2021年度 静岡県

数学

Km Km

1

(1)

ア： 与式 $= -3-9$

$= -12$

イ： 与式 $= \dfrac{4a^2 \times 6b}{8a}$

$= 3ab$

ウ： 与式 $= \dfrac{3(4x-y)-7(x+2y)}{21}$

$= \dfrac{12x-3y-7x-14y}{21}$

$= \dfrac{5x-17y}{21}$

エ： 与式 $= \sqrt{5}^2 + 2\times\sqrt{5}\times\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 - 9\sqrt{15}$

$= 5 + 2\sqrt{15} + 3 - 9\sqrt{15}$

$= 8 - 7\sqrt{15}$

(2) $16a^2 - b^2 = (4a+b)(4a-b)$

$a=11,\ b=43$ を代入して

$(4a+b)(4a-b) = (4\times11+43)\times(4\times11-43)$

$= 87 \times 1$

$= 87$

(3) $(x-2)(x-3)=38-x$

$\Leftrightarrow\ x^2-5x+6=38-x$

$\Leftrightarrow\ x^2-4x-32=0$

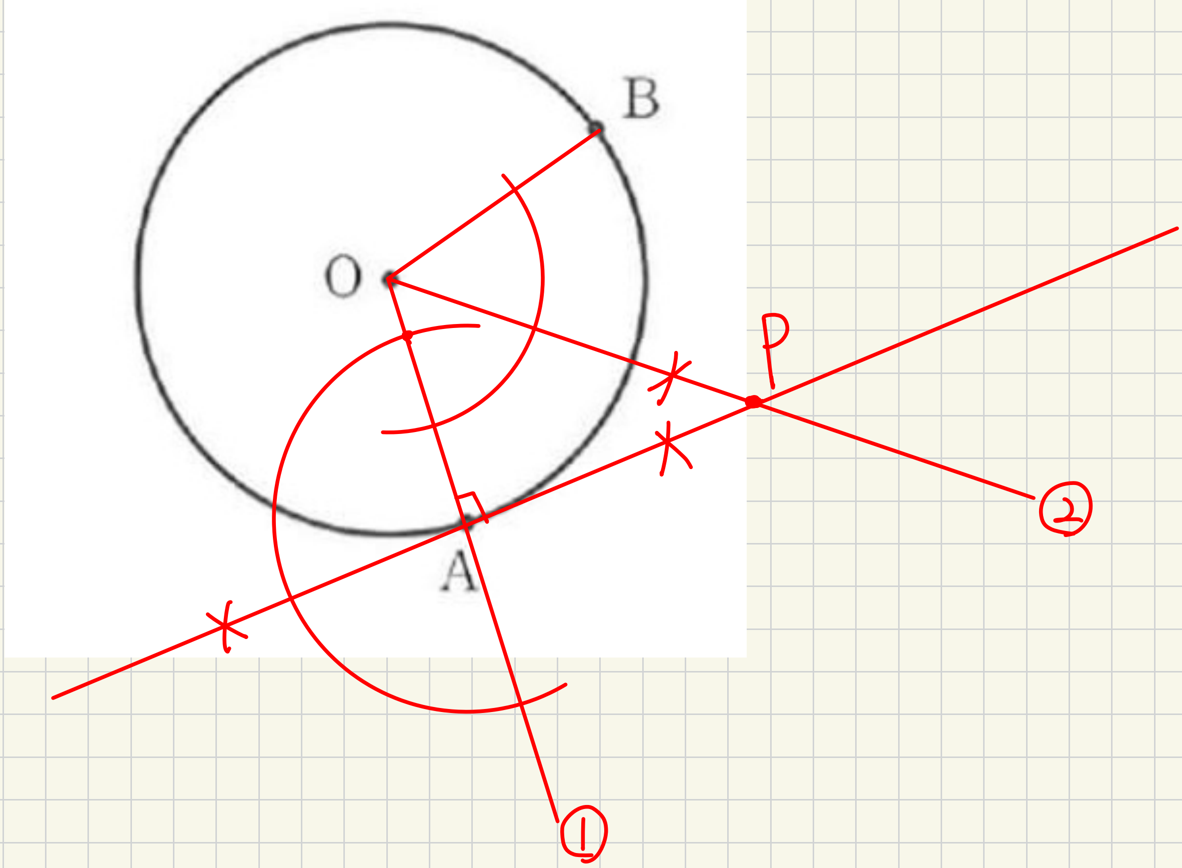
$\Leftrightarrow\ (x+4)(x-8)=0$

$\therefore\ x=-4,\ 8$

2.

(1)

図 1



① 点Aを通り、直線OAに垂直な線を描く。

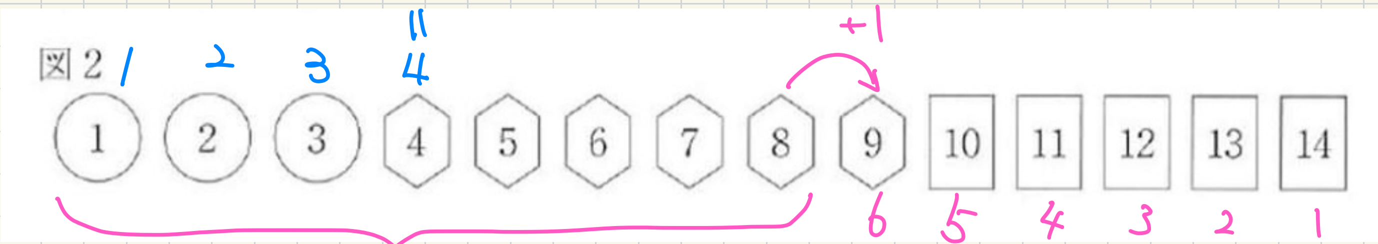
② ∠AOBの二等分線を描く

③ ①と②の交点が点P

(2)

