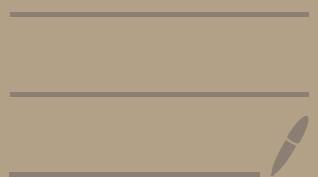


2021年度 宮城県
数学

km km



第一問

$$1. \text{与式} = -14 + 5 \\ = \underline{-9}$$

$$2. \text{与式} = \frac{3}{2} \times (-4) \\ = \underline{-6}$$

$$3. 2a^2b^3 \div ab = 2ab^2 \text{ 与') } a=3, b=-2 \text{ E}$$

代入して

$$2ab^2 = 2 \times 3 \times (-2)^2 \\ = 2 \times 3 \times 4 \\ = \underline{24}$$

$$4. 4a - 5b = 3c$$

$$\Leftrightarrow 4a = 5b + 3c$$

$$\Leftrightarrow \underline{a = \frac{5b + 3c}{4}} \quad (\text{E L < I F. } \underline{a = \frac{5}{4}b + \frac{3}{4}c})$$

$$5. \text{与式} = 3\sqrt{3} + \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= 3\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}}{3}$$

$$= 3\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$= \underline{4\sqrt{3}}$$

6. 与式 = $(x + 5y)(x - 5y)$

7.

ア : 表より 0 ~ 60分 に 8人 いる。この 8人 のうち、
学習時間が 0分 の人も いる可能性が
あるため、誤り

イ : 最頻値 : データのなかで最も度数が高い
階級値。

表より、最も度数が高いのは、60 ~ 120分
であり、そのときの階級値は、

$$\frac{60 + 120}{2} = \frac{180}{2} = \underline{90\text{分}}$$

よって正しい

ウ.

学習時間 (分)		度数 (人)
以上	未満	
0 ~	60	8
60 ~	120	13
120 ~	180	11
180 ~	240	6
240 ~	300	2
合計		40

階級値

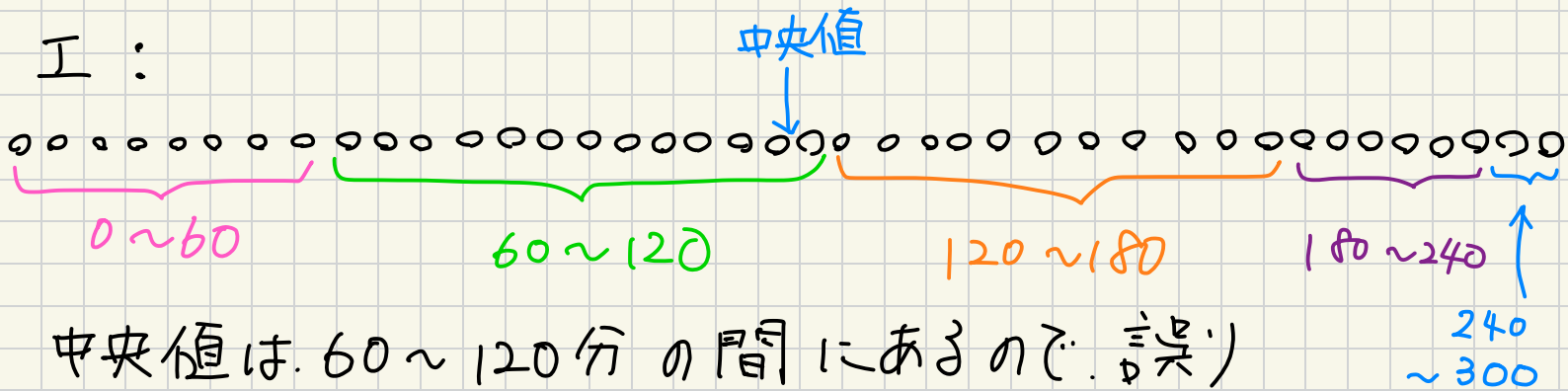
$$\begin{array}{l} \underline{30} \quad \dots \quad \frac{0+60}{2} = 30 \\ \underline{90} \quad \dots \quad \frac{60+120}{2} = 90 \\ \underline{150} \quad \dots \quad \frac{120+180}{2} = 150 \\ \underline{210} \quad \dots \quad \frac{180+240}{2} = 210 \\ \underline{270} \quad \dots \quad \frac{240+300}{2} = 270 \end{array}$$

よ、平均値は.

$$\frac{30 \times 8 + 90 \times 13 + 150 \times 11 + 210 \times 6 + 270 \times 2}{40}$$
$$= \frac{240 + 1170 + 1650 + 1260 + 540}{40}$$
$$= \frac{4860}{40} = 121.5$$

よ、誤り

I:



