2024年度 宮崎県

数学

kmkm

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= -8+3$

$= \underline{-5}$

(2) 与式 $= -\dfrac{3}{7} \times \left(-\dfrac{14}{9}\right)$

$= \underline{\dfrac{2}{3}}$

(3) $5x - 7x = -12 - 4$

$\Leftrightarrow \quad -2x = -16$

$\therefore \underline{x = 8}$

(4) $2(a-2b) - (5a-4b)$

$= 2a - 4b - 5a + 4b$

$= -3a$

$a = -5$ より

与式 $= -3 \times (-5)$

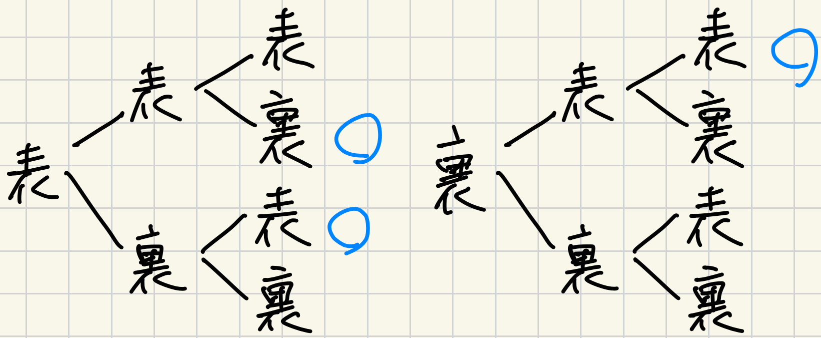
$= \underline{15}$

(5) $x^2 + 4x - 12 = 0$

$\Leftrightarrow (x+6)(x-2) = 0$

$\therefore \underline{x = -6, 2}$

(6) 樹形図は以下の通り



硬貨の出かたは全部で8通り。そのうち2枚は表で1枚が裏となるのは3通り。よって求める確率は

$\frac{3}{8}$

(7)

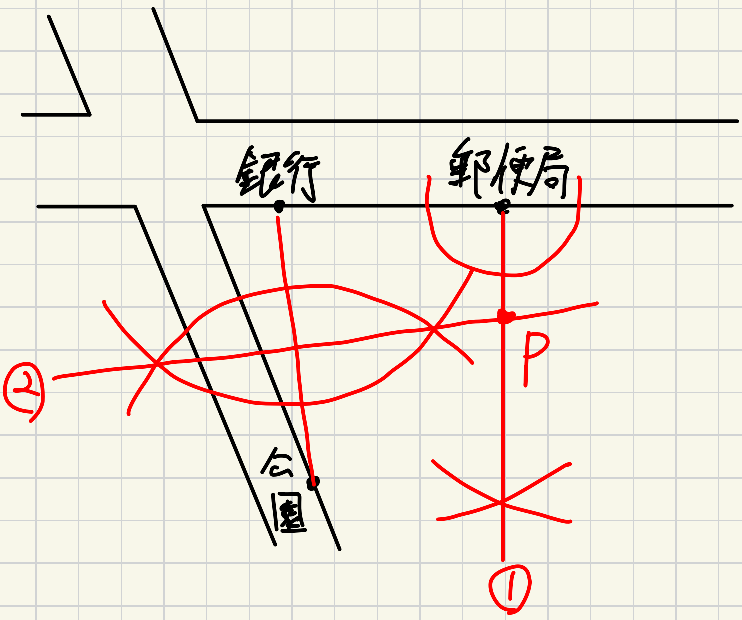
ア：読書活動が盛んでない中学校も選ばないと無作為にならないので誤り

イ：回答があった人のみだと無作為にならないので誤り

ウ：その月の最初だけだと偏りがあるので誤り

エ：製造した電池から偏りなく抽出しているので正しい

(8)



