2024年度　大分県
数学

Km Km

[1]

(1)

① 与式 $= \underline{-4}$

② 与式 $= -16 \div 8$

$= \underline{-2}$

③ 与式 $= 4x - 7 - 4 - x$

$= \underline{3x - 11}$

④ 与式 $= \dfrac{3x^2y^3}{8} \times \dfrac{2}{3xy}$

$= \underline{\dfrac{xy^2}{4}}$

⑤ 与式 $= 2\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{6}$

$= 2\sqrt{3} + \sqrt{12}$

$2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$= \underline{4\sqrt{3}}$

$\dfrac{6}{\sqrt{6}} = \dfrac{6}{\sqrt{6}} \times \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$

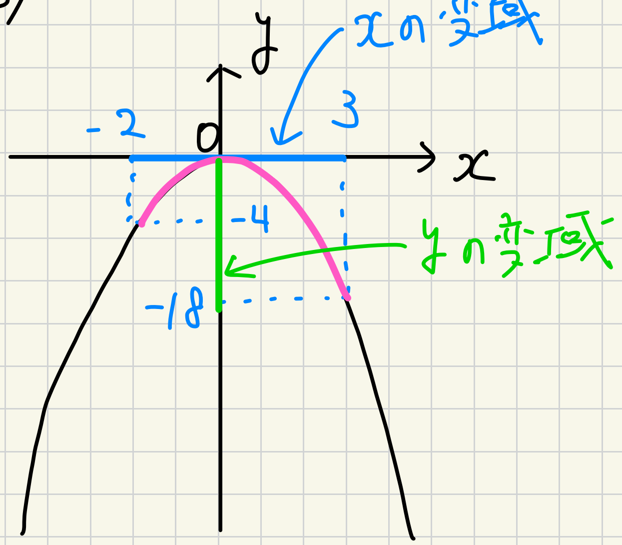
$= \dfrac{6\sqrt{6}}{6} = \sqrt{6}$

(2) 解の公式より

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$$

$$= \underline{\frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}}$$

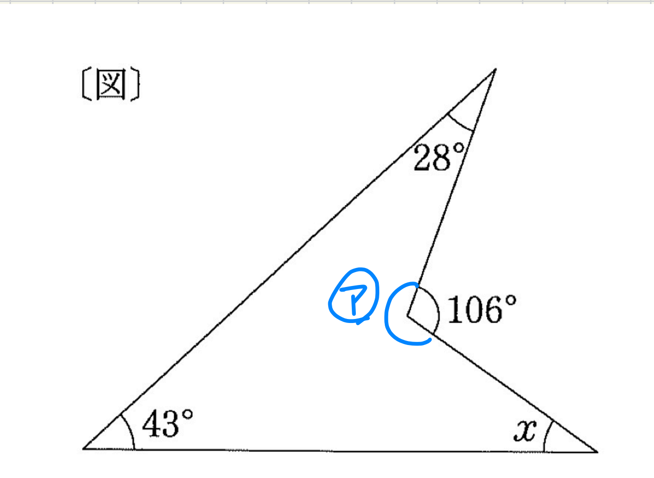
(3)



グラフより

$-18 \leqq y \leqq 0$

(4)