中央値は、60~120分の間にあるので、誤り

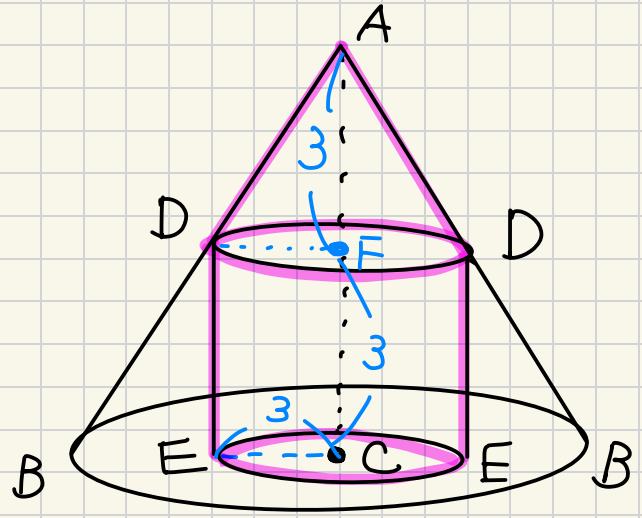
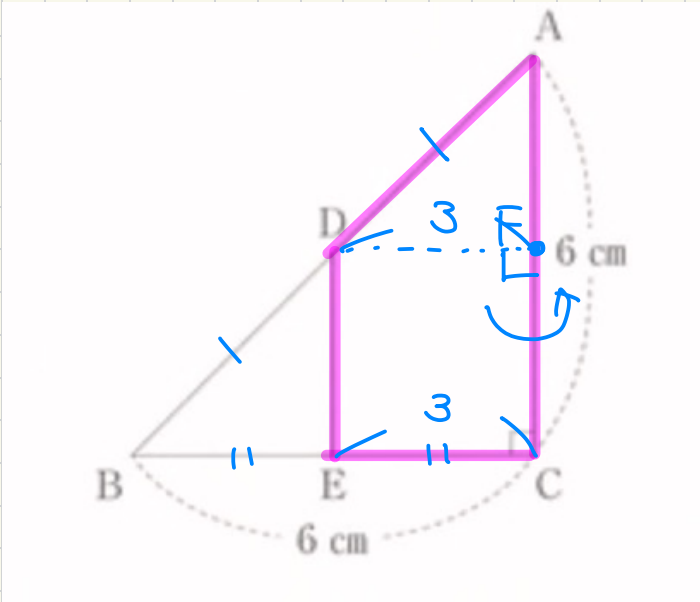
才:

$$\text{相対度数} = \frac{2}{40}$$
$$= 0.05$$

よ、正しい

以上より、答えは、イ、才

8.



DからACに垂線を下した足をFとする。
 DはABの中点であり $DF \parallel BC$ なので、中点、
 連結定理より、

$$AF = FC \Rightarrow F \text{ は } AC \text{ の中点}$$

$$AC = 6 \text{ cm より}$$

$$AF = FC = 3 \text{ cm}$$

よって、求める体積は、

$$\underbrace{3 \times 3 \times \pi \times 3}_{\text{円柱}} + \underbrace{3 \times 3 \times \pi \times 3 \times \frac{1}{3}}_{\text{円錐}}$$

$$= 27\pi + 9\pi$$

$$= \underline{\underline{36\pi \text{ cm}^3}}$$

第二問

1. (1) $10a + b$

(2) $P = 10a + b$, $+$ の位と $-$ の位を入れ替えた
2けたの自然数 Q は、 $Q = 10b + a$ と表せる。

$$\begin{aligned} P - Q &= 10a + b - (10b + a) \\ &= 10a + b - 10b - a \\ &= 9a - 9b \\ &= 9(a - b) \end{aligned}$$

$$P - Q = 63 \text{ である}$$

$$9(a - b) = 63 \quad \text{両辺} \div 9$$

$$\therefore a - b = 7$$

$$\Leftrightarrow a = b + 7$$

(i) $b = 1$ のとき

$$a = 1 + 7 = 8 \quad \therefore P = 81$$

81 は奇数なので適当。

(ii) $b = 2$ のとき

$$a = 2 + 7 = 9 \quad \therefore P = 92$$

92 は偶数なので不適。

(iii) $b > 3$ のとき

$$a = b + 7 > 10 \text{ である。} \quad \therefore a \text{ は 2 けたの自然数}$$

にはならないので不適。

以上より、求める自然数は 81

2.

(1)

最初 : Aに2個, Bに2個, Cに0個

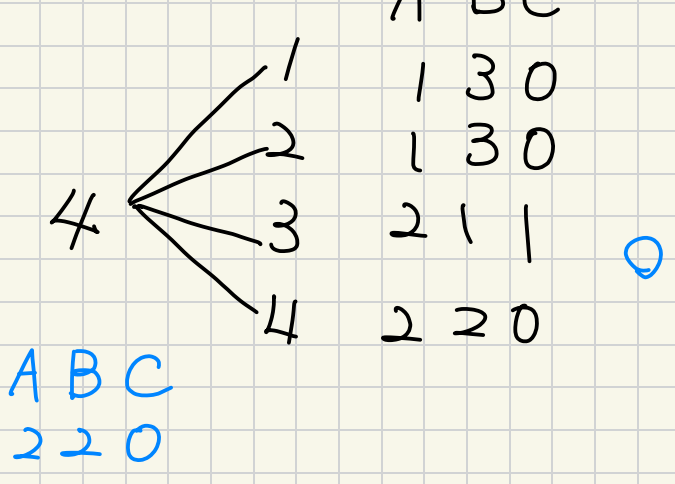
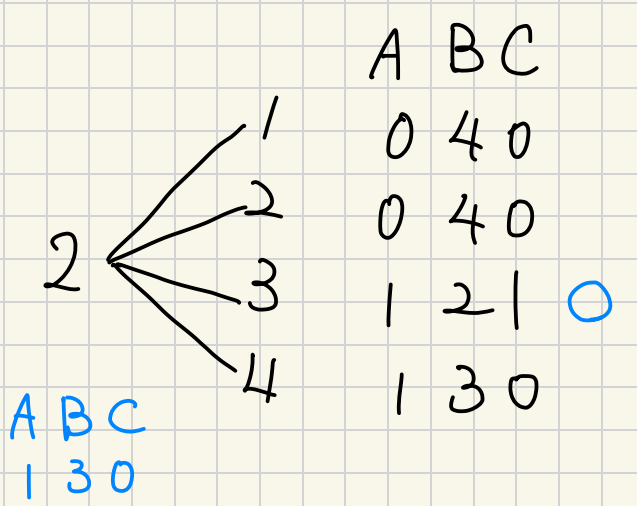
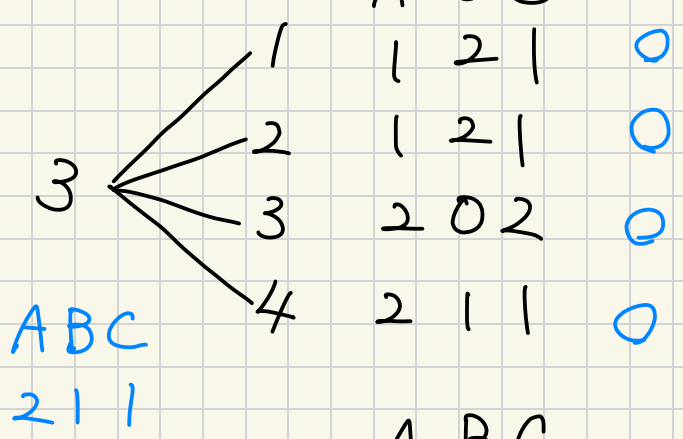
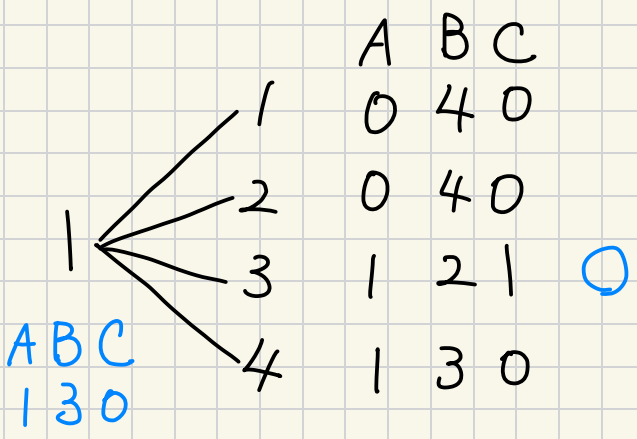
1回まわしたとき : Aに2個, Bに1個, Cに1個