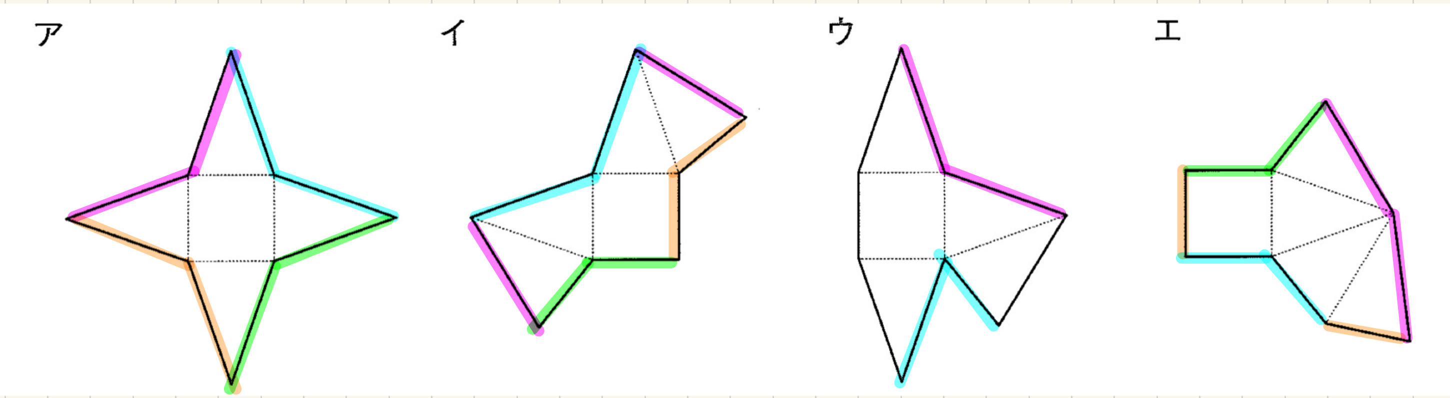
①郵便局から真南にあるから、郵便局を通り垂直な直線を描く

②銀行からも公園からも同じ距離にあるから、銀行と公園を結ぶ線分の垂直二等分線を描く。

③ ①と②の交点がP。

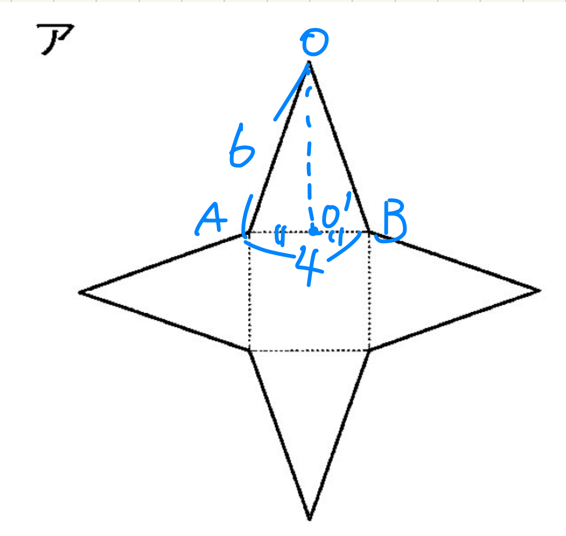
2

1.



上図のように組立てたときに重なる辺を同じ色で示すと、ウのみ重なる辺がない。よってウ

2.



アは展開図である。OからABに垂線を下ろした足をO'とする。

△OABは二等辺三角形だから

$AO' = O'B \quad \therefore AO' = 2cm$

よって、△OAO'で三平方の定理より

$OO' = \sqrt{6^2 - 2^2}$ $= \sqrt{36-4}$ $= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

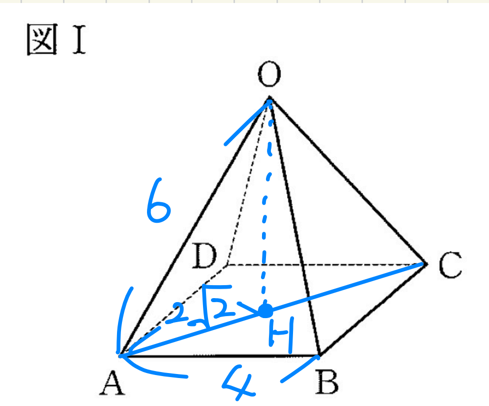
$= 4\sqrt{2}$

よって側面積は

$\left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{2}\right) \times 4$

$= 32\sqrt{2}\ cm^2$

3.



OからACに垂線を下ろした足をHとする。正四角錐だから、HはABの中点である。

△ABCで三平方の定理より

$AC = \sqrt{4^2 + 4^2}$ $= \sqrt{16+16}$ $= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2}$