ア $= 360° - 106°$

$= 254°$

四角形の内角の和は360°
だから

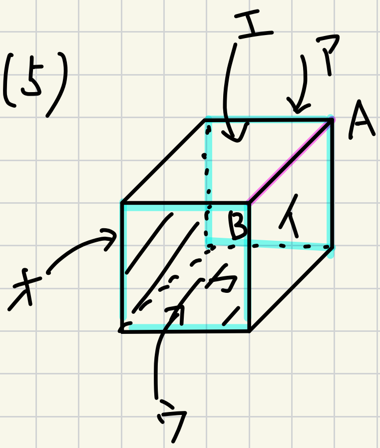
$28° + 43° + 254° + x = 360°$

$x = 360 - (28 + 43 + 254)$

$= 360 - 325°$

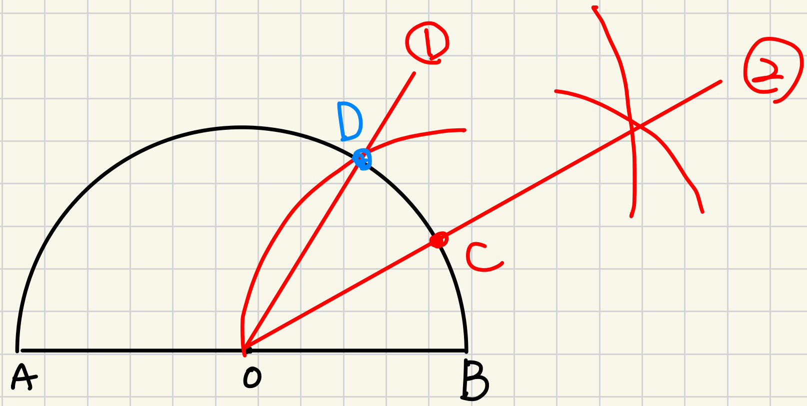
$= 35°$

(5)



左図より ア, ウ

(6)



① Bを中心として半径OBの円を描く
⇒半円$\overset{\frown}{AB}$との交点をDとすると、$\underbrace{OB = OD = BD}_{\text{半径}}$

より △DOBは正三角形
⇒ ∠DOB = 60°

② ∠DOBの二等分線を描き、半円$\overset{\frown}{AB}$との交点がC
⇒ $\angle COB = \frac{1}{2}\angle DOB$ より $\angle COB = 30°$
⇒ $\angle AOC : \angle COB = 150° : 30°$
$= 5 : 1$
であるから、$\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{CB} = 5 : 1$ となる

[2]
(1) 点Aは $y = \frac{8}{x}$ 上にあり $x = 4$ だから
$y = \frac{8}{4}$
$= 2$
$\therefore A(4, 2)$

また，点Aは $y=ax^2$ 上にあり，A(4, 2) だから

$$2 = a \times 4^2$$
$$= 16a \qquad \therefore a = \frac{1}{8}$$

(2) 点Bは $y=\frac{8}{x}$ 上にあり，$y=4$ だから

$$4 = \frac{8}{x} \qquad \therefore x = 2$$

よって，B(2, 4)

直線ABの式を $y = mx + n$ とおくと，A(4, 2)，B(2, 4) を通るから

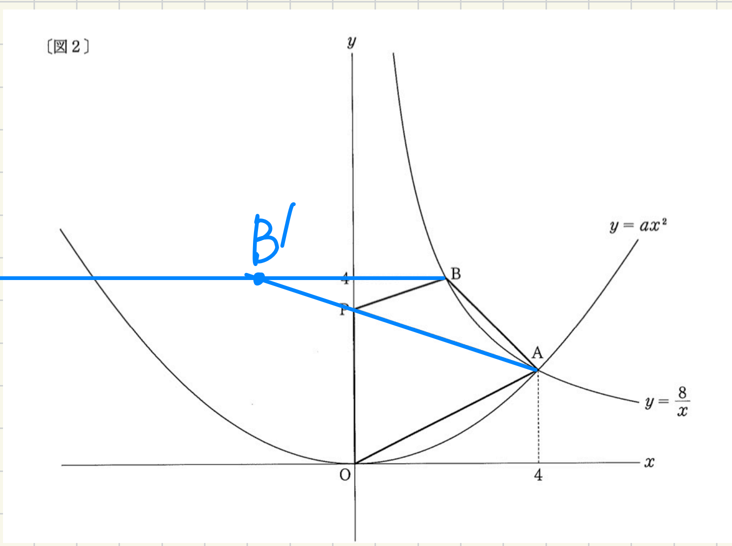
$$2 = 4m + n \quad —— ①$$
$$-)\ 4 = 2m + n \quad —— ②$$
$$-2 = 2m$$
$$m = -1$$

$m=-1$ を①に代入して，

$$2 = 4 \times (-1) + n \qquad \therefore n = 6$$

よって，$y = -x + 6$

(3)
①



左図のように，点Bについてy軸対称の点をB′とする。

B(2, 4) だから，B′(−2, 4)

