2024年度 佐賀県

数学

Km Km

1

(1)

(ア) 与式 $= -7$

(イ) 与式 $= 8x + 4y - 3x + 9y$

$= 5x + 13y$

(ウ) 与式 $= 3y^2$

(エ) 与式 $= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$= \sqrt{3}$

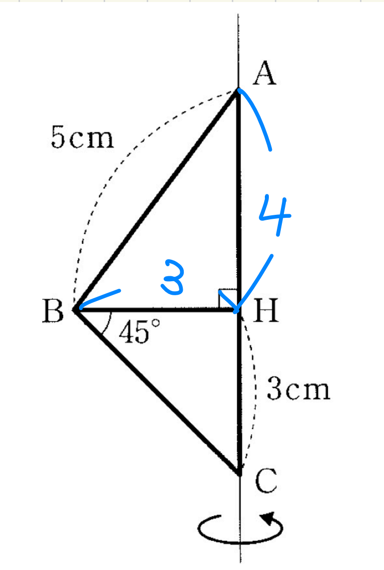
(2) 与式 $= (x+5)(x-8)$

(3) 解の公式より

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

(4)



△BCHは45°−45°−90°の直角二等辺三角形だから

$BH = CH$

$= 3\text{cm}$

△ABHで三平方の定理より

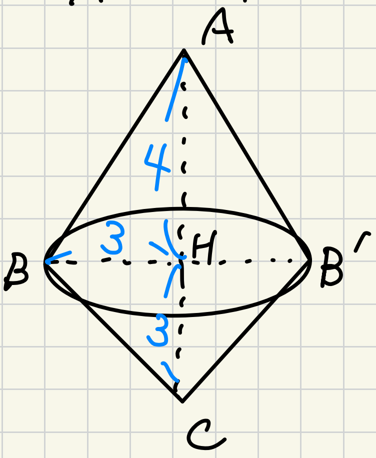
$AH = \sqrt{5^2 - 3^2}$

$= 4$

$= \sqrt{25 - 9}$

$= \sqrt{16} = 4$

辺ACを軸として回転させた立体は、以下の通り



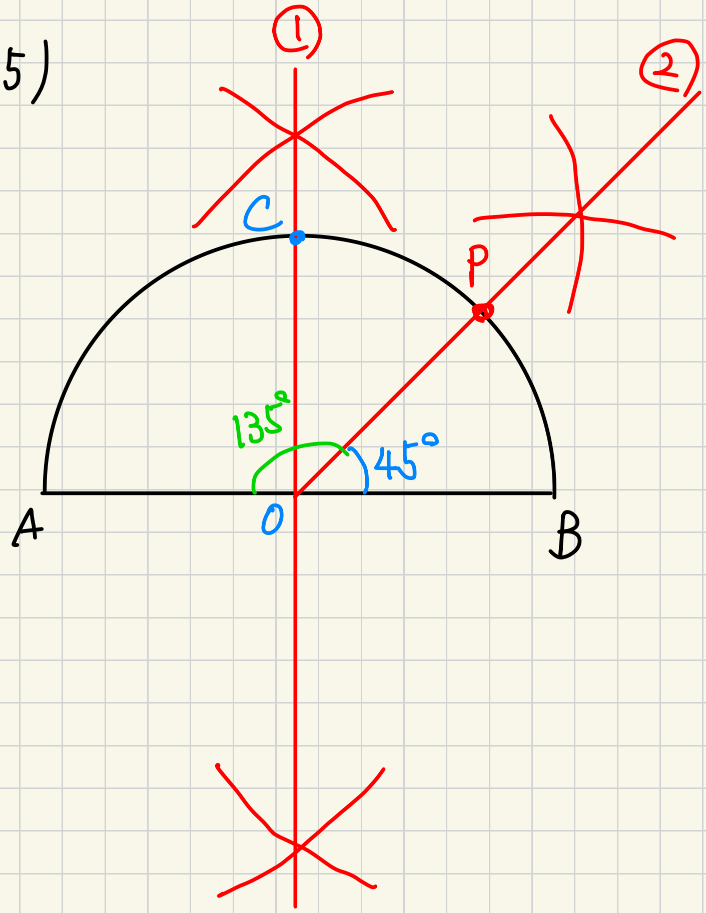
よって、求める体積は

$$3\times3\times\pi\times4\times\frac{1}{3}+3\times3\times\pi\times3\times\frac{1}{3}$$

$$=12\pi+9\pi$$

$$=21\pi\ cm^3$$

(5)



半円の中心をOとする

$\overset{\frown}{AP}:\overset{\frown}{PB}=3:1$ より

$\angle AOP:\angle POB=3:1$

$\angle AOB=180^\circ$ より

$$\angle POB=\frac{1}{3+1}\times180^\circ$$

$$=\frac{1}{4}\times180^\circ$$

$$=45^\circ$$

よって、$\angle POB=45^\circ$となるように、点Pを作図する

① ABの垂直二等分線を描く。

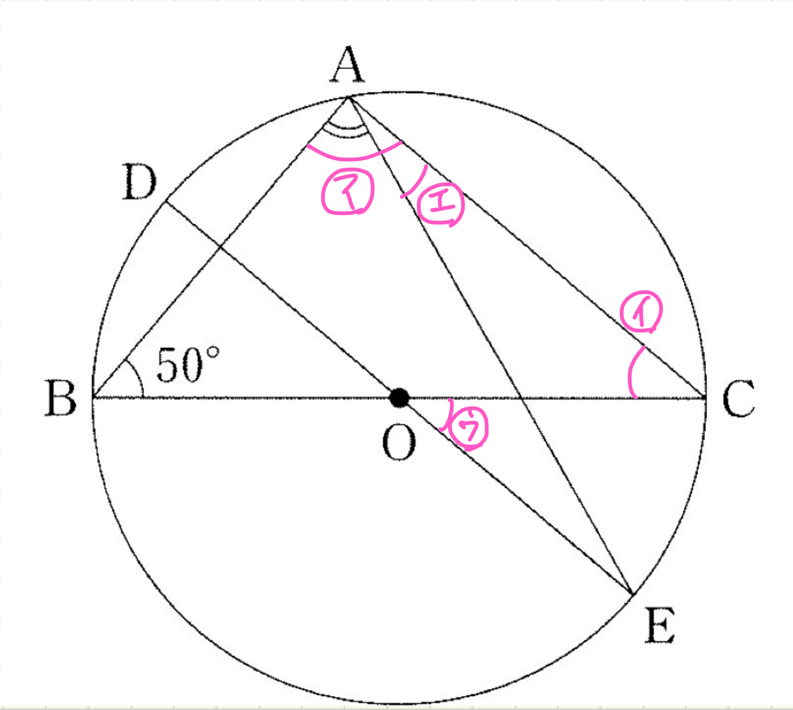
⇒ $\overset{\frown}{AB}$との交点をCとする

⇒ $\angle COB=90^\circ$

② $\angle COB$の二等分線を描く。

この二等分線と$\overset{\frown}{AB}$の交点がP

(6)