よって、$AH = 2\sqrt{2}\ cm$

△OAHで三平方の定理より

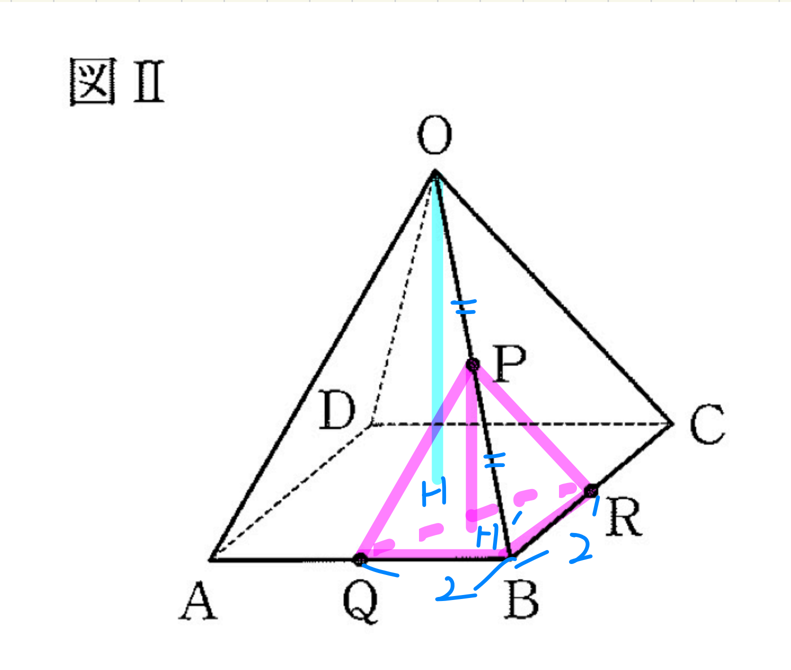
$OH = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2}$　$= \sqrt{36-8}$

$= 2\sqrt{7}$ cm　$= \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

よって、求める体積は

$4 \times 4 \times 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{32\sqrt{7}}{3}$ cm^3

4.



Pから面ABCDに垂線を下ろした足をH'とする。

△OHBと△PH'Bにおいて

$\angle OHB = \angle PH'B = 90°$ —①

共通な角は等しいから

$\angle OBH = \angle PBH'$ —②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle OHB \sim \triangle PH'B$

対応する辺の比は等しいから

$\underset{2\sqrt{7}}{OH} : PH' = \underset{2}{OB} : \underset{1}{PB}$

よって

$2PH' = 2\sqrt{7}$　$\therefore PH' = \sqrt{7}$ cm

したがって求める体積は

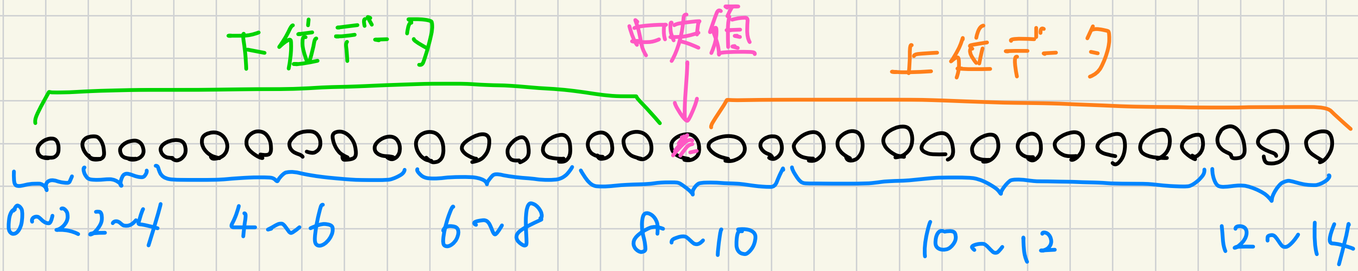
$\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$ cm^3

