2023年度　三重県

数学　前期

Km Km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= 36 - 8$

$= 28$

(2) 与式 $= 8x - 4 - 6x$

$= 2x - 4$

(3) 与式 $= \dfrac{30ab \times 5}{6b}$

$= 25ab$

(4) 与式 $= 3\sqrt{2} - \sqrt{2}$

$= 2\sqrt{2}$

$\dfrac{4}{\sqrt{8}} = \dfrac{4}{2\sqrt{2}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \dfrac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

(5) 式を整理すると.

$x^2 - 3x - 18 = 3x - 27$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 9 = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 0$

$\therefore x = 3$

(6) $x < 5y$

(7) $y = ax^2$ において x が p から q まで変化するときの変化の割合は. $a(p+q)$

$y = ax^2$ において. x が 2 から 6 まで変化するときの変化の割合は $a(2+6) = 8a$

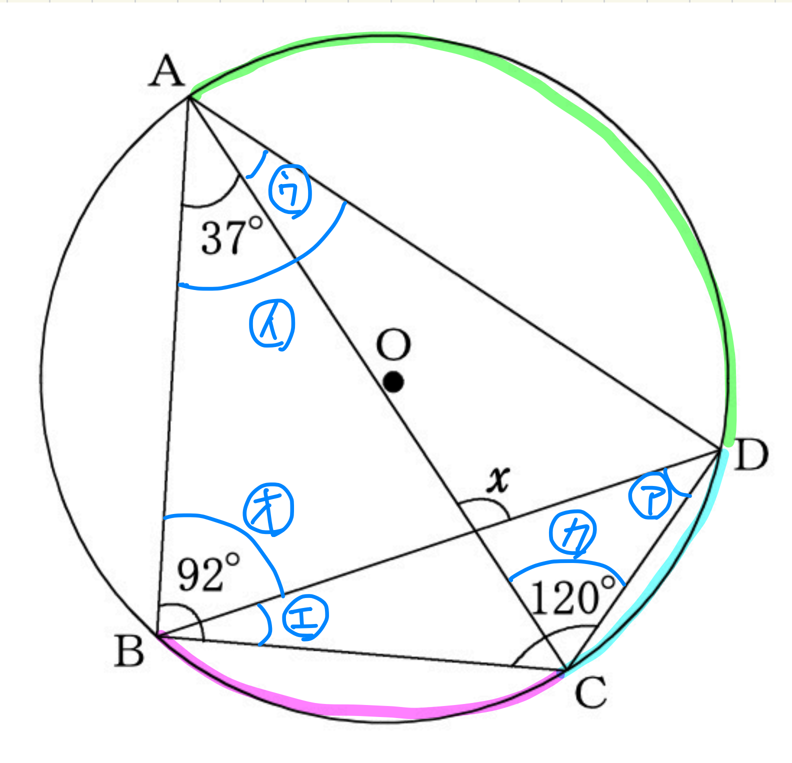
これが4だから

$$8a = 4 \quad \therefore \ a = \frac{1}{2}$$

(8) 半径 r の球の表面積は $4\pi r^2$ だから.
半径5 cm の球の表面積は

$$4\pi \times 5^2 = 4\pi \times 25$$
$$= 100\pi \ \text{cm}^2$$

(9)