ア：$a=4$, $b=6$ のとき、

$a = 4$



$6 = b$

14−6 個

→ 14−b 個

6コ

よって、

小さい方から a 番目の数 $= a$

大きい方から b 番目の数 $=$ 小さい方から $14-b+1$ 番目の数

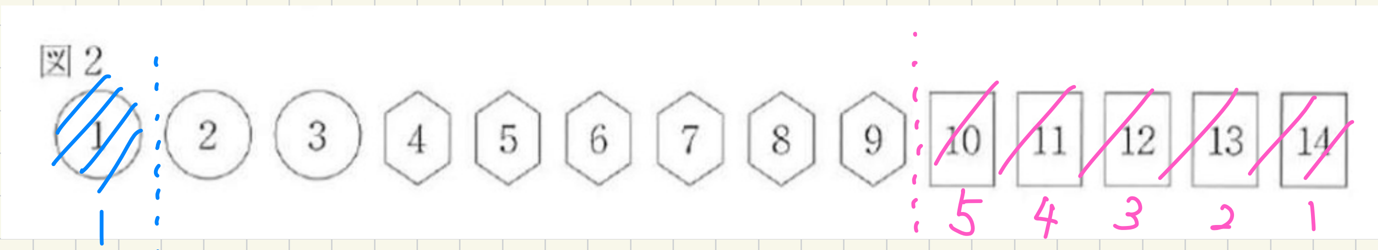
より これらの和は

$$a + 14 - b + 1 = a - b + 15$$

イ：さいころを2回投げたとき、出る目は

$$6 \times 6 = 36 \text{通り}$$

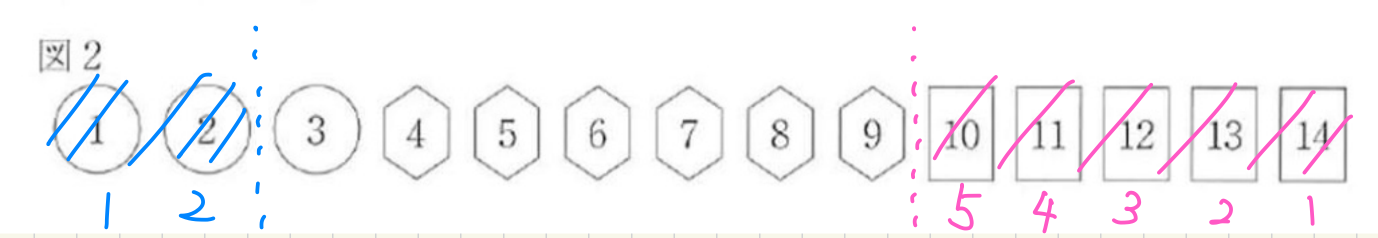
(i) $a = 1$ のとき



$b = 5, 6$ ⇒ ○と⬠のカードのみ

∴ 2通り

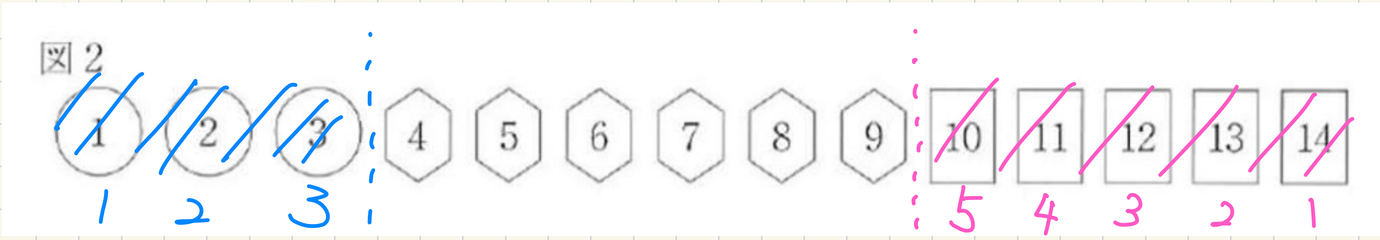
(ii) $a=2$ のとき



$b=5, 6 \Rightarrow$ ○と⬠のカードのみ

∴ 2通り

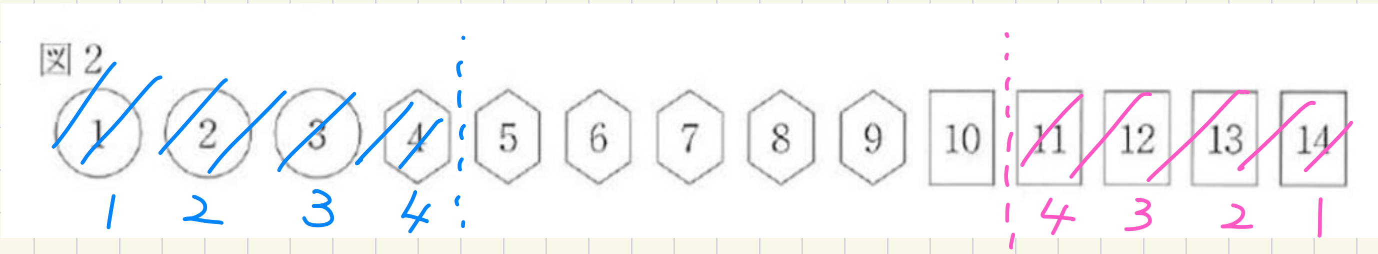
(iii) $a=3$ のとき



$b=5, 6 \Rightarrow$ ○と⬠のカードのみ

∴ 2通り

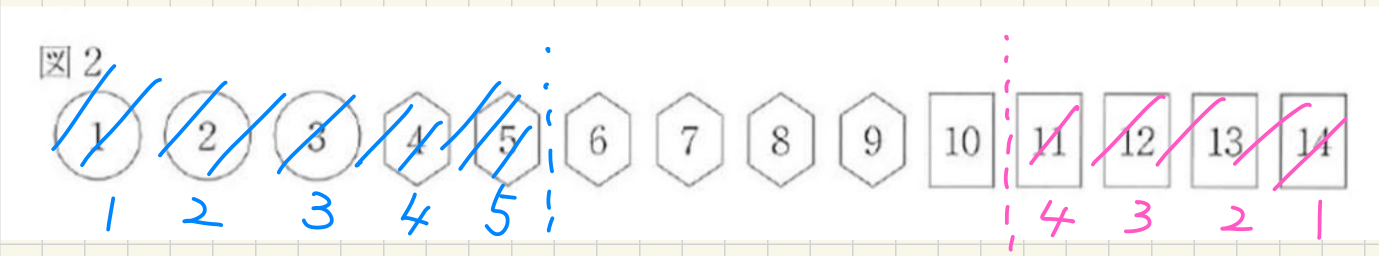
(iv) $a=4$ のとき



$b=1, 2, 3, 4 \Rightarrow$ ⬠と□のカードのみ

∴ 4通り

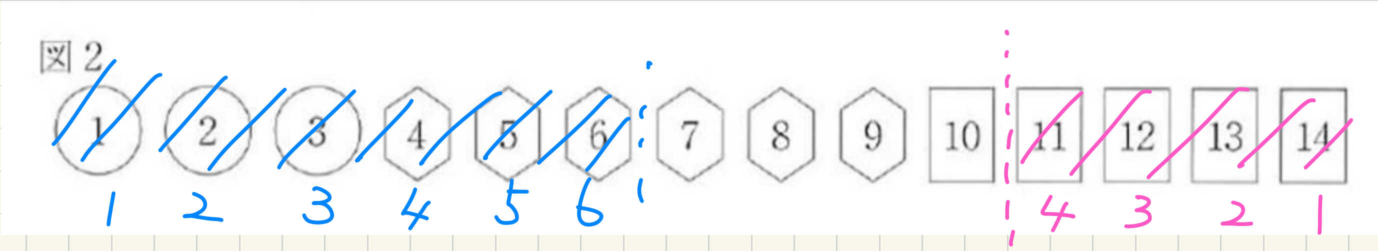
(v) $a=5$ のとき



