2021年度 岐阜県

数学

Km Km

$\boxed{1}$

(1) $与式 = 5 - 9$

$= \underline{-4}$

(2) $与式 = 6xy \times \dfrac{3}{2x}$

$= \underline{9y}$

(3) $(x-3)^2 = 9$

$\Leftrightarrow x - 3 = \pm 3$

$\Leftrightarrow x = 3 \pm 3$

$\therefore x = \underline{0,\ 6}$

(4) データを小さい順に並べる

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

0 1 1 1 1 2 2 2 3 3 4

中央値

$$平均値 = \frac{0\times1 + 1\times4 + 2\times3 + 3\times2 + 4\times1}{11}$$

$$= \frac{0 + 4 + 6 + 6 + 4}{11}$$

$$= \frac{20}{11}$$

$$= 1.818\cdots$$

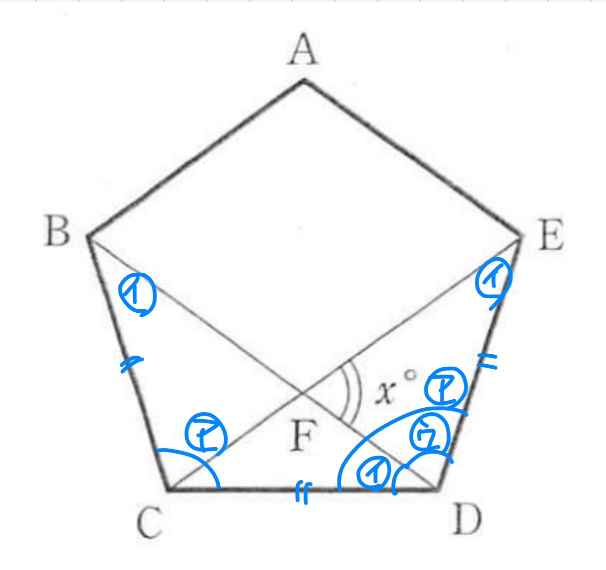
ア：中央値は2，最頻値は1なので誤り

イ：中央値は2，最頻値は1なので誤り

ウ：中央値は2，平均値は1.818…なので誤り

エ：中央値は2，平均値は1.818…なので正しい

(5)



正五角形の内角の和は，

$180° \times (5-2) = 180° \times 3$

$= 540°$

よって，1つの内角は

$540° \div 5 = 108°$

$\therefore$ ㋐ $= 108°$

BC＝CD＝DEより，△BCD，△CDEは二等辺三角形。よって

㋑ $= (180° -$ ㋐ $) \div 2$

$= (180° - 108°) \div 2$

$= 36°$

よって，

㋒ $= 108° - 36°$

$= 72°$

△EFDで，内角の和は180°だから

$$\angle x = 180° - (①+⑦)$$
$$= 180° - (36° + 72°)$$
$$= 180° - 108°$$
$$= 72°$$

(6) 図1より水の入った体積は三角錐だから

$$9 \times 9 \times \frac{1}{2} \times 9 \times \frac{1}{3} = \frac{243}{2}\ \mathrm{cm}^3 \quad \text{—— ①}$$

図2より水の入った体積は

$$9 \times 9 \times x = 81x\ \mathrm{cm}^3 \quad \text{—— ②}$$

水の体積は等しいから ① = ② よって

$$\frac{243}{2} = 81x$$
$$\therefore x = \frac{243}{2} \times \frac{1}{81}$$
$$= \frac{3}{2}\ \mathrm{cm} \quad (1.5\ \mathrm{cm})$$

$\boxed{2}$

(1) yはxに反比例するので，$y = \frac{a}{x}$とおくと，

$x = 500$，$y = 8$より

$$8 = \frac{a}{500} \qquad \therefore a = 4000$$

よって，$y = \frac{4000}{x}$

(2) $y=\dfrac{4000}{x}$ に $x=600$ を代入して

$$y=\frac{4000}{600}$$
$$=\frac{20}{3}$$
$$=6\frac{2}{3}$$

$\times\frac{2}{3}$ 1分 = 60秒 $\times\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$分 = ?秒

