2021年度 愛知県

数学 B問題

kmkm

1.

(1) 与式 $= 3-7\times(-3)$

$= 3+21$

$= 24$

(2) 与式 $= -3x\times(-3x)$

$= 9x^2$

(3) 与式 $= 4\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$= \sqrt{3}$

(4) 与式 $= x^2-7x-8+5x$

$= x^2-2x+8$

$= (x-4)(x+2)$

(5) $(x+2)^2=7$

$\Leftrightarrow x+2=\pm\sqrt{7}$

$\therefore x=-2\pm\sqrt{7}$

(6) $a-10b=c$

$\therefore a=10b+c$

(7) データを小さい順に並べると.

42, 45, 45, 49, 50, 51, 53, 57

ア : 平均値 $= \dfrac{42+45+45+49+50+51+53+57}{8}$

$= 49$ 回. よって正しい

イ：42，45，45，49，50，51，53，57

中央値

$$中央値 = \frac{49+50}{2} = 49.5回$$ よって誤り

ウ：最頻値は45回なので誤り

エ：範囲＝最大値－最小値

＝57－42

＝15回．　よって正しい

以上より答えは ア，エ

(8) 2つのさいころを投げたとき，出る目は

$6 \times 6 = 36$ 通り

大きいさいころの目 ≧ 2 × 小さいさいころの目

となるのは

（小，大）＝(1, 2)，(1, 3)，(1, 4)，(1, 5)，(1, 6)，

(2, 4)，(2, 5)，(2, 6)，

(3, 6)

の9通り。

よって求める確率は

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

(9) $y=ax^2$ において、x が p から q まで変化するときの変化の割合は $a(p+q)$。よって $y=ax^2$ において、x が 1 から 4 まで変化するときの変化の割合は

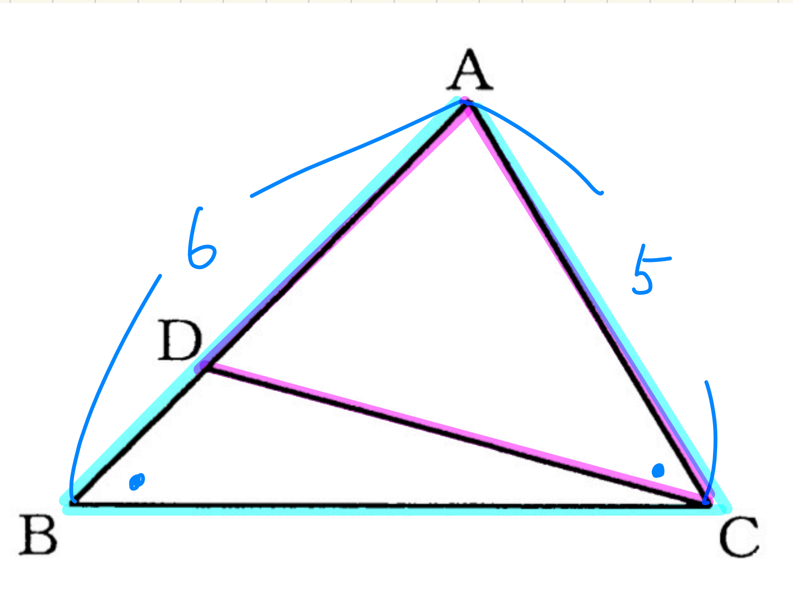
$$a(1+4)=5a \quad —— ①$$

また、1次関数において、傾き＝変化の割合だから、$y=6x+5$ の変化の割合は 6 —— ②

① = ② より

$$5a=6 \qquad \therefore a=\frac{6}{5}$$

(10)



△ABC と △ACD において、

仮定より

∠ABC = ∠ACD —— ①

共通な角は等しいから

∠BAC = ∠CAD —— ②

①、② より 2組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABC \sim \triangle ACD$$