ア $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角より

ア $= \angle BAC = 37°$

イ 円に内接する四角形の向かい合う角の和は180°だから

イ $+ \angle BCD = 180°$

$\therefore$ イ $= 180° - \angle BCD$

$= 180° - 120°$

$= 60°$

ウ ウ $=$ イ $- 37°$

$= 60° - 37°$

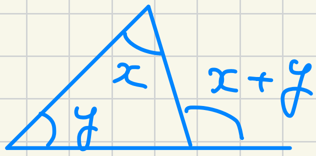
$= 23°$

エ $\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角より

エ $=$ ウ $\quad \therefore$ エ $= 23°$

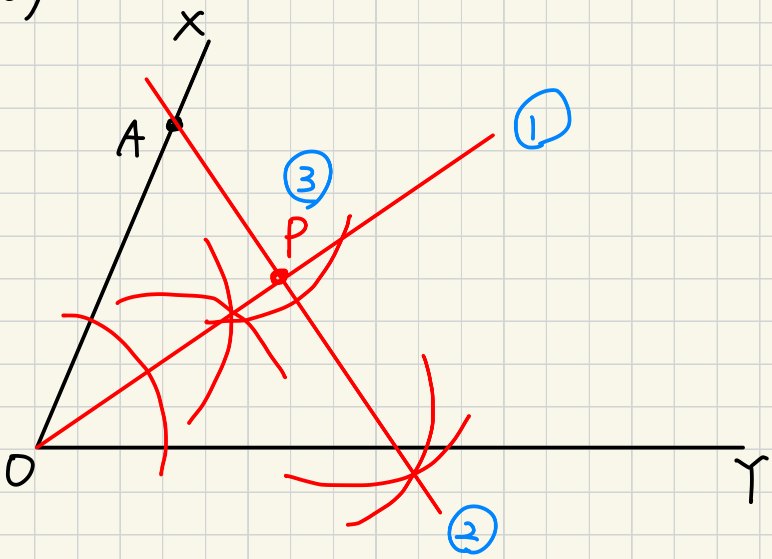
㋔ ㋔ $= 92° -$ ㊁
$= 92° - 23°$
$= 69°$

㋕ $\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角より
㋕ = ㋔　　∴ ㋕ $= 69°$



三角形の外角の定理より
$\angle x =$ ㋐ + ㋕
$= 37° + 69°$
$= 106°$

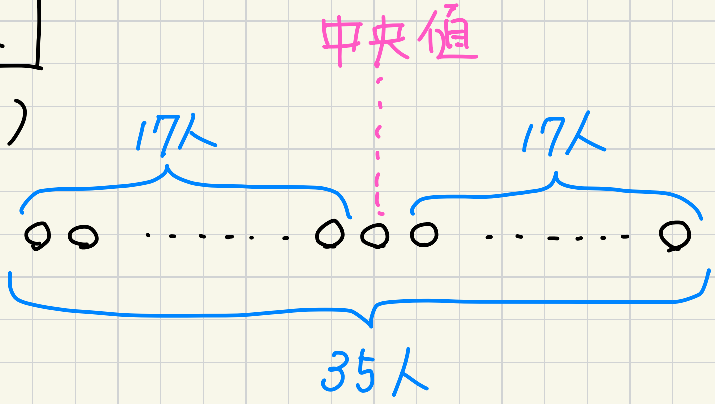
(10)



① ∠XOY の二等分線を描く.
② A を通り OX に垂直な線を描く.
③ ① と ② の交点が P.

2

(1)

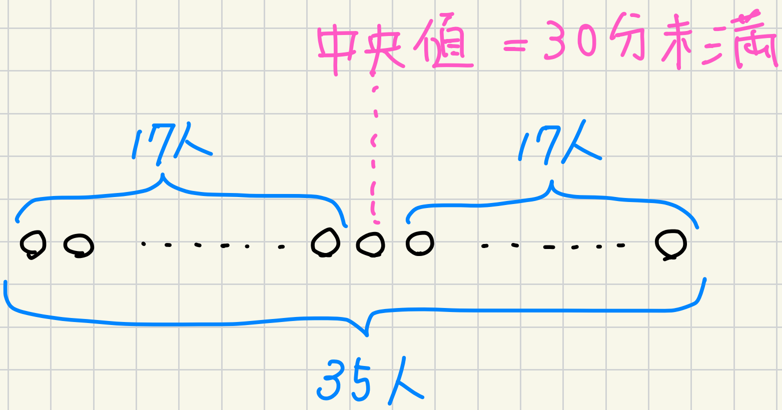


左図より中央値は、データを小さい順に並べたときの18番目。

通学時間(分)			1年生(人)	
以上		未満		
0	～	10	10	10
10	～	20	7	10+7=17
20	～	30	8	10+7+8=25
30	～	40	7	
40	～	50	2	
50	～	60	1	
計			35	

20分以上30分未満は、データを小さい順に並べたとき18番目から25番目である。よって、中央値が含まれる階級は、20分以上30分未満

① ②



また、中央値は30分未満だから、通学時間が30分のたろうさんは、中央値より後ろのデータになる。よって

Bチーム

③

(2)

(ア) = x人 とすると.