また、左右対称より $BP = B'P$ である。
$AP + BP = AP + B'P$ で、$AP + B'P$ が最小となるのは、A、P、B′ が1つの直線上にあるときである。
よって、Pは直線AB′のy切片となる。
直線AB′の式を $y = mx + n$ とおくと、A(4, 2)、B′(−2, 4) を通るから

$$
\begin{aligned}
2 &= 4m + n \quad \text{——— ㋐} \\
-)\ 4 &= -2m + n \quad \text{——— ㋑} \\
\hline
-2 &= 6m \\
m &= -\frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

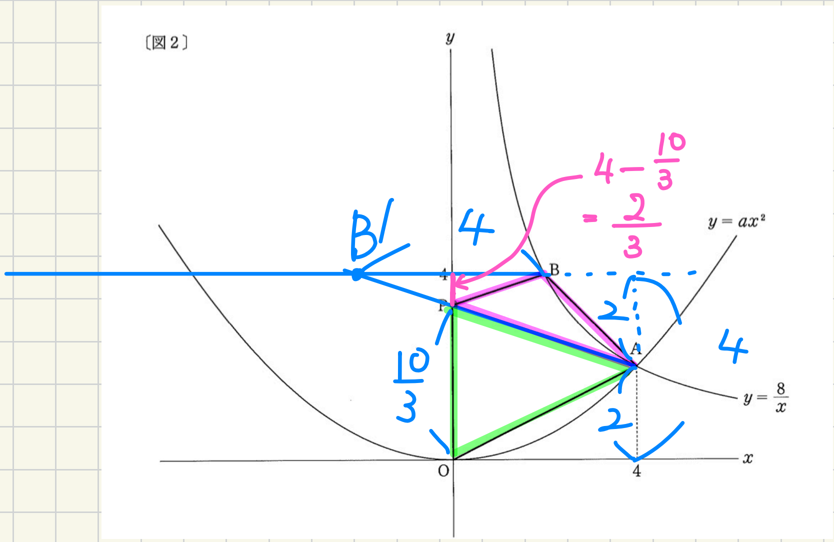
$m = -\frac{1}{3}$ を ㋐ に代入して

$$2 = 4 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + n \quad \therefore n = \frac{10}{3}$$

n は直線AB′のy切片であるから、点Pのy座標は

$\frac{10}{3}$

②



△APO

$$= \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times 4$$

$$= \frac{20}{3} \quad (= T)$$

$$\triangle ABP = \triangle ABB' - \triangle PBB'$$
$$= 4 \times 2 \times \frac{1}{2} - 4 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$$
$$= 4 - \frac{4}{3}$$
$$= \frac{8}{3} \quad (= S)$$

よって.

$$S : T = \frac{8}{3} : \frac{20}{3}$$
$$= 8 : 20$$
$$= 2 : 5$$

[3]

(1)

① 1回目に玉を取り出す方法は6通り, 2回目に玉を取り出す方法は6通り. よって, 玉の取り出す方法は, 全部で. $6 \times 6 = 36$通り

袋Xの3つの2を2_A, 2_B, 2_C, 2つの3を3_A, 3_Bとする。1回目の数が2回目の数より大きくなるのは.

(1回目, 2回目) = $(5, 3_A)$, $(5, 3_B)$, $(5, 2_A)$, $(5, 2_B)$, $(5, 2_C)$, $(3_A, 2_A)$, $(3_A, 2_B)$, $(3_A, 2_C)$, $(3_B, 2_A)$, $(3_B, 2_B)$, $(3_B, 2_C)$

の11通り. よって求める確率は. $\frac{11}{36}$

② Pについて

(1回目, 2回目) = $(2_A, 3_A)$, $(2_A, 3_B)$, $(2_A, 5)$
$(2_B, 3_A)$, $(2_B, 3_B)$, $(2_B, 5)$
$(2_C, 3_A)$, $(2_C, 3_B)$, $(2_C, 5)$
$(3_A, 5)$, $(3_B, 5)$