? $= 60 \times \frac{2}{3} = 40.$

$\frac{2}{3}$分 = 40秒 より、6分40秒

$\boxed{3}$

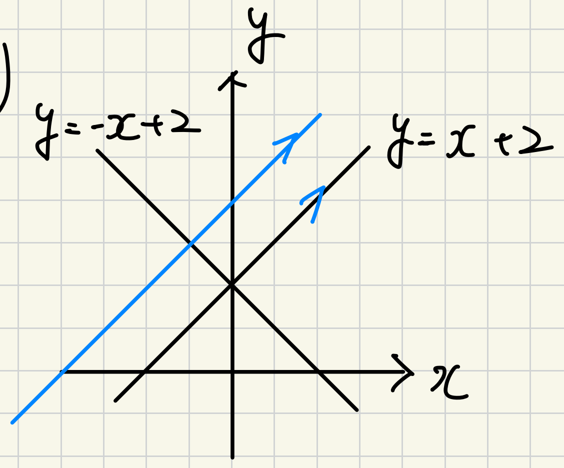
(1) a は6通り、b は6通りできるから、全部で

$6 \times 6 = 36$ 通り

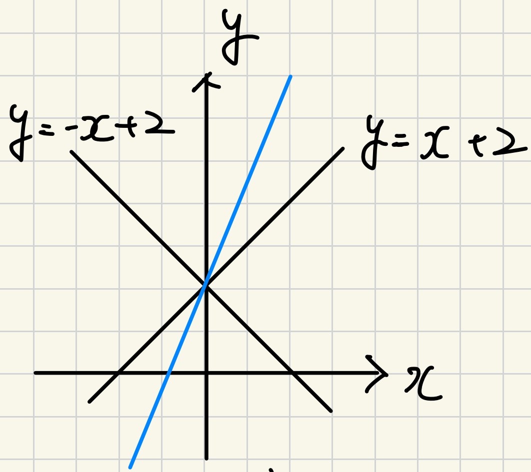
(2) $a=1$ に対して、$b=1, 2, 3, 4, 5, 6$ の6通りができるから、求める確率は

$$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

(3)



(i)



(ii)

$y=x+2$, $y=-x+2$, $y=ax+b$ で三角形ができないのは、

(i) $y=ax+b$ が $y=x+2$ と平行

⇒ $a=1$ で、$b=1,2,3,4,5,6$ の6通り

(ii) $y=ax+b$ の切片が2

⇒ $b=2$ で $a=1,2,3,4,5,6$ の6通り

ここで、

(i) の $a=1, b=2$

(ii) の $b=2, a=1$

は同じ直線だから、三角形ができない場合の数は、

$6+6-1=11$ 通り

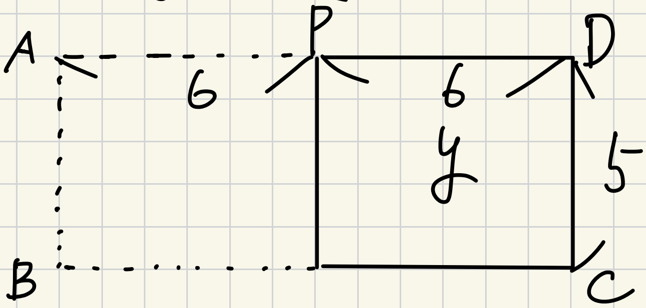
よって、求める確率は

$\frac{11}{36}$

$\boxed{4}$

(1)