3

1. (1) 宮崎市の日照時間の最頻値は

$$\frac{10+12}{2} = \frac{22}{2} = 11 \text{ 時間}$$

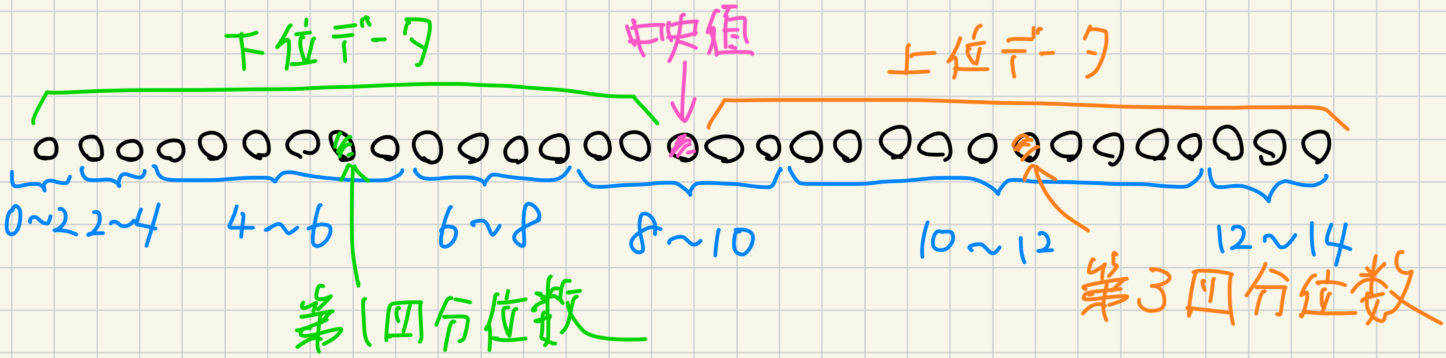
(2) 宮崎市のデータを小さい順に並べる。



中央値が含まれる階級は 8時間以上10時間未満

ウ

(3) 宮崎市のデータを小さい順に並べる。



第1四分位数 : 4 ~ 6 … ア, イ, ウ
中央値 : 8 ~ 10 … ア, イ, エ
第3四分位数 : 10 ~ 12 … ア, イ, ウ, エ
最大値 : 12 ~ 14 … イ, ウ, エ

よって、該当する箱ひげ図は イ

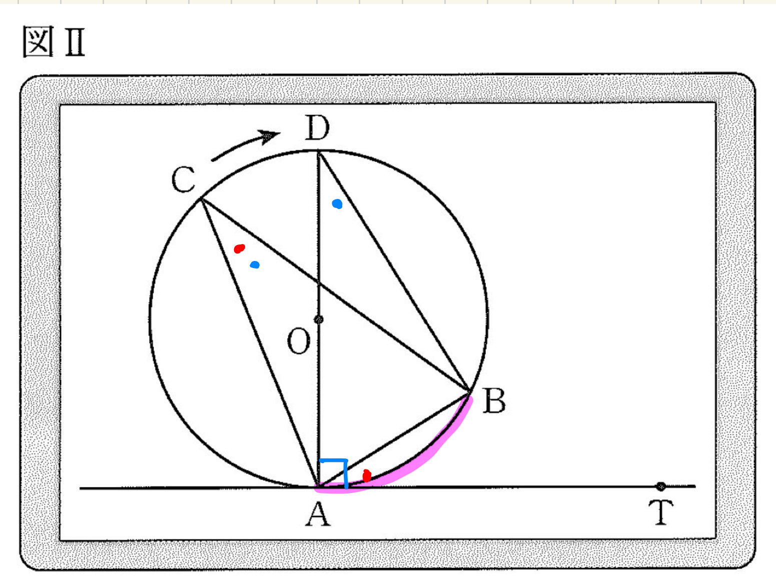
2.

(1) 四分位範囲は箱ひげ図の箱の大きさである。
図Ⅱで箱の大きさが最も小さいのは、2012年

(2)
2007年における
第1四分位数 : 27～28 ℃
第3四分位数 : 28～29 ℃
2022年における
第1四分位数 : 28～29 ℃
第3四分位数 : 29～30 ℃
よって、
2007年の第1四分位数よりも2022年の第1四分位数の方が大きく、2007年の第3四分位数よりも2022年の第3四分位数の方が大きいから。

$\boxed{4}$

1.



∠ACBと∠ADBはどちらも
$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角だから
円周角の定理より
∠ACB = ∠ADB ―― ①
直線ATは円Oの接続
だから

$\angle DAT = 90°$ イ

これより

$\angle BAT = 90° - \angle BAD$ ウ —— ②

半円の弧に対する円周角であるから、円周角の定理より

$\angle ABD = 90°$

これより

$\angle ADB = 90° - \angle BAD$ —— ③

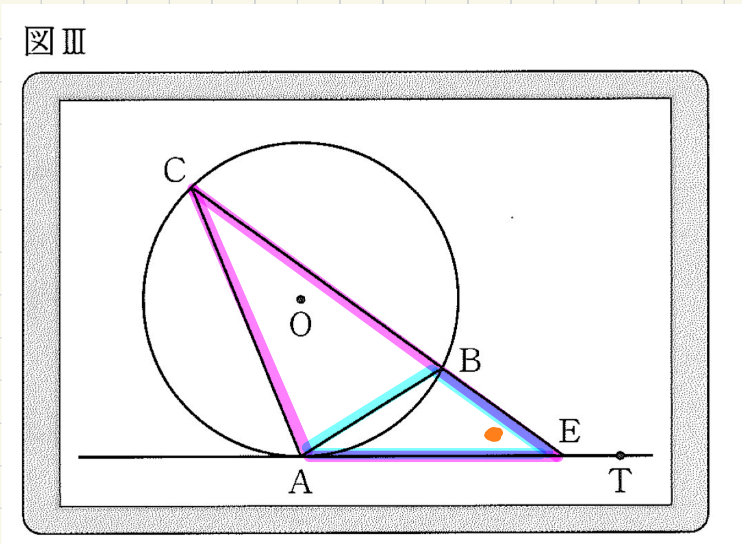
②、③から

$\angle BAT = \angle ADB$ —— ④

①、④より

$\angle ACB = \angle BAT$

2.