対応する辺の比は等しいから

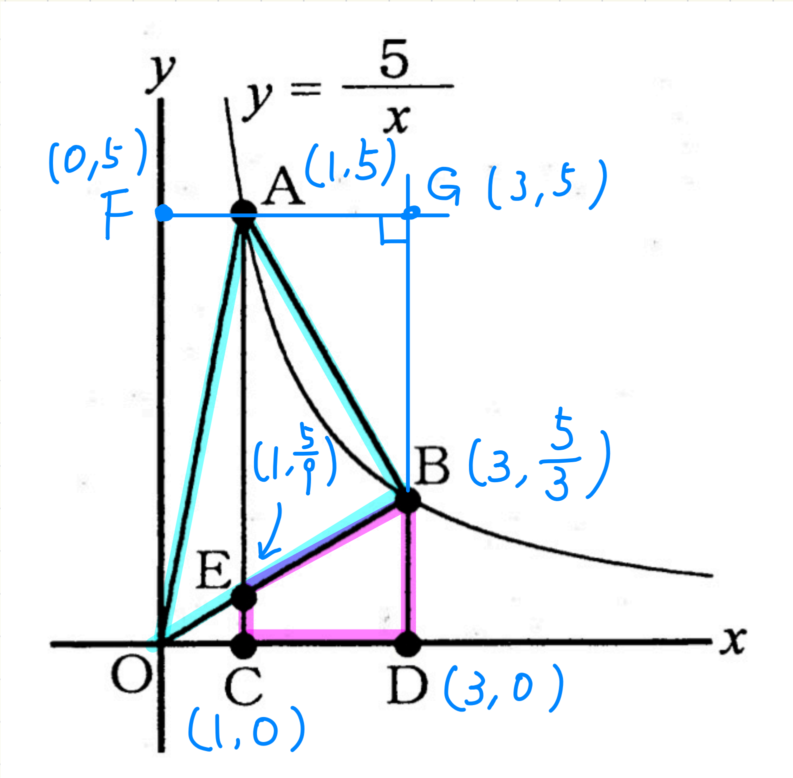
$$\underbrace{AC}_{5} : AD = \underbrace{AB}_{6} : \underbrace{AC}_{5}$$

$$\Leftrightarrow \quad 6AD = 25$$

$$\therefore AD = \frac{25}{6}\text{cm}$$

2.

(1)



左図のように点F, Gをとる。

A : $y = \frac{5}{x}$ 上にあり

$x = 1$だから

$y = \frac{5}{1} = 5$

$\therefore A(1, 5)$

B : $y = \frac{5}{x}$ 上にあり $x = 3$だから

$y = \frac{5}{3}$ $\qquad \therefore B(3, \frac{5}{3})$

C : Aのx座標より (1, 0)

D : Bのx座標より (3, 0)