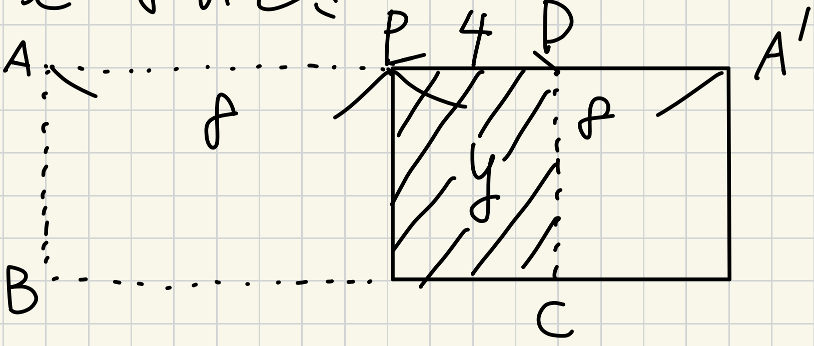
$x=6$ のとき



$y=6\times5$

$=30$ ア

$x = 8$ のとき



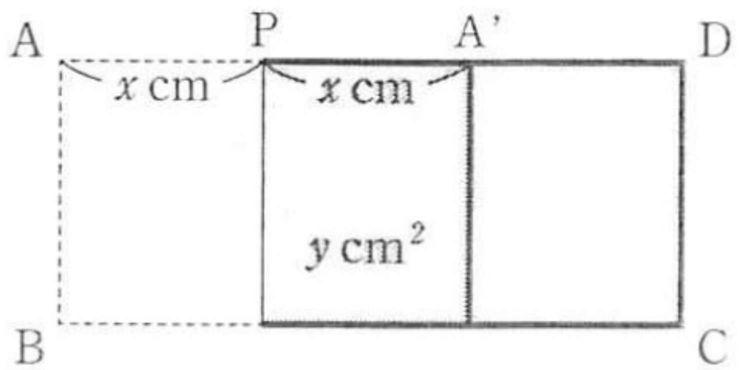
$y = 4 \times 5$

$= 20$

(2)

(ア) $0 \leqq x \leqq 6$ のとき

図2のようになるから



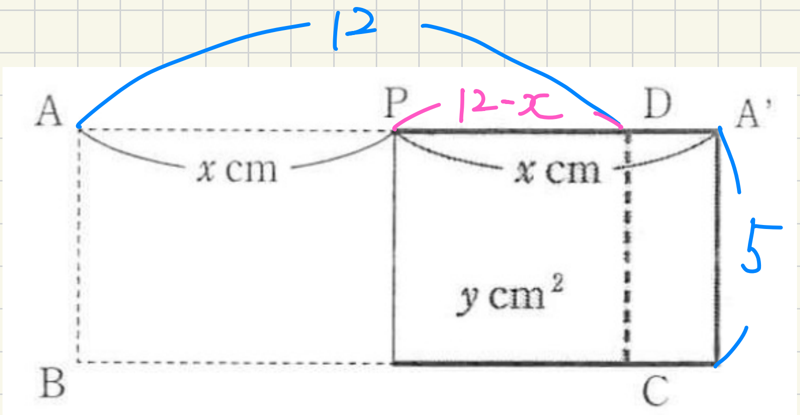
(点A'が辺AD上にくるとき)

図2

$y = 5x$

(イ) $6 \leqq x \leqq 12$ のとき

図3のようになるから.



(点A'が辺ADの延長線上にくるとき)