$(イ) = 4 + 8 + 10 + x + 2 + 0$
$= x + 24$

1年生の30分以上40分未満の相対度数は.

$$\frac{7}{35} = \frac{1}{5} \quad —— ①$$

2年生の30分以上40分未満の相対度数は

$$\frac{x}{x+24} \quad —— ②$$

① = ② より

$$\frac{1}{5} = \frac{x}{x+24}$$

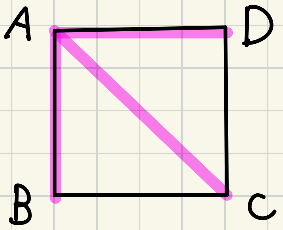
$\Leftrightarrow \quad x + 24 = 5x$
$\Leftrightarrow \quad -4x = -24$
$\therefore \ x = 6$

また. $(イ) = x + 24 = 6 + 24 = 30$

よって. (ア) : 6 , (イ) : 30

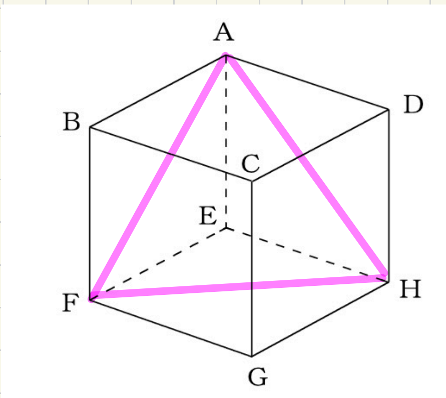
3

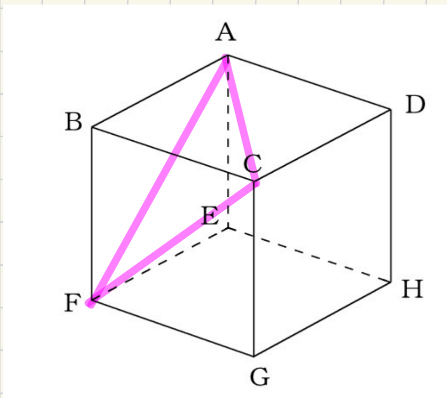
(1) カードの取り出し方は 7通り。

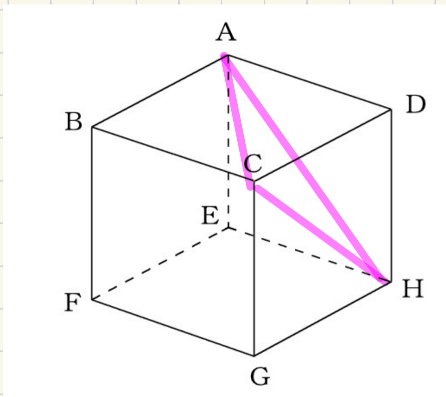


そのうち、線分が平面ABCD上にあるのは、左図のように 3通り。よって求める確率は $\frac{3}{7}$

(2) カードの取り出し方は、
(B, C), (B, D), (B, E), (B, F), (B, G), (B, H)
(C, D), (C, E), (C, F), (C, G), (C, H),
(D, E), (D, F), (D, G), (D, H)
(E, F), (E, G), (E, H)
(F, G), (F, H)
(G, H)
の 21通り。そのうち、頂点Aと結ぶ三角形が正三角形となるのは、以下の 3通り