の11通り。よって、Pの確率は $\frac{11}{36}$

Qについて

袋Xから玉を取り出す方法は6通り、袋Yから玉を取り出す方法は6通り。よって、玉を取り出す方法は、全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

袋Yの4つの1を 1_A, 1_B, 1_C, 1_D, 2つの6を 6_A, 6_B とする。1回目(袋Xから取る)が2回目(袋Yから取る)より小さくなるのは

(1回目, 2回目) = $(2_A, 6_A)$, $(2_A, 6_B)$, $(2_B, 6_A)$
$(2_B, 6_B)$, $(2_C, 6_A)$, $(2_C, 6_B)$
$(3_A, 6_A)$, $(3_A, 6_B)$, $(3_B, 6_A)$
$(3_B, 6_B)$, $(5, 6_A)$, $(5, 6_B)$

の12通り。よってQの確率は $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

以上より

Pの確率 < Qの確率

であるから、確率が大きい方はQで、その確率は $\frac{1}{3}$

(2)

① 範囲 = 最大値 − 最小値
= 45 − 21
= 24 回

②

ア：1, 2, 3, いずれも可

イ：

1組が優勝すると予想したとき
1組の中央値 = 36回
2組の中央値 = 33回
3組の中央値 = 30回
であり、1組の中央値が最も大きいから

2組が優勝すると予想したとき
1組の最小値 = 21回
2組の最小値 = 27回
3組の最小値 = 18回
であり、2組の最小値が最も大きいから

3組が優勝すると予想したとき
1組の最大値 = 45回
2組の最大値 = 39回
3組の最大値 = 51回
であり、3組の最大値が最も大きいから

[4]

(1)

①

(ア) 2人席を22人で利用するから

$$22 \div 2 = 11\text{列}$$

(イ) $2x + 3y = 25$

② $25 \div 2 = 12 \cdots 1$

$25 \div 3 = 8 \cdots 1$

より $0 \leqq x \leqq 12$, $0 \leqq y \leqq 8$ である.

$$2x = 25 - 3y$$

$$\therefore x = \frac{25 - 3y}{2}$$

$0 \leqq x \leqq 12$ で、x は整数だから、$25-3y$ は偶数である. 25は奇数だから

$25 - 3y =$ 偶数

$\Leftrightarrow$ $3y$ は奇数　($\because$ 奇数−奇数=偶数)

よって y が偶数だと、$3y$ は偶数になるから、y は奇数である.

$0 \leqq y \leqq 8$ で奇数となるのは

$y = 1, 3, 5, 7$

なので、全部で4組

(参考)

$(x, y) = (11, 1), (8, 3), (5, 5), (2, 7)$

(2) 1つの階にある4名の客室の数をx

1つの階にある6名の客室の数をyとおく

Ⅲより　$x = 3y$ —— ①

Ⅳより　$4 \times \underbrace{4x + 4 \times 6y}$ $= 432$ —— ②

1階あたりの客数

②を整理して

$$4x + 6y = 108$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3y = 54 \quad —— ③$$

①を③に代入して

$$2 \times 3y + 3y = 54$$

$$\Leftrightarrow 9y = 54$$

$$y = 6$$

$y=6$を①に代入して

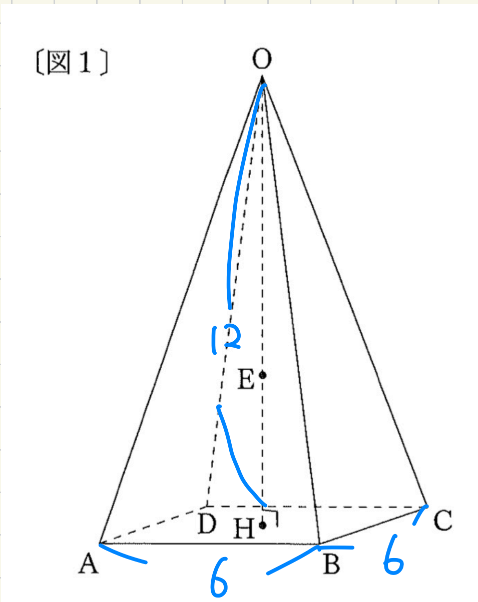
$$x = 3 \times 6$$

$$= 18$$

よって、4名の客室18部屋、6名の客室6部屋

[5]