エ：共通な角は

$\angle CEA = \angle AEB$

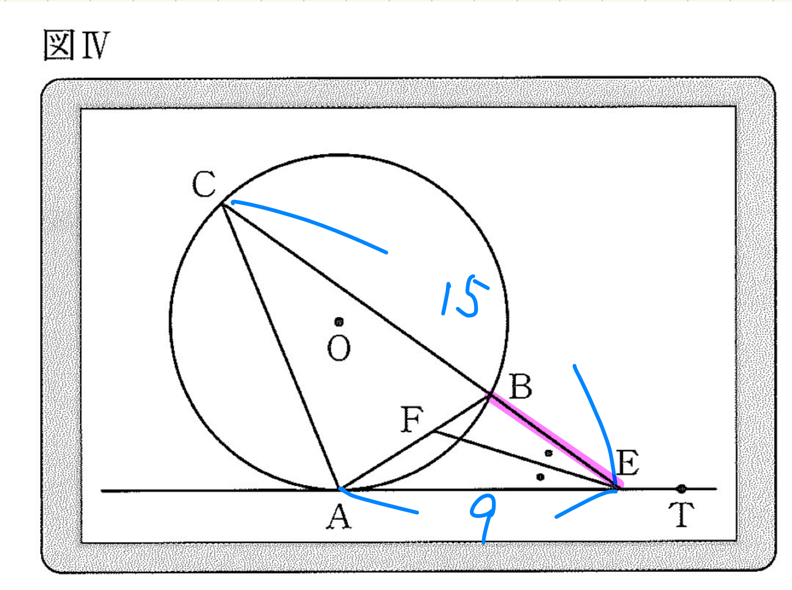
オ：$\angle CEA = \angle AEB$、

$\angle ACE = \angle BAE$ より

2組の角がそれぞれ等しい

3.

(1)



2.より △CAE∽△ABE
で、対応する辺の比は
等しいから、

$\underset{9}{AE} : BE = \underset{15}{CE} : \underset{9}{AE}$

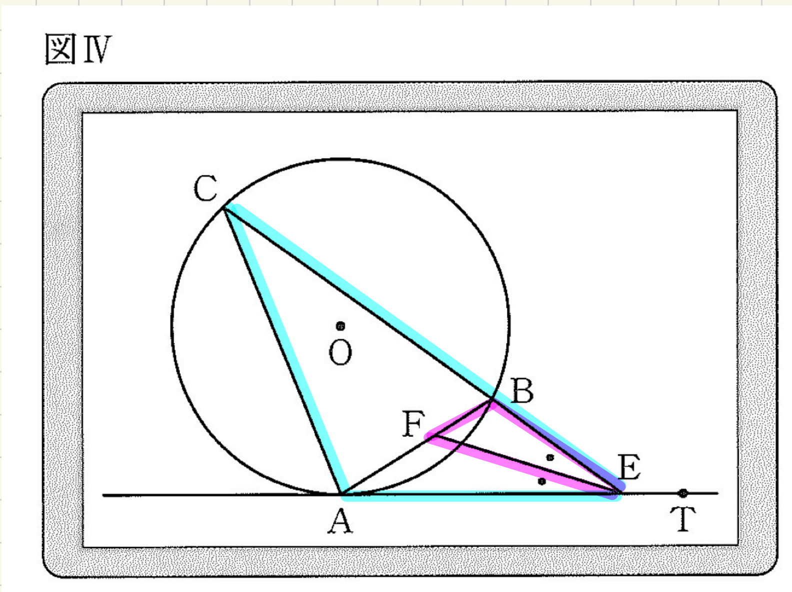
よって

$9 : BE = 5 : 3$

$5BE = 27$

$\therefore BE = \dfrac{27}{5}$ cm

(2)