$b=1,2,3,4 \Rightarrow$ ⬡と□のカードのみ

$\therefore$ 4通り

(vi) $a=6$ のとき



$b=1,2,3,4 \Rightarrow$ ⬡と□のカードのみ

$\therefore$ 4通り

よって，カードの種類が2種類となるのは

$2+2+2+4+4+4=20$ 通り

したがって求める確率は

$$\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$$

3.

(1)

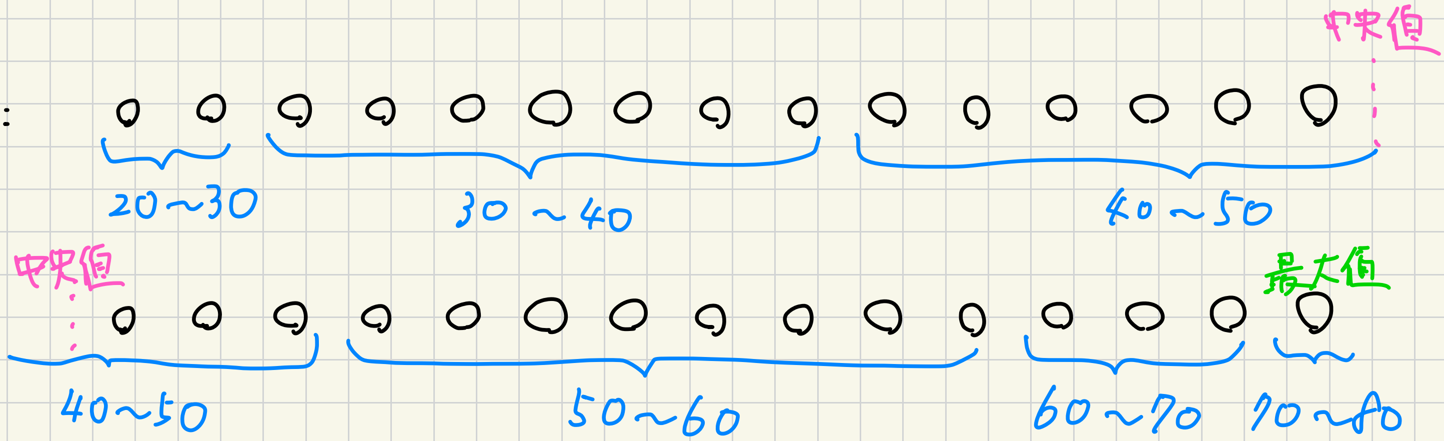
ア：

$\underbrace{\circ\ \circ}_{20\sim30}\ \underbrace{\circ\ \circ}_{30\sim40}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ}_{40\sim50}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \circ\ \circ}_{50\sim60}\ \underbrace{\circ}_{60\sim70}$ 中央値

中央値 $\underbrace{\circ\ \circ\ \circ\ \circ}_{60\sim70}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ}_{70\sim80}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \circ}_{80\sim90}$ 最大値