㋐：BCが直径より

㋐ $= 90^\circ$

㋑：△ABCの内角の和が180°より

㋑ $= 180^\circ -$ ㋐ $- 50^\circ$

$= 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ$

$= 40^\circ$

㋒：AC∥OEより錯角が等しいので

㋒ ＝ ㋑ $= 40^\circ$

㋓：$\overset{\frown}{CE}$ に対して、㋒は中心角、㋓は円周角より

㋓ $= \frac{1}{2} \times$ ㋒

$= \frac{1}{2} \times 40^\circ$

$= 20^\circ$

よって

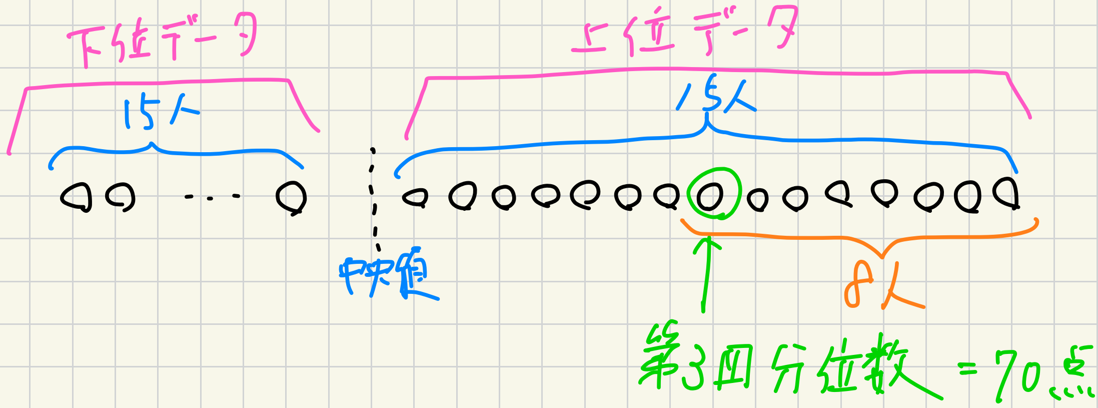
∠BAE ＝ ㋐ − ㋓

$= 90^\circ - 20^\circ$

$= 70^\circ$

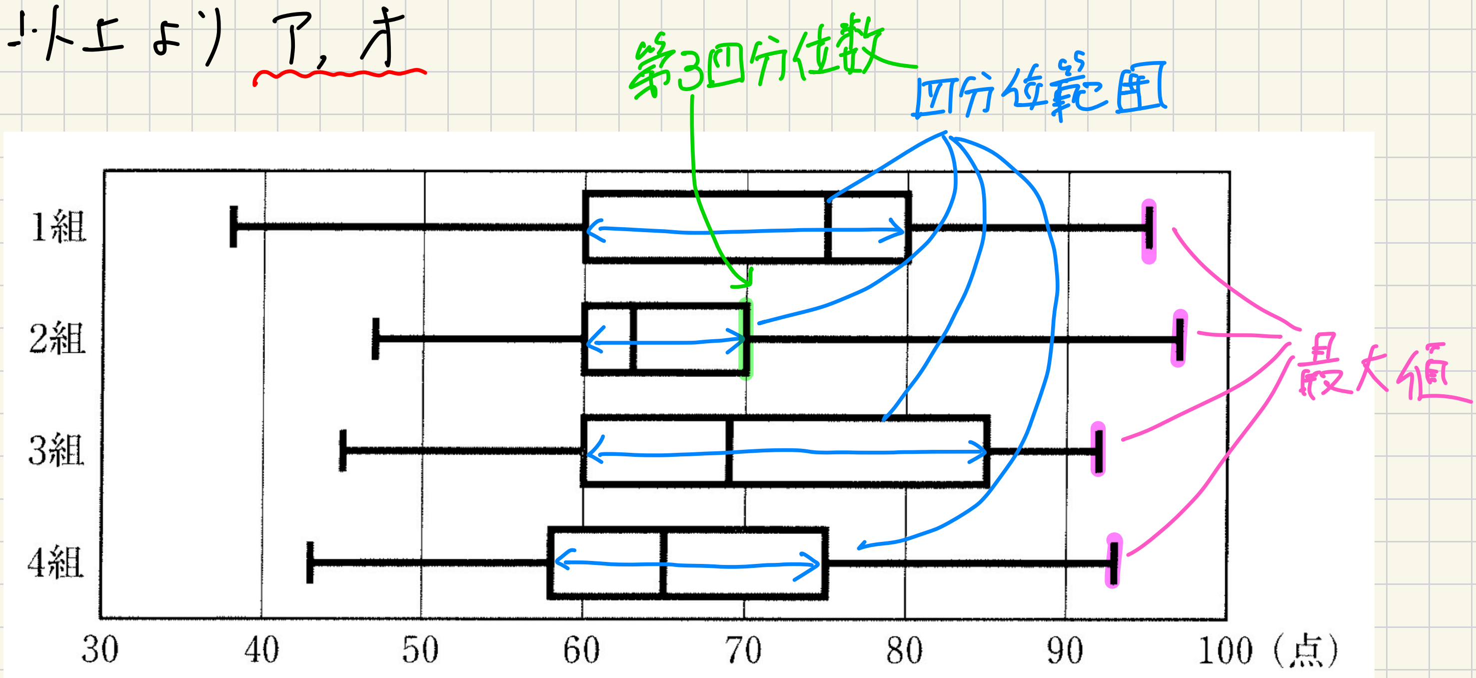
(7)

ア：2組の最大値が最も大きいので正しい
イ：箱ひげ図から平均値は分からないので、誤り
ウ：四分位範囲が最も大きいのは3組なので、誤り
エ：箱が示すデータの範囲は、データを小さい順に並べたとき25%以上75%以下のデータである。1組，2組ともに30人だから、箱が示すデータの範囲も等しい。よって誤り
オ：データを小さい順に並べると、以下の通り



第3四分位数が70点以上なので、70点以上の人数は8人いる。8人以上は8人を含むから正しい

以上より ア，オ



$\boxed{2}$

(1)

