2024年度 福岡県
数学

Km Km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= 7 - 12$

$= -5$

(2) 与式 $= 10a + 5b - 3a + b$

$= 7a + 6b$

(3) 与式 $= 3\sqrt{2} + 7\sqrt{2}$

$= 10\sqrt{2}$

$\frac{14}{\sqrt{2}} = \frac{14}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{14\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}$

(4) y は x に反比例するので、$y = \frac{a}{x}$ とおくと.

$x = -4$, $y = 3$ だから

$3 = \frac{a}{-4}$ $\quad \therefore a = -12$

よって、$y = -\frac{12}{x}$ で $x = 6$ を代入すると

$y = -\frac{12}{6}$

$= -2$

(5) $x(x+7) = 8(x+9)$

$\Leftrightarrow x^2 + 7x = 8x + 72$

$\Leftrightarrow x^2 + 7x - 8x - 72 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 72 = 0$

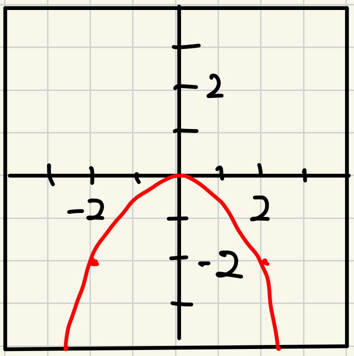
$\Leftrightarrow (x+8)(x-9) = 0$

$\therefore x = -8, 9$

(6) 相対度数 $= \dfrac{23}{65} = 0.3538\cdots$

小数第3位を四捨五入して 0.35

(7)



左図の通り

(8)

(単位：回)

35	41	41	45	47	48	49	51	52	53	56	56	57

上位データ

中央値

第3四分位数

第3四分位数 $= \dfrac{53+56}{2} = 54.5$ 回

(9) B中学校の全校生徒のうち、外国の文化に興味がある生徒の人数を x 人とすると、その割合は

$$\frac{x}{560} \quad \text{—— ①}$$

一方、60人の生徒に対し、外国の文化に興味がある生徒の人数は45人だから、その割合は

$$\frac{45}{60} = \frac{3}{4} \quad \text{—— ②}$$

① = ② と推定すると

$$\frac{x}{560} = \frac{3}{4}$$

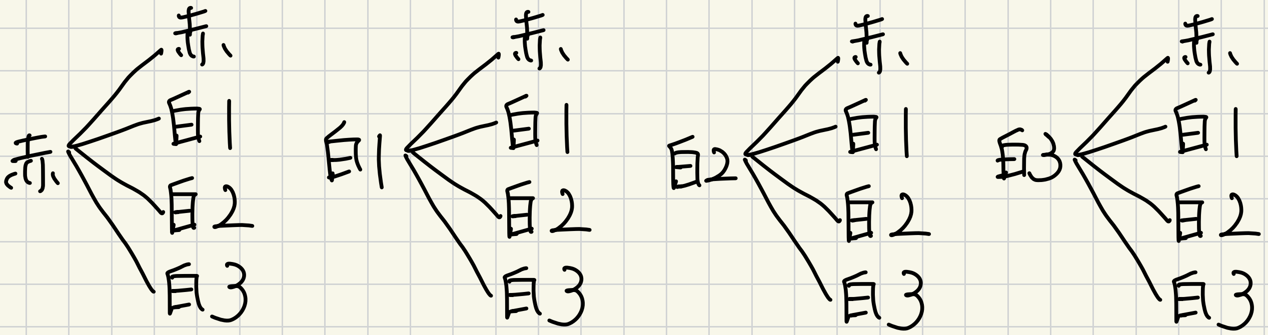
$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{3}{4} \times 560$$

$$= 420$$

よって、およそ420人

$\boxed{2}$

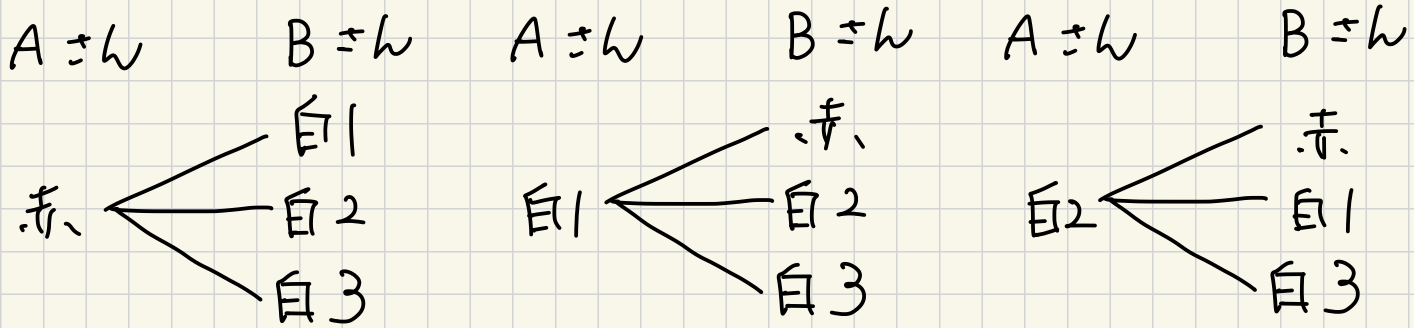
(1) 白玉3個を白1, 白2, 白3とする。樹形図は以下の通り



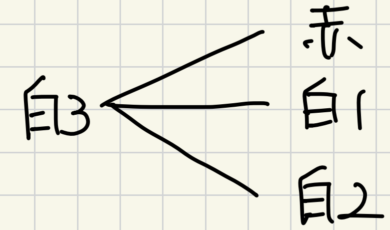
玉の取り方は全部で16通り。そのうち、少なくとも1つは白玉なのは15通り。よって、求める確率は

$$\frac{15}{16}$$

(2)



Aさん　Bさん



白玉が出る確率は.