図3

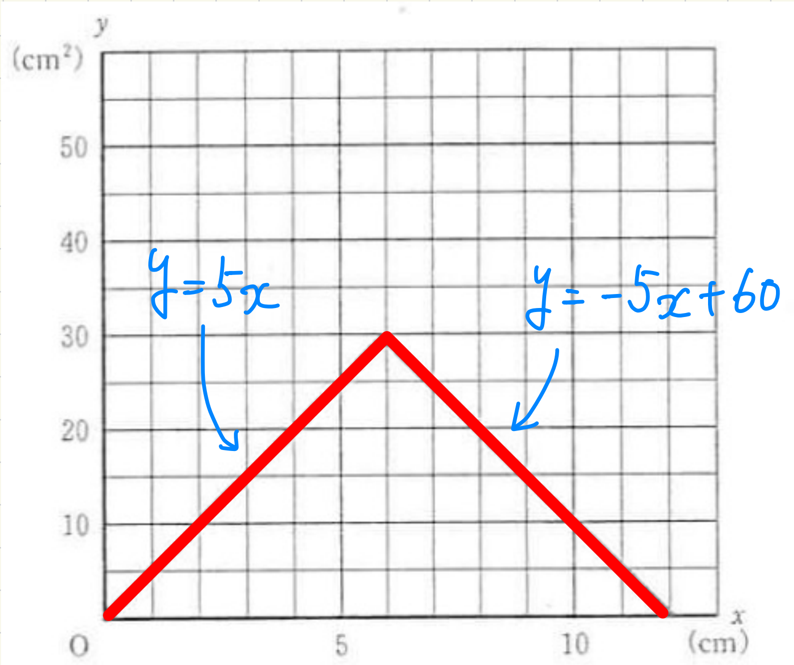
$PD = 12 - x$

よって

$y = 5 \times (12 - x)$

$= -5x + 60$

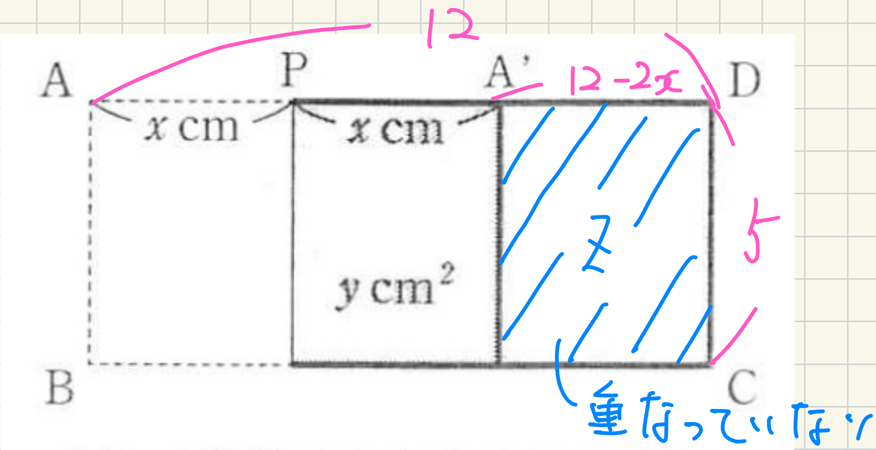
(3)



$0 \leqq x \leqq 6$ では
$y = 5x$

$6 \leqq x \leqq 12$ では
$y = -5x + 60$

(4) 重なっていない部分の面積を z とする.
(i) $0 \leqq x \leqq 6$ のとき.



(点 A' が辺 AD 上にくるとき)
図 2

$$z = 5 \times (12 - 2x)$$
$$= -10x + 60$$

重なっている部分の面積は y で、重なっていない部分の面積 z の2倍になるのは

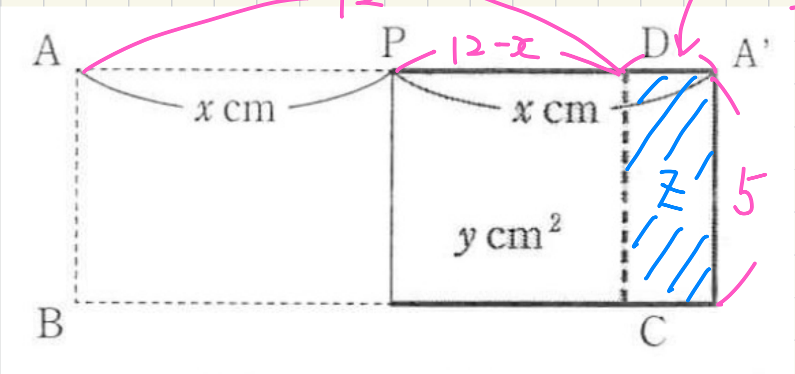
$$\underbrace{5x}_{y} = 2 \times \underbrace{(-10x + 60)}_{z}$$