E : 直線OBの式を$y = ax$とおくと、$B(3, \frac{5}{3})$を通るから

$\frac{5}{3} = 3a \qquad \therefore a = \frac{5}{9}$

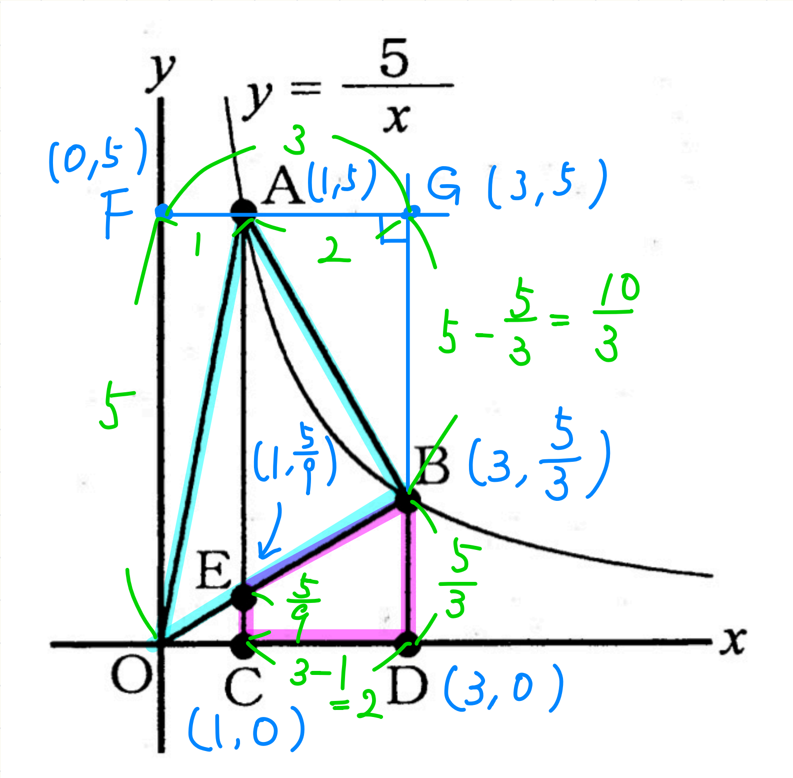
よって $y = \frac{5}{9}x$ 上にあり $x = 1$だから

$$y = \frac{5}{9} \times 1$$

$$= \frac{5}{9} \qquad \therefore E\left(1, \frac{5}{9}\right)$$

F : A の y 座標より (0, 5)

G : B の x 座標, A の y 座標より (3, 5)



$$\triangle AOB = \text{台形}FOBG - \triangle FOA - \triangle ABG$$

$$= \frac{\left(\frac{10}{3}+5\right)\times 3}{2} - \frac{1}{2}\times 5 \times 1 - \frac{1}{2}\times 2 \times \frac{10}{3}$$

$$= \frac{25}{2} - \frac{5}{2} - \frac{10}{3}$$

$$= 10 - \frac{10}{3} = \frac{20}{3}$$

台形ECDB $= \dfrac{\left(\frac{5}{3} + \frac{5}{9}\right) \times 2}{2}$

$$= \frac{15}{9} + \frac{5}{9}$$

$$= \frac{20}{9}$$

□ECDBは△AOBのX倍とすると.

$$\frac{20}{9} = \frac{20}{3} \times X$$

$$X = \frac{20}{9} \times \frac{3}{20}$$

$$= \frac{1}{3}$$

よって $\frac{1}{3}$倍

(2)

I : $2 = \frac{10}{5}$, $3 = \frac{15}{5}$ より 2から3までの間にある

分数の和は

$$\frac{11}{5} + \frac{12}{5} + \frac{13}{5} + \frac{14}{5} = 10$$

II : $3 = \frac{15}{5}$, $4 = \frac{20}{5}$ より 2から3までの間にある

分数の和は

$$\frac{16}{5} + \frac{17}{5} + \frac{18}{5} + \frac{19}{5} = 14$$

Ⅲ：$4=\frac{20}{5}$、$5=\frac{25}{5}$ より 2から3までの間にある

分数の和は

$$\frac{21}{5}+\frac{22}{5}+\frac{23}{5}+\frac{24}{5}=18$$

Ⅳ：$n=\frac{5n}{5}$、$n+1=\frac{5n+5}{5}$ より n から $n+1$

までの間にある分数の和は

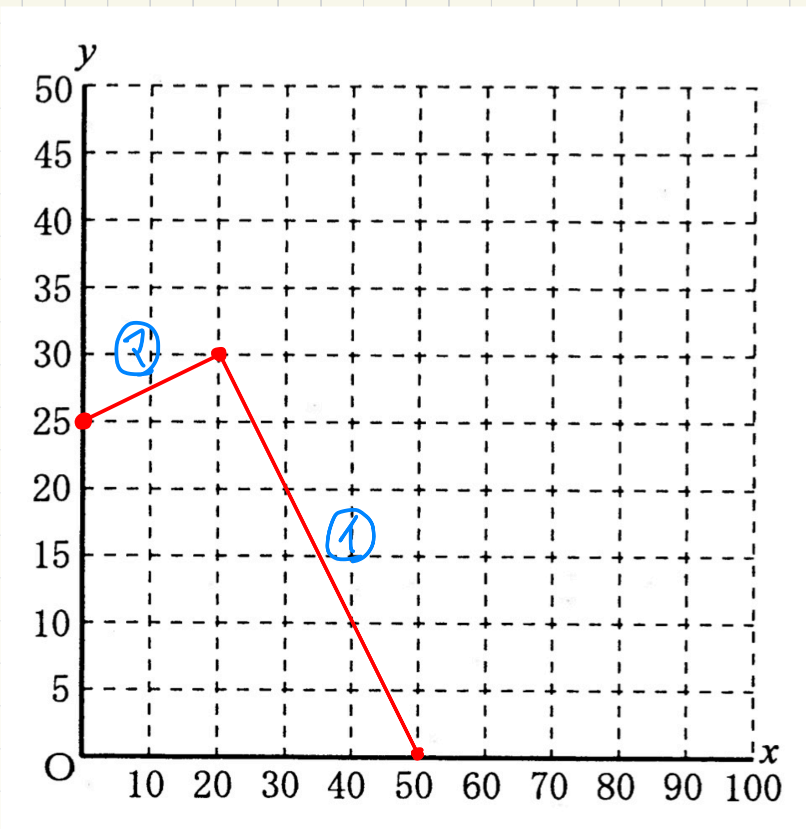
$$\frac{5n+1}{5}+\frac{5n+2}{5}+\frac{5n+3}{5}+\frac{5n+4}{5}$$