Aさん：$\frac{3}{4}$

Bさん：$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

よって，確率は等しいので，白玉の出やすさに違いはない.

$\boxed{3}$

(1) $n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3$

$= 3(n+1)$

$n+1$は整数なので，$3(n+1)$は3の倍数

(2)

A. 真ん中の数と最も大きい数の積から最も小さい数と真ん中の数の積をひいた差は

$(n+1) \times (n+2) - n \times (n+1)$

$= n^2 + 3n + 2 - n^2 - n$

$= 2n + 2$

$= 2(n+1)$

B

ア： $n+1+n=2n+1$

$\Rightarrow 2(n+1)$ と不一致なので誤り

イ： $n+1-n=1$

$\Rightarrow 2(n+1)$ と不一致なので誤り

ウ： $(n+2)+n=2n+2=2(n+1)$

$\Rightarrow 2(n+1)$ と一致するので正しい

エ： $n+2-n=2$

$\Rightarrow 2(n+1)$ と不一致なので誤り

(3)

連続する3つの整数は、最も小さい数を m として、

$m,\ m+1,\ m+2$ と表される。

真ん中の数の2乗から1をひいた差は、

$$\begin{aligned}(m+1)^2-1 &= m^2+2m+1-1\\ &= m^2+2m\\ &= m(m+2)\end{aligned}$$

したがって、連続する3つの整数のうち、真ん中の数の2乗から1をひいた差は、最も小さい数と最も大きい数の積になる。

(4) 連続する4つの整数は、最も小さい数を n として、

$n,\ n+1,\ n+2,\ n+3$ と表される

$X=n+(n+1)=2n+1$

$Y=(n+2)+(n+3)=2n+5$

よって

$$XY = (2n+1)(2n+5)$$
$$= 4n^2 + 10n + 2n + 5$$
$$= 4n^2 + 12n + 5$$

$4n^2$, $12n$ は 4の倍数だから、5に 3 を加えると、 a
4の倍数となる。よって、

$$XY + 3 = 4n^2 + 12n + 5 + 3$$
$$= 4n^2 + 12n + 8$$
$$= 4(n^2 + 3n + 2)$$
$$= 4(n+1)(n+2)$$

$n+1$, $n+2$ は、2番目に小さい数と2番目に大きい数なので、$XY+3$ は、これらの積の4倍である。よって ウ c

4

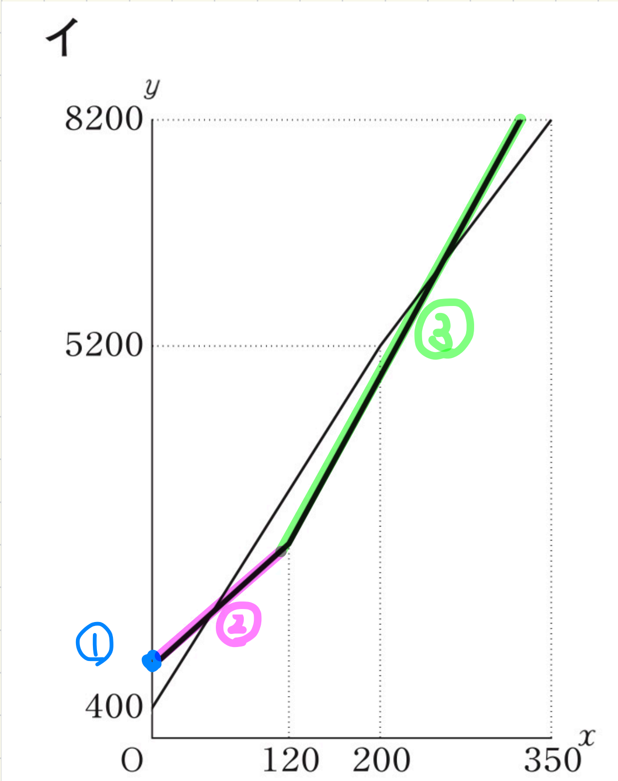
(1) A社は基本料金が400円で、200kWhまでは1kWhあたり24円だから

$$400 + 24 \times 80 = 2320\text{円}$$

(2) B社の基本料金 a 円は、$a > 400$ だから、0kWhでも400円より多く料金が発生する。0kWhで400円より多いグラフは、イ、ウ、エ である。 ①

また、120kWhまでは b 円で、$b < 24$ である。
このときA社は24円なので、120kWhまでは、B社のグラフの傾きは、A社のグラフの傾きより小さい。
イ、ウ、エ のうち、傾きが小さいのは、イ、エ である。 ②

さらに，120kWhをこえた料金はC円で，C>20である．
A社は200kWhをこえると20円になるから．
120kWhをこえたBのグラフの傾きは．200kWhをこえたAのグラフの傾きより大きい。イ，エのうち．
これに該当するのはイ．③



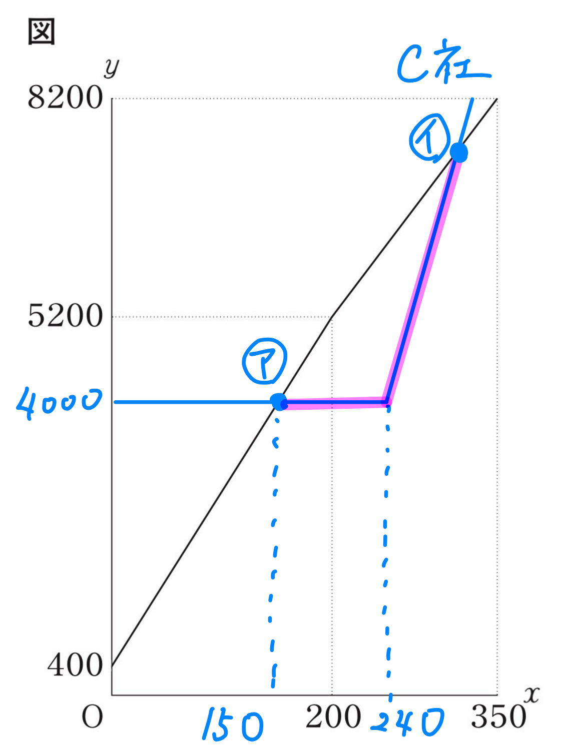
(3) C社において，240kWhをこえた使用量に対して．
1kWhあたりの料金をx円とする．