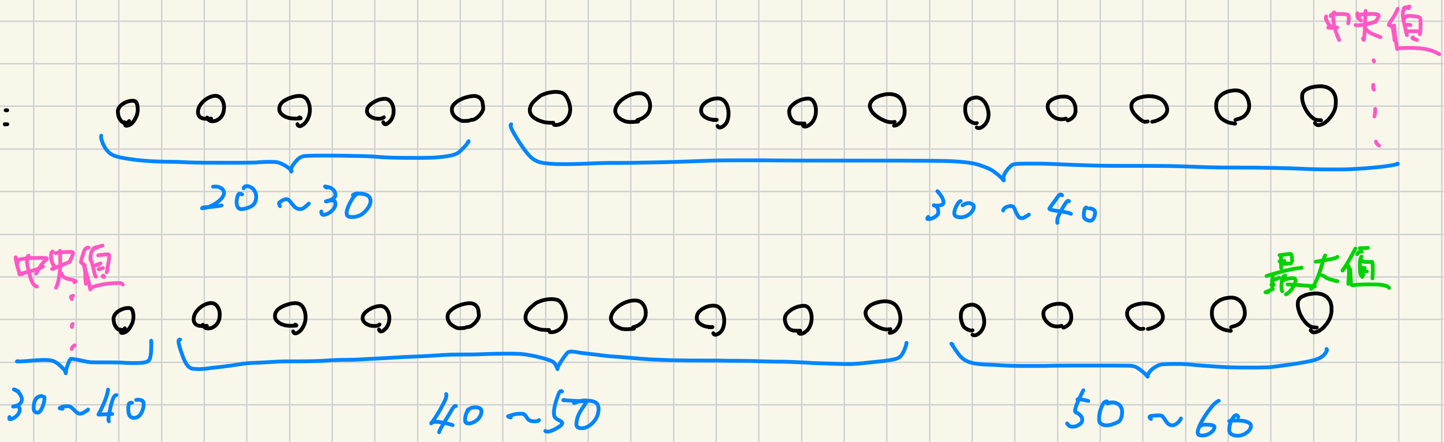
中央値：$60\sim70$，最大値：$80\sim90$

イ：



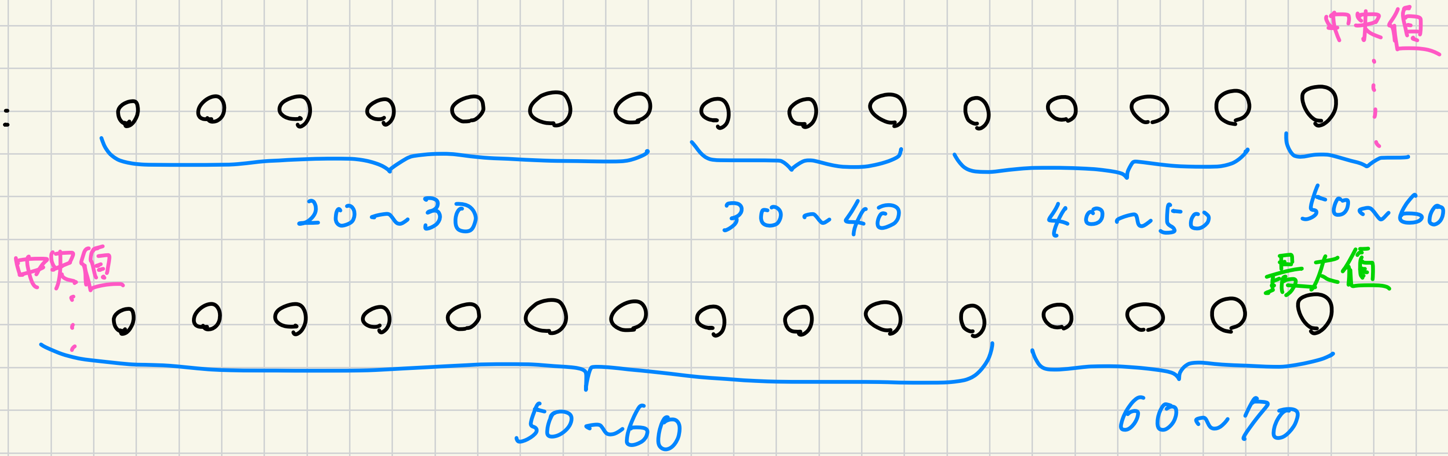
中央値：40〜50，最大値：70〜80

ウ：



中央値：30〜40，最大値：50〜60

エ：



中央値：50〜60，最大値：60〜70

	中央値	最大値
ア	60~70	80~90
イ	40~50	70~80
ウ	30~40	50~60
エ	50~60	60~70

・ウについて

最大値は3年2組の方が大きい。一方、ウの最大値は最も小さいので、ウが3年2組だと、3年1組に該当するデータがない。よって、ウは3年2組でない

中央値は3年1組の方が大きい。一方、ウの最大値は最も小さいので、ウが3年1組だと、3年2組に該当するデータがない。よって、ウは3年1組でない

以上より ウは3年1組でも3年2組でもない

・アとイについて

アの中央値 > イの中央値
アの最大値 > イの最大値

アとイを比べると、中央値、最大値ともにアの方が大きいので、アとイは3年1組、3年2組のペアでない!

・アとエについて.

アの中央値 ＞ エの中央値

アの最大値 ＞ エの最大値

アとエをくらべると, 中央値, 最大値ともにアの方が大きいので, アとイは3年1組, 3年2組のペアでない.

・イとエについて.

イの中央値 ＜ エの中央値

イの最大値 ＞ エの最大値

よって.

イ：3年2組, エ：3年1組

とすれば, 問題文の条件に合う. よって

3組1組はエ, 3年2組はイ

(2) 60人の記録を合計すると

$45.4 \times 60 = 2724$ cm

上位10人の記録を合計すると.

$62.9 \times 10 = 629$ cm

よって. 60人の記録から. 上位10人の記録を除いた50人の記録の合計は

$2724 - 629 = 2095$ cm

したがって. 50人の記録の平均値は

$$\frac{2095}{50} = 41.9\text{cm}$$

4.

5月の可燃ごみの排出量をx kg, 5月のプラスチックごみの排出量をy kgとする。

可燃ごみ

6月は5月より33kg減少しているので、

6月の排出量は $x-33$ kg

プラスチックごみ

6月は5月より18kg増加しているので、

6月の排出量は $y+18$ kg

	可燃ごみ	プラスチックごみ	総排出量
5月	x	y	$x+y$
6月	$x-33$	$y+18$	$x-33+y+18$ $=x+y-15$

総排出量

6月は5月より5%減少しているから

$$\underbrace{x+y-15}_{6月}=\underbrace{\left(1-\frac{5}{100}\right)}_{5\%減少}\times\underbrace{(x+y)}_{5月}$$

$$\Leftrightarrow\ x+y-15=\frac{95}{100}x+\frac{95}{100}y$$

$$\Leftrightarrow\ 100x+100y-1500=95x+95y$$

$$\Leftrightarrow\ 5x+5y=1500$$

$$\Leftrightarrow\ x+y=300 \quad\text{——}\ ①$$

可燃ごみとプラスチックごみ

6月の可燃ごみの排出量は6月のプラスチックごみの排出量の4倍より

$$(x-33)=4(y+18)$$

$$\Leftrightarrow\ x-33=4y+72$$

$$\Leftrightarrow\ x-4y=105 \quad \text{―― ②}$$

①－②より

$$\begin{array}{rr} & x+y=300 \\ -) & x-4y=105 \\ \hline & 5y=195 \\ & y=39 \end{array}$$

$y=39$ を①に代入して

$$x+39=300 \qquad \therefore x=261$$

よって6月の

可燃ごみの排出量 $=x-33$
$=261-33$
$=228$ kg

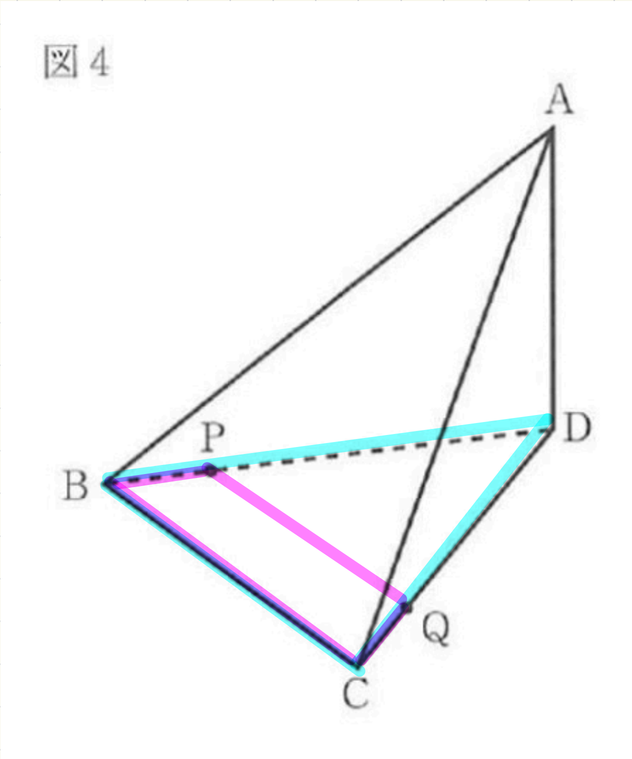
プラスチックごみの排出量 $=y+18$
$=39+18$
$=57$ kg

5

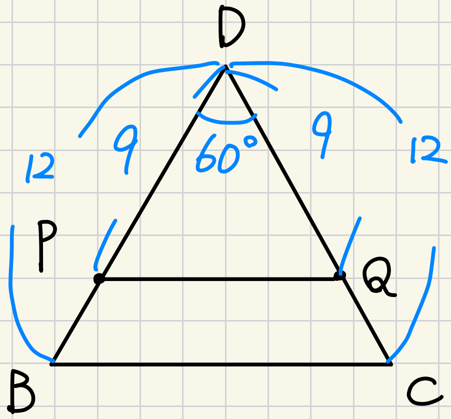
(1) 面BCDと辺ADが垂直なので、直角である角は

$\angle ADB$, $\angle ADC$

(2)



