2021年度　愛知県

数学　　A問題

kmkm

1.

(1) 与式 $= 5-(-3)$

$= 8$

(2) 与式 $= \dfrac{3(3x-2)-2(x-3)}{12}$

$= \dfrac{9x-6-2x+6}{12}$

$= \dfrac{7}{12}x$

(3) 与式 $= \dfrac{3}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \dfrac{2}{2\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \dfrac{3\sqrt{2}}{2} - \dfrac{2\sqrt{2}}{4}$

$= \dfrac{3\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$= \dfrac{2\sqrt{2}}{2}$

$= \sqrt{2}$

(4) 与式 $= 4x^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1 - (4x^2 + 6x - 2x - 3)$

$= 4x^2 + 4x + 1 - 4x^2 - 4x + 3$

$= 4$

(5) 1番小さい自然数をxとおくと，連続する3つの自然数はx，$x+1$，$x+2$と表される．それぞれ2乗して足すと365だから

$$x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=365$$
$$\Leftrightarrow x^2+x^2+2x+1+x^2+4x+4=365$$
$$\Leftrightarrow 3x^2+6x-360=0$$
$$\Leftrightarrow x^2+2x-120=0$$
$$\Leftrightarrow (x+12)(x-10)=0$$
$$x=-12,10$$

xは自然数なので，$x=10$

よって，もっとも小さい数は10

(6)

ア：$y=x^3$ …yはxの3乗に比例．誤り

イ：$xy=50 \Leftrightarrow y=\frac{50}{x}$ …yはxに反比例．誤り

ウ：$y=2\times x\times\pi$
$=2\pi x$ …yがxの1次関数，正しい
（比例定数は2π）

エ：$y=\frac{5}{100}x$
$=\frac{1}{20}x$ …yがxの1次関数．正しい
（比例定数は$\frac{1}{20}$）

よって，ウ，エ

(7) あたり2本を○1, ○2, はずれ3本を×1, ×2, ×3 と表すこととする. 樹形図は以下の通り

A	B	
○1	○2	○
	×1	○
	×2	○
	×3	○

A	B	
○2	○1	○
	×1	○
	×2	○
	×3	○

A	B	
×1	○1	○
	○2	○
	×2	×
	×3	×

A	B	
×2	○1	○
	○2	○
	×1	×
	×3	×

A	B	
×3	○1	○
	○2	○
	×1	×
	×2	×

くじを引くのは全部で20通り. そのうち少なくとも1人が当たりを引くのは14通り. よって求める確率は

$$\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$$

(8) y が x に反比例するので, $y=\frac{a}{x}$ とおくと.

$x=\frac{4}{5}$, $y=15$ だから

$$15 = a \div \frac{4}{5}$$

$\frac{a}{x}=a\div x$ で $x=\frac{4}{5}$ を代入

$\Rightarrow a\div\frac{4}{5}=\frac{5}{4}a$

$$= \frac{5}{4}a \qquad \therefore\ a=\frac{4}{5}\times 15=12$$

よって．$y=\dfrac{12}{x}$ で．x，y がともに正の整数となるのは．x が 12 の約数のときである．

よって．$x=1,2,3,4,6,12$ の 6個

(9) 2直線を連立して．

$$\begin{cases} y=3x-5 & \text{——①} \\ y=-2x+5 & \text{——②} \end{cases}$$

① を ② に代入して

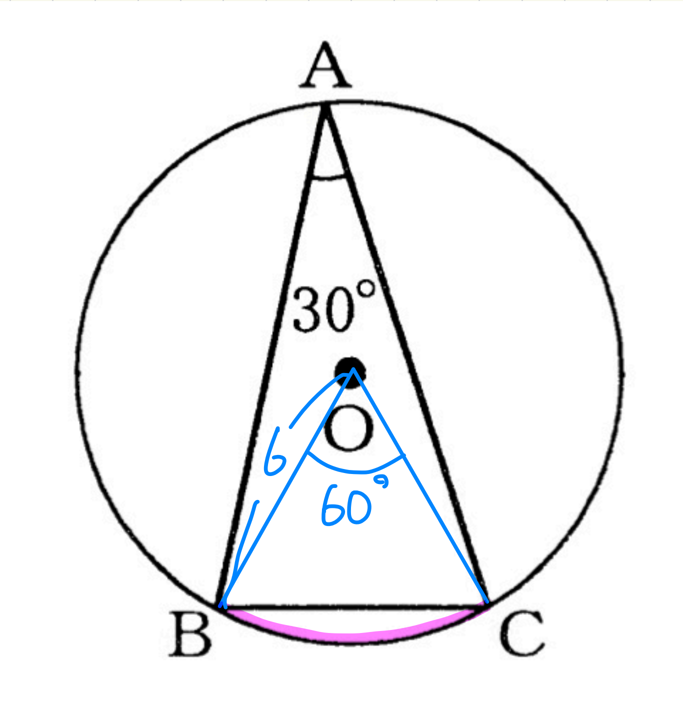
$$3x-5=-2x+5$$
$$\Leftrightarrow \quad 5x=10$$
$$\therefore\ x=2$$

$x=2$ を ① に代入して

$$y=3\times2-5$$
$$=1$$

$\therefore\ (2,1)$

(10)