$$\underbrace{4000}_{\text{基本料金}} + \underbrace{(350-240)}_{240\text{kWhをこえた分}} \times x = 8400$$

$$\Leftrightarrow \quad 4000 + 110x = 8400$$

$$\Leftrightarrow \quad 110x = 4400$$

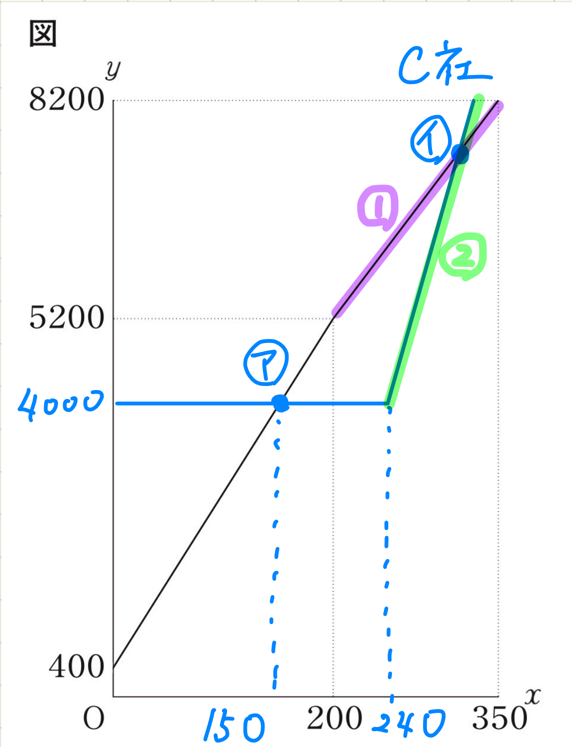
$$x = 40\text{円}$$



図にC社のグラフを加えると
左図のようになる。

C社の料金がA社の料金より
安くなるのは、左図のピンクの
範囲であり、料金が逆転する
のは、㋐、㋑である。
⇒ ㋐まではA社の方が安い
⇒ ㋐〜㋑まではC社の方が安い
⇒ ㋑以降はA社の方が安い。

問題文から、㋐のときの電気の使用量は150kWh
だから、㋑のときの電気の使用量を求める。



①のグラフの式を $y=ax+b$ と
おくと、$(200, 5200)$、$(350, 8200)$
を通るから

$$5200 = 200a + b \quad \text{―― あ}$$
$$-)\ 8200 = 350a + b \quad \text{―― い}$$
$$-3000 = -150a$$
$$a = 20$$

$a=20$ をあに代入して、

$5200 = 200 \times 20 + b \quad \Rightarrow \quad b = 1200$

よって、①のグラフは、$y = 20x + 1200$。

② のグラフを $y = mx + n$ とおくと、(240, 4000), (350, 8400) を通るから

$$
\begin{array}{rl}
4000 = 240m + n & \text{—— ㋒} \\
-)\ 8400 = 350m + n & \text{—— ㋓} \\
\hline
-4400 = -110m & \\
m = 40 &
\end{array}
$$

$m = 40$ を ㋒ に代入して

$4000 = 240 \times 40 + n \quad \Rightarrow \quad n = -5600$

よって ② のグラフは、$y = 40x - 5600$

① は ① と ② の交点だから、① を ② に代入して、

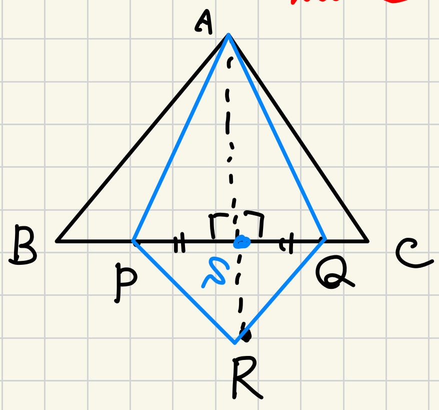
$$20x + 1200 = 40x - 5600$$
$$-20x = -6800$$
$$x = 340$$