⇒



△DPQ は DP = DQ の二等辺三角形。よって、
∠DPQ = ∠DQP。 また、△DBC は正三角形より
∠BDC = 60°。したがって
$\angle DPQ = \angle DQP = (180° - 60°) \div 2 = 60°$
ゆえに、△DPQ は正三角形。
△DPQ と △DBC は、ともに正三角形だから、
△DPQ ∽ △DBC で、相似比は、
$DP : DB = 9 : 12$
$= 3 : 4$
相似な三角形の面積比は、相似比の2乗に等しいので、
$\triangle DPQ : \triangle DBC = 3^2 : 4^2$
$= 9 : 16$

△DPQ = ⑨、△DBC = ⑯ とおくと、

$\square BCQP = \triangle DBC - \triangle DPQ$
$= 16 - 9$
$= 7$

よって

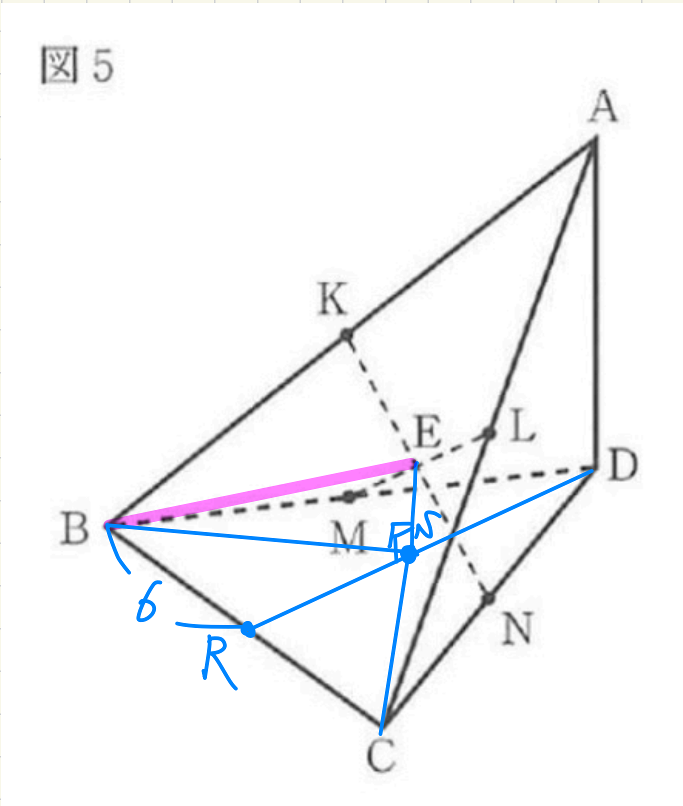
$\square BCQP : \triangle DBC = 7 : 16$

$\Leftrightarrow \quad 16 \times \square BCQP = 7 \times \triangle DBC$

$\therefore \square BCQP = \dfrac{7}{16} \times \triangle DBC$

したがって、$\square BCQP$ は $\triangle BCD$ の $\dfrac{7}{16}$ 倍

(3)



DからBCに垂線を下ろした足をR.
EからDRに垂線を下ろした足をSとする.

左右対称性から
RはBCの中点、
SはDRの中点
である.
$\triangle DBR$ で三平方の定理より

$DR = \sqrt{12^2 - 6^2}$ $= \sqrt{144-36}$
$= 6\sqrt{3}$ $= \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