したがって, 1回まわしたとき, BからCに球を1回移動せよ良し \Rightarrow 3に止まったとき,

円盤は1~4に止まるので, 円盤の数字の出方は4通りで, そのうち, 3に止まるのは1通り。したがって, 求める確率は,

$\frac{1}{4}$

(2) 樹形図は以下の通り



円盤の数字の出方は、全部で16通り。そのうち
Cに少なくとも1個は玉が入っているのは
7通り。よって、求める確率は

$$\frac{7}{16}$$

Cに1個か2個
入っていれば良い。

3.

(1) Aは $y = x^2$ 上にある。 $x = -2$ 時の y は
 $y = (-2)^2 = 4$ $\therefore A(-2, 4)$

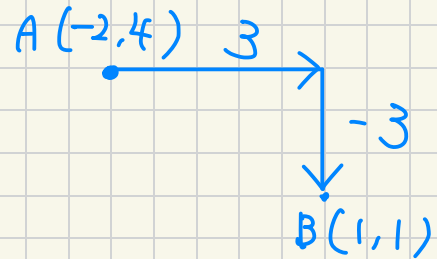
Bは $y = x^2$ 上にある。 $x = 1$ 時の y は
 $y = 1^2 = 1$ $\therefore B(1, 1)$

よって、直線 AB の式を $y = mx + n$ とおくと、1-次
関数では、傾き = 変化の割合なので、

$$m = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

$$= \frac{1 - 4}{1 - (-2)}$$

$$= \frac{-3}{3} = \underline{-1}$$



(2) 直線 AB は $y = -x + n$ で、 $B(1, 1)$ を通るので、

$$1 = -1 + n \Rightarrow n = 2$$

したがって、直線 AB は $y = -x + 2$

C は $y = -x + 2$ 上 1 = あり. $y = -2$ なるので.

$$-2 = -x + 2 \quad \therefore x = 4$$

$$\therefore C(4, -2)$$

$y = ax^2$ は $C(4, -2)$ を通るので.

$$-2 = a \times 4^2$$

$$16a = -2 \quad \therefore a = \underline{\underline{-\frac{1}{8}}}$$

4.

(1)

商品 B = 商品 A の半分
 x 箱

$$= \frac{1}{2} x \text{ 個}$$

商品 C = 商品 B の 3 倍
 $\frac{1}{2} x$ 箱

$$= \underline{\underline{\frac{3}{2} x}} \text{ 箱}$$

(2)

商品 A = ドーナツ 2 個 + カッパケキ 1 個
 x 箱

\Rightarrow ドーナツ $2x$ 個, カッパケキ x 個

$$\text{商品 B} = \text{ドーナツ} 4 \text{個} + \text{カッパクリッキ} 2 \text{個}$$

$\frac{1}{2}x$ 箱

$$\Rightarrow \text{ドーナツ} \frac{1}{2}x \times 4 = 2x \text{個}$$

$$\text{カッパクリッキ} \frac{1}{2}x \times 2 = x \text{個}$$

$$\text{商品 C} = \text{ドーナツ} 1 \text{個} + \text{カッパクリッキ} 2 \text{個}$$

$\frac{3}{2}x$ 個

$$\Rightarrow \text{ドーナツ} \frac{3}{2}x \text{個}, \text{カッパクリッキ} \frac{3}{2}x \times 2 = 3x \text{個}$$

したがって、ドーナツは

$$2x + 2x + \frac{3}{2}x = \frac{11}{2}x \text{個}$$

よって 176 個 なのだから

$$\frac{11}{2}x = 176$$

$$11x = 352 \quad \therefore x = 32$$

また、カッパクリッキは

$$x + x + 3x = 5x \text{個}$$

$$x = 32 \text{ 代入}$$

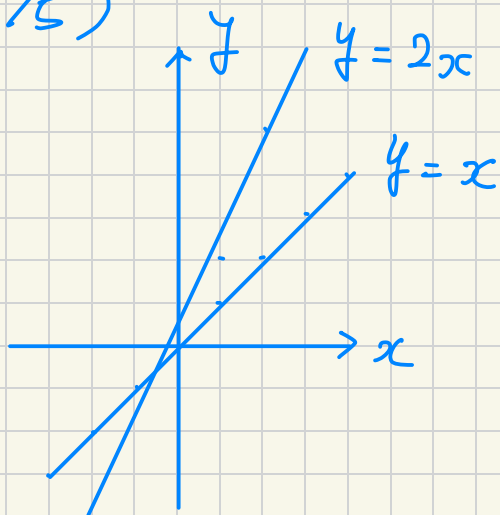
$$5x = 5 \times 32$$
$$= 160 \text{ 個}$$

第三問

1.