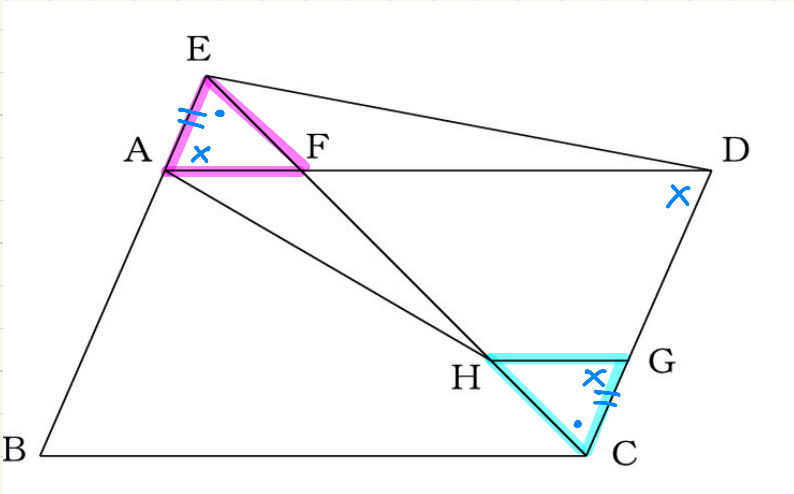


よって、求める確率は

$$\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

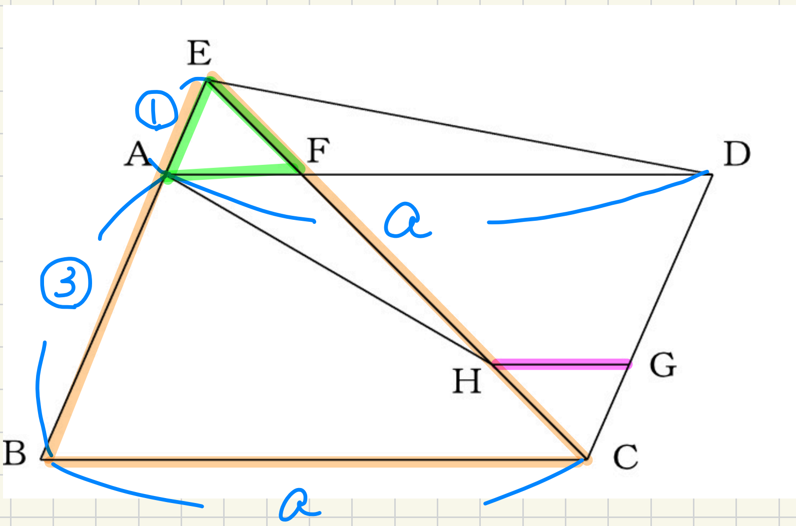
4

(1)



△EAFと△CGHにおいて,
仮定より
EA = CG ―― ①
BE // CD より平行線の同位角は等しいから.
∠AEF = ∠GCH ― ②
∠EAF = ∠FDG ―― ③
AD // GH より平行線の同位角は等しいから
∠FDG = ∠CGH ― ④
③.④より
∠EAF = ∠CGH ―⑤
①.②.⑤より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので. △EAF ≡ △CGH (証明終わり)

(2)



▱ABCDは平行四辺形だから.
AD = BC
∴ BC = a

△EAFと△EBCにおいて.
AF // BC より同位角が等しいので.

$\angle EAF = \angle EBC$ ―― ①

$\angle EFA = \angle ECB$ ―― ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle EAF \backsim \triangle EBC$

