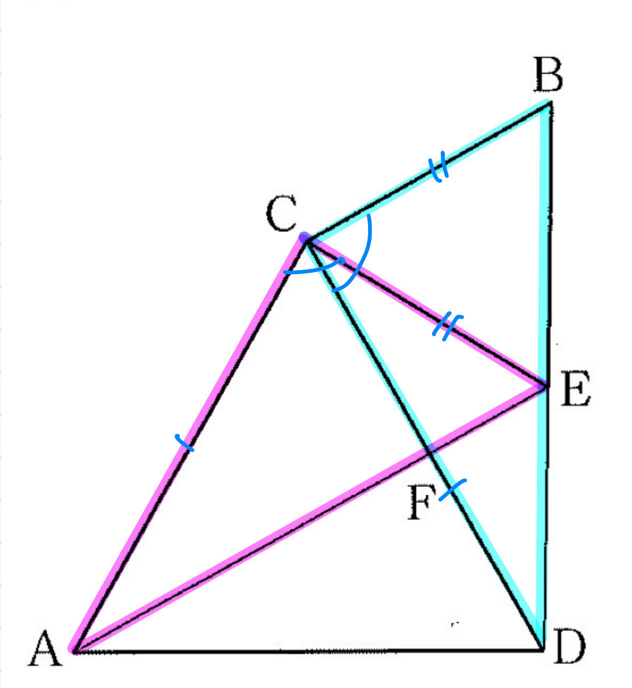
点Pのx座標は負だから. $t = 4 - 4\sqrt{3}$

(五)

1.

(1)

図2



△CAEと△CDBにおいて,

仮定より

$CA = CD$ —— ①

$CE = CB$ —— ②

また,

$\angle ACE = 60° + \angle DCE$ —— ③

$\angle DCB = 60° + \angle DCE$ —— ④

③, ④から

$\angle ACE = \angle DCB$ —— ⑤

①、②、⑤で2つの三角形は、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいことがいえたから

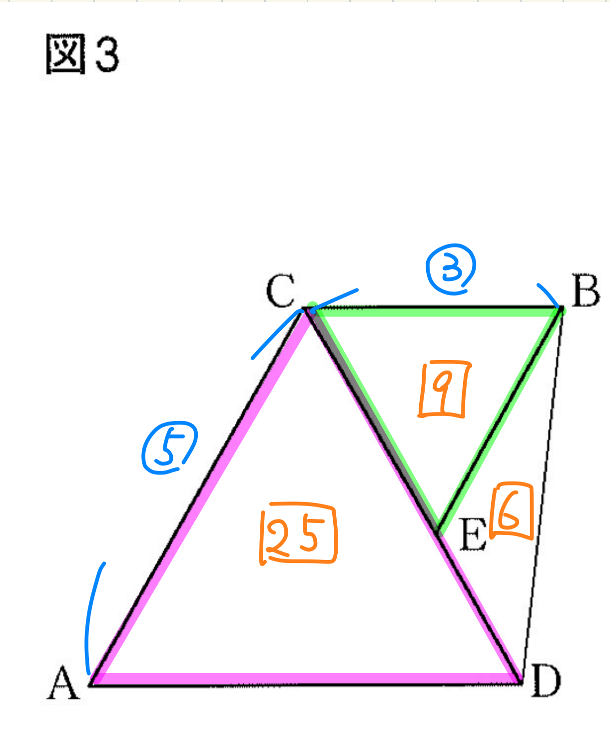
△CAE ≡ △CDB　(証明終わり)

(2) (1)より対応する角は等しいから

∠CAE = ∠CDB ―― ①

点A、Dは線分CEと同じ側にあり、①であるから、円周角の定理の逆より　点A、C、D、Eは1つの円周上にある。よって ウ

2.



△CADと△BCEは正三角形だから △CAD ∽ △BCE

相似比は 5 : 3 であり、

相似な三角形の面積比は相似比の2乗に等しいから

$\triangle CAD : \triangle BCE = 5^2 : 3^2$

$= 25 : 9$

また、△BCEと△BCDにおいて、底辺を共にBCとすると、

面積比は高さの比に等しい。よって

$\triangle BCE : \triangle BCD = 3 : 5$

$\boxed{9}$

$3 \times \triangle BCD = \boxed{45}$

$\triangle BCD = \boxed{15}$

したがって.

$$\triangle BED = \boxed{15} - \boxed{9}$$
$$= \boxed{6}$$

また,

$$\square ADBC = \boxed{25} + \boxed{9} + \boxed{6}$$
$$= \boxed{40}$$

よって.

$$\square ADBC : \triangle BED = 40 : 6$$
$$= 20 : 3$$

$$\Leftrightarrow \quad 3 \times \square ADBC = 20 \times \triangle BED$$

$$\therefore \square ADBC = \frac{20}{3} \times \triangle BED$$

以上より $\square ADBC$ は $\triangle BED$ の $\frac{20}{3}$ 倍