$y = ax + b$ において、 a の値を大きくすると、傾きは急になる。

(参考)

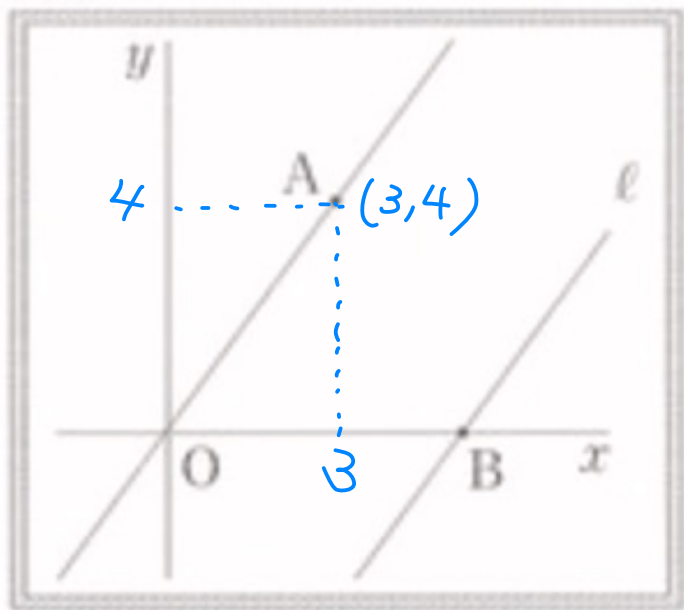


したがって、ア～エのうち、 $y = x$ より傾きが急になっているのは、ウ

2.

(1)

図 II



三平方の定理より

$$OA = \sqrt{3^2 + 4^2} \\ = 5$$

(2) 直線 OA の式を $y = ax$ とおくと、 $A(3, 4)$ を通るので、

$$4 = 3a \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{4}{3}$$

よって、直線 OA は $y = \frac{4}{3}x$. l の式を $y = mx + n$ とおくと、 OA と l は平行なので、傾きは等しい。
よって、 l の式は

$$y = \frac{4}{3}x + n$$

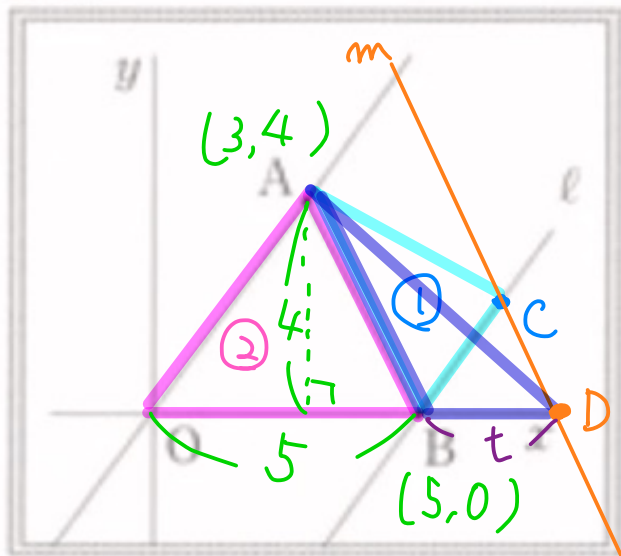
とおく。 l は $B(5, 0)$ を通るので

$$0 = \frac{4}{3} \times 5 + n \Leftrightarrow n = -\frac{20}{3}$$

したがって、 l の式は $y = \frac{4}{3}x - \frac{20}{3}$

(3)

図 III



$\triangle ABO$ の面積は.

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10.$$

$$\triangle ABC : \triangle ABO = 1 : 2$$

よって

$$2 \triangle ABC = 10$$

$$\therefore \triangle ABC = 5$$

点 C を通る直線 AB と平行な直線を引く。

この直線を m とする、 m の式を $y = ax + b$ とおく

また、 m と x 軸との交点を D とする。

等積変形より、 $\triangle ABC = \triangle ABD \Rightarrow \triangle ABD = 5$

$BD = t$ とおくと.

$$\begin{aligned}\Delta ABD &= \frac{1}{2} \times t \times 4 \\ &= 2t.\end{aligned}$$

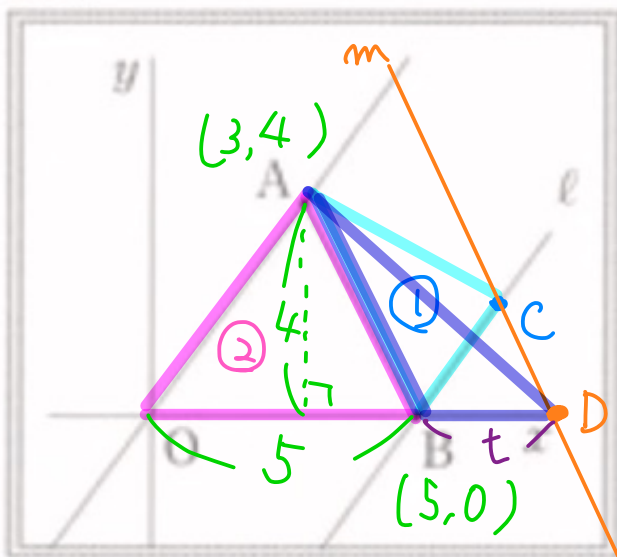
$$\Delta ABD = 5 \text{ (与えられた)}$$

$$2t = 5 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}$$

よって、点Dの座標は.