(ア) ① 3点シュートを放った本数はx本で、成功率は30%だから

$$3\times\frac{30}{100}x$$

② フリースローの成功率は40%

③ フリースローを放った本数はy本で、成功率は40%だから

$$1\times\frac{40}{100}y$$

以上より ウ

(イ) ④ 3点シュートx本、2点シュートx本、フリースローy本で、合計85本だから

$$2x+y=85$$

⑤ 得点の合計は61点だから

$$3\times\frac{30}{100}x+2\times\frac{40}{100}x+1\times\frac{40}{100}y=61$$

(ウ) ⑤の式を整理して、

$$90x+80x+40y=6100$$

$$\Leftrightarrow\ 170x+40y=6100$$

$$\Leftrightarrow\ 17x+4y=610$$

よって

$$\begin{cases} 2x + y = 85 & \text{—— ㋐} \\ 17x + 4y = 610 & \text{—— ㋑} \end{cases}$$

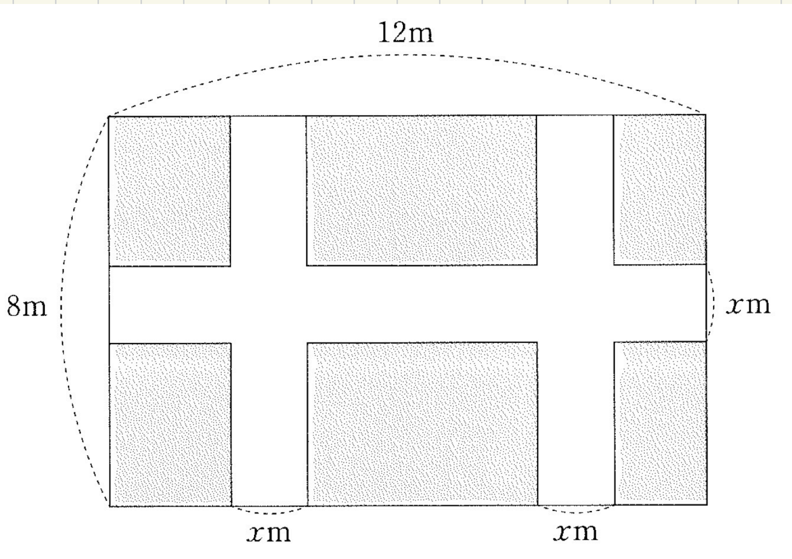
㋐ × 4 − ㋑ より

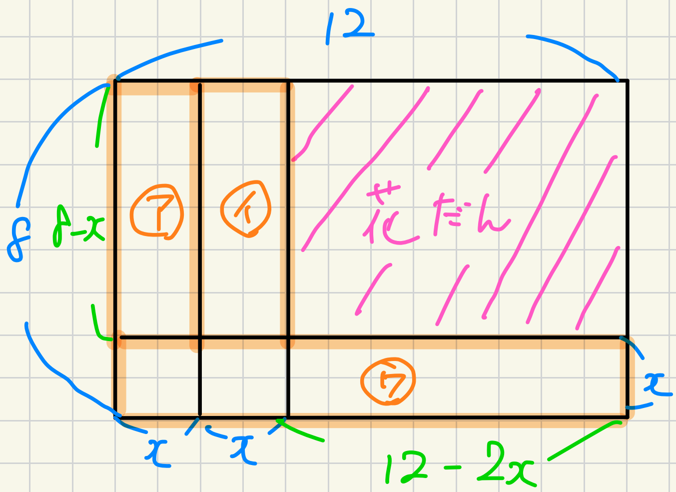
$$\begin{array}{rrcl} & 8x + 4y & = & 340 \\ -) & 17x + 4y & = & 610 \\ \hline & -9x & = & -270 \\ & x & = & 30 \end{array}$$

3点シュートは30本放ち、成功率が30%なので、

$$30 \times \frac{30}{100} = 9$$

(2)





(ア) 通路の面積 = ㋐ + ㋑ + ㋒

$x = 1$ より

$$㋐ + ㋑ + ㋒ = (8-1) \times 1 + (8-1) \times 1 + 12 \times 1$$
$$= 7 + 7 + 12$$
$$= 26\ \mathrm{cm}^2$$

(イ) ㋐ + ㋑ + ㋒ $= (8-x)\times x + (8-x)\times x + 12\times x$

$$= -x^2+8x-x^2+8x+12x$$
$$= -2x^2+28x$$

(ウ) 花だんの面積は $(8-x)(12-2x)$

道路の面積と花だんの面積は等しいので

$$-2x^2+28x = (8-x)(12-2x)$$
$$\Leftrightarrow -2x^2+28x = 2x^2-28x+96$$
$$\Leftrightarrow -4x^2+56x-96=0$$
$$\Leftrightarrow x^2-14x+24=0$$
$$\Leftrightarrow (x-2)(x-12)=0$$
$$\therefore x=2, 12$$

縦は $0<x<8$
横は $0<2x<12$

$0<x<8$ かつ $0<2x<12$ より

$0<x<8$ かつ $0<x<6$。よって x の範囲は

$0<x<6$ より $x=12$ は不適。

したがって、道路の幅は $2m$

$\boxed{3}$

(1) $y=ax^2$ は $A(-2,-2)$ を通るから

$$-2 = a\times(-2)^2$$
$$=4a$$
$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

(2) $y=\frac{b}{x}$ は B(6, 2) を通るから

$$2=\frac{b}{6} \Leftrightarrow b=12$$

(3) C は $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上にあり $x=-4$ だから

$$y=-\frac{1}{2}\times(-4)^2$$
$$=-\frac{1}{2}\times 16$$
$$=-8$$

よって (−4, −8)

(4) D は $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上にあり $x=2$ だから

$$y=-\frac{1}{2}\times 2^2$$
$$=-\frac{1}{2}\times 4$$
$$=-2 \qquad \therefore D(2, -2)$$

直線 CD の式を $y=mx+n$ とおくと，C(−4, −8)
D(2, −2) を通るから

$$-8=-4m+n \quad \text{—— ①}$$
$$-)\ -2=2m+n \quad \text{—— ②}$$
$$-6=-6m$$
$$m=1$$