$$=\frac{20n+10}{5}$$

$$=4n+2$$

(3)

①



㋐：1本目の動画をみはじめたとき25%だから(0,25)を通る。

また、20分間充電したので

$20\div4=5\%$

残量が増加する

∴ (20,30)を通る。

㋑ 1本目の動画をみおえたとき残量が0%なので(50,0)を通る。

② 2本目の動画をみおえたとき，残量が0%になるときの充電時間をx分とする．
このとき，充電せずに視聴した時間は

$50-x$ 分

である．①のグラフ(イ)より，充電せずに視聴すると，残量は

$30\% \div 30分 = 1\%/分$

より1分あたり1%減る．よって

充電しながら視聴すると，4分で1%増加するから，x分では $\frac{x}{4}\%$ 増加する

また，充電せずに視聴すると，1分で1%減少するから，$50-x$ 分では $50-x\ \%$ 減少する．

よって

$$\frac{x}{4} = 50 - x$$

$$\Leftrightarrow x = 200 - 4x$$

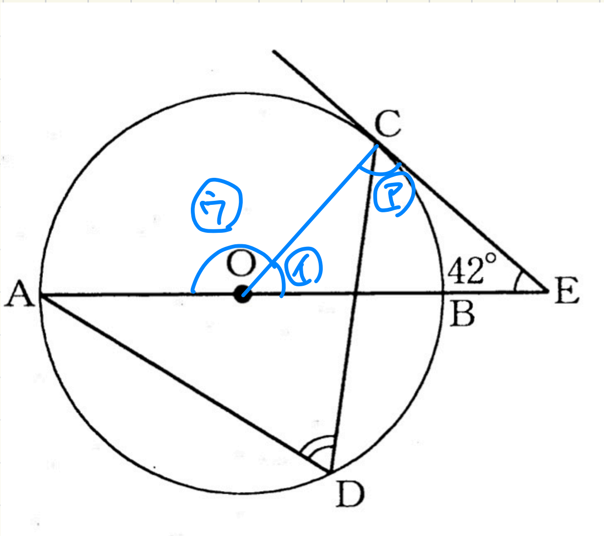
$$\Leftrightarrow 5x = 200$$

$$x = 40$$

したがって，40分以上充電しながら視聴すると，2本目の動画をみおえるときに残量が残っている．

3.

(1)