△CAE∽△ABE で、
相似比は

$CE : AE = 15 : 9$

$= 5 : 3$

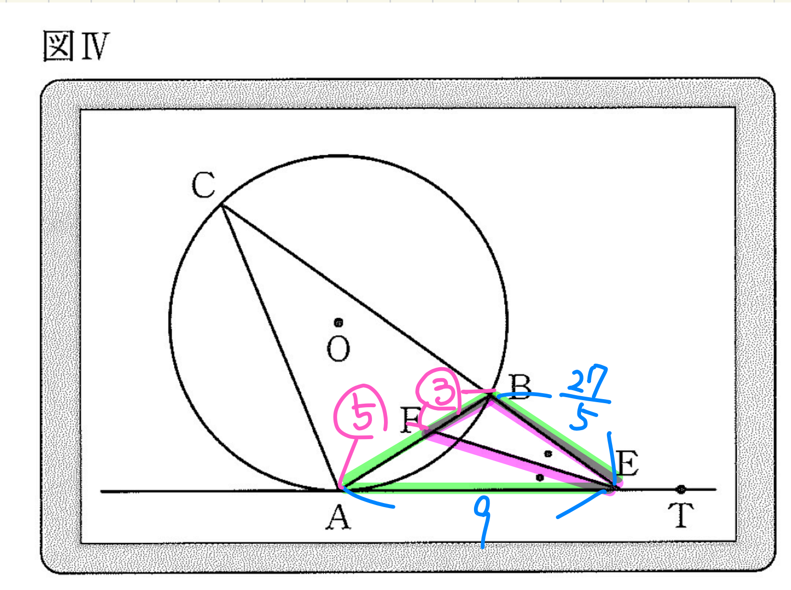
相似な三角形の面積比
は、相似比の2乗と等しい
から。

$\triangle CAE : \triangle ABE = 5^2 : 3^2$
$= 25 : 9$

よって

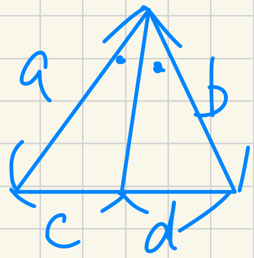
$25 \times \triangle ABE = 9 \times \triangle CAE$

$\triangle ABE = \dfrac{9}{25} \times \triangle CAE$ —— ①



EFは∠AECの二等分線だから

$AE : BE = AF : BF$



$\Rightarrow a : b = c : d$

よって

$9 : \dfrac{27}{5} = AF : BF$

$\Leftrightarrow AF : BF = 45 : 27$
$= 5 : 3$

△ABE と △BFE において，底辺をそれぞれ AB，BF とすると，高さは等しいので，面積比は底辺比に等しい。よって

$\triangle ABE : \triangle BFE = 8 : 3$

したがって

$$8 \times \triangle BFE = 3 \times \triangle ABE$$

$$\Leftrightarrow \triangle BFE = \frac{3}{8} \times \triangle ABE \quad ——— ②$$

① を ② に代入して

$$\triangle BFE = \frac{3}{8} \times \underbrace{\frac{9}{25} \times \triangle CAE}_{\triangle ABE}$$

$$= \frac{27}{200} \times \triangle CAE$$

よって、△BFE は、△CAE の $\frac{27}{200}$ 倍

$\boxed{5}$

1.

ア：① は原点対称、② は y 軸対称なので誤り

イ：① $y = \frac{a}{x} \Leftrightarrow xy = a$ で xy は一定

② $y = \frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow \frac{y}{x^2} = \frac{1}{2}$ で xy は一定でない。

よって誤り

ウ：① $y = \frac{a}{x}$ において、x が p から q まで変化

するとき、y は $\frac{a}{p}$ から $\frac{a}{q}$ まで変化する。

よって変化の割合は、

$$変化の割合 = \frac{yの増加量}{xの増加量}$$

$$= \frac{\boxed{\frac{a}{q} - \frac{a}{p}}}{q-p}$$

$$= \frac{\boxed{\frac{ap-aq}{pq}}}{q-p}$$

$$= \frac{-a(q-p)}{pq} \times \frac{1}{q-p}$$

$$= -\frac{a}{pq}$$

よって変化の割合は、p、q によって異なるから一定でない。

② $y=\frac{1}{2}x^2$ において、x が p から q まで変化するとき、

y は $\frac{1}{2}p^2$ から $\frac{1}{2}q^2$ まで変化する。よって、変化の割合は、

$$変化の割合 = \frac{yの増加量}{xの増加量}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{2}p^2}{q-p}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{(q+p)(q-p)}{q-p}$$