$m=1$ を②に代入して

$-2=2\times1+n$　　$\therefore n=-4$

よって $y=x-4$

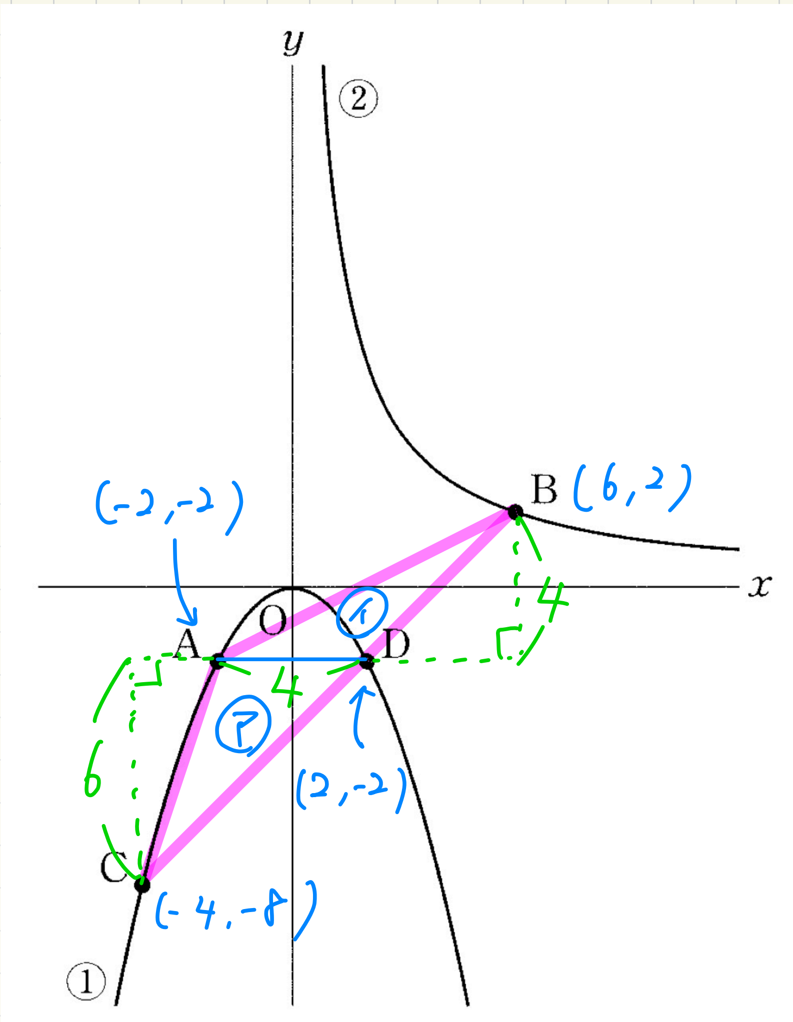
(5) $y=\dfrac{12}{x}$ において、x, y がともに自然数となるのは、x が 12の約数のときである

すなわち、

$(x, y)=(1, 12), (2, 6), (3, 4), (4, 3),$
$(6, 2), (12, 1)$

の6個

(6)