$\therefore SR = 6\sqrt{3} \div 2 = 3\sqrt{3}$

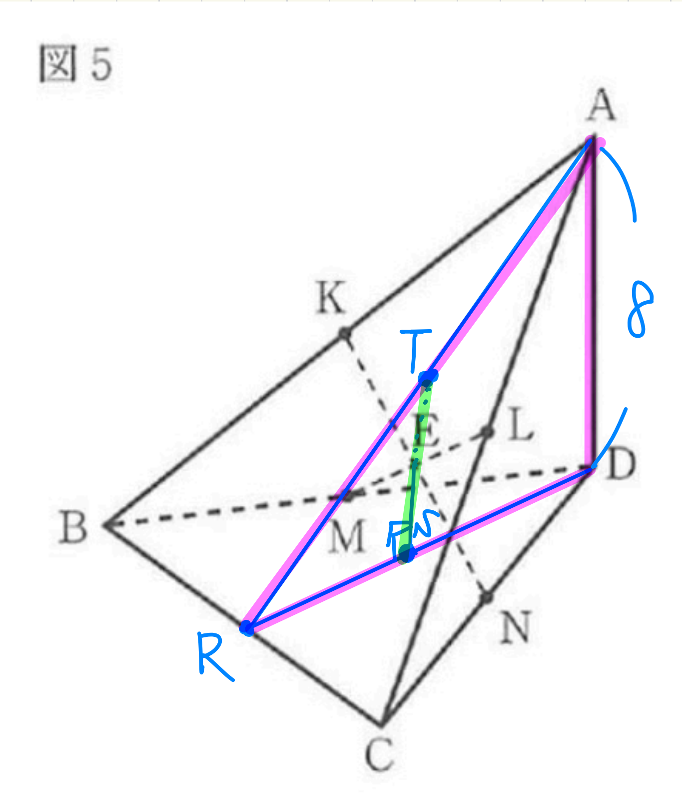
また，△SBRで三平方の定理より

$$SB = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{36+27}$$

$$= \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$

$$= 3\sqrt{7}$$



△ARDにおいて，ARの中点をTとする．

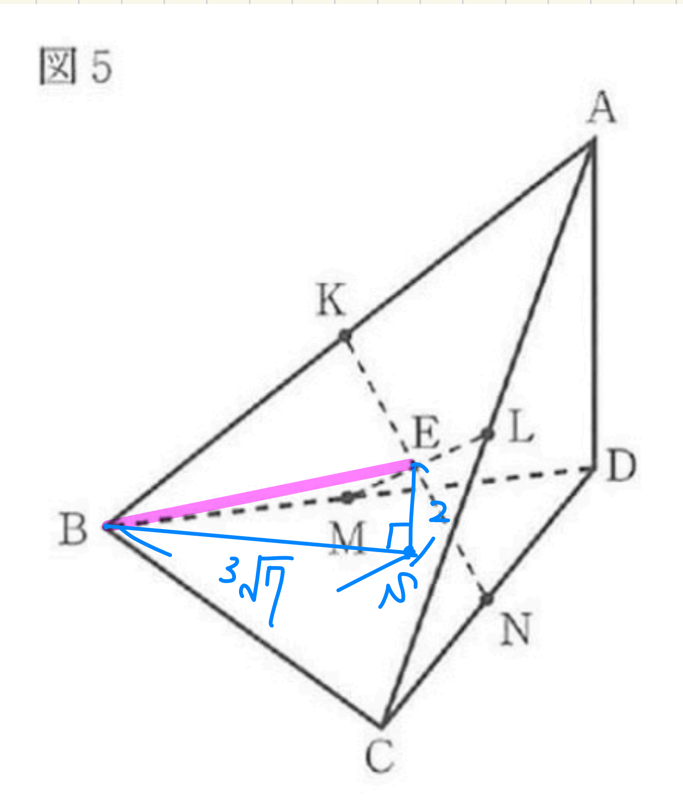
S，TはDR，ARの中点だから，中点連結定理より

$$TS = \frac{1}{2}AD$$

$$= \frac{1}{2} \times 8$$

$$= 4$$

左右対称性より EはTSの中点だから，ES=2



△EBSで三平方の定理より

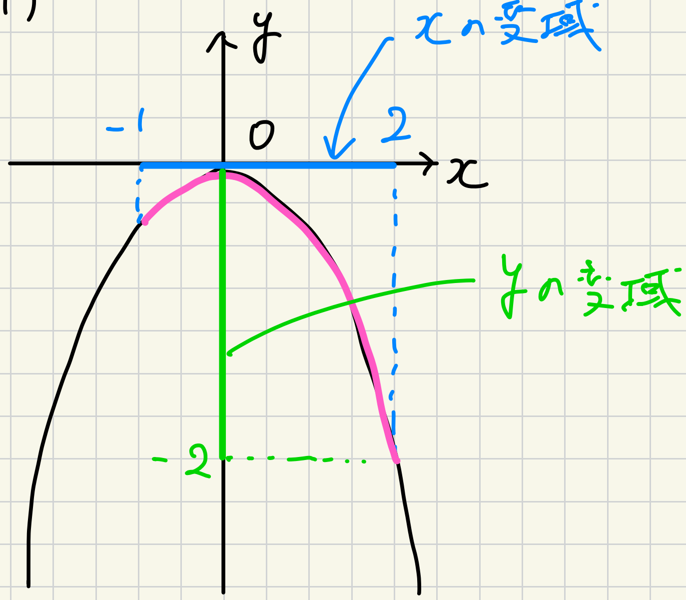
$$BE = \sqrt{(3\sqrt{7})^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{63+4}$$

$$= \sqrt{67}\ \text{cm}$$

6

(1)



$y=-\frac{1}{2}x^2$ において、

$x=-2$ のとき

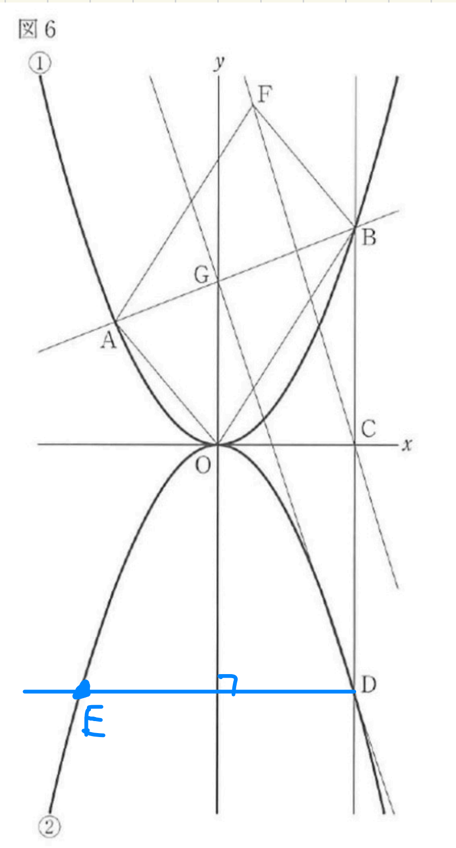
$y=-\frac{1}{2}\times(-2)^2$

$=-\frac{1}{2}\times 4$

$=-2$

よって、上図より y の変域は $-2 \leqq y \leqq 0$

(2)



点Eは点Dとy軸について対称である ―― ①

また、点Bのx座標は4であり、点Dのx座標は点Bのx座標と等しいので、

点Dのx座標 $=4$

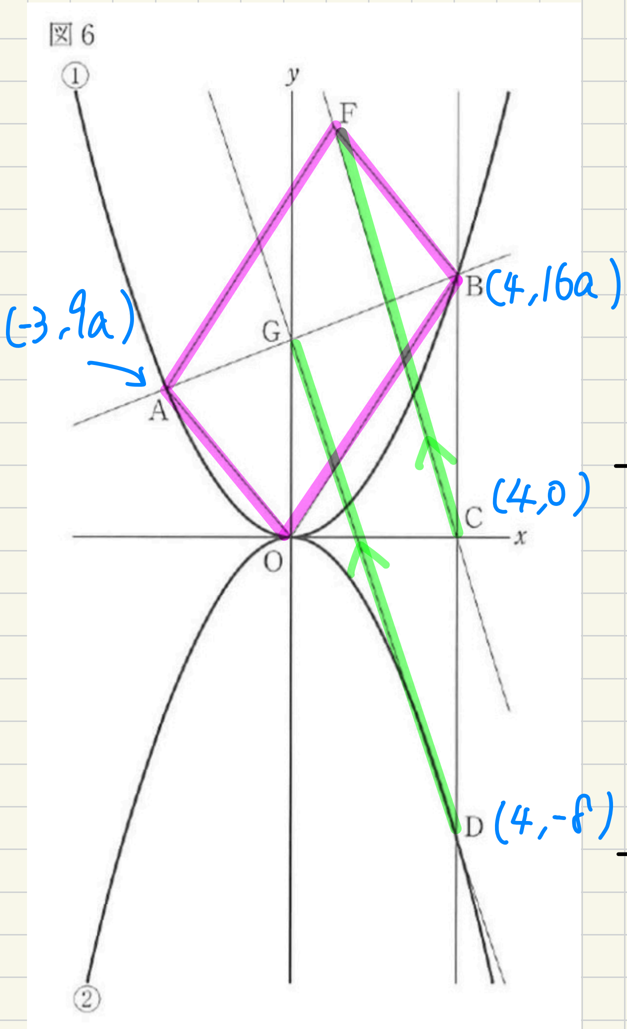
よって、①より 点Eのx座標は-4

また、点Eは $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上にあり $x=-4$ だから

$y=-\frac{1}{2}\times(-4)^2=-8$

∴ Dの座標 $=(-4,-8)$

(3)