$\overset{\frown}{BC}$ に対する中心角と円周角より

$$\angle BOC=2\times\angle BAC$$
$$=2\times30^\circ$$
$$=60^\circ$$

△OBCにおいて，OB，OCは円の半径だから，$OB = OC$.
よって，△OBCは二等辺三角形で，底角は

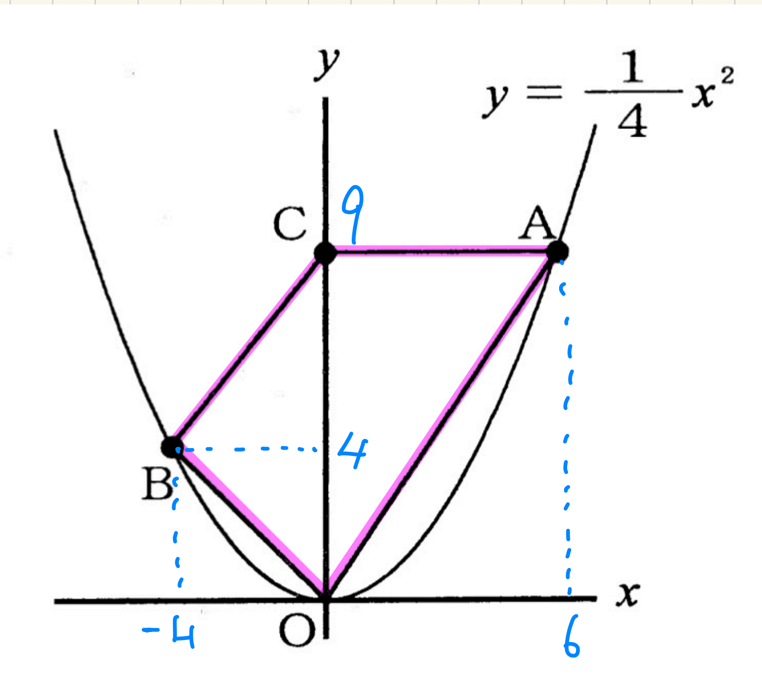
$$\angle OBC = \angle OCB$$
$$= (180^\circ - 60^\circ) \div 2$$
$$= 120^\circ \div 2$$
$$= 60^\circ$$

したがって，△OBCは

$$\angle OBC = \angle OCB = \angle BOC = 60^\circ$$

より正三角形。$\Rightarrow OB = BC = CO$
OBは円の半径で6cmだから，$BC = 6\text{cm}$

2.
(1)



点Aについて

$y = \frac{1}{4}x^2$ 上にあり $y = 9$
だから

$$9 = \frac{1}{4}x^2$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 36$$
$$x = \pm 6$$

点Aのx座標は正だから，$x = 6$ ∴ $A(6, 9)$

点Bについて

$y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあり. $x=-4$ だから

$y=\frac{1}{4}\times(-4)^2$

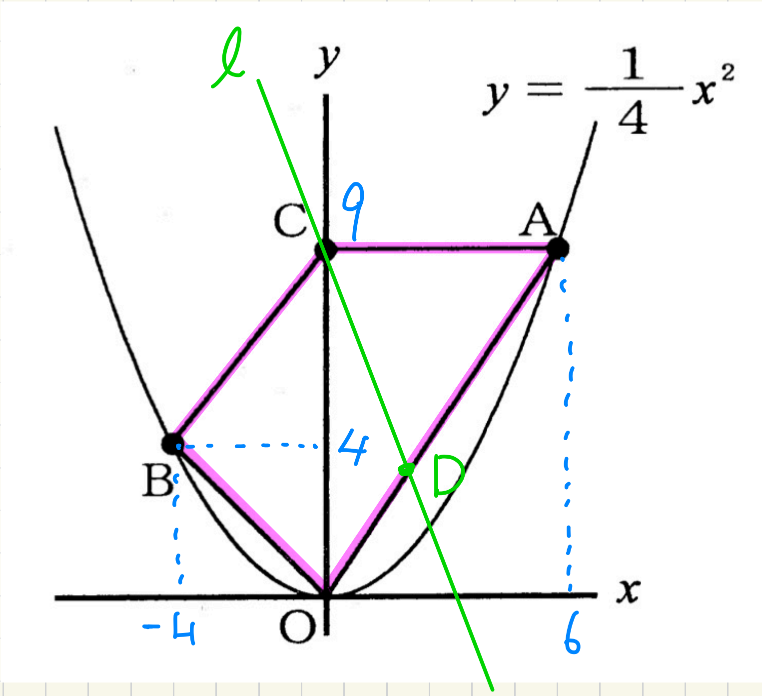
$=\frac{1}{4}\times16$

$=4$　　　　　∴ $B(-4,4)$

点Cについて

Cはy軸上の点で, CAとx軸が平行なので.

$C(0,9)$



$\square CBOA = \triangle CBO + \triangle COA$

$=\frac{1}{2}\times9\times4+\frac{1}{2}\times9\times6$

$=18+27$

$=45$

求める直線をℓとし, ℓとOAの交点をDとすると.

$\triangle CBO + \triangle CDO = \frac{45}{2}$

となれば良いが. $\triangle CBO=18$ より

$\triangle CDO = \frac{45}{2}-18=\frac{45}{2}-\frac{36}{2}=\frac{9}{2}$.　—— ①

$CO = 9$ より D の x 座標を s とおくと、

$$\triangle CDO = 9 \times s \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}s \quad —— ②$$

① = ② より

$$\frac{9}{2}s = \frac{9}{2} \qquad \therefore s = 1 \quad \cdots \text{点 D の } x \text{ 座標}$$

また、D は直線 OA 上にあり、直線 OA の式を
$y = mx$ とおくと、A(6, 9) を通るから

$$9 = 6m \qquad \therefore m = \frac{3}{2}$$

よって直線 OA : $y = \frac{3}{2}x$ で、D の x 座標は 1 だから

$$y = \frac{3}{2} \times 1$$
$$= \frac{3}{2} \qquad \therefore D\left(1, \frac{3}{2}\right)$$