直線CD : $y=x-4$

において、$x=6$ のとき

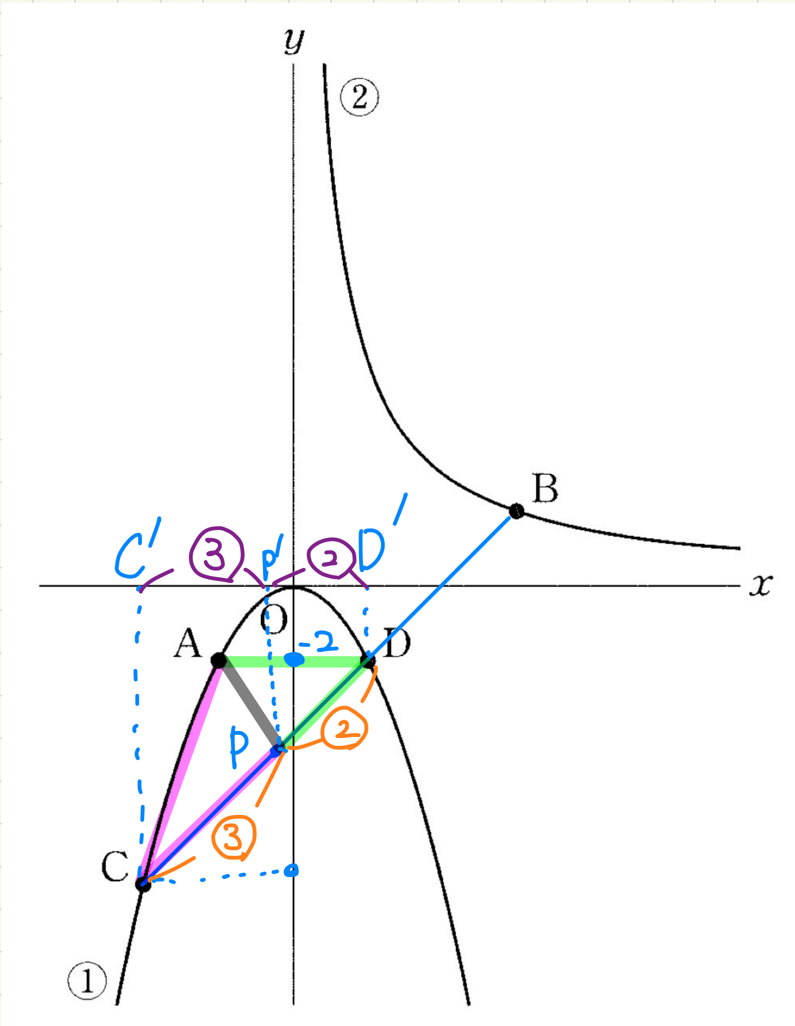
$y=6-4$
$=2$

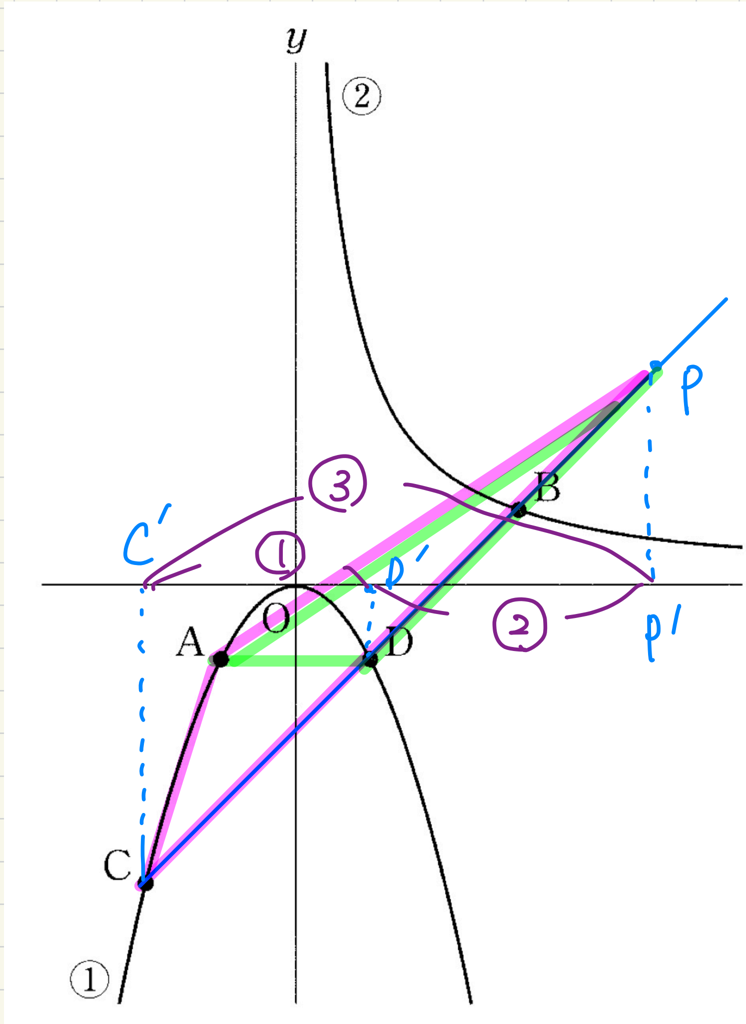
よって、点B $(6,2)$ は直線CD上にある

$㋐=\dfrac{1}{2}\times4\times6$
$=12$

$㋑=\dfrac{1}{2}\times4\times4$
$=8$

よって、$\triangle ABC=㋐+㋑$
$=20$





$S:T=3:2$ となるのは、上図のように2つある。

(i) P が C と D の間にあるとき

△ACP の底辺を CP、△ADP の底辺を DP とすると、高さが等しいので、面積比は底辺比と等しい。

よって、

$$CP:PD=3:2$$

$$\Rightarrow\quad C'P':P'D'=3:2$$

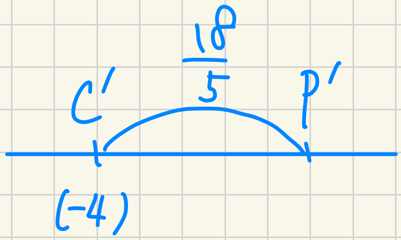
$$C'D'=2-(-4)=6$$

よって、

$$C'P'=6\times\frac{3}{3+2}=6\times\frac{3}{5}=\frac{18}{5}$$

したがって.

$$Pのx座標P' = -4 + \frac{18}{5}$$



$$= -\frac{2}{5}$$

(ii) PがBの右側にあるとき

△ACPの底辺をCP, △ADPの底辺をDPとすると, 高さが等しいので, 面積比は底辺比と等しい。

よって.

$$CP : PD = 3 : 2$$

$$\Rightarrow C'P' : P'D' = 3 : 2$$

よって

$$C'D' : D'P' = 1 : 2$$

また.

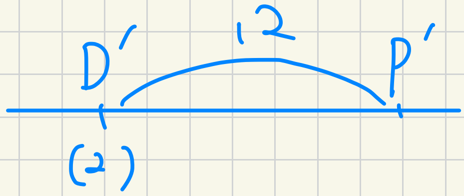
$$C'D' = 2-(-4) = 6$$

より

$$6 : D'P' = 1 : 2$$

$$D'P' = 12$$

したがって.



$$Pのx座標P' = 2+12$$

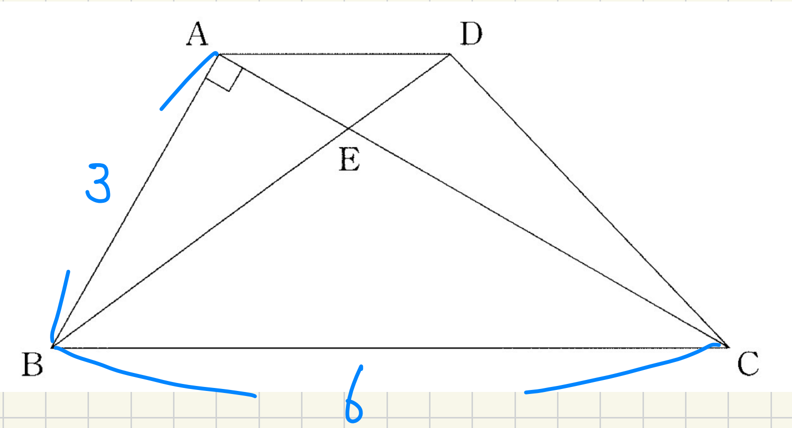
$$= 14$$

以上よりPのx座標は

$$-\frac{2}{5},\ 14$$

4

(1)



△ABCで三平方の定理より

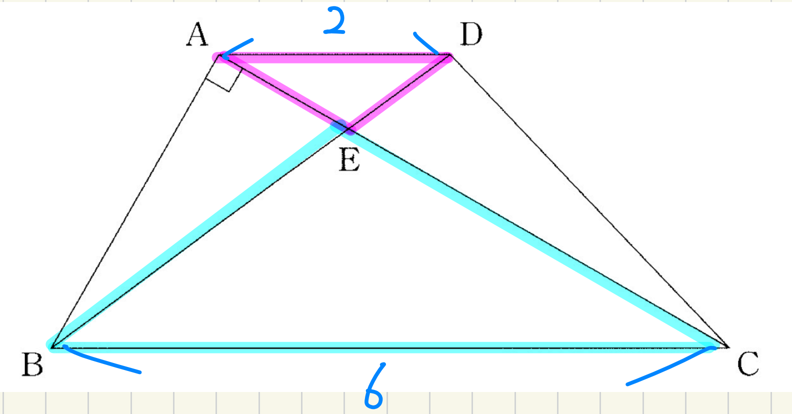
$$AC = \sqrt{6^2 - 3^2}$$

$$= \sqrt{36-9}$$

$$= \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3}\ \text{cm}$$

(2)



△EDAと△EBCにおいて、
AD∥BCより錯角が等しいので、

$\angle EDA = \angle EBC$ —①

$\angle EAD = \angle ECB$ —②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle EDA \sim \triangle EBC$ ——— ☆1

対応する辺の比は等しいから

$$EA : EC = DA : BC$$

$$= 2 : 6$$

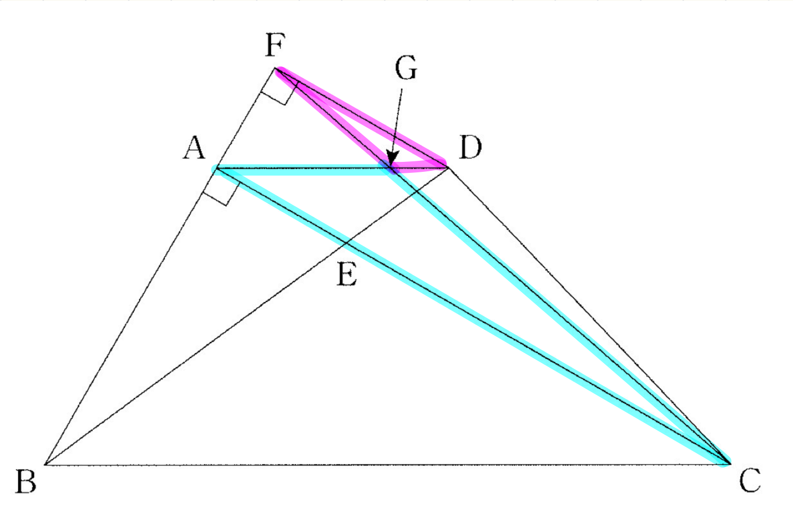
$$= 1 : 3$$ ——— ☆2

$AC = 3\sqrt{3}$ cm より

$$CE = 3\sqrt{3} \times \frac{3}{1+3}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{4}\ \text{cm}$$