(1)

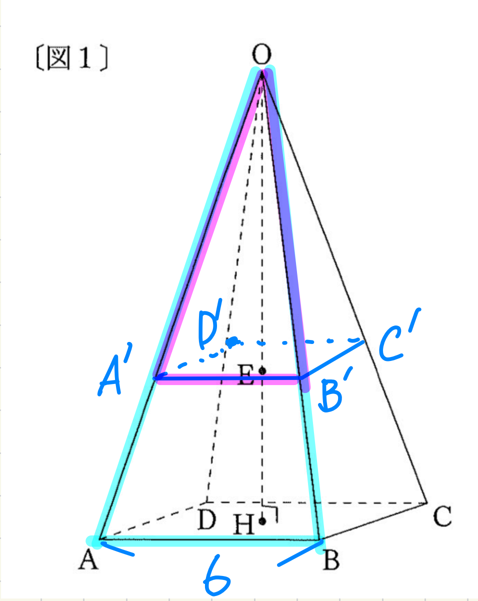


正四角錐OABCDの体積は

$$6 \times 6 \times 12 \times \frac{1}{3} = 144 \text{ cm}^3$$

(2)

①



左図のようにA′, B′, C′, D′をとる.

△OA′B′と△OABにおいて,

A′B′ // ABより同位角が等しいので,

$\angle OA'B' = \angle OAB$ —— ㋐

$\angle OB'A' = \angle OBA$ —— ㋑

㋐, ㋑より2組の角がそれぞれ等しいので, △OA′B′ ∽ △OAB.

（ OE : OH = 8 : 12 = 2 : 3 だから, ） 参考を参照

$A'B' : AB = 2 : 3$

AB = 6

$3A'B' = 12$

$A'B' = 4$

よって, 立体Xの体積は

$$4 \times 4 \times 8 \times \frac{1}{3} = \frac{128}{3}\,\mathrm{cm}^3$$

（参考）

△OA′E ∽ △OAHより

$OA' : OA = OE : OH$ —— (ウ)

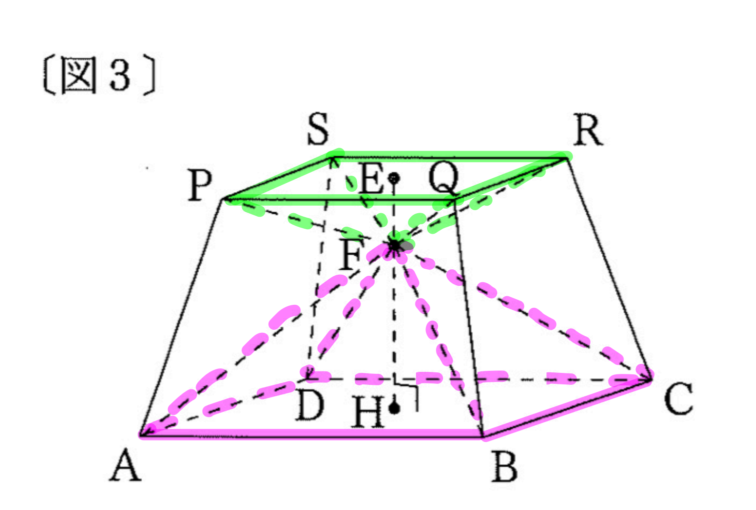
△OA′B′ ∽ △OABより

$OA' : OA = A'B' : AB$ —— (エ)