対応する辺の比は等しいから

$AF : BC = EA : EB$

ここで、$AB = 3AE$ より $EA =$ ① とおくと、$AB =$ ③

よって、

$EB =$ ① $+$ ③ $=$ ④

だから、

$AF : \underset{a}{BC} = 1 : 4$

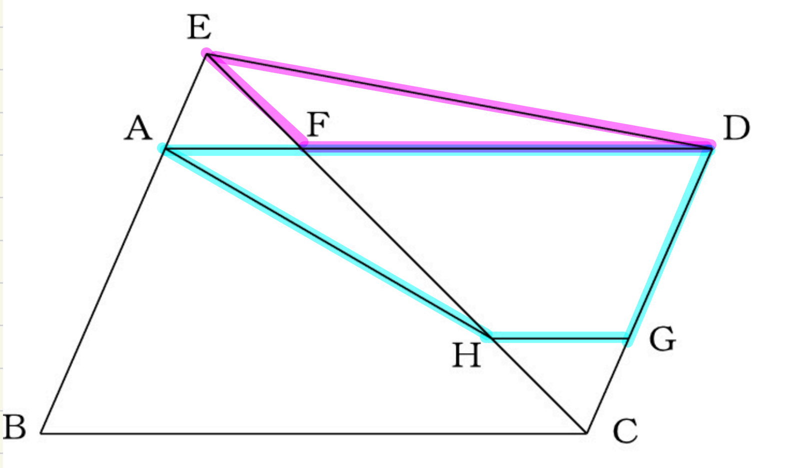
$4AF = a$

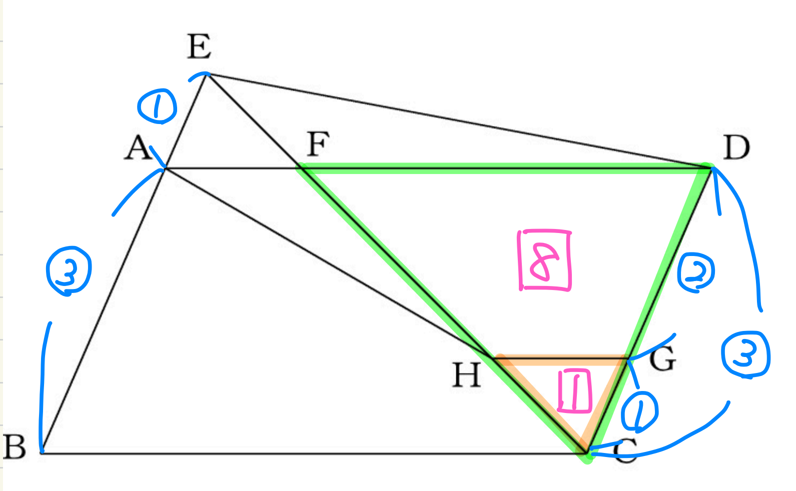
$\therefore AF = \frac{1}{4}a$

(1)より $\triangle EAF \equiv \triangle CGH$ なので、対応する辺は等しいから、$AF = GH$。よって

$HG = \frac{1}{4}a$

(3) やや難





AE = ①, AB = ③ とおく.
▱ABCDは平行四辺形だから AB = CD
∴ CD = ③

△CGHと△CDFにおいて,
GH // DF より同位角が等しいので,

∠CGH = ∠CDF —— ㋐

∠CHG = ∠CFD —— ㋑

㋐, ㋑ より2組の角がそれぞれ等しいので,

△CGH ∽ △CDF —— ㋒

相似比は CG : CD = 1 : 3 であり相似な三角形の面積比は相似比の2乗に等しいから,

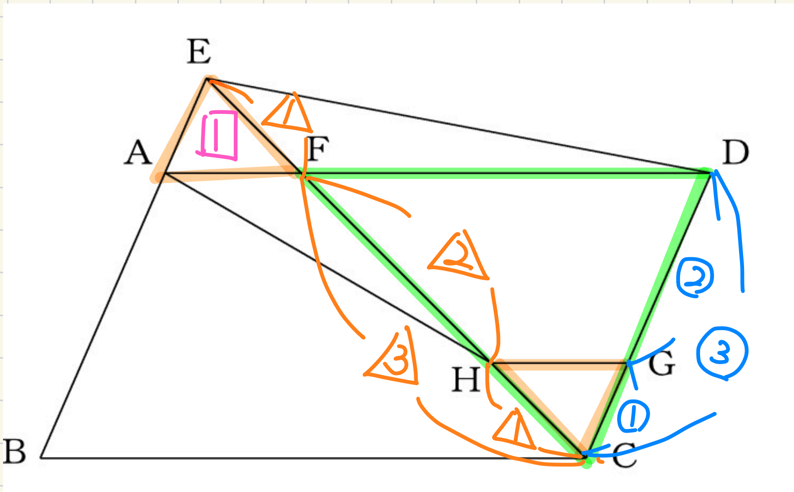
$\triangle CGH : \triangle CDF = 1^2 : 3^2$