直線 ℓ の式を $y = ax + b$ とおくと、C を通るから
y 切片は 9. よって、ℓ : $y = ax + 9$. $D\left(1, \frac{3}{2}\right)$ を
通るから

$$\frac{3}{2} = a + 9$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{3}{2} - 9$$
$$= -\frac{15}{2}$$

よって、求める直線の式は、$y = -\frac{15}{2}x + 9$

(2)

A：表より、シュートを入れた本数の合計は、

$0\times0+1\times1+2\times2+3\times x+4\times3+5\times2+6\times y$
$+7\times2+8\times3+9\times1+10\times1$

$=0+1+4+3x+12+10+6y+14+24+9+10$
$=3x+6y+84$

これが120本なので、

$$3x+6y+84=120$$
$$\Leftrightarrow 3x+6y=36$$
$$\Leftrightarrow x+2y=12$$
$$\therefore x=-2y+12$$

a：x, y が自然数より

- $y=1$ のとき　$x=-2\times1+12=10$
- $y=2$ のとき　$x=-2\times2+12=8$
- $y=3$ のとき　$x=-2\times3+12=6$
- $y=4$ のとき　$x=-2\times4+12=4$
- $y=5$ のとき　$x=-2\times5+12=2$
- $y=6$ のとき　$x=-2\times6+12=0$ …自然数でない
- $y\geqq7$ のとき、x は負の値になるので不適

よって、条件を満たす (x, y) は

$$\boxed{(x, y)=(10,1),(8,2),(6,3),(4,4),(2,5)}$$

の5組

b、c：

シュートを入れた本数の最頻値が6本であり、そのときの人数はy人である。

表より、x、y以外の人数で最頻値は3人であるから、yは3より大きい。

aの★よりyが3より大きいのは

$(x, y) = (4, 4)$ または $(2, 5)$

であるが、$(x, y) = (4, 4)$では、$x = y$だから

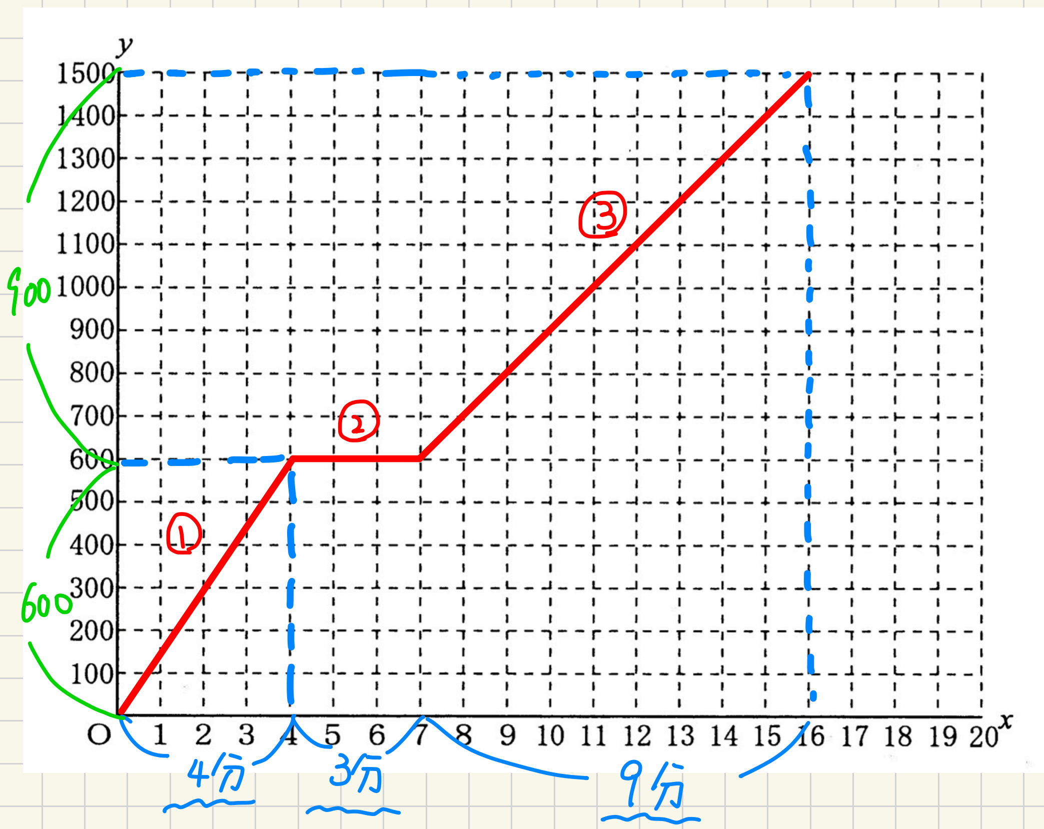
シュートを入れた本数が3本（x人）のときも最頻値となる。よって$(x, y) = (4, 4)$は誤りで、条件を満たすx, yは

$x = 2$, $y = 5$

b　　c

(3)