よって、340 kwh

$\boxed{5}$

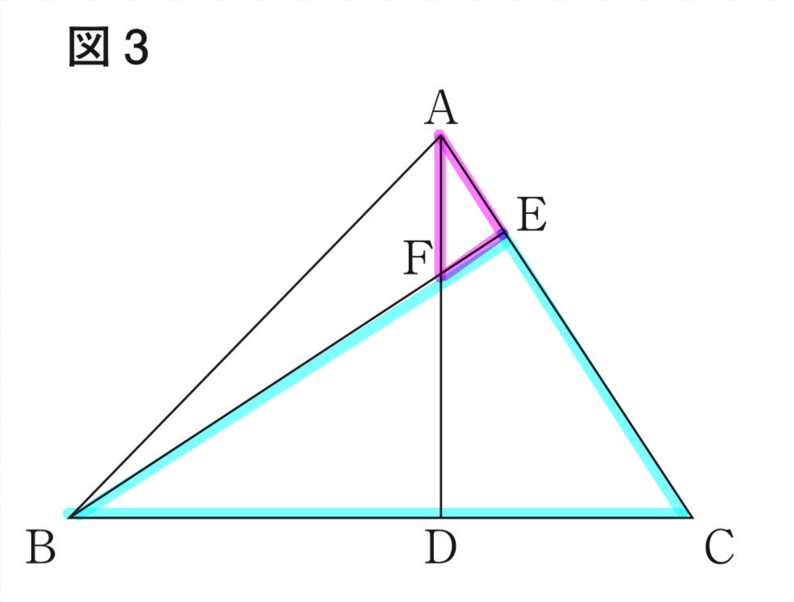
(1) 点P, Qとする2点 : い, う

理由 : ア



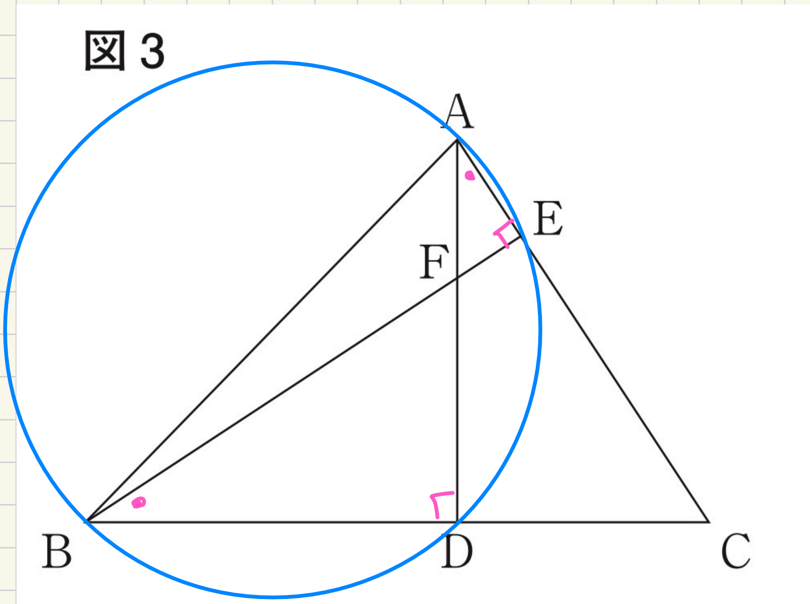
左図の△APRと△AQRは
対称性から合同
PQは直線だから180°
よって、∠ASP = ∠ASQ より
AR ⊥ PQ

(2)



△AFEと△BCEにおいて、
BE⊥ACだから
∠FEA＝∠CEB＝90° ―①
△ADCは∠ADC＝90°の直角三角形だから
∠EAF＋∠BCE＝90° ―②
△BCEは∠CEB＝90°の直角三角形だから
∠EBC＋∠BCE＝90° ―③
②,③より
∠EAF＝∠EBC ―④
①,④より2組の角がそれぞれ等しいので
△AFE ∽ △BCE（証明終わり）

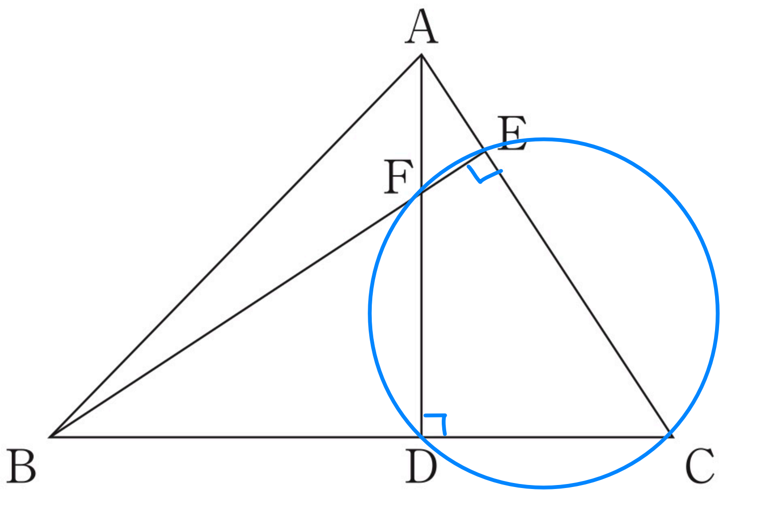
(3)



(2)より対応する角は等しいから
∠FAE＝∠CBE
⇒ $\overset{\frown}{DE}$ に対する円周角
また、
∠ADB＝∠AEB＝90°
⇒ ABを直径とする円周角

よって、A, B, D, Eは同一円周上にある

図3



また，円に内接する四角形は，向かい合う角の和が180°

$\angle FDC = \angle CEF = 90°$

より

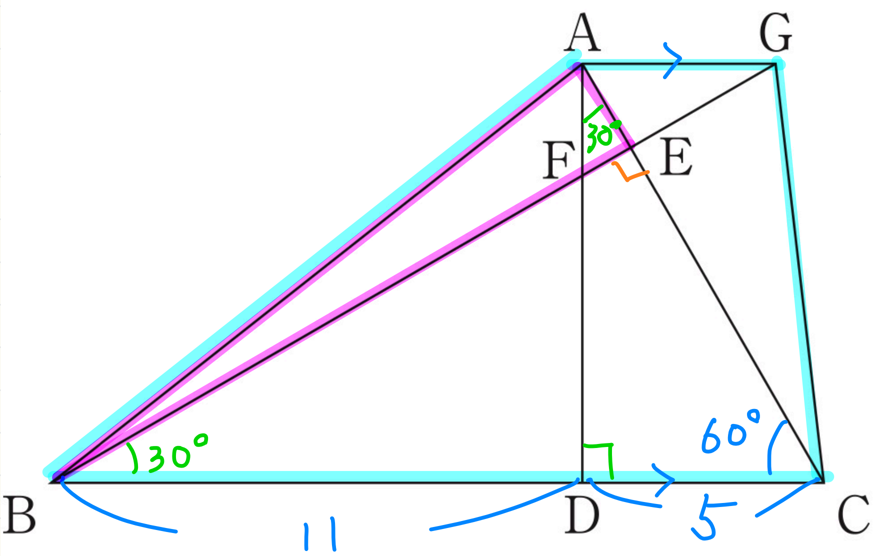
$\angle FDC + \angle CEF = 180°$

よって，□FDCEは，円に内接する四角形だから，

C, D, E, F は同一円周上にある

(4)