$$\Leftrightarrow 5x = -20x + 120$$
$$\Leftrightarrow 25x = 120$$

$\therefore x = 4.8$

(ii) $6 \leqq x \leqq 12$ のとき

$x-(12-x)$
$= 2x-12$



(点A'が辺ADの延長線上にくるとき)
図3

$z = 5 \times (2x-12)$
$= 10x - 60$

重なっている部分の面積はyで、重なっていない部分の面積zの2倍になるのは

$$\underbrace{-5x+60}_{y} = 2 \times \underbrace{(10x-60)}_{z}$$

$\Leftrightarrow -5x+60 = 20x-120$

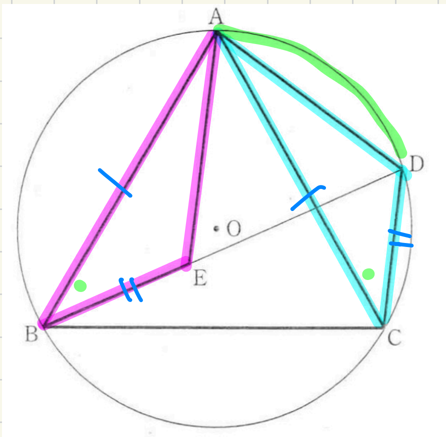
$\Leftrightarrow -25x = -180$

$x = 7.2$

(i), (ii)より セロハンが重なっている部分の面積が重なっていない部分の面積の2倍となるAPの長さは、4.8 cm, 7.2 cmであり、このうち長い方は、7.2 cm

5

(1)

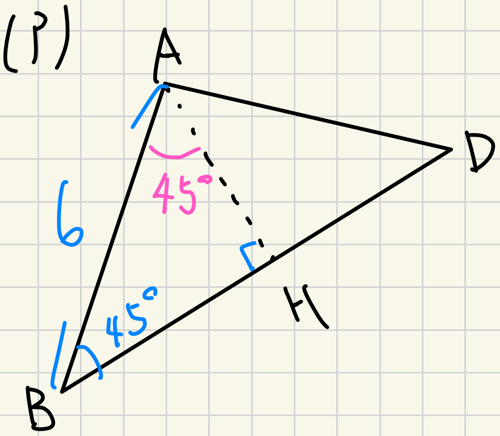


△ABDと△ACDで.
仮定から.

AB = AC ―― ①
BE = CD ―― ②

$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角だから
∠ABE = ∠ACD ―― ③
①.②.③から. 2組の辺とその間の角がそれぞれ
等しいので. △ABE ≡ △ACD
対応する辺の長さは等しいから. AE = AD
(証明終わり)

(2)
(ｱ)



△ABHにおいて. ∠ABD = 45°,
∠AHB = 90° より
∠BAH = 180° − (90° + 45°)
= 45°

よって. △ABHは底角が等しいので. AH = BHの
直角二等辺三角形だから

AH : BH : AB = 1 : 1 : $\sqrt{2}$

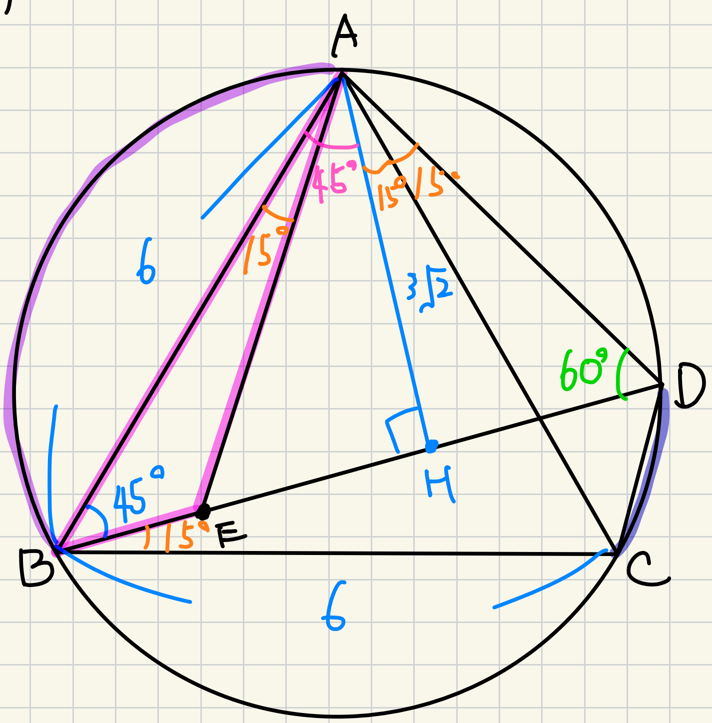
⇔ AH : $\underbrace{AB}_{6}$ = 1 : $\sqrt{2}$