$$= \frac{1}{2}(p+q)$$

よって変化の割合は、p、qによって異なるから一定でない。

したがって正しい

エ：① $x<0$において、xが増加すると、yも増加する。

② $x<0$において、xが増加すると、yは減少する。

よって誤り

以上より、答えはウ

2. 点Aは$y=\frac{1}{2}x^2$上にあり、$x=-2$だから、

$$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2$$

$$=\frac{1}{2}\times 4$$

$$=2$$

$\therefore A(-2, 2)$

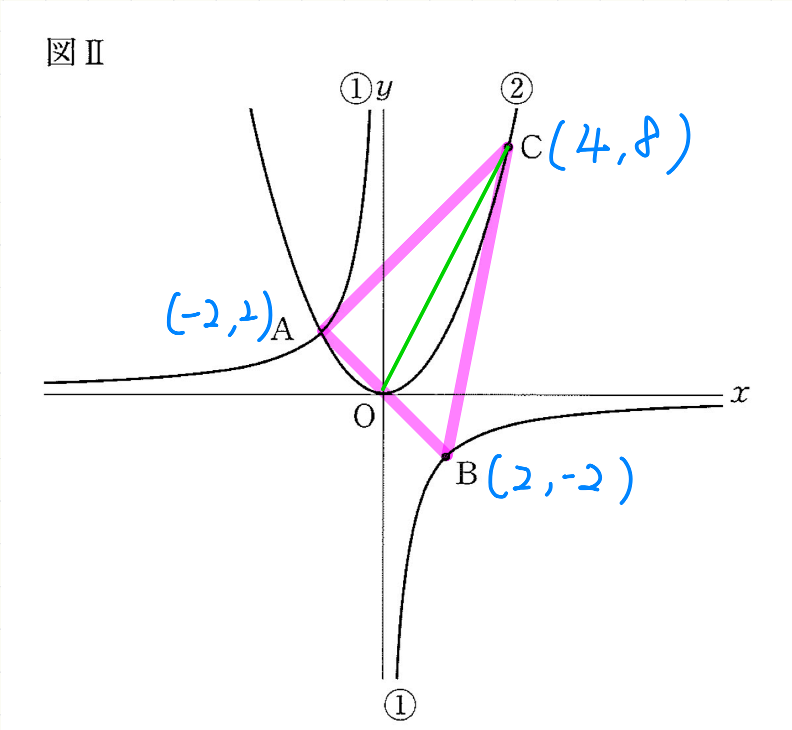
また、点Aは$y=\frac{a}{x}$上にもあるから、$x=-2$、$y=4$を代入して、

$$2=\frac{a}{-2}$$

$$\therefore a=-4$$

3.

(1)