(ウ)(エ)より

$A'B' : AB = OE : OH$

②



$$EF = EH - FH$$
$$= 4 - FH$$

正四角錐FABCD + 正四角錐FPQRS

$$= 6 \times 6 \times FH \times \frac{1}{3} + 4 \times 4 \times EF \times \frac{1}{3}$$

$$= 12FH + \frac{16}{3}(4 - FH)$$

$$= 12FH + \frac{64}{3} - \frac{16}{3}FH$$

$$= \frac{20}{3}FH + \frac{64}{3}$$

これが $\frac{128}{3}$ と等しくなるから

$$\frac{20}{3}FH + \frac{64}{3} = \frac{128}{3}$$

$$\Leftrightarrow 20FH + 64 = 128$$

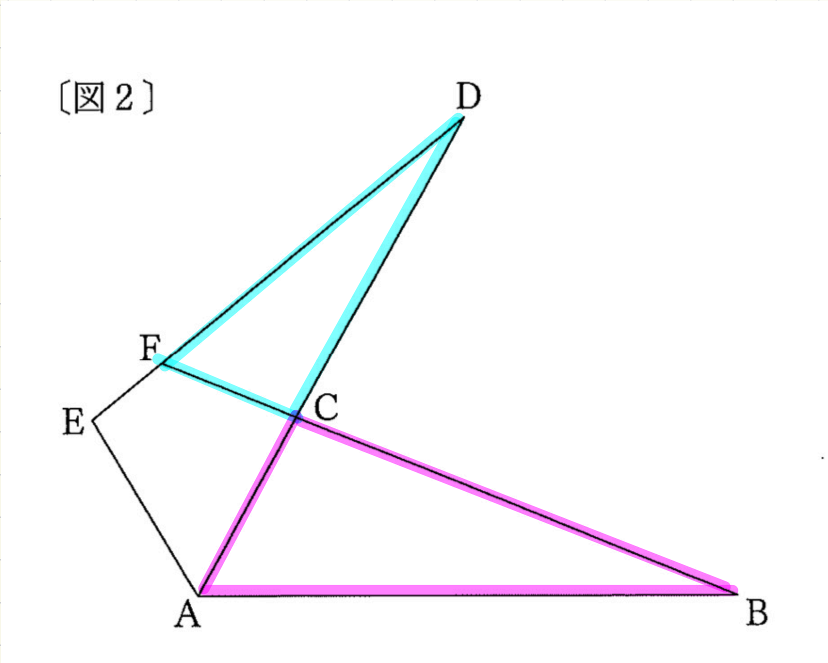
$$\Leftrightarrow 20FH = 128 - 64$$

$$= 64$$

$$\therefore FH = \frac{64}{20} = \frac{16}{5}\text{cm}$$

[6]

(1)



△ABCと△FDCにおいて、
対頂角は等しいので

$\angle ACB = \angle FCD$ —①

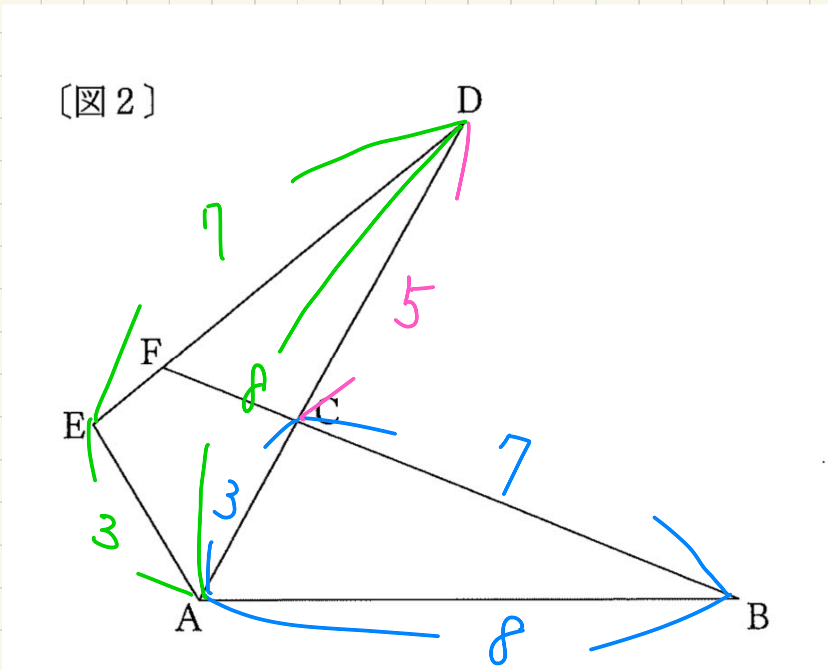
また、△ABC≡△ADEより
対応する角の大きさは
等しいので

$\angle ABC = \angle FDC$ —②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABC \sim \triangle FDC$　（証明終わり）