※ $\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
$= \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

∴ $\sqrt{2}$AH = 6

AH = $\frac{6}{\sqrt{2}}$ = $3\sqrt{2}$ cm

(イ)



$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから

$\angle ACB = \angle ADB$

ここで、$\triangle ABC$ は正三角形より $\angle ACB = 60^\circ$

$\therefore \angle ADB = 60^\circ$

また、$\angle ABC = 60^\circ$、$\angle ABD = 45^\circ$ より

$\angle DBC = 60^\circ - 45^\circ$

$= 15^\circ$

$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから

$\angle DBC = \angle DAC$　　$\therefore \angle DAC = 15^\circ$

また、$\triangle AHD$ において、内角の和は 180° より

$\angle HAD = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ)$

$= 30^\circ$

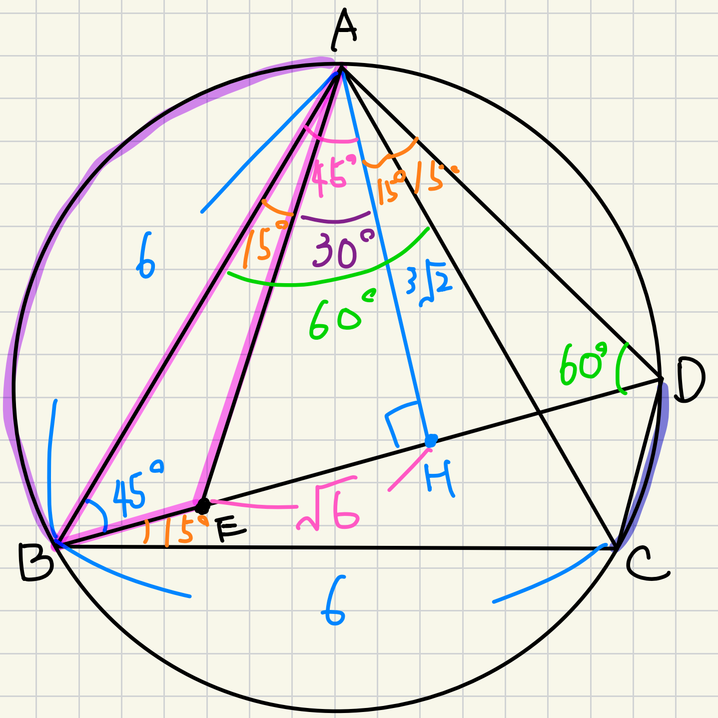
$\therefore \angle HAC = 30^\circ - 15^\circ$

$= 15^\circ$

(1) より $\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ だから

$\angle BAE = \angle CAD$

$\therefore \angle BAE = 15^\circ$



△ABCは正三角形

∠BAC = 60°だから

$\angle EAH = 60^\circ - 15^\circ - 15^\circ$
$= 30^\circ$

したがって、△ABHは30°−60°−90°の直角三角形なので、

$EH : AE : AH = 1 : 2 : \sqrt{3}$

よって

$$EH : \underset{3\sqrt{2}}{AH} = 1 : \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\,EH = 3\sqrt{2}$$

$$\therefore EH = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{6}}{3}$$

$$= \sqrt{6}$$

$$= \sqrt{6}$$

以上より

$$\triangle ABE = \triangle ABH - \triangle AEH$$

$$= 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{2} - \sqrt{6} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= 9 - \boxed{\frac{3\sqrt{12}}{2}} \qquad \frac{3\sqrt{12}}{2} = \frac{3 \times 2\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$= (9 - 3\sqrt{3})\ \mathrm{cm}^2$$

$\boxed{6}$

(1) 表が 10 のとき、裏は $\sqrt{10}$ の整数部分である。

$$\underbrace{9}_{3^2} < \underbrace{10}_{\sqrt{10}^2} < \underbrace{16}_{4^2}$$

より $3 < \underbrace{\sqrt{10}}_{3.\cdots\cdots} < 4$. よって $\sqrt{10}$ の整数部分は3

であるから、表が 10 のとき、裏は 3

(2)