図4



△ADCにおいて，

$\angle ADC = 90°$

$\angle DCA = 60°$

よって，

$\angle CAD = 30°$

(3)より対応する角は等しいから

$\angle EAF = \angle FBC$

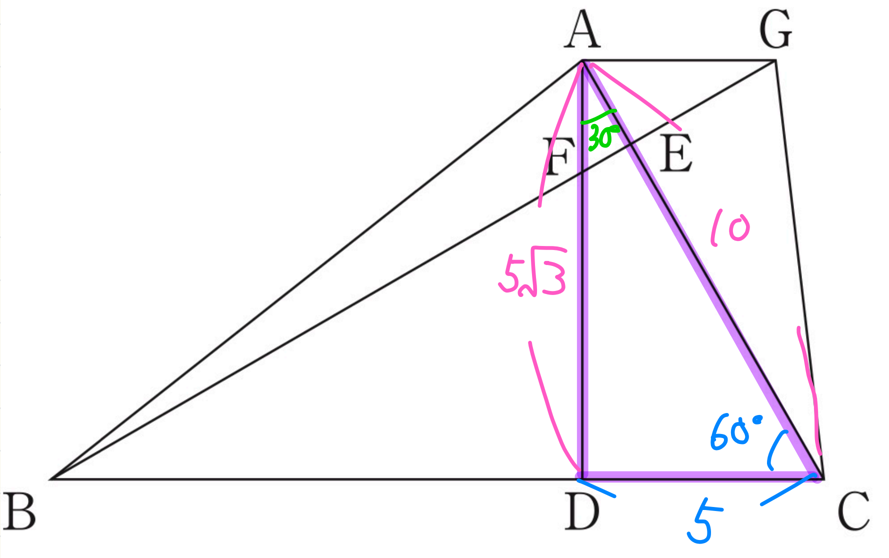
よって，

$\angle EBC = 30°$

△BCEにおいて，$\angle EBC = 30°$，$\angle BCE = 60°$だから

$\angle CEB = 90°$

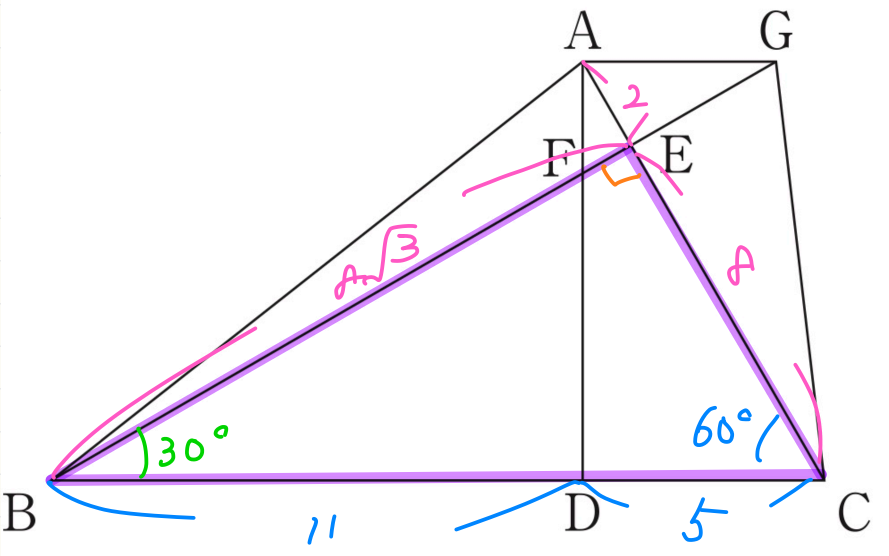
図 4



△ADCは $30^\circ-60^\circ-90^\circ$
の直角三角形だから
$\underbrace{DC}_{5} : CA : AD = 1 : 2 : \sqrt{3}$

よって、
$CA = 10,\ AD = 5\sqrt{3}$

図 4

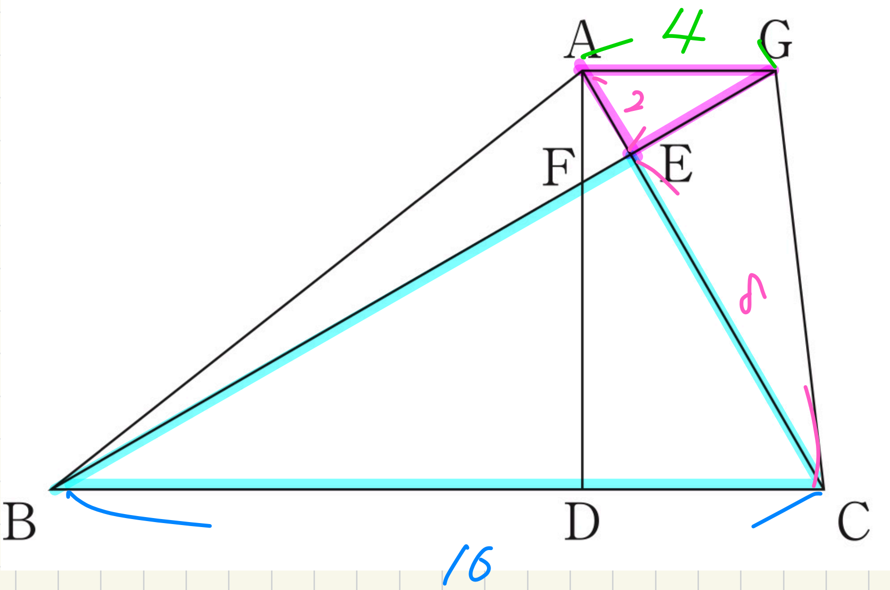


△BCEは、$30^\circ-60^\circ-90^\circ$
の直角三角形だから
$CE : \underbrace{BC}_{16} : BE = 1 : 2 : \sqrt{3}$