点A

$y=ax^2$ 上にあり $x=-3$ だから

$y=a\times(-3)^2$

$=9a$　　∴ $(-3,\ 9a)$

点B

$y=ax^2$ 上にあり $x=4$ だから

$y=a\times 4^2$

$=16a$　　∴ $(4,\ 16a)$

点C

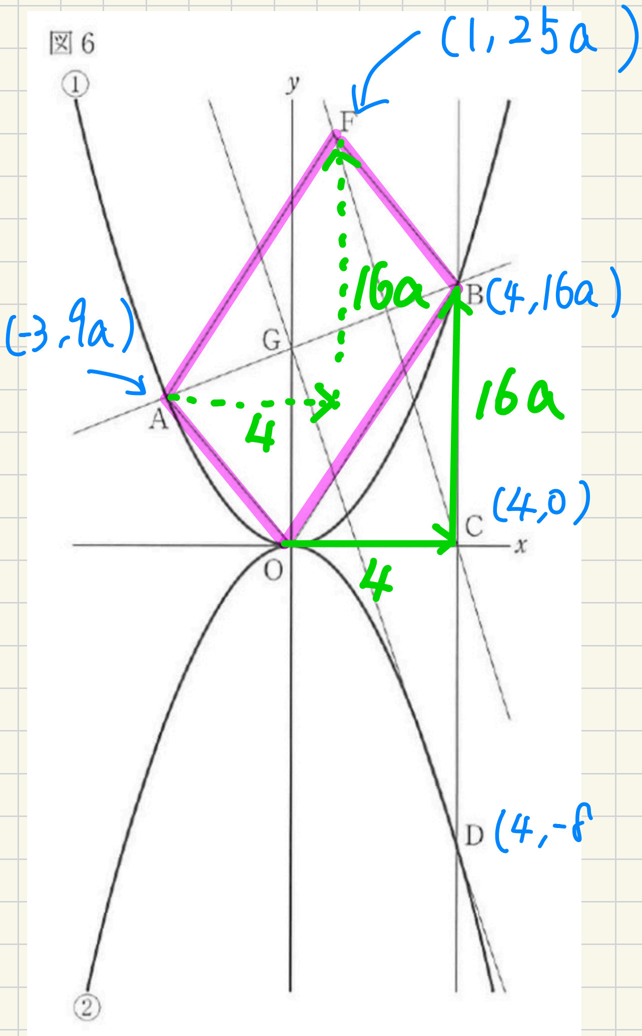
点Bと x 座標が同じで、$y=0$ だから、$(4,\ 0)$

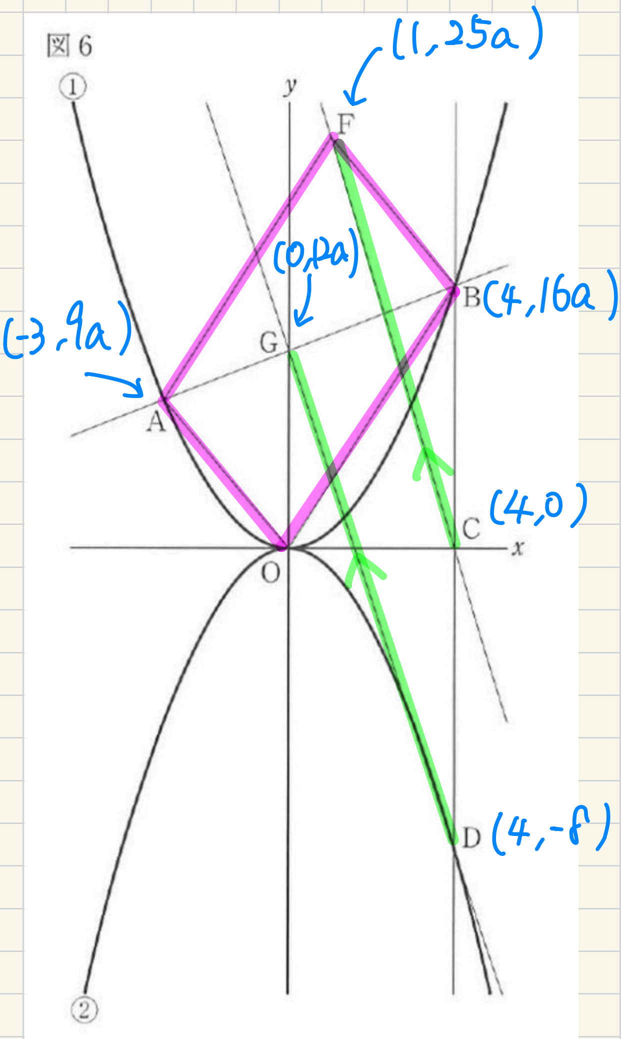
点D

$y=-\frac{1}{2}x^2$ 上にあり、$x=4$ だから

$y=-\frac{1}{2}\times 4^2$

$=-8$　　∴ $(4,\ -8)$





点F

□AOBFは平行四辺形より
AFの傾きとOBの傾きは
等しい。

左図より

Fのx座標 $= -3 + 4 = 1$

Fのy座標 $= 9a + 16a$

$= 25a$

点G

直線ABの式を $y = mx + n$
とおくと、$A(-3, 9a)$, $B(4, 16a)$
を通るから

$$9a = -3m + n \quad \text{―― ①}$$

$$-)\ 16a = 4m + n \quad \text{―― ②}$$

$$-7a = -7m$$

$$m = a$$

$m = a$ を①に代入して

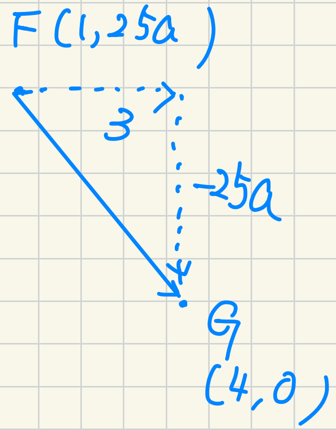
$$9a = -3a + n$$

$$n = 12a$$

よって $y = ax + 12a$ で、
Gはy切片だから $(0, 12a)$

CF // GD となる a を定める．CF と GD の傾きが等しくなれば良く，直線の傾きは変化の割合と等しいから

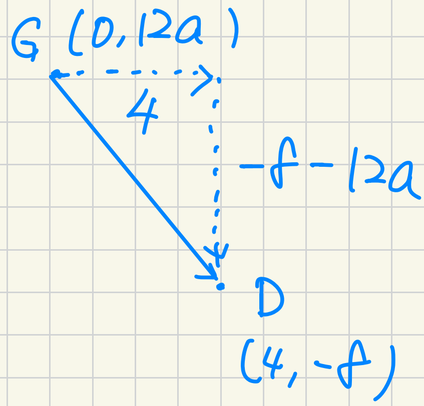
$$\text{CFの変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$