$$D\left(5 + \frac{5}{2}, 0\right) = \underline{\underline{D\left(\frac{15}{2}, 0\right)}}$$

図III



直線ABは

$A(3, 4), B(5, 0)$ を通るので、 $y = cx + d$ とおくと.

$$4 = 3c + d \quad \text{--- ①}$$

$$- \quad 0 = 5c + d \quad \text{--- ②}$$

$$4 = -2c.$$

$$c = -2$$

$$c = -2 \text{ を ② に代入して}$$

$$0 = 5 \times (-2) + d \quad \therefore d = 10$$

$$\therefore \underline{\underline{AB: y = -2x + 10}}$$

平行な直線は、傾きが等しいので.

$$m: y = -2x + n \quad \text{とおく。}$$

D $(\frac{15}{2}, 0)$ を通る直線の式:

$$0 = -2 \times \frac{15}{2} + n \Leftrightarrow n = 15$$

$$\therefore m : y = -2x + 15$$

C は l と m の交点の座標:

$$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x - \frac{20}{3} & \text{--- (3)} \\ y = -2x + 15 & \text{--- (4)} \end{cases}$$

③ を ④ に代入して解く:

$$\frac{4}{3}x - \frac{20}{3} = -2x + 15 \quad \left. \begin{array}{l} \text{両辺} \times 3 \end{array} \right\}$$

$$4x - 20 = -6x + 45$$

$$10x = 65$$

$$x = \frac{65}{10} = \frac{13}{2}$$

$x = \frac{13}{2}$ を ④ に代入して解く:

$$y = -2 \times \frac{13}{2} + 15$$

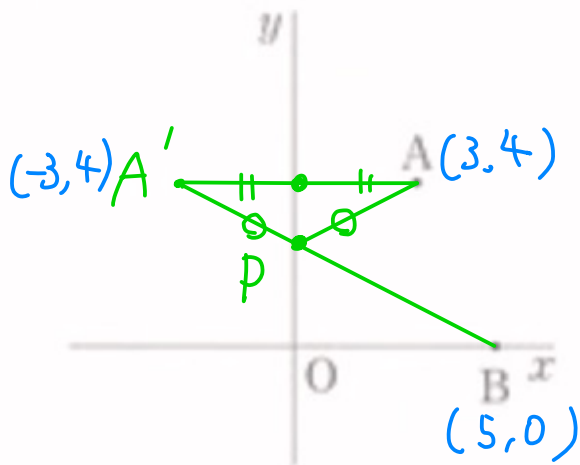
$$= -13 + 15$$

$$= 2$$

よって、点 C の座標は $(\frac{13}{2}, 2)$

(4)

図V



Aとy軸について対称な点をA'とする。

$$AP = A'P \text{ かつ}$$

$$AP + PB = A'P + PB$$

したがって、AP + PB が最小とされるのは、A'P + PB が最小

とされる。とである \Rightarrow A', P, B は1つの直線上にある。

A'(-3, 4), B(5, 0) かつ、直線 A'B の式を

$$y = ax + b \text{ とおくと}$$

$$4 = -3a + b \quad \text{--- (5)}$$

$$-) \quad 0 = 5a + b \quad \text{--- (6)}$$

$$4 = -8a$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

$a = -\frac{1}{2}$ を (6) に代入して

$$0 = 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + b \quad \Leftrightarrow b = \frac{5}{2}$$

$$\therefore A'B : y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

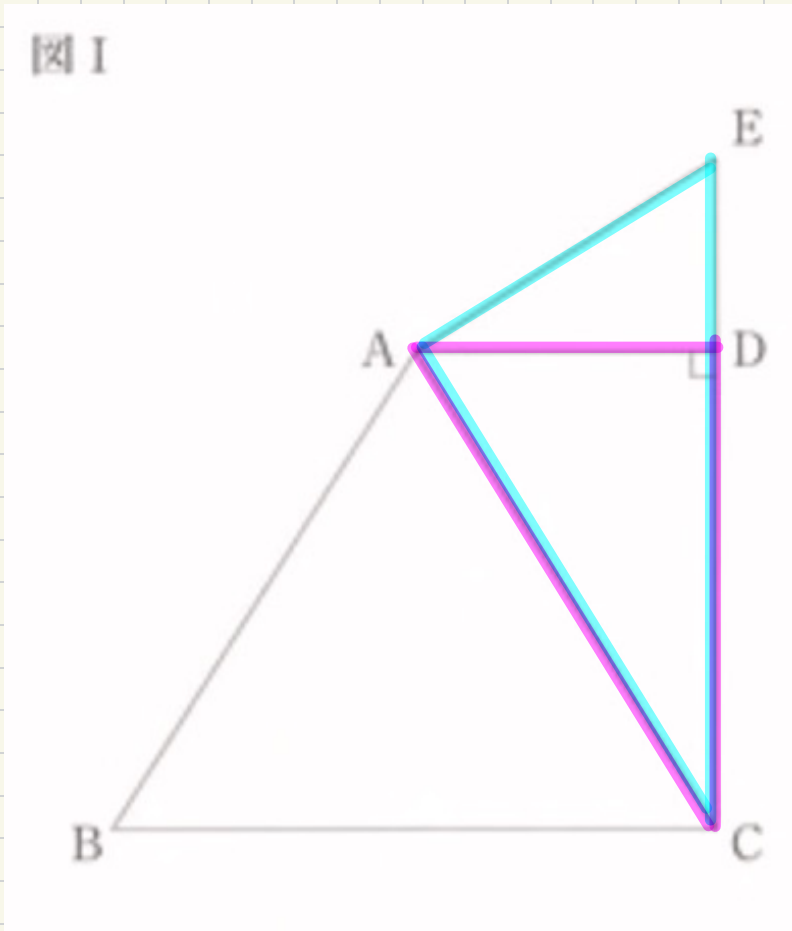
点Pは、A'Bのy切片であるから、点Pのy座標

は、 $\frac{5}{2}$ である。

第四問

1.