①



① 1周300mを2周走ったとき、毎分150mの速さだから、かかった時間は

$600 \div 150 = 4$

② 3分間休けい

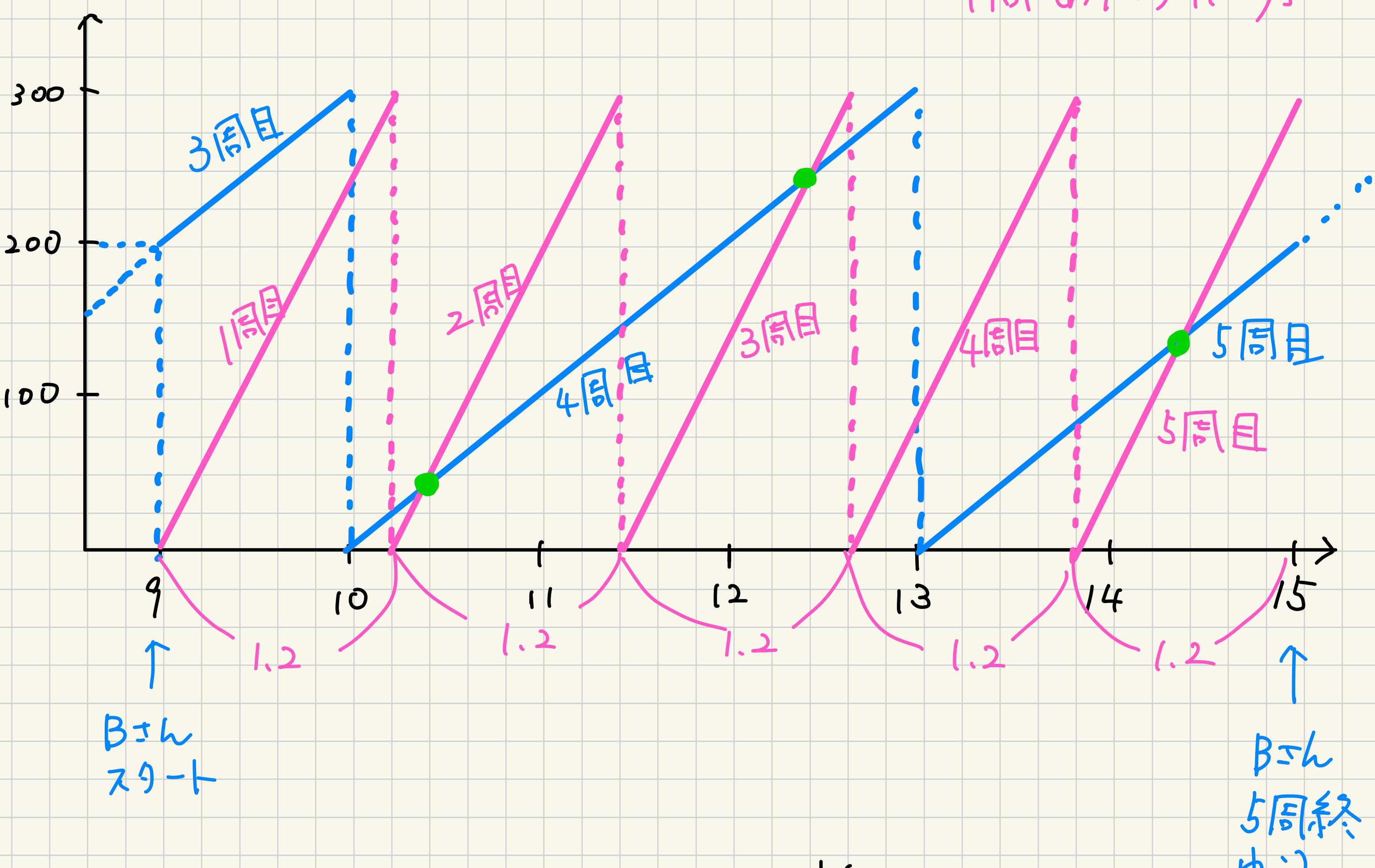
③ 1周300mを3周走ったとき、毎分100mの速さだから
かかった時間は
$$900 \div 100 = 9$$

② 各周ごとのグラフは以下の通り

Aさん：$x=9$のとき 3周目のSから200m地点。
1分で100m走る。

Bさん：$x=9$のとき 1周目スタート。
Bさんの走った時間は $15-9=6$分
Aさんの5周目終わりの1分前

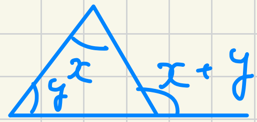
よって速さは $\underbrace{1500\text{m}}_{5周分} \div 6分 = 250\text{m/分}$
⇒1周あたり1.2分

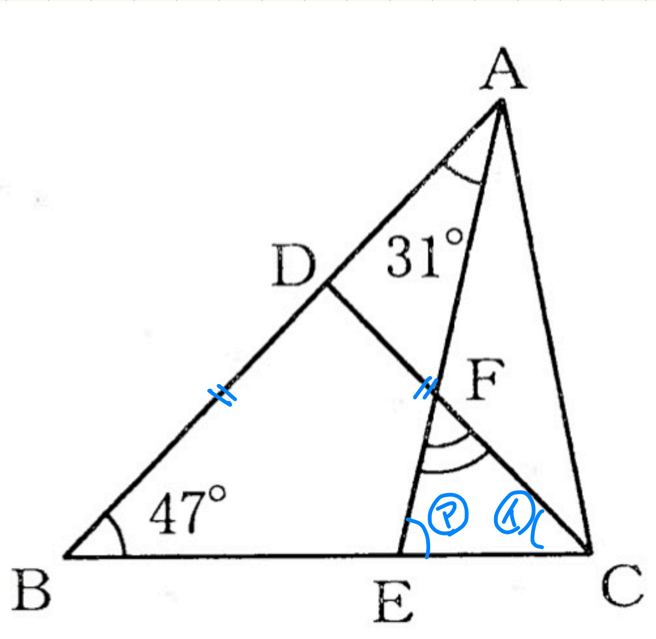


BさんがAさんを追い抜く回数は、2つのグラフの交点の数だから、3回

3.