㋐：線分CEは、円Oの接線だから、$㋐ = 90°$

㋑ △COEで内角の和は180°だから

$㋑ = 180° - (90° + 42°)$

$= 48°$

㋒：直線は180°だから

$㋒ = 180° - 48°$

$= 132°$

$\overset{\frown}{AC}$ に対して㋒は中心角、∠CDAは円周角より

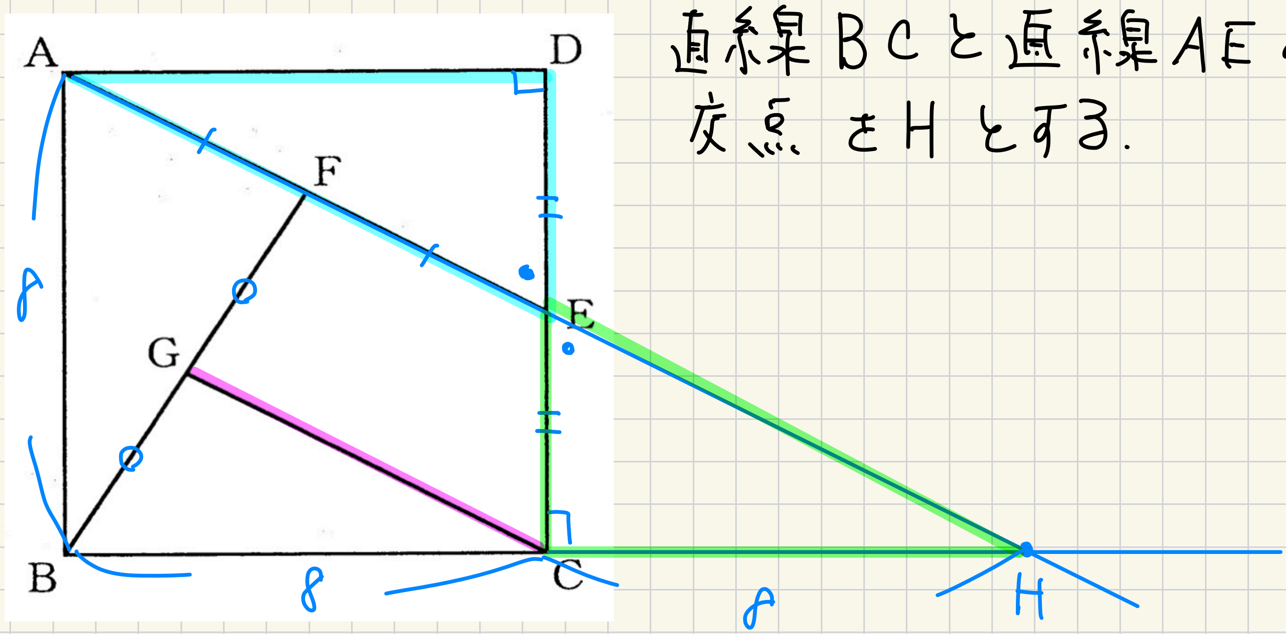
$\angle CDA = \frac{1}{2} \times ㋒$

$= \frac{1}{2} \times 132°$

$= 66°$

(2)