よって、
$CE = 8,\ BE = 8\sqrt{3}$

$\Rightarrow AE = 10 - 8 = 2$

図 4



△EBCと△EGA
において、AG // BCより
錯角が等しいので、
$\angle EBC = \angle EGA$ —①
$\angle ECB = \angle EAG$ —②
①、②より2組の角が
それぞれ等しいので、
△EBC ∽ △EGA

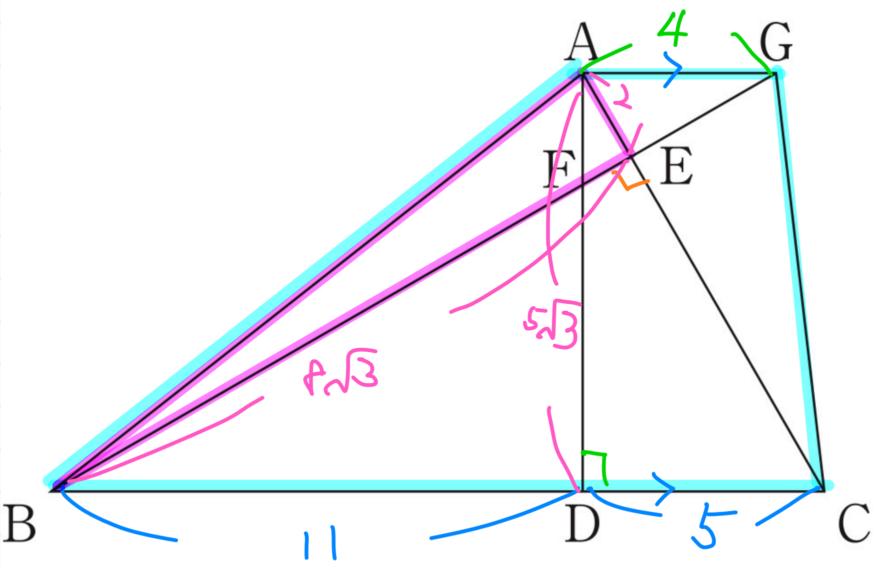
対応する辺の比は等しいから

$$\underbrace{BC}_{16} : GA = EC : EA$$
$$= 8 : 2$$
$$= 4 : 1$$

よって.

$$16 : GA = 4 : 1$$
$$\Leftrightarrow \quad 4GA = 16$$
$$GA = 4$$

図 4



以上より

$$\square ABCD = \frac{(4+16)\times 5\sqrt{3}}{2}$$
$$= \frac{20 \times 5\sqrt{3}}{2}$$
$$= 50\sqrt{3}$$

$$\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 2 \times 8\sqrt{3}$$
$$= 8\sqrt{3}$$

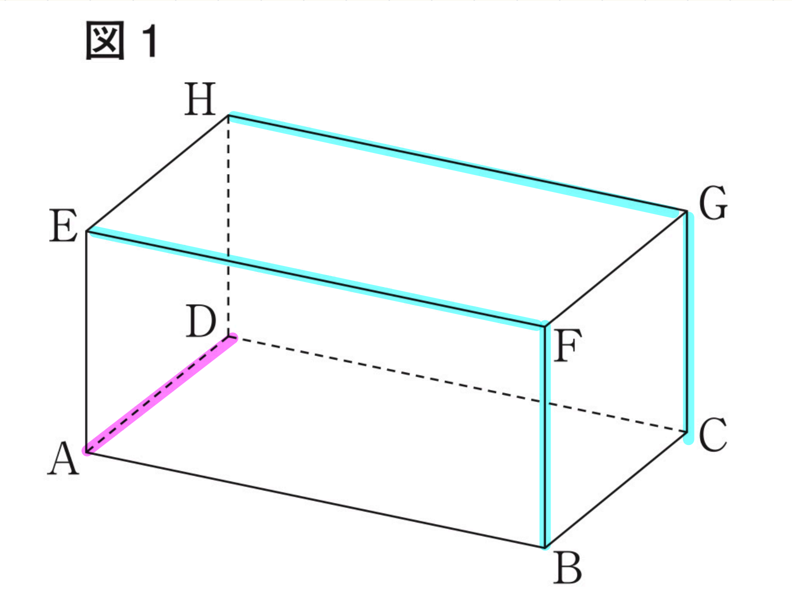
よって.

$$\triangle ABE : \square ABCD = 8\sqrt{3} : 50\sqrt{3}$$
$$= 4 : 25$$
$$\Leftrightarrow 25 \times \triangle ABE = 4 \times \square ABCD$$
$$\therefore \triangle ABE = \frac{4}{25} \times \square ABCD$$

したがって、△ABEは□ABCDの $\frac{4}{25}$ 倍

$\boxed{6}$

(1)