図1



$\triangle ACD$ と $\triangle ECA$ において.

仮定から

$$\angle ADC = \angle EAC = 90^\circ \text{ — ①}$$

共通な角だから

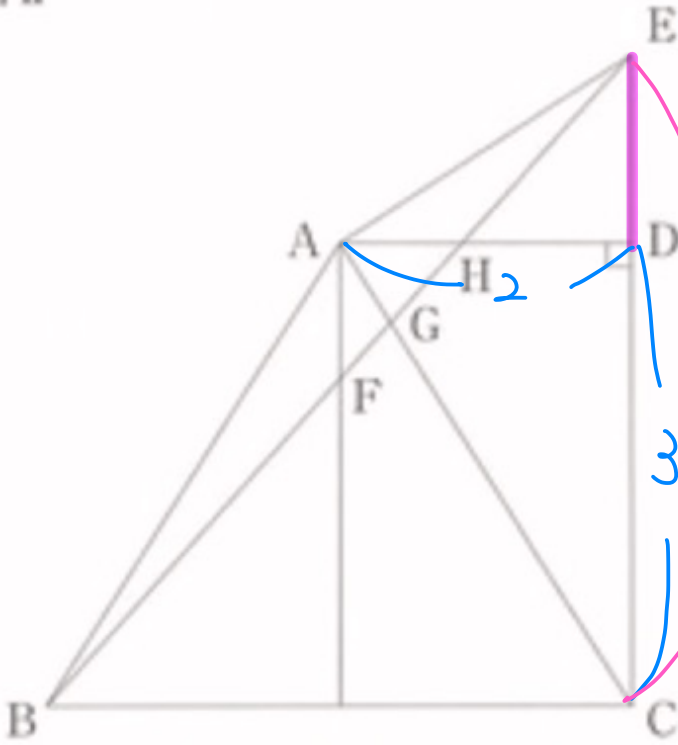
$$\angle ACD = \angle ECA \text{ — ②}$$

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので.

$$\triangle ACD \sim \triangle ECA \text{ (証明終わり)}$$

2.
(1)

図II



$\triangle ACD$ で三平方の定理
より

$$AC = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

よって $\triangle ACD \sim \triangle ECA$
 となるので、対応辺の比は等しいから

$$\frac{AC}{\sqrt{13}} = \frac{EC}{3} = \frac{CD}{\sqrt{13}}$$

$$\therefore 3EC = 13$$

$$EC = \frac{13}{3}$$

よって

$$DE = EC - CD$$

$$= \frac{13}{3} - 3$$

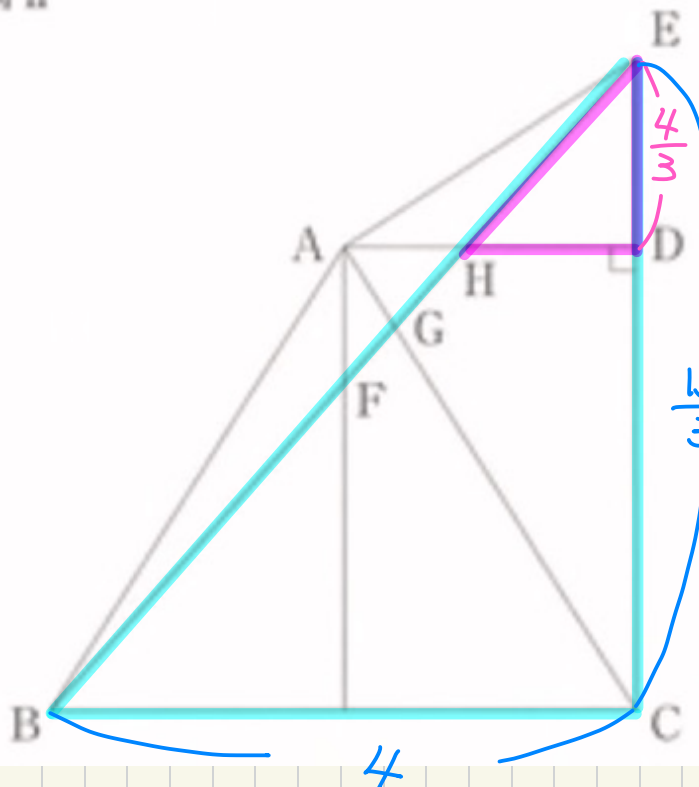
$$= \frac{4}{3} \text{ cm}$$

$$= \frac{13}{3} - \frac{9}{3}$$

$$= \frac{4}{3}$$

(2)

図 II



$\triangle EHD$ と $\triangle EBC$ に
あいて.

$AD \parallel BC$ より

$HD \parallel BC$. したがって、同位
角が等しいから

$$\angle EHD = \angle EBC \text{ --- ①}$$

$$\angle EDH = \angle ECB \text{ --- ②}$$

①, ② より 2組の角がい
それぞれ等しいので.

$\triangle EHD \sim \triangle EBC$.