$$= \frac{0-25a}{4-1}$$

$$= -\frac{25}{3}a \quad \text{—— ㋐}$$

$$\text{DGの変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$



$$= \frac{-8-12a}{4-0}$$

$$= -2-3a \quad \text{—— ㋑}$$

㋐ = ㋑ より …平行だから傾きが等しい

$$-\frac{25}{3}a = -2-3a$$

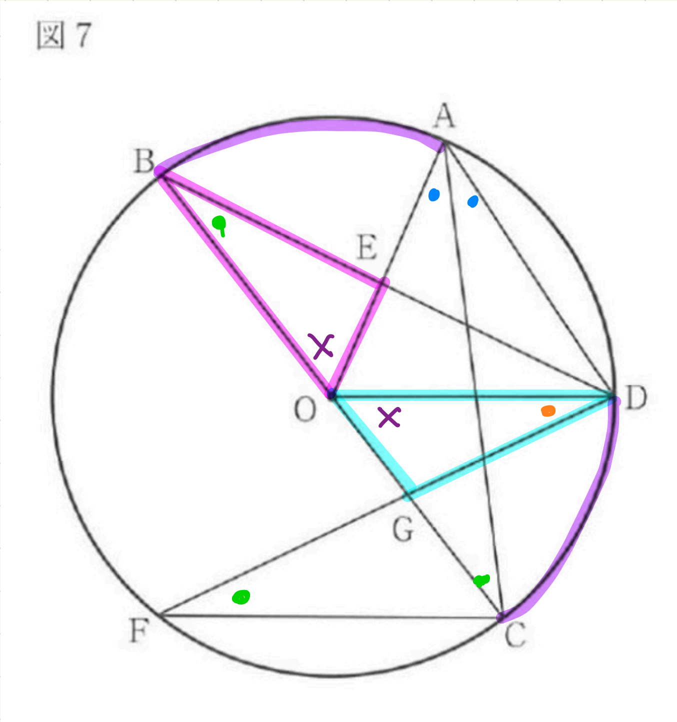
$$\Leftrightarrow -25a + 9a = -6$$

$$\Leftrightarrow -16a = -6$$

$$\therefore a = \frac{3}{8}$$

7.

(1)



△BOEと△DOGにおいて、

BO, DOは円の半径なので

BO = DO ―― ①

$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角は等しいので

∠CAD = ∠CFD ―― ②

∠CAD = ∠CBD ―― ③

(=∠OBE)

また、OD // FCより錯角が等しいので

∠CFD = ∠ODG ―― ④

②,③,④より

∠OBE = ∠ODG ―― ⑤

また、$\overset{\frown}{CD}$に対する中心角と円周角より

∠COD = $\frac{1}{2}$∠CAD ―― ⑥

$\overset{\frown}{AB}$に対する中心角と円周角より

∠BOA = $\frac{1}{2}$∠BCA ―― ⑦

ここで、△OACはOA=OCの二等辺三角形だから

∠OAB=∠OCA ―― ⑧

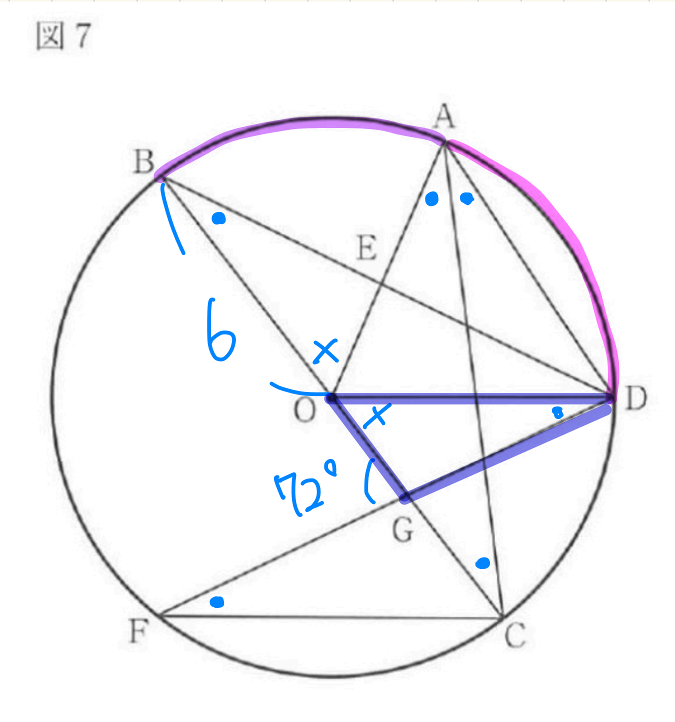
⑥,⑦,⑧より

∠BOE = ∠GOD ―⑨

①,⑤,⑨より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle BOE \equiv \triangle DOG$ (証明終わり)

(2)

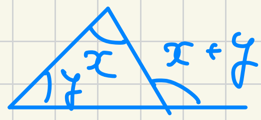


$\angle OAC = \bullet$, $\angle BOA =$
と表す.

(1)より $\bullet$ と x の等しい角は左図の通り。ここで、
$\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角, 円周角より

$$\bullet = \frac{1}{2}x$$

$$\Rightarrow x = 2\bullet$$



よって. $x = \bullet + \bullet$

$\triangle GOD$ で. 外角の定理より

$$\bullet + x = 72^\circ \Rightarrow \bullet + \underbrace{\bullet + \bullet}_{x} = 72^\circ$$

$$\therefore \bullet = 72 \div 3 = 24^\circ$$

よって

$$\angle AOD = 180^\circ - (\underbrace{24^\circ \times 2}_{x = \bullet + \bullet} + \underbrace{24^\circ \times 2}_{x = \bullet + \bullet})$$

$$= 84^\circ$$

したがって

$$\overset{\frown}{AD} = \underbrace{2 \times 6}_{\text{直径}} \times \pi \times \frac{84}{360} = \frac{14}{5}\pi \text{ cm}$$