(1)





㋐ 三角形の外角の定理より

㋐ $= 47 + 31 = 78°$

㋑ △DBC は DB = DC の二等辺三角形より

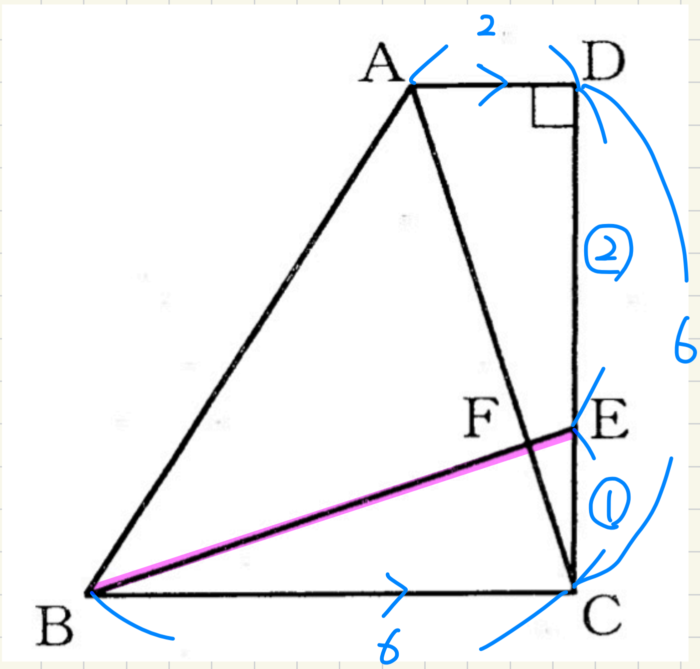
㋑ $= \angle DBC$
$= 47°$

△EFC において、内角の和は180°より

$$\angle EFC = 180° - (㋐ + ㋑)$$
$$= 180° - (78° + 47°)$$
$$= 180° - 125°$$
$$= 55°$$

(2)

①

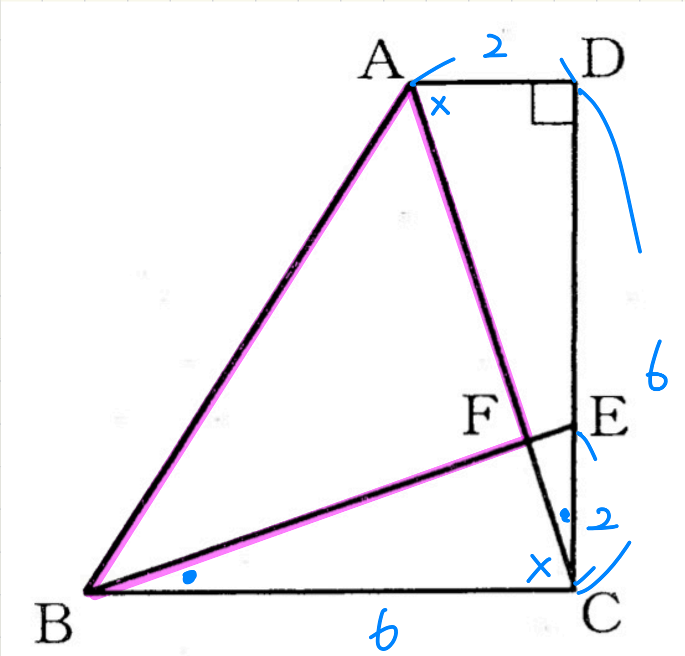


$$EC = 6 \times \frac{1}{2+1}$$
$$= 6 \times \frac{1}{3}$$
$$= 2\text{ cm}$$

△EBC で三平方の定理より

$$EB = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{36+4}$$
$$= \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$
$$= 2\sqrt{10}\text{ cm}$$

②



$\angle DAC = x$, $\angle DCA = \bullet$
と表すこととする.

$\triangle DAC$は直角三角形なので.

$$90^\circ + \bullet + x = 180^\circ$$

$$\therefore \bullet + x = 180^\circ$$

また $AD \parallel BC$ で錯角が等しいから

$$\angle DAC = \angle FCB$$

$$\therefore \angle FCB = x$$

$\triangle ADC$ と $\triangle ECB$ において.

$AD = EC = 2cm$ —— ①

$DC = BC = 6cm$ —— ②

$\angle ADC = \angle ECB = 90^\circ$ —— ③

①, ②, ③ より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので.

$$\triangle ADC \equiv \triangle ECB$$

対応する角は等しいので.

$\angle ACD = \angle EBC$ $\therefore \angle EBC = \bullet$

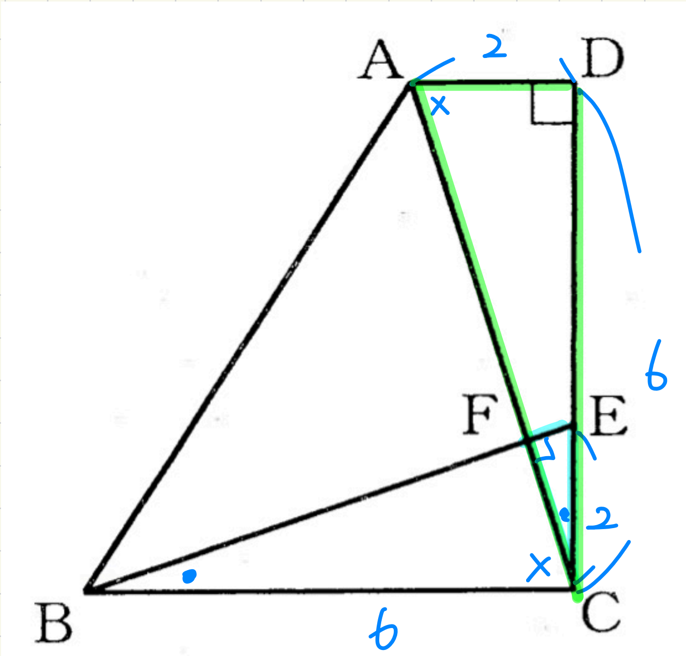
対応する辺は等しいので

$AC = EB$ $\therefore AC = 2\sqrt{10}$ cm

$\triangle FBC$ において, 内角の和は 180° だから

$$\angle BFC + \underbrace{\angle FCB}_{x} + \underbrace{\angle CBF}_{\bullet} = 180^\circ$$