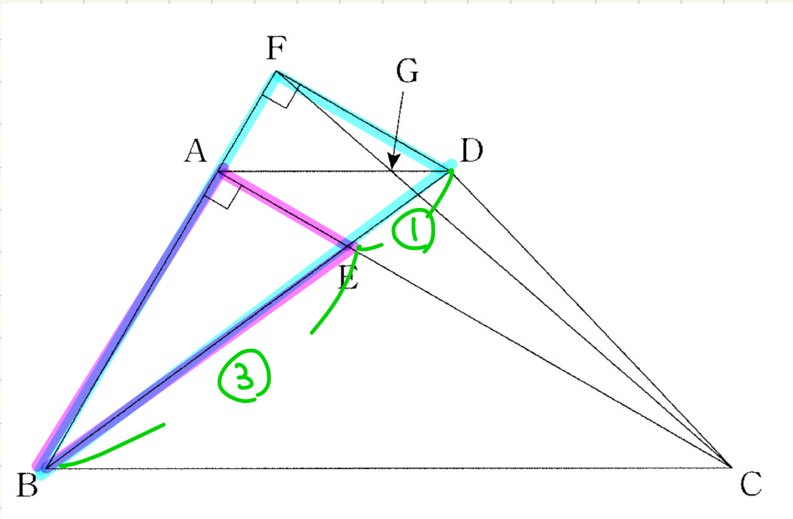
(3) (ア)



△DFGと△ACGで
対頂角は等しいから
$\angle DGF = \angle AGC$ —①
平行線の錯角は等しいので
$FD \parallel AC$から
$\angle DFG = \angle ACG$ —②

①,②より2組の角がそれぞれ等しいので
$\triangle DFG \backsim \triangle ACG$ （証明終わり）

(イ)



△BAEと△BFDにおいて
共通な角は等しいから
$\angle ABE = \angle FBD$ —①
$AC \parallel FD$より同位角が等しいから
$\angle BAE = \angle BFD$ —②

①,②より2組の角がそれぞれ等しいから
$\triangle BAE \backsim \triangle BFD$

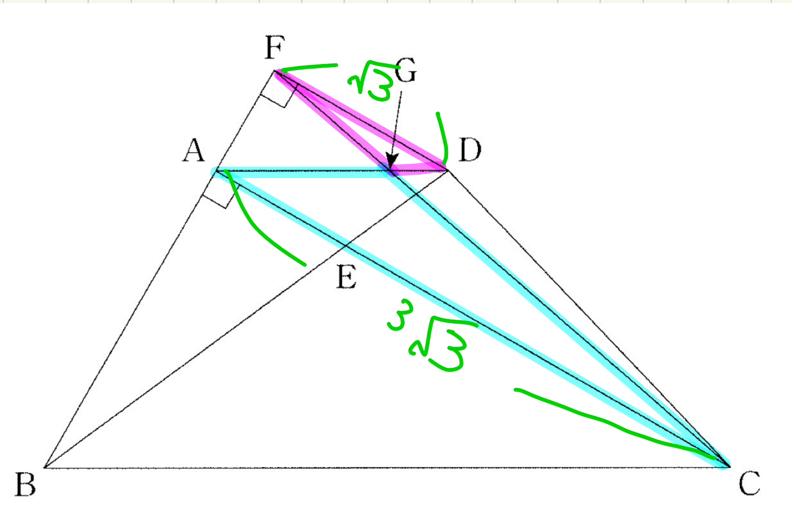
ここで、(2) ☆1より
$$ED : EB = DA : BC$$
$$= 1 : 3$$
だから、
$$BE : BD = 3 : 4$$

また，(2) ☆より

$$AE = 3\sqrt{3} \times \frac{1}{1+3}$$
$$= \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

したがって，$\triangle BAE \backsim \triangle BFD$ より

$$\underbrace{AE}_{\frac{3\sqrt{3}}{4}} : FD = 3 : 4$$
$$3FD = 3\sqrt{3}$$
$$FD = \sqrt{3}$$