点Bは $y=-\frac{4}{x}$ 上にあり

$x=2$ だから

$$y=-\frac{4}{2}$$

$$=-2 \qquad \therefore \underline{B(2,-2)}$$

点Cは $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり

$x=4$ だから

$$y=\frac{1}{2}\times 4^2$$

$$=8 \qquad \therefore \underline{C(4,8)}$$

点Aと点Bは原点Oについて対称だから

$AO=BO \Rightarrow$ OはABの中点

よって △CAOと△CBOにおいて、底辺をそれぞれ

AO、BOとすると、高さも等しいので、

$$\triangle CAO = \triangle CBO$$

↑面積が等しい

直線ACの式を $y=mx+n$ とおくと、A(−2, 2)、

C(4, 8)を通るから

$$2=-2m+n \quad \text{——} \quad ㋐$$

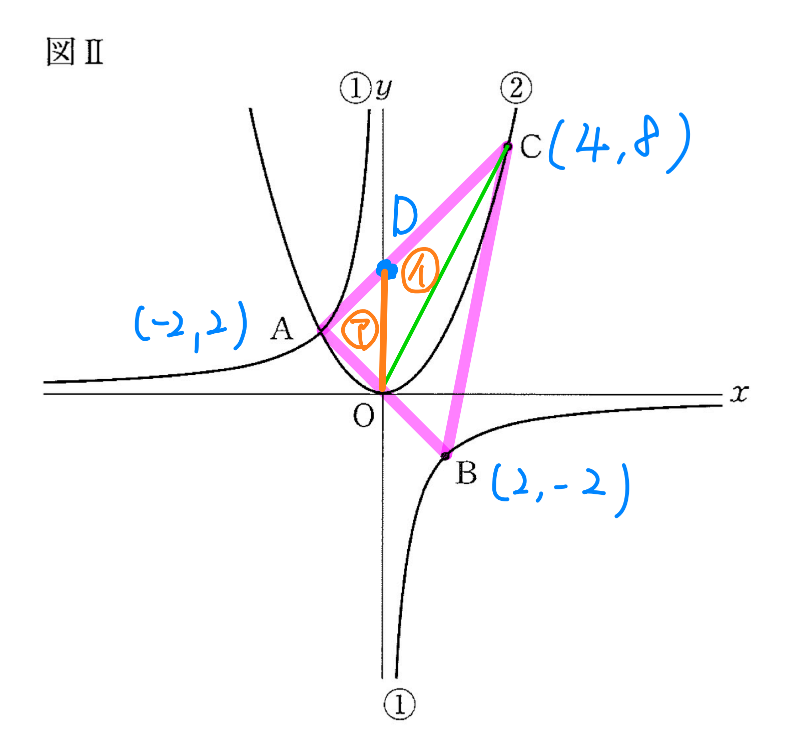
$$-)\ 8=4m+n \quad \text{——} \quad ㋑$$

$$-6=-6m$$

$$m=1$$

$m = 1$ を ㋐ に代入して

$2 = -2 \times 1 + n \quad \therefore n = 4$



したがって左図のように点Dをとると、

D(0,4)

よって△CAOの面積は、

$\underbrace{\frac{1}{2} \times 4 \times 2}_{㋐} + \underbrace{\frac{1}{2} \times 4 \times 4}_{㋑}$

$= 4 + 8 = 12$

△CAO = △CBO より △CBO = 12.

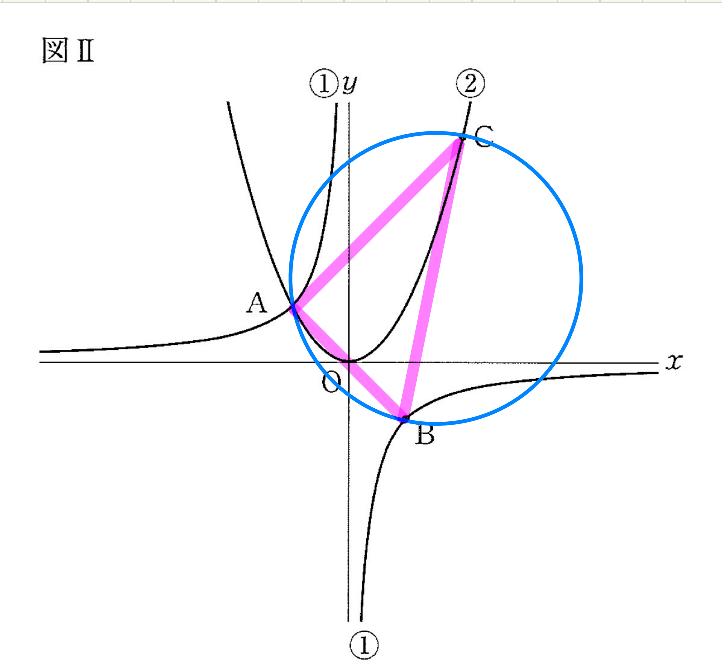
よって

$\triangle ABC = \triangle CAO + \triangle CBO$

$= 12 + 12$

$= 24$

(2)



直線ABの式を $y = ax + b$ とおくと、A(−2,2), B(2,−2) を通るから

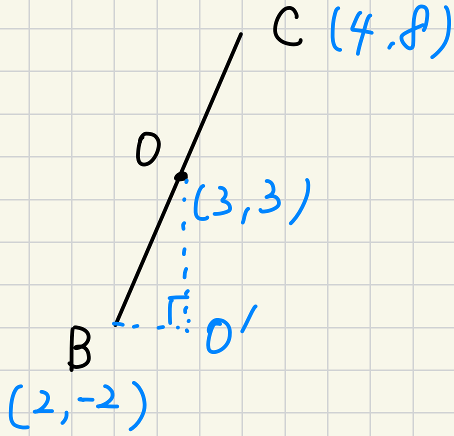
$$\begin{array}{rl} & 2 = -2a + b \\ -) & -2 = 2a + b \\ \hline & 4 = -4a \end{array}$$

$a = -1$

よって、直線ABの傾きは1、直線ACの傾きは−1であるから、ABLAC

直線 l の傾きをA、直線 m の傾きをBとすると、$l \perp m$ ならば $AB = -1$

よって、直径に対する円周角より A、B、C を通る円は、線分BCが直径となる。



この円の中心をOとすると、OはBCの中点であるから

$$O\text{の}x\text{座標} = \frac{2+4}{2} = 3$$

$$O\text{の}y\text{座標} = \frac{-2+8}{2} = 3$$

上図のようにO'を定めると、

$$BO' = 3-2 = 1$$

$$OO' = 3-(-2) = 5$$

だから、△OBO' で三平方の定理より

$$OB = \sqrt{1^2+5^2} = \sqrt{1+25}$$

$$= \sqrt{26}$$ 半径

$$= \sqrt{26}$$

よって、求める面積は

$$\sqrt{26} \times \sqrt{26} \times \pi = 26\pi$$