$\therefore \angle BFC = 180^\circ - (\bullet + x)$ 90°
$= 90^\circ$



$\triangle CEF$ と $\triangle CAD$ において、
共通な角は等しいから
$\angle ECF = \angle ACD$ —④
また、
$\angle EFC = \angle ADC = 90^\circ$
—⑤
④、⑤より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle CEF \sim \triangle CAD$
対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{CE}_{2} : \underbrace{CA}_{2\sqrt{10}} = CF : \underbrace{CD}_{6}$

$2\sqrt{10}\,CF = 12$

$CF = \dfrac{12}{2\sqrt{10}}$

$= \dfrac{6}{\sqrt{10}}$ $\qquad \dfrac{6}{\sqrt{10}} = \dfrac{6}{\sqrt{10}} \times \dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \dfrac{6\sqrt{10}}{10} = \dfrac{3\sqrt{10}}{5}$

$= \dfrac{3\sqrt{10}}{5}$

また、

$EF : \underbrace{AD}_{2} = \underbrace{CE}_{2} : \underbrace{CA}_{2\sqrt{10}}$

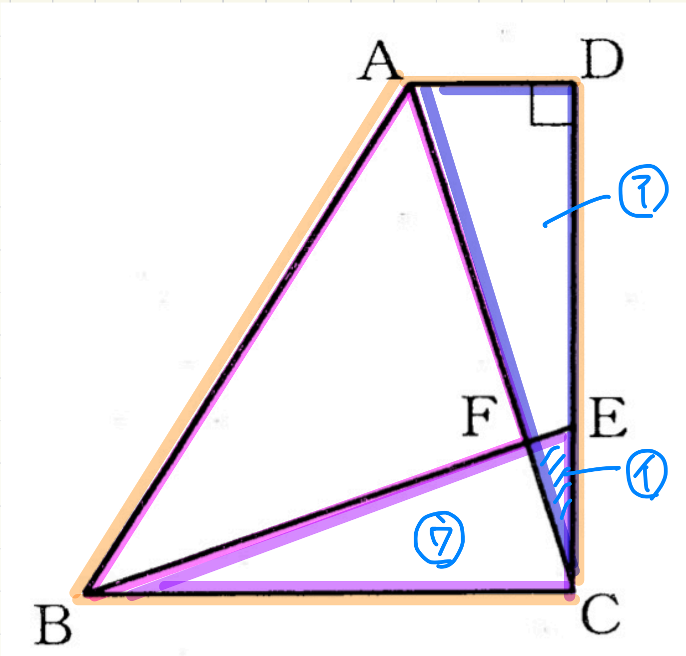
$$2\sqrt{10}\,EF = 4$$

$$EF = \frac{4}{2\sqrt{10}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$



$\triangle ABF$

$= \square ABCD - \triangle BCE - \triangle ACD$

$+ \triangle EFC$

注

$\square ABCD - \triangle BCE - \triangle ACD$

$= \square ABCD - (ア + イ) - (ウ + イ)$

$= \square ABCD - ア - ウ - 2 \times イ$

求める面積は $\square ABCD$ − ア − ウ − イ より

上記の式に イ $= \triangle EFC$ を足す.

よって

$$\triangle ABF = \frac{(2+6)\times 6}{2} - \frac{1}{2}\times 2\times 6 - \frac{1}{2}\times 2\times 6$$

$$+ \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{10}}{5} \times \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3\times 10}{25}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{30}{25}$$

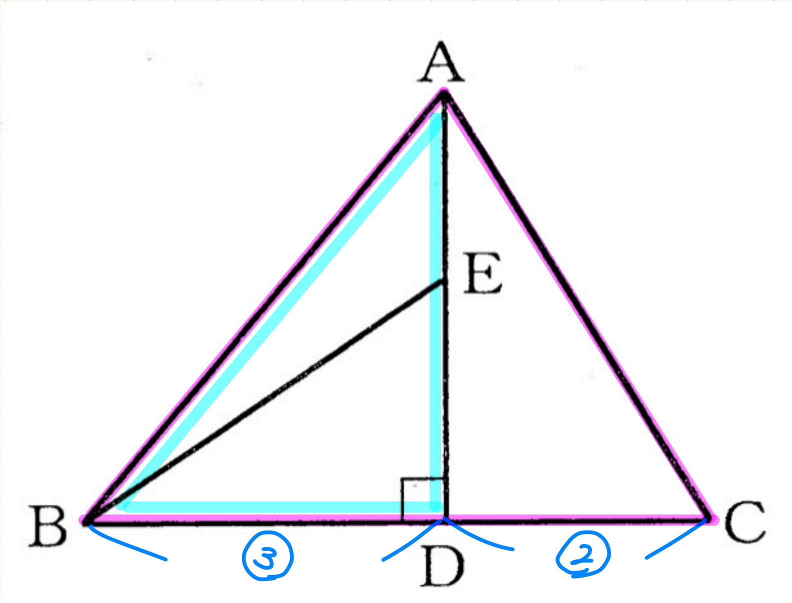
$$= \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

$$= 24 - 6 - 6 + \frac{3}{5}$$

$$= \frac{63}{5}\ \text{cm}^2$$

(3)