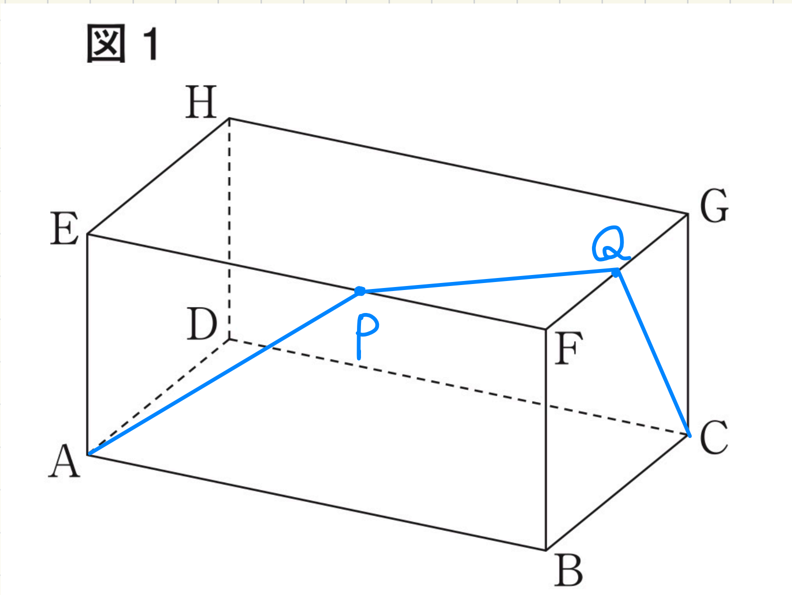
ADとねじれの位置にあるのは、

辺BF, 辺CG,
辺EF, 辺HG

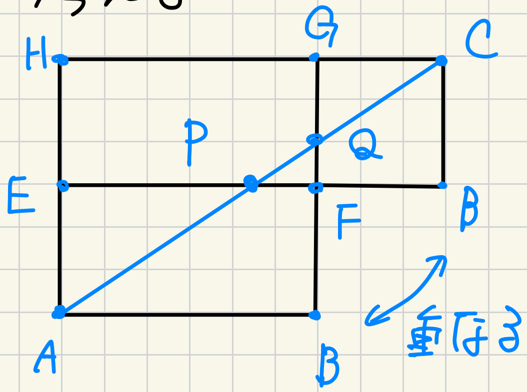
このうち、面EFGHと垂直な辺は、

辺BF, 辺CG

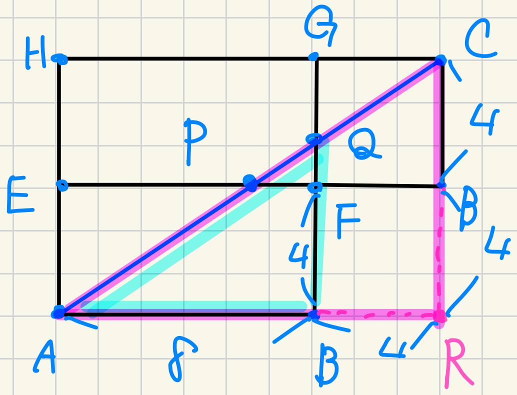
(2)



直方体の展開図において、A, P, Q, Cを含む面を考える



AP+PQ+QCが最短となるのは、A, P, Q, Cが同一直線上にあるとき。



右図のように点Rを定める.

△ABQと△ARCにおいて,

BQ // RC より同位角が等しいから

$\angle ABQ = \angle ARC$ —— ①

$\angle AQB = \angle ACR$ —— ②

①,②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABQ \backsim \triangle ARC$

よって,

$$\underbrace{AB}_{8} : \underbrace{AR}_{12} = BQ : \underbrace{RC}_{8}$$

$$\Leftrightarrow \quad BQ : 8 = 2 : 3$$

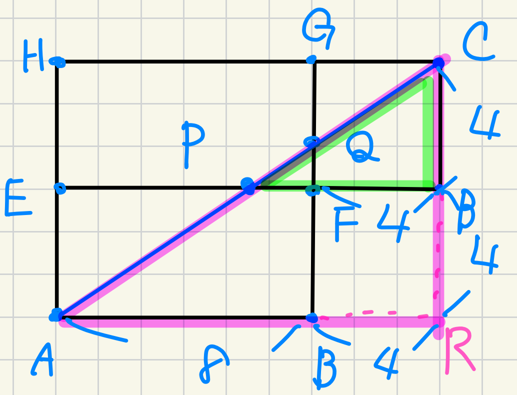
$$\Leftrightarrow \quad 3BQ = 16$$

$$BQ = \frac{16}{3}$$

BF = 4 より

$$FQ = \frac{16}{3} - 4$$

$$= \frac{4}{3}$$



△CPBと△CARにおいて,

PB // AR より同位角が等しいから

$\angle CPB = \angle CAR$ —— ③

$\angle CBP = \angle CRA$ —— ④

③,④より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle CPB \backsim \triangle CAR$

よって、

$$PB : \underbrace{AR}_{12} = CB : CR$$

$$= 4 : 8$$

$$= 1 : 2$$

$\Leftrightarrow$ $2PB = 12$ $\quad \therefore PB = 6$

$FB = 4$ より

$$PE = 6 - 4$$

$$= 2$$

以上より $\triangle PQF$ で三平方の定理より

$$PQ = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 2^2}$$

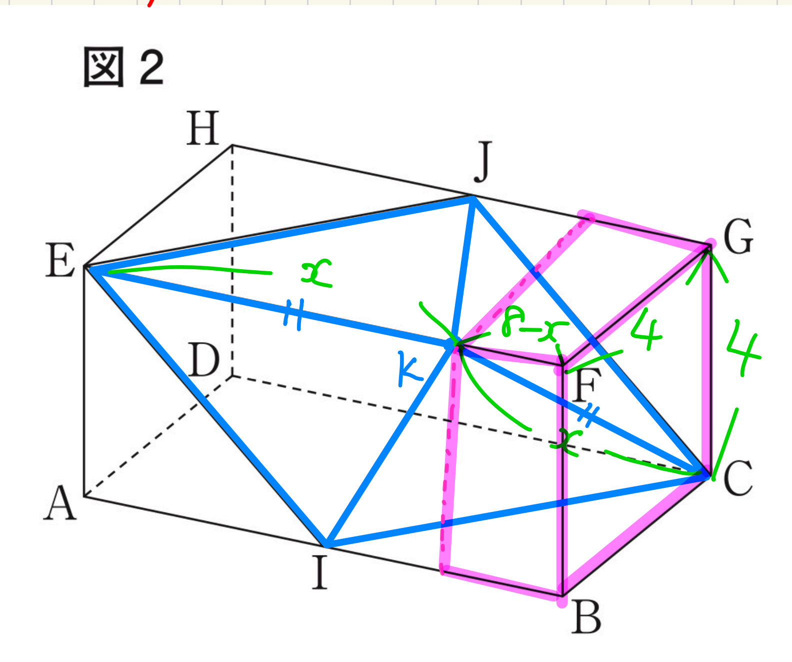
$$= \sqrt{\frac{16}{9} + 4}$$

$$= \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{36}{9}}$$

$$= \frac{\sqrt{52}}{3}$$

$$= \frac{2\sqrt{13}}{3} \text{ cm}$$

(3) 難問



EK = KC = x とする.