ここで、仮定より $BC = 2AD$ なので.

$$\begin{aligned} BC &= 2 \times 2 \\ &= 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

相似な三角形の対応する辺の比は等しいから

$$\frac{ED}{\frac{4}{3}} : \frac{EC}{\frac{13}{3}} = HD : \frac{BC}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4 : 13 = HD : 4$$

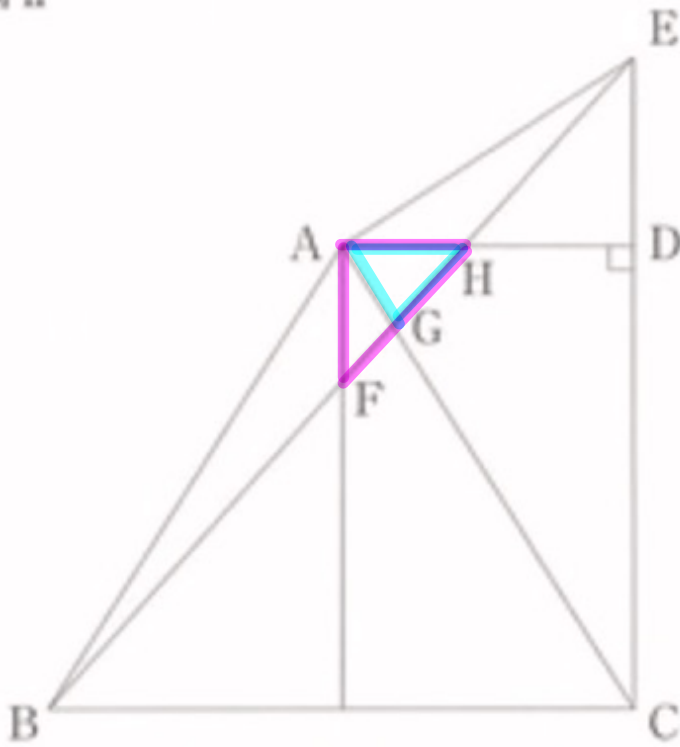
$$13HD = 16 \quad \therefore HD = \frac{16}{13}$$

したがって、 $\triangle EHD$ の面積は

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{16}{13} = \frac{32}{39} \text{ cm}^2$$

(3) 難佳問

図II



<方針>

$\triangle AFH$ と $\triangle AGH$ の面積を求めろ。

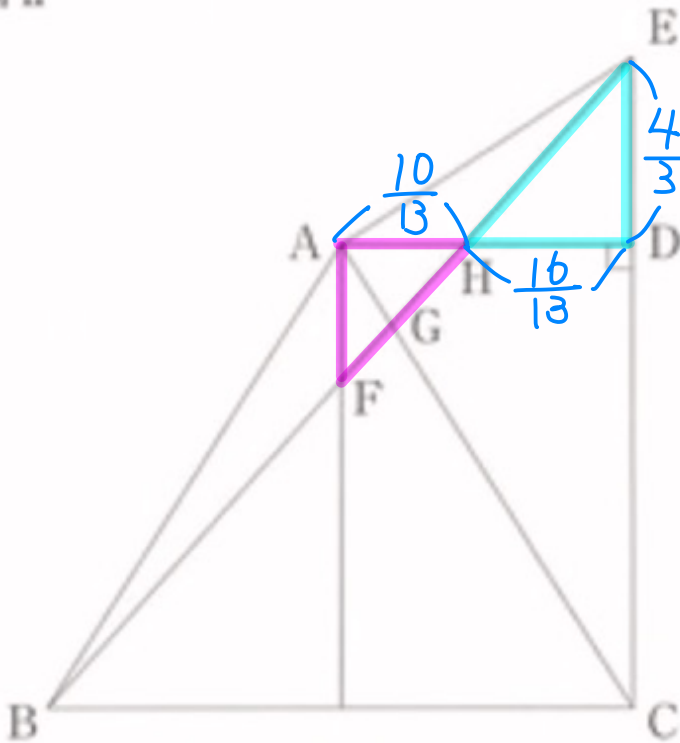
FH と GH を底辺とすると、高さは等しいので、

$$\triangle AFH : \triangle AGH = FH : GH$$

* 面積比 = 底辺比

$\triangle AFH$ の面積について

図II



$\triangle AFH$ と $\triangle DEH$ において、

$$\angle FAH = \angle EDH = 90^\circ \quad \text{--- ①}$$

対頂角は等しいから

$$\angle AHF = \angle DHE \quad \text{--- ②}$$

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle AFH \sim \triangle DEH$$

$\therefore \because AD = 2 \text{ cm}$, ②より $HD = \frac{16}{13} \text{ cm}$ となるので。

$$AH = 2 - \frac{16}{13} = \underline{\underline{\frac{10}{13} \text{ cm}}}$$

対応する辺の比は等しいから.

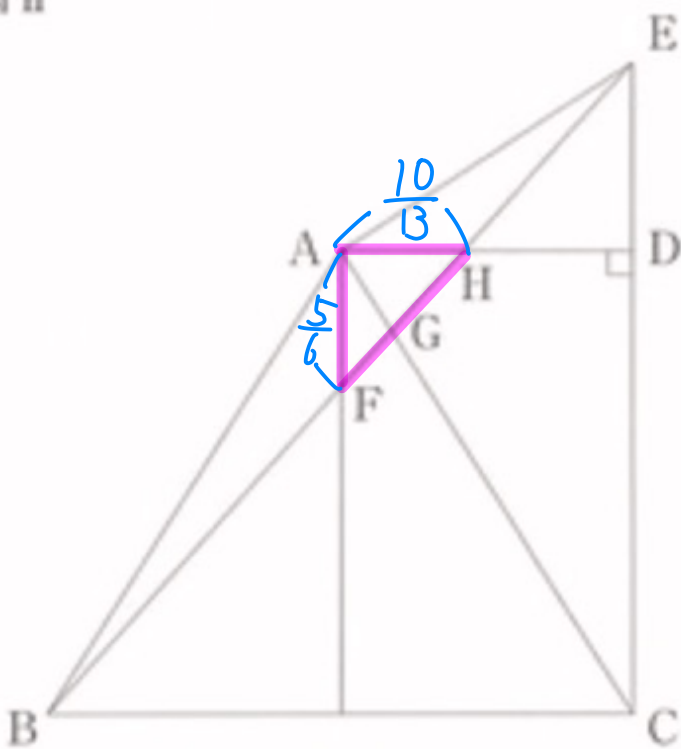
$$AF : DE = AH : DH$$

$\frac{4}{3} \qquad \frac{10}{13} \qquad \frac{16}{13}$

$$\Leftrightarrow AF : \frac{4}{3} = 10 : 16$$
$$= 5 : 8$$

$$\therefore 8AF = \frac{20}{3} \qquad \therefore AF = \frac{20}{3} \times \frac{1}{8} = \underline{\underline{\frac{5}{6} \text{ cm}}}$$