①

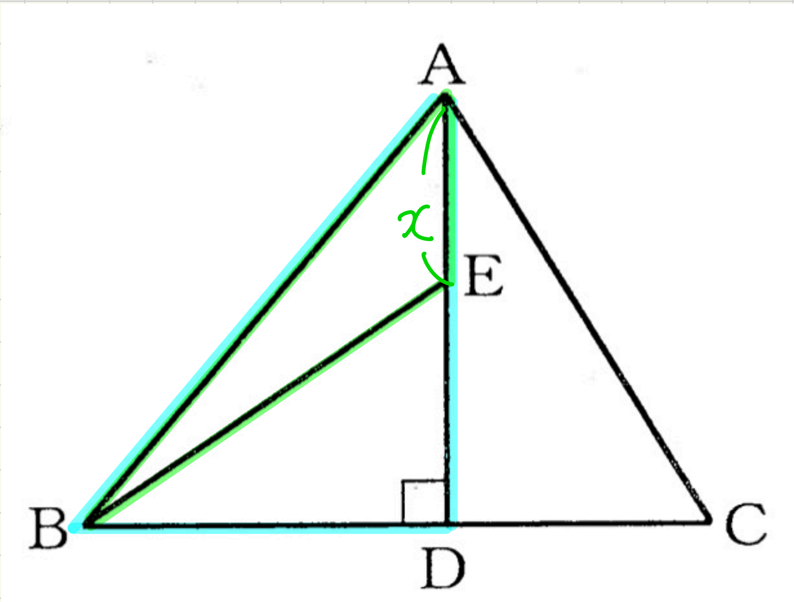


△ABCと△ABDにおいて、底辺をそれぞれBC、BDとすると高さが等しいので、面積比は底辺比と等しい。よって

△ABC : △ABD = 5 : 3

$\therefore\ 5 \times \triangle ABD = 3 \times \triangle ABC$

$\triangle ABD = \frac{3}{5} \times \triangle ABC$ ——— ㋐



△ABDと△ABEにおいて、底辺をそれぞれAD、AEとすると、高さが等しいので、面積比は底辺比と等しい。よって

$\triangle ABD : \triangle ABE = AD : AE$

$\frac{3}{5} \times \triangle ABC$

したがって

$AE \times \frac{3}{5} \times \triangle ABC = AD \times \triangle ABE$

ここで、$\triangle ABE = \frac{9}{35} \times \triangle ABC$ より

$$AE \times \frac{3}{5} \times \triangle ABC = AD \times \frac{9}{35} \times \triangle ABC$$

両辺 × 35 × △ABC

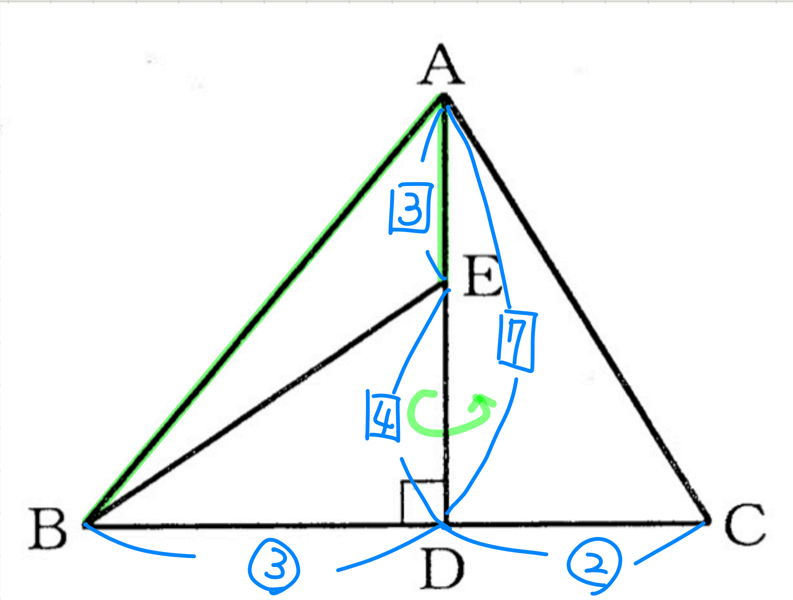
$$\Leftrightarrow AE \times 21 = AD \times 9$$