(3) (ア) より

$\triangle DFG \backsim \triangle ACG$

だから相似比は

$$DF : AC = \sqrt{3} : 3\sqrt{3}$$
$$= 1 : 3$$

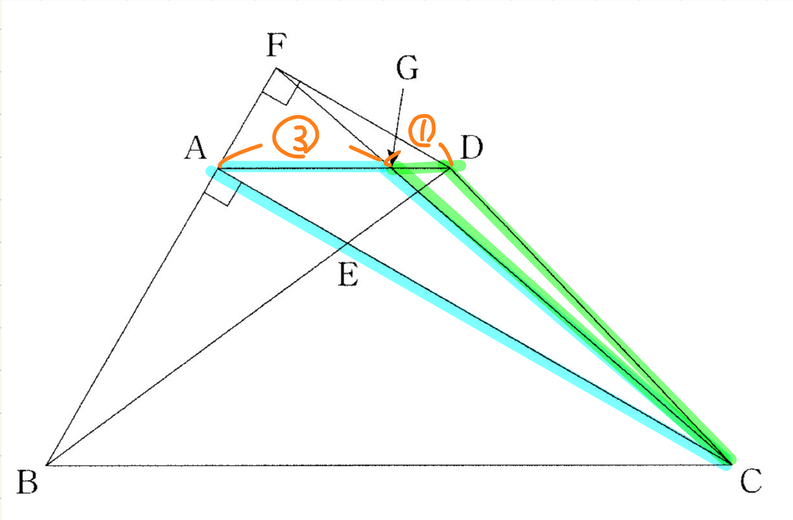
相似な三角形の面積比は，相似比の2乗に等しいので，

$$\underbrace{\triangle DFG}_{S} : \triangle ACG = 1^2 : 3^2$$
$$= 1 : 9$$

よって，

$$\triangle ACG = 9S$$

(ウ) やや難



(3)(ア) より △DFG∽△ACG だから、

$DG : AG = DF : AC$
$= \sqrt{3} : 3\sqrt{3}$
$= 1 : 3$

△ACG と △GCD において、底辺をそれぞれ AG, GD とすると、高さが等しいので、面積比は底辺比と等しい。よって

$\triangle ACG : \triangle GCD = 3 : 1$

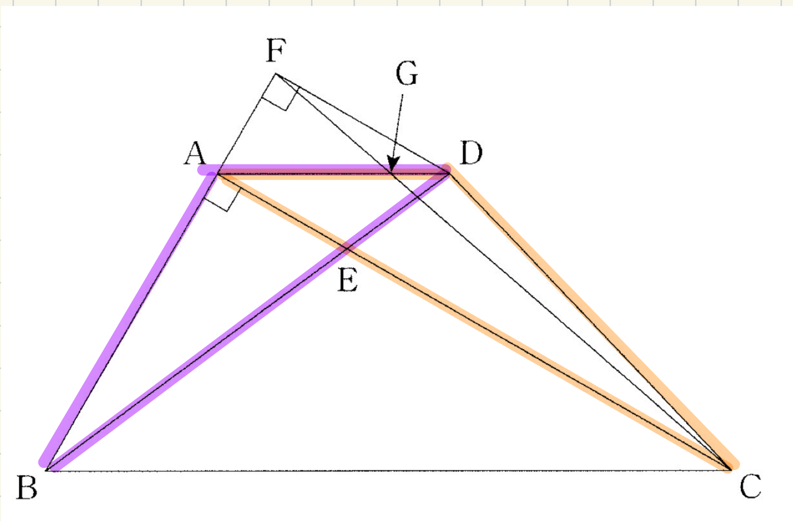
9S

$\Leftrightarrow\ 3 \times \triangle GCD = 9S$

$\therefore\ \triangle GCD = 3S$

したがって

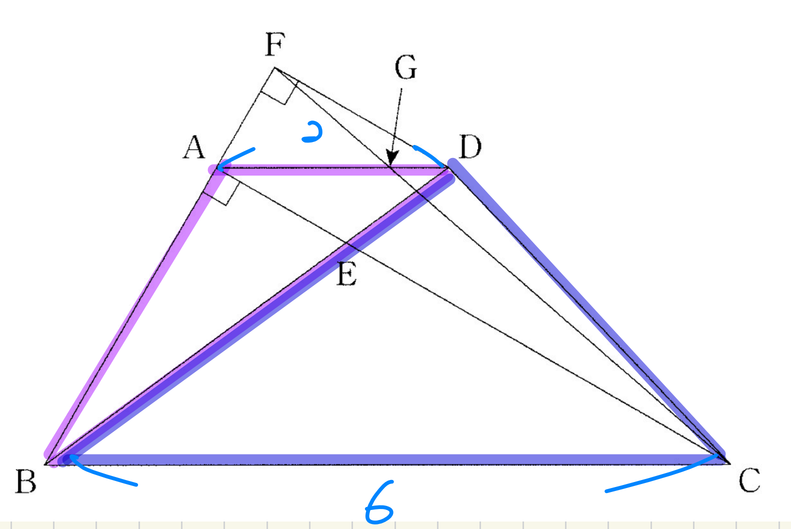
$\triangle ACD = \triangle ACG + \triangle GCD$
$= 9S + 3S$
$= 12S$



次に、△ACD と △ABD において、底辺(AD)と高さが等しいので、面積も等しい。

よって

$\triangle ABD = 12S$



△ABDと△BCDにおいて，底辺をそれぞれAD，BCとすると，高さが等しいので，面積比は底辺比と等しい

よって，

$$\underbrace{\triangle ABD}_{12S} : \triangle BCD = 2 : 6$$
$$= 1 : 3$$

$$\therefore \underbrace{\triangle BCD}_{T} = 36S$$

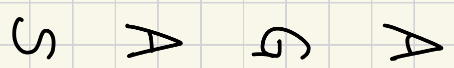
したがって，

$$S : T = S : 36S$$
$$= 1 : 36$$

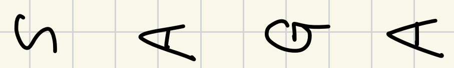
$\boxed{5}$

(1) (ア)

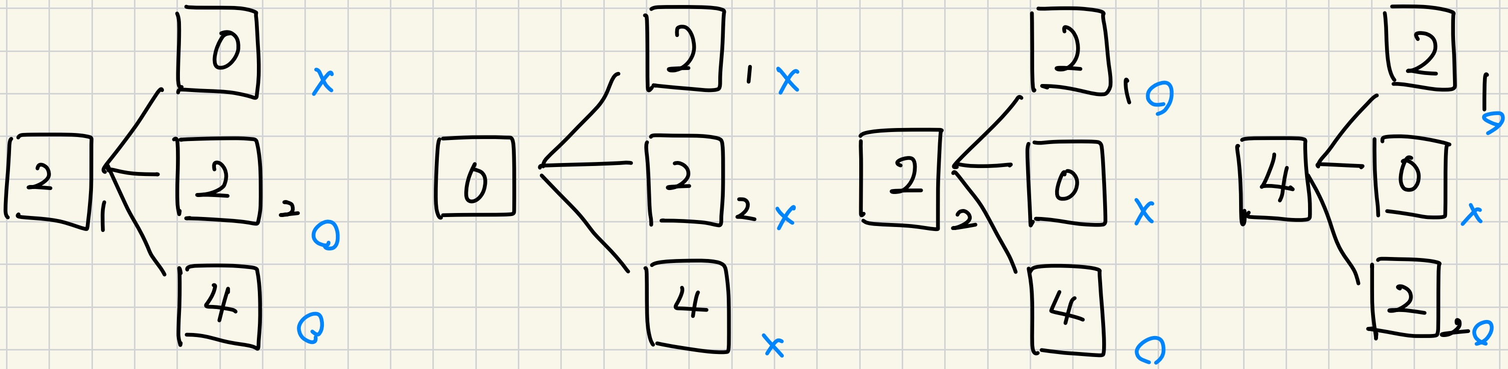
1回目に $\boxed{2}$ を取り出したので，アルファベットのカードは時計回りに90°回転

 —— ①

2回目に $\boxed{0}$ を取り出したので，①の状態から時計回りに180°回転.

 よって エ

(イ) $\boxed{2}$ のカードが2枚あるので $\boxed{2}_1$, $\boxed{2}_2$ とする.
樹形図は以下の通り



カードの取り出し方は12通り. そのうち $\boxed{0}$ を取り出さないのは6通り よって求める確率は

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

(ウ) S A G A となるのは.