①



直線BCと直線AEの交点をHとする。

$\triangle ADE$と$\triangle HCE$において、

$\angle ADE = \angle HCE = 90^\circ$ —— ①

仮定より

$DE = CE$ —— ②

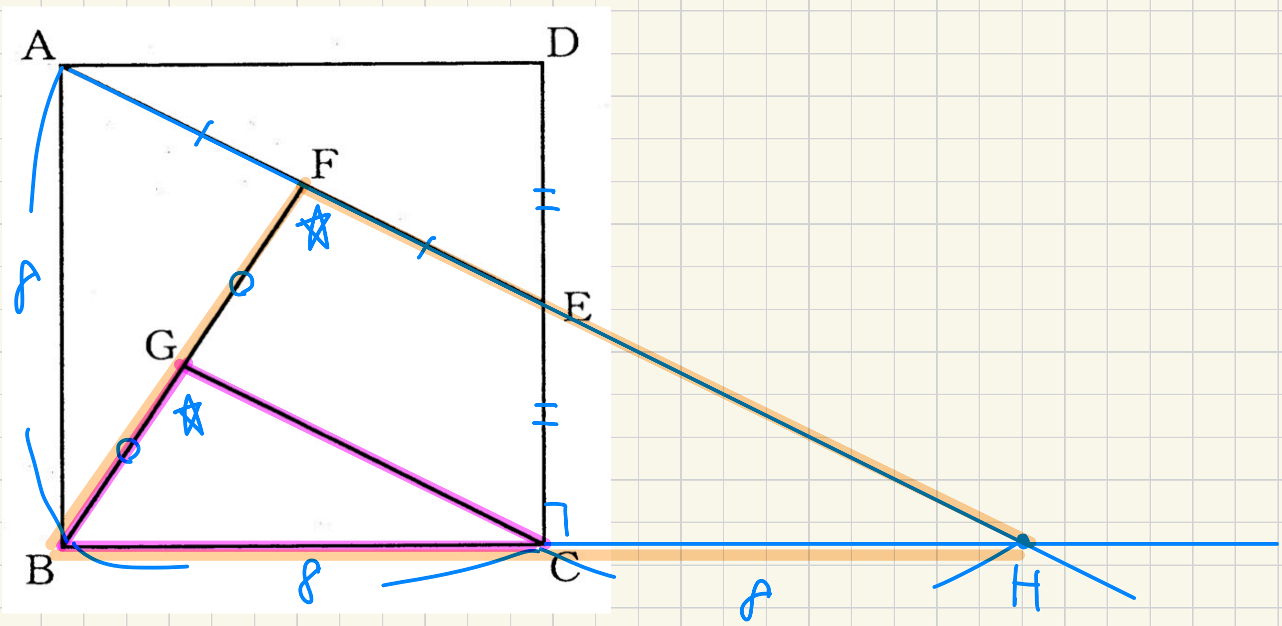
対頂角は等しいから

$\angle AED = \angle HEC$ —— ③

①、②、③より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、$\triangle ADE \equiv \triangle HCE$

対応する辺の長さは等しいから、

$AD = HC$　　$\therefore HC = 8\text{cm}$



$\triangle BCG$と$\triangle BHF$において、

$BC : BH = 1 : 2$ —— ④

$BG : BF = 1 : 2$ —— ⑤

共通な角は等しいから

$\angle GBC = \angle FBH$ —— ⑥

④、⑤、⑥より2組の辺の比とその間の角が

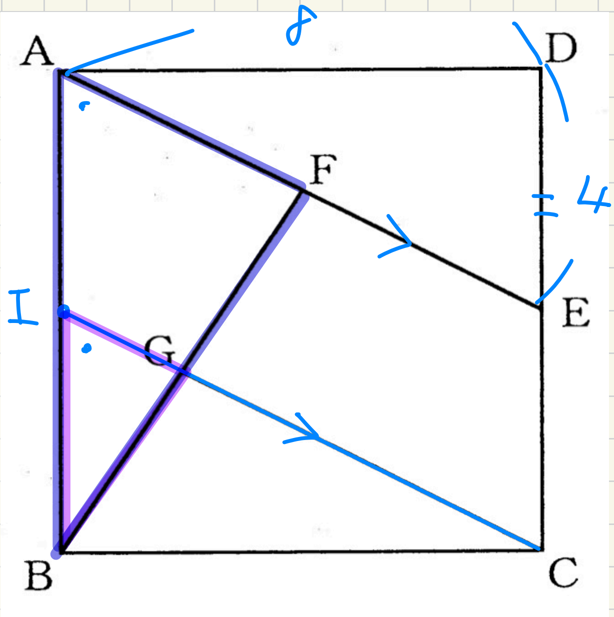
それぞれ等しいから

$\triangle BCG \sim \triangle BHF$

対応する角は等しいから

$\angle BGC = \angle BFH$ ☆

よって，同位角が等しいので，$GC \parallel FH$



直線CGと線分ABの交点をIとする.

$\triangle BIG$ と $\triangle BAF$ において，

$IG \parallel AF$ より同位角が等しいので.

$\angle BIG = \angle BAF$ —— ⑦

共通な角は等しいから

$\angle IBG = \angle ABF$ —— ⑧

⑦，⑧より2組の角がそれぞれ等しいので.

$\triangle BIG \sim \triangle BAF$

ここで，EはCDの中点だから．IもABの中点である.