ア：$\underbrace{144}_{12^2} < \underbrace{150}_{\sqrt{150}^2} < \underbrace{169}_{13^2}$ より $\sqrt{150}$ の整数部分は

12　※ $\sqrt{150} = 12.\cdots\cdots$

イ：表が 144 〜 150 のとき、$\sqrt{144} \sim \sqrt{150}$ の整数部分が 12 となる。このときのカードの枚数は

144, 145, 146, 147, 148, 149, 150

の 7 枚　※ $150 - 144 + 1 = 7$ 枚

ウ, エ：裏の数が n のとき、

表	n^2,	n^2+1,	n^2+2,	$\cdots$	$(n+1)^2-1$	$(n+1)^2$,	$(n+1)^2+1$,	$\cdots$
裏	n,	n,	n,	$\cdots$,	n,	$n+1$,	$n+1$,	$\cdots$

裏が n から $n+1$ に変わる。

上図より 最小：$\underbrace{n^2}_{ウ}$，最大：$(n+1)^2 - 1 = \underbrace{n^2+2n}_{エ}$

オ：144〜150のとき、$150-144+1=7$枚で
あったから、$n^2 \sim n^2+2n$ のときの枚数は
$n^2+2n-n^2+1=\underline{2n+1}$ 枚

(3) (2)オより $n=9$ を代入して
$2\times 9+1=\underline{19}$枚

(4) 平方数を小さい順に書くと、

$1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, \cdots$

+3 +5 +7 +9 +11 +13 +15 +17 +19 +21 +23

整数部分2が5枚
整数部分1が3枚
以下同じ

よって、1〜144の裏の数をかけあわせると、

$1^3\times 2^5\times 3^7\times 4^9\times 5^{11}\times 6^{13}\times 7^{15}\times 8^{17}\times 9^{19}$
$\times 10^{21}\times 11^{23}$

144〜150は整数部分が12で7枚だから、

$P=1^3\times 2^5\times 3^7\times 4^9\times 5^{11}\times 6^{13}\times 7^{15}\times 8^{17}\times 9^{19}$
$\times 10^{21}\times 11^{23}\times 12^7$

ここで、Pの因数が3となるのは

$\underline{3^7}, 6^{13}, 9^{19}, 12^7$

であり

$6^{13}=(2\times 3)^{13}=2^{13}\times \underline{3^{13}}$

$$9^{19} = (3\times 3)^{19} = 3^{19}\times 3^{19}$$
$$= 3^{38}$$
$$12^7 = (3\times 4)^7 = 3^7 \times 4^7$$

である．よって

$$P = 1^3 \times 2^5 \times 3^7 \times 4^9 \times 5^{11} \times 6^{13} \times 7^{15} \times 8^{17} \times 9^{19} \times 10^{21} \times 11^{23} \times 12^7$$
$$= 1^3 \times 2^5 \times 4^9 \times 5^{11} \times 7^{15} \times 8^{17} \times 10^{21} \times 11^{23} \times 3^7 \times 2^{13} \times 3^{13} \times 3^{38} \times 3^7 \times 4^7$$
$$= 1^3 \times 2^5 \times 4^9 \times 5^{11} \times 7^{15} \times 8^{17} \times 10^{21} \times 11^{23} \times 2^{13} \times 4^7 \times \underbrace{3^7 \times 3^{13} \times 3^{38} \times 3^7}_{3^{7+13+38+7} = 3^{65}}$$
$$= (1^3 \times 2^5 \times 4^9 \times 5^{11} \times 7^{15} \times 8^{17} \times 10^{21} \times 11^{23} \times 2^{13} \times 4^7) \times 3^{65}$$

← 3の倍数

→ 3の倍数以外

よって P を 3^n で割った数が整数になるとき，n の最大値は 65

$\because$ $P = (1^3 \times \cdots\cdots) \times 3^{65}$

より $P \div 3^{65} = \underbrace{(1^3 \times \cdots)}_{\text{整数}}$