図II

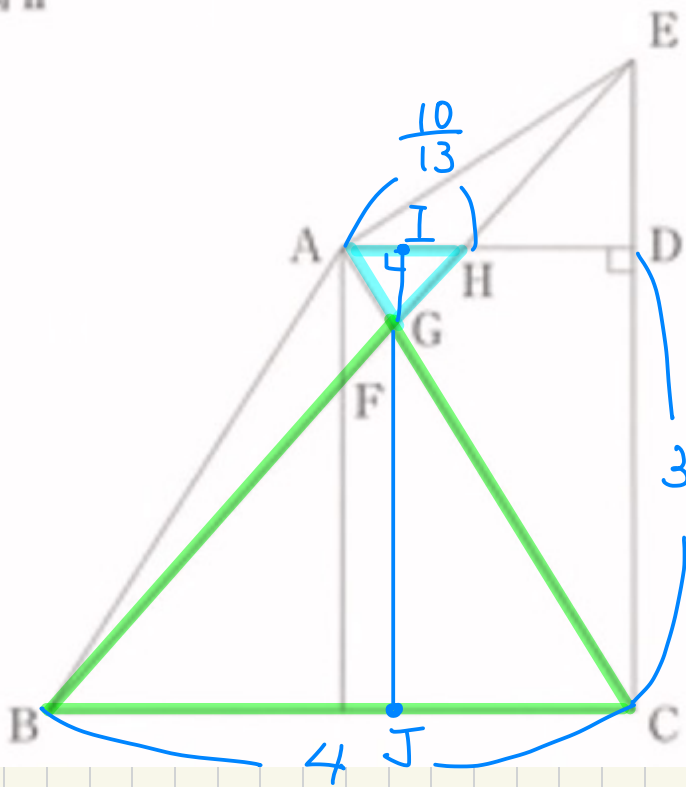


よって、 $\triangle AFH$ の面積は.

$$\frac{1}{2} \times \frac{10}{13} \times \frac{5}{6}$$
$$= \underline{\underline{\frac{25}{78} \text{ cm}^2}}$$

△AGHの面積について

図II



△AGHと△CGBに
おいて、

AH∥BCより錯角が
等しいので、

$$\angle GAH = \angle GCB \text{ --- ③}$$

$$\angle GHA = \angle GBC \text{ --- ④}$$

③, ④より2組の角が
それぞれ等しいので、

$$\triangle AGH \sim \triangle CGB$$

相似比は、

$$AH : CB = \frac{10}{13} : 4$$

$$= 10 : 52$$

$$= 5 : 26$$

GからAHに垂線を下した足はI, GからBCに
垂線を下した足はJとすると、

$$GI : GJ = 5 : 26$$

∴ IJ = DCより、IJ = 3 cm. かつ、

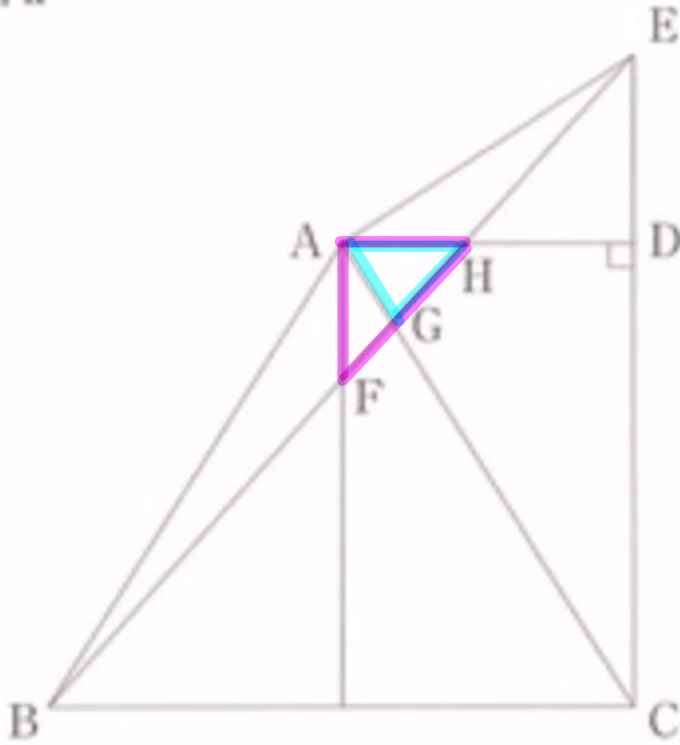
$$GI = 3 \times \frac{5}{5+26}$$

$$= \frac{15}{31} \text{ cm.}$$

よって、 $\triangle AGH$ の面積は、

$$\frac{1}{2} \times \frac{10}{13} \times \frac{15}{31} = \frac{75}{13 \times 31}$$

図 II



$\triangle AFH$ と $\triangle AGH$ において、
底辺をそれぞれ AF, GH とすると、高さは等しい
ので、面積比 = 底辺比
となる、

よって、

$$FH : GH = \triangle AFH : \triangle AGH$$

$$= \frac{25}{78} : \frac{75}{13 \times 31} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \div 25$$

$$= \frac{1}{78} : \frac{3}{13 \times 31} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 78 \text{ を素因数} \\ \text{分解} \end{array}$$

$$= \frac{1}{2 \times 3 \times \underline{13}} : \frac{3}{\underline{13} \times 31} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \times 13$$

$$= \frac{1}{6} : \frac{3}{31}$$

$$= \underline{31} = 18 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \times 186 \text{ (6, 31 の最小公倍数)}$$