よって，

$\underbrace{BI}_{4} : \underbrace{BA}_{8} = IG : AF$

$\therefore IG : AF = 1 : 2$ —— ⑨

$\triangle ADE$ で三平方の定理より

$AE = \sqrt{8^2 + 4^2}$

$= \sqrt{64+16}$

$= \sqrt{80}$

$= 4\sqrt{5}$

FはAEの中点より. $AF = 2\sqrt{5}$. よって⑨より

$IG : 2\sqrt{5} = 1 : 2$

$2IG = 2\sqrt{5}$

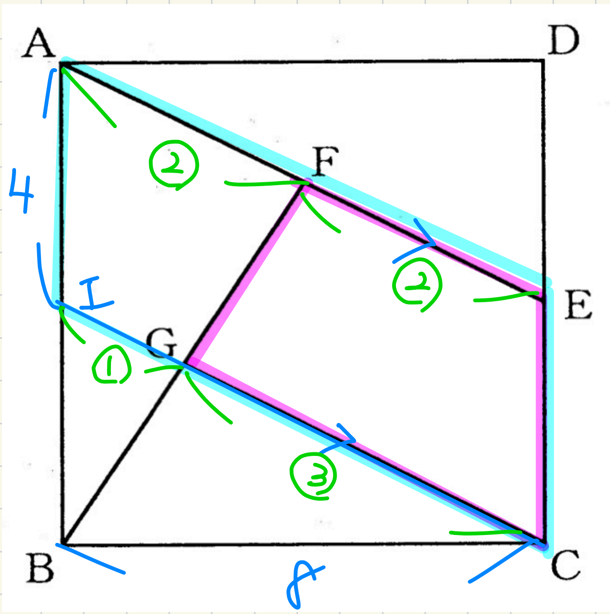
$IG = \sqrt{5}$

$AE = IC$ より $IC = 4\sqrt{5}$. よって.