$$\therefore AE = \frac{9}{21} AD$$

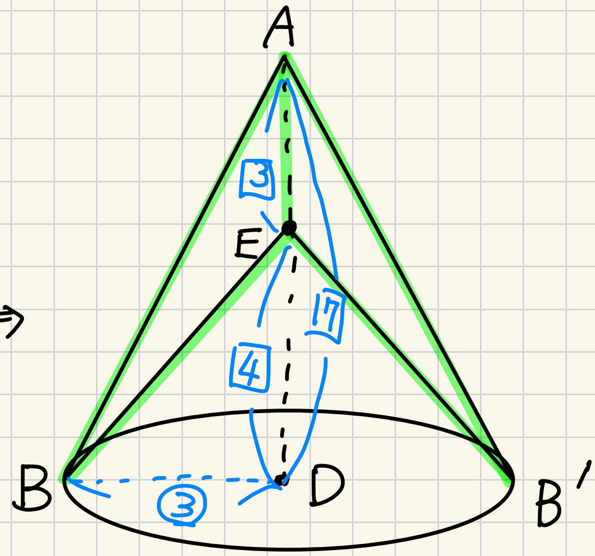
$$= \frac{3}{7} AD$$

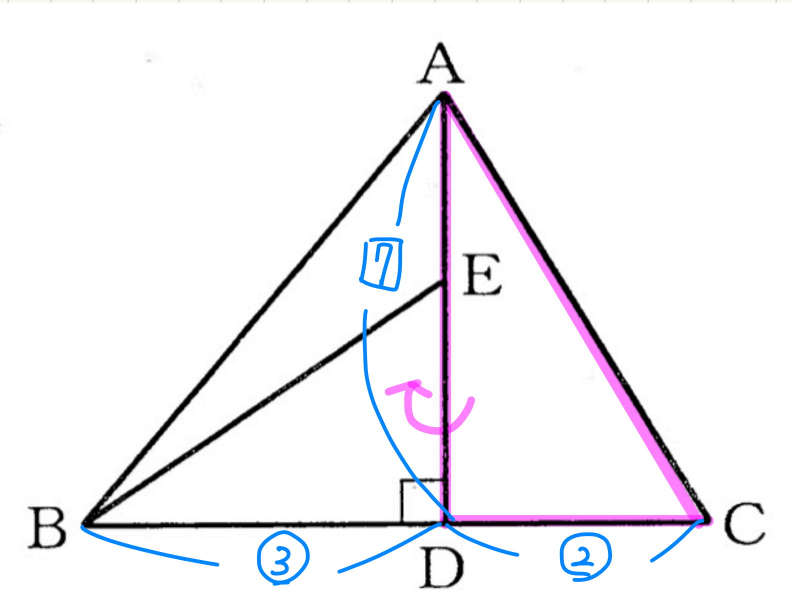
よって、AE は AD の $\frac{3}{7}$ 倍

②

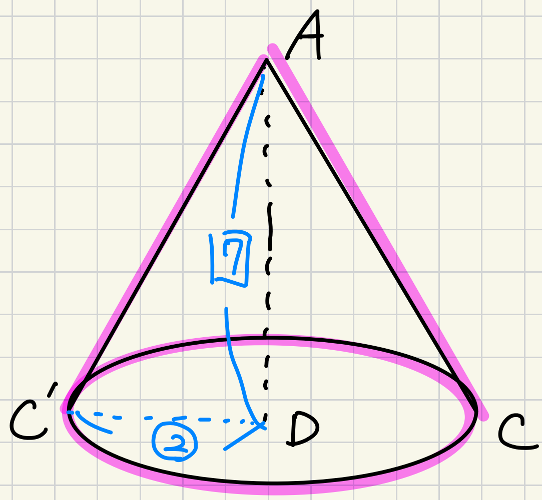


⇒





⇒

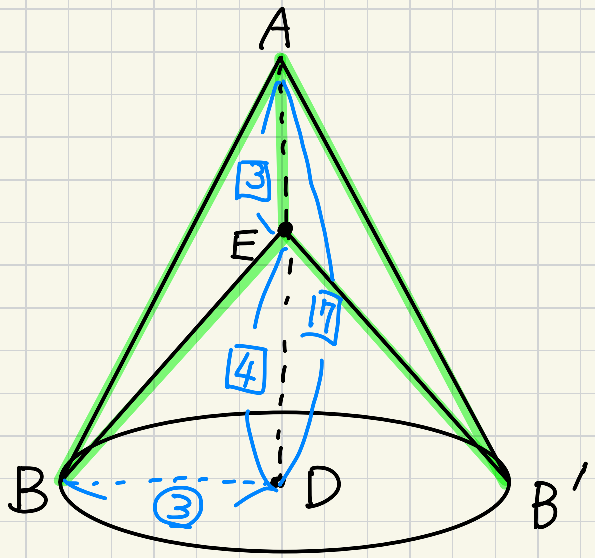


BD = ③, CD = ② AE = $\boxed{3}$, AD = $\boxed{7}$ と表す.

→ ① より AE = $\frac{3}{7}$AD より

AE : AD = 3 : 7

ED = AD − AE より. ED = $\boxed{4}$



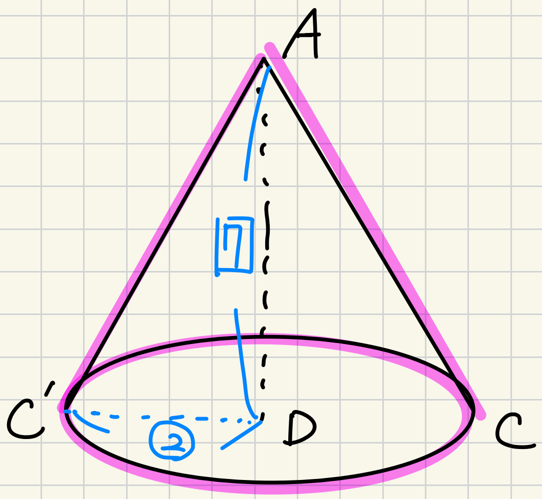
立体ABEB′ の体積は

③ × ③ × π × $\boxed{7}$ × $\frac{1}{3}$

− ③ × ③ × π × $\boxed{4}$ × $\frac{1}{3}$

= ⑨π × $\frac{1}{3}$ ($\boxed{7}$ − $\boxed{4}$)

= ⑨π × $\frac{1}{3}$ × $\boxed{3}$



立体AC′C の体積は

② × ② × π × $\boxed{7}$ × $\frac{1}{3}$

= ④π × $\frac{1}{3}$ × $\boxed{7}$

よって.

立体ABEB′ : 立体AC′C = ⑨π × $\frac{1}{3}$ × $\boxed{3}$: ④π × $\frac{1}{3}$ × $\boxed{7}$

= ⑨ × $\boxed{3}$: ④ × $\boxed{7}$

$\Leftrightarrow$ ④ $\times \boxed{7} \times$ 立体ABEB$'$ $=$ ⑨ $\times \boxed{3} \times$ 立体AC$'$C

$$\therefore \text{立体ABEB}' = \frac{⑨}{④} \times \frac{\boxed{3}}{\boxed{7}} \times \text{立体AC}'\text{C}.$$

$$= \frac{27}{28} \times \text{立体AC}'\text{C}$$

よって $\frac{27}{28}$ 倍