⇒ KF = $8-x$

左図のように, KCを対角線とする直方体を考える.

立体の三平方の定理より

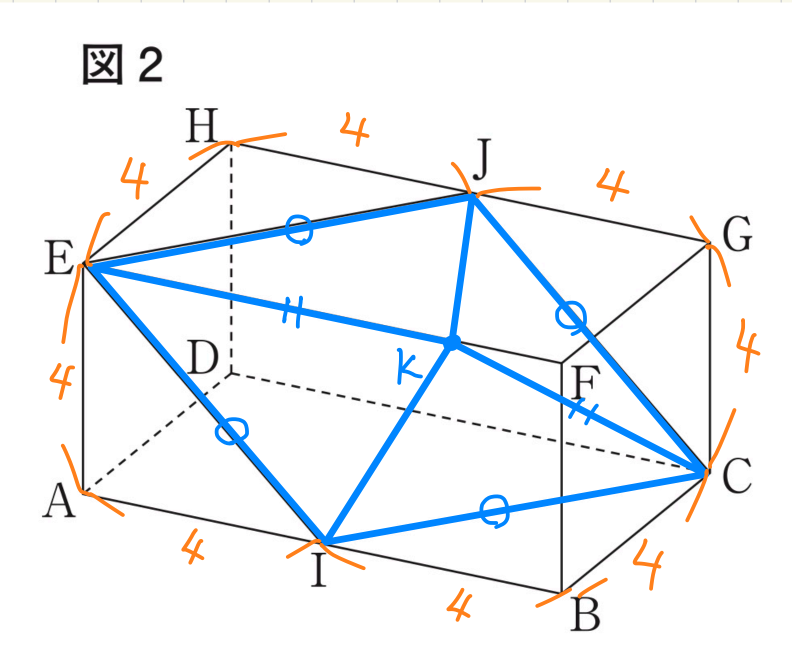
$$x^2 = (8-x)^2 + 4^2 + 4^2$$

式を整理して,

$$x^2 = 64 - 16x + x^2 + 16 + 16$$

$$\Leftrightarrow 16x = 96$$

$$\therefore x = 6$$



△EAI, △IBC,

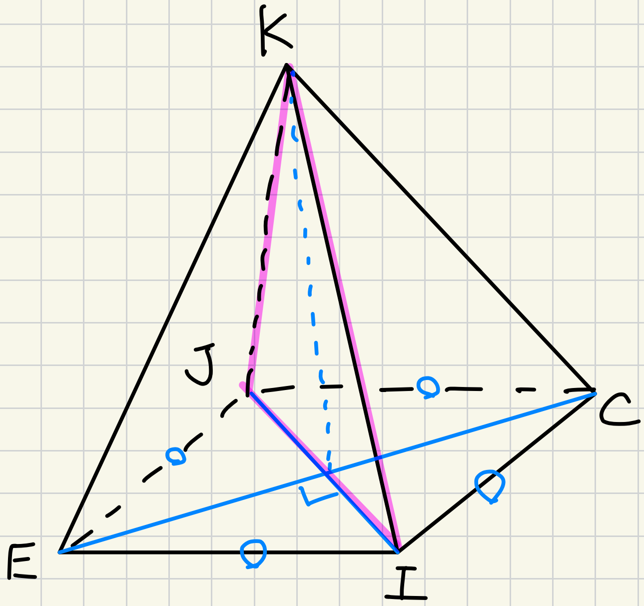
△CGJ, △JHE

は直角二等辺三角形だから,

EI = IC = CJ = JE

$= 4\sqrt{2}$

⇒ □EICJ はひし形

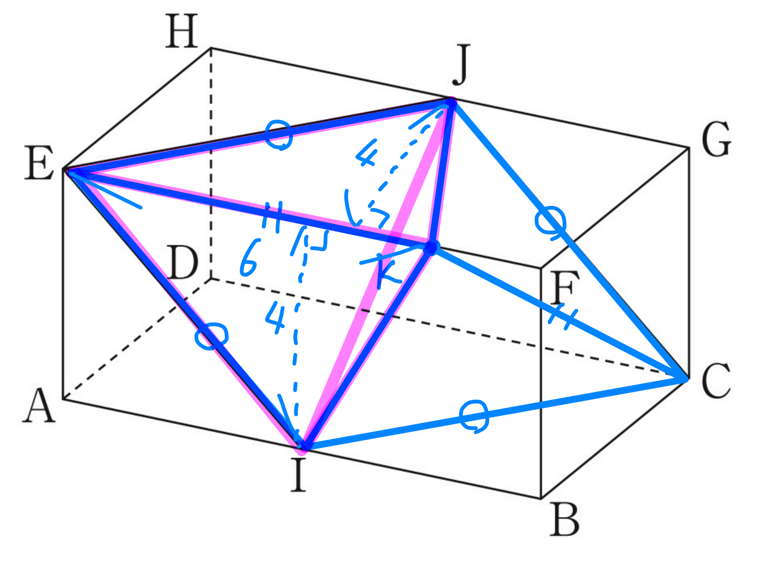


四角すいK−EICJを
△KJIで分割すると、
左右対称であるから、

四角すいK−EICJ
=(三角すいK−EIJ)×2

ここで、三角すいK−EIJを三角すいI−KJE
(底面は△KJE)として考える。

図2



三角すいI−KJE

$$= \underbrace{\frac{1}{2}\times 6\times 4}_{\triangle KJE} \times \underbrace{4}_{高さ} \times \frac{1}{3}$$

$= 16$

よって、四角すいK−EICJは

三角すいK−EIJ ×2
$= 16 \times 2$
$= \underline{32\ \mathrm{cm}^3}$