$GC = 4\sqrt{5} - \sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5}$ cm

②



□AICEは平行四辺形で.
その面積は

$4 \times 8 = 32$ cm^2

また, □AICEにおいて, 上底AE
と下底ICの和は

$AE + IC = ④ + ④ = 8$

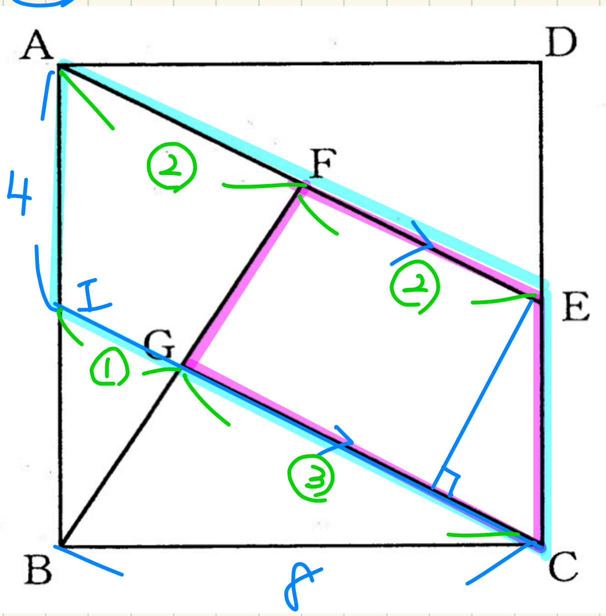
台形FGCEにおいて, 上底FEと下底GCの和は

$FE + GC = ② + ③ = ⑤$

よって、台形FGCEの面積は

$$32 \times \frac{5}{8} = 20\ cm^2$$

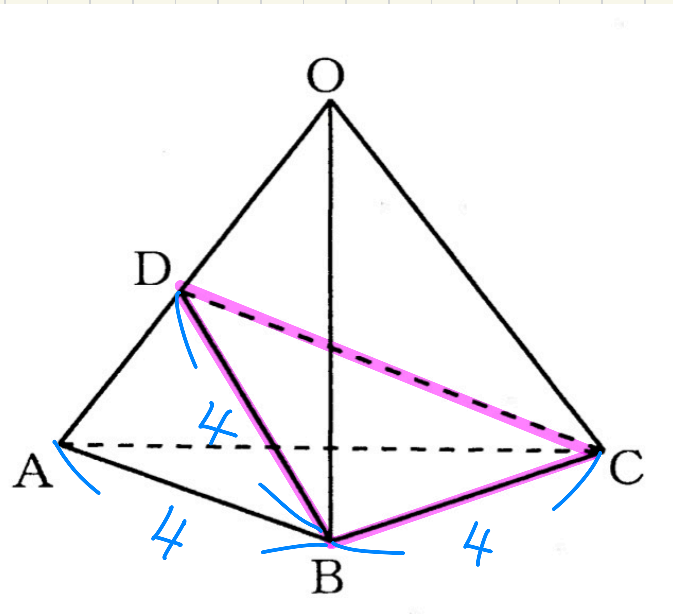
注



□AICEと□FGCEにおいて、
□AICEの底辺 ⇒ IC
□FGCEの上底+下底 ⇒ FE+GC
とおくと、高さが等しい。
よって、2つの四角形の面積比は

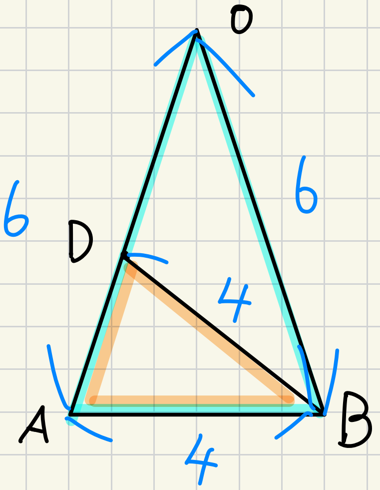
□AICE : □FGCE
= IC×2 : (FE+GC)

(3)
①



立体OABCは、△ABCを底面とする正三角すいだから、
△ABCは正三角形
よってAB=BCで、AB=4
だから、BC=4。
また、△DBCは正三角形だから
BC=DB。よってDB=4

したがって、△ABDは、AB=DB=4の二等辺三角形である。



△OABと△BADにおいて、
△OABはOA=OBの二等辺三角形より、底角は等しいので、

$\angle OAB = \angle OBA$ ―― ①

△BADは、BA=BDの二等辺三角形より、底角は等しいので、

$\underbrace{\angle BAD}_{=\angle OAB} = \angle BDA$ ―― ②

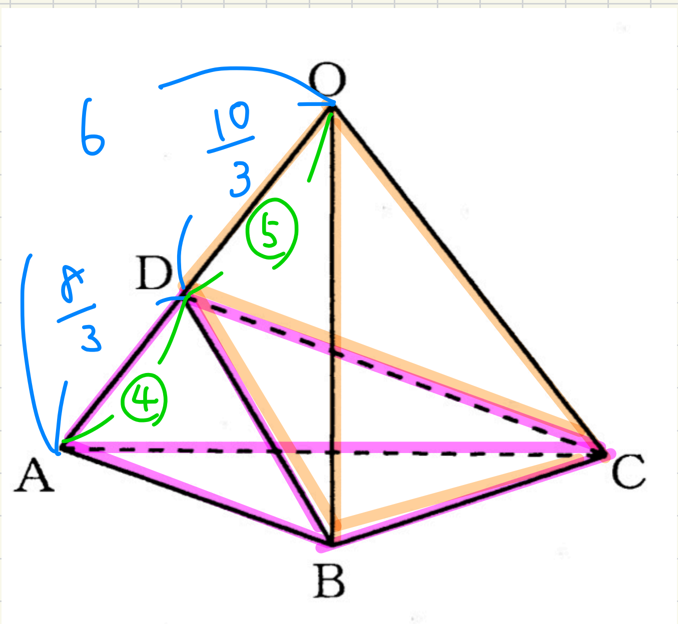
①、②より、底角がそれぞれ等しい二等辺三角形なので、△OAB∽△BAD 対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{OA}_{6} : \underbrace{BA}_{4} = \underbrace{AB}_{4} : AD$

$\Leftrightarrow \quad 6AD = 16$

$AD = \dfrac{8}{3}$

②



①より

$OD = 6 - \dfrac{8}{3}$

$= \dfrac{10}{3}$

よって

$OD : DA = \dfrac{10}{3} : \dfrac{8}{3}$

$= 5 : 4$

立体ODBCと立体ADBCにおいて，底面を△DBCとすると，底面が共通で等しいので，体積は高さの比と等しい．また，高さの比は，OD, DAの比と等しいから

立体ODBC：立体ADBC＝5：4 ――①

立体DABCと立体OABCにおいて，底面を△ABCとすると，底面が共通で等しいので，体積は高さの比と等しい．また，高さの比は，DA, OAの比と等しいから

立体DBAC：立体OABC＝4：9 ――②

①，②より

立体ODBC：立体OABC＝5：9

⇔ 9×立体ODBC＝5×立体OABC．

∴ 立体ODBC＝$\frac{5}{9}$×立体OABC

したがって，立体ODBCの体積は，立体OABCの体積の$\frac{5}{9}$倍