(i) 1回目に $\boxed{0}$, 2回目に $\boxed{2}$

S A G A　　S A G A

⇒ (イ) 樹形図より 2通り

(ii) 1回目に $\boxed{2}$, 2回目に $\boxed{0}$

S A G A　　S A G A

⇒ (イ) 樹形図より 2通り

よって. 合計 4通り

したがって, 求める確率は

$$\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

(1)

(i) 1回目に S∀ 9∀ となるのは、1回目に $\boxed{0}$ がでるとき。⇒ 3通り

(ii) 2回目に S∀ 9∀ となるのは、1回目に $\boxed{2}$、2回目に $\boxed{2}$ がでるとき ⇒ 2通り

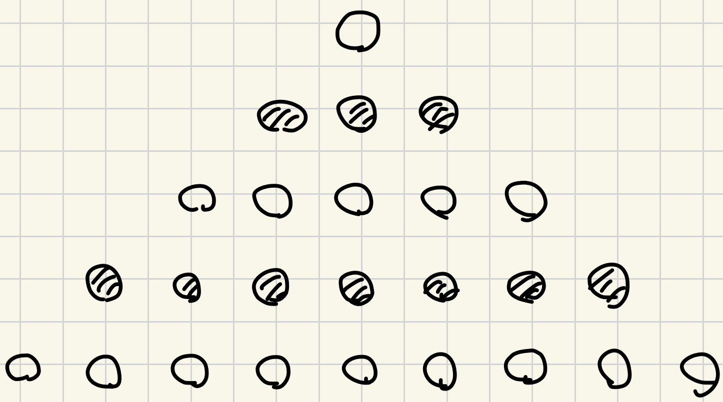
よって、1回も S∀ 9∀ とならないのは

$$12\text{通り} - (3\text{通り} + 2\text{通り}) = 12 - 5$$
$$= 7\text{通り}$$

したがって、求める確率は

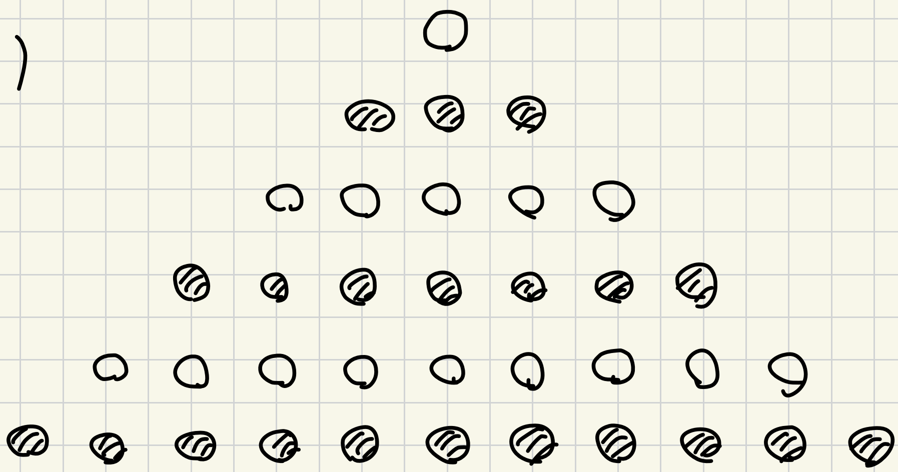
$$\frac{7}{12}$$

(2)(ア) 図形5は以下の通り



白い石は $1 + 5 + 9 = 15$ 個 より $X = 15$

(イ)



白い石 $X = 15$

黒い石 $Y = 21$

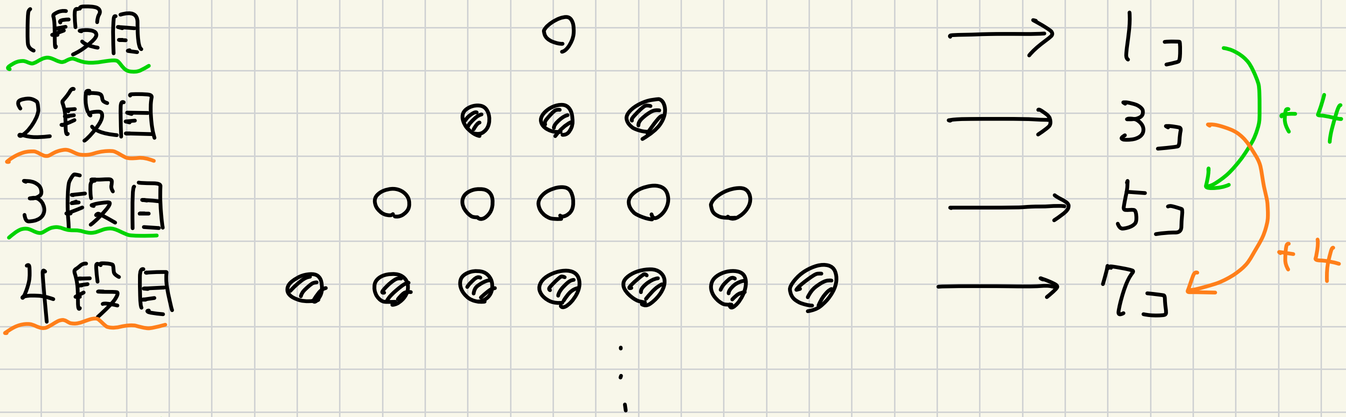
よって

$$X - Y = 15 - 21$$
$$= -6$$

(ウ) (ア)〜(イ)の結果を表にまとめると以下の通り

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	1	1	6	6	15	15			
Y	0	3	3	10	10	21			
X−Y	1	−2	3	−4	5	−6	7	−8	9
|X−Y|	1	2	3	4	5	6	7	8	9

よって、X − Y = 9 となるのは図形9.



⇒ 奇数段目が白　偶数段目が黒

図形9の白い石は、1, 3, 5, 7, 9 段目。よって

$$\underbrace{1}_{1段目} + \underbrace{5}_{3段目} + \underbrace{9}_{5段目} + \underbrace{13}_{7段目} + \underbrace{17}_{9段目} = \underline{45}$$

(エ)

	1	2	3	4	5	6
X	1	1	6	6	15	15
Y	0	3	3	10	10	21
X+Y	1	4	9	16	25	36

X+Yは平方数

よって、$X + Y = 225$ のとき、$15^2 = 225$ だから
図形15である。

図形15の白い石は 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15段目。
よって、

$+4 \quad +4 \quad \cdots\cdots$

$$\underbrace{1}_{1\text{段目}} + \underbrace{5}_{3\text{段目}} + \underbrace{9}_{5} + \underbrace{13}_{7} + \underbrace{17}_{9} + \underbrace{21}_{11} + \underbrace{25}_{13} + \underbrace{29}_{15}$$

$= 120$

図形15の黒い石は、2, 4, 6, 8, 10, 12, 14段目
よって、

$+4 \quad +4 \quad \cdots\cdots$

$$\underbrace{3}_{2\text{段目}} + \underbrace{7}_{4\text{段目}} + \underbrace{11}_{6} + \underbrace{15}_{8} + \underbrace{19}_{10} + \underbrace{23}_{12} + \underbrace{27}_{14} = 105$$

よって、$X = 120$, $Y = 105$