(2)



左図より

$DC = 8 - 3$
$= 5\text{cm}$

(1)より対応する辺の比は等しいから

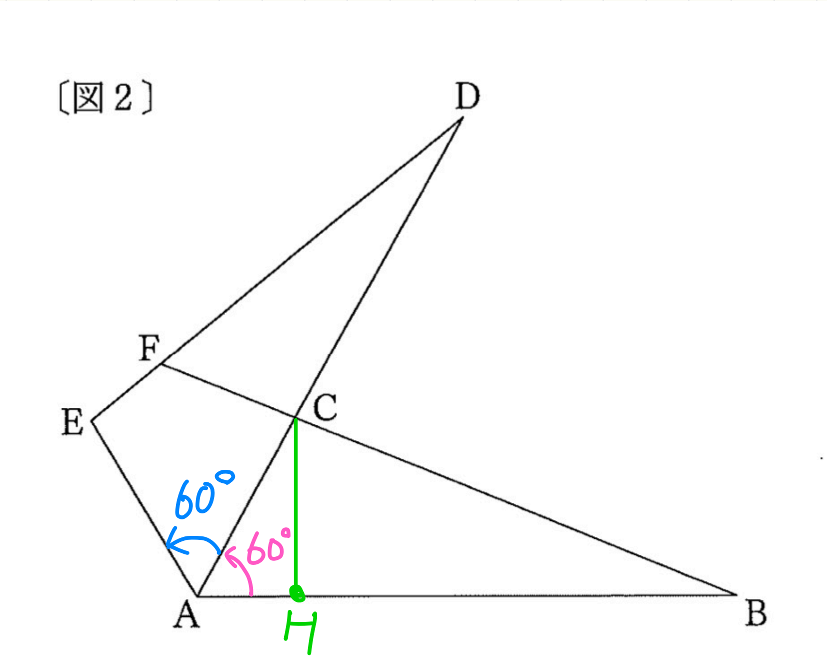
$\underbrace{AB}_{8} : FD = \underbrace{BC}_{7} : \underbrace{DC}_{5}$

よって

$7FD = 40$　　$\therefore FD = \dfrac{40}{7}\text{cm}$

したがって、$EF = ED - FD = 7 - \dfrac{40}{7} = \dfrac{9}{7}\text{cm}$

(3)



$\angle EAC = 60°$ で、
$\triangle ABC \equiv \triangle ADE$ だから、
$\angle CAB = 60°$

C から AB に垂線を下ろした足を H とする。
$\triangle CAH$ は、$30°-60°-90°$ の直角三角形だから

$$AH : \underbrace{AC}_{3} : CH = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

よって

$$3 : CH = 2 : \sqrt{3}$$
$$2CH = 3\sqrt{3}$$
$$CH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

したがって、$\triangle ABC$ の面積は

$$8 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3}$$

$\triangle ABC \equiv \triangle ADE$ より、$\triangle ADE$ の面積も $6\sqrt{3}$
また、(1) より $\triangle ABC \backsim \triangle FDC$ で、相似な三角形の面積比は、相似比の2乗に等しいので、

$$\triangle ABC : \triangle FDC = 7^2 : 5^2$$
$$= 49 : 25$$

$\therefore \quad 49 \times \triangle FDC = 25 \times \triangle ABC$

$\Leftrightarrow \quad \triangle FDC = \dfrac{25}{49} \times \triangle ABC$

$= \dfrac{25}{49} \times 6\sqrt{3}$

$= \dfrac{150\sqrt{3}}{49}$

よって，□ACFEの面積は

$\triangle ADE - \triangle FDC = 6\sqrt{3} - \dfrac{150\sqrt{3}}{49}$

$= \dfrac{294\sqrt{3} - 150\sqrt{3}}{49}$

$= \dfrac{144\sqrt{3}}{49} \ cm^2$