$= 1 : 9$

$\triangle CGH = \boxed{1}$ とおくと, $\triangle CDF = \boxed{9}$ より

$▱HGDF = \triangle CDF - \triangle CGH$

$= \boxed{9} - \boxed{1} = \boxed{8}$



また, ㋒ より対応する辺の比は等しいから

CH : CF = CG : CD

= 1 : 3

よって, CH = △1 とおくと,

CF = △3

よって、

$HF = CF - CH$

$= ③ - ① = ②$

また、(1)より $\triangle EAF \equiv \triangle CGH$ なので、

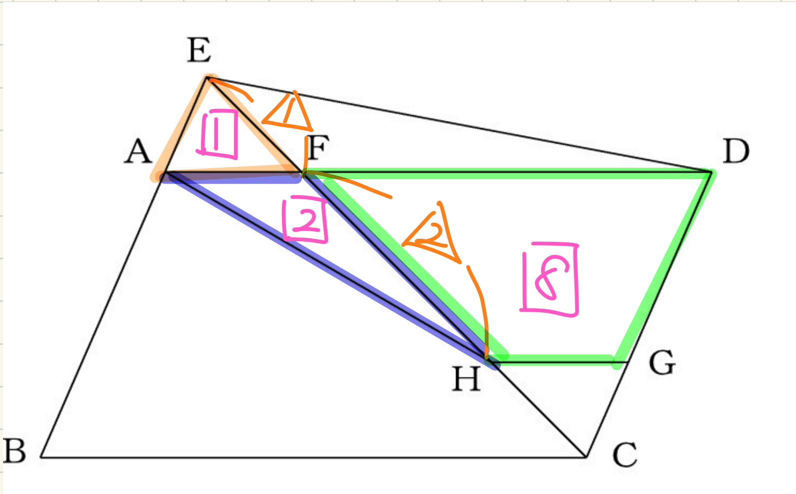
$\triangle EAF = \triangle CGH$

面積が等しい

$= \boxed{1}$

$EF = CH$

$= ①$



$\triangle EAF$ と $\triangle FAH$ において、底辺をそれぞれ EF、FH とすると高さが等しいので、面積比は底辺比と等しい。

よって、

$\triangle EAF : \triangle FAH = 1 : 2$

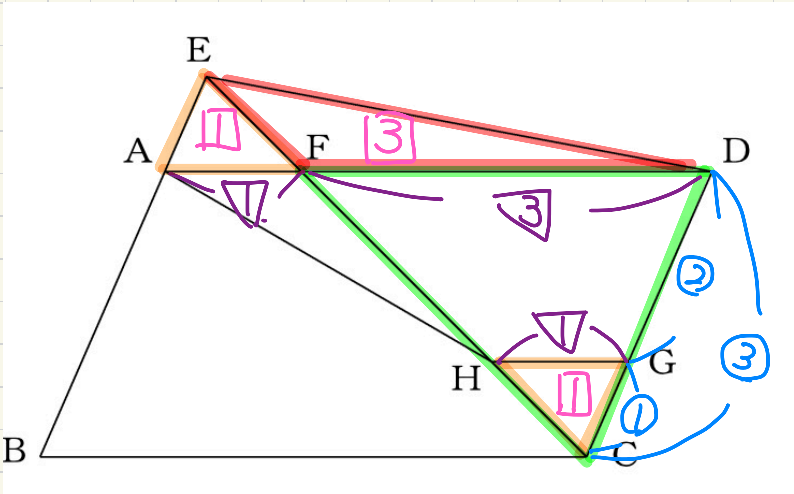
$\triangle EAF = \boxed{1}$ より $\triangle FAH = \boxed{2}$

$\square HGDF = \boxed{8}$ だから

$\square AHGD = \triangle FAH + \square HGDF$

$= \boxed{2} + \boxed{8}$

$= \boxed{10}$ —— ㊤



また、㋒より対応する辺の比は等しいから

$GH : DF = CG : CD$
$= 1 : 3$

よって、$GH = ▽1$ とおくと、

$DF = ▽3$

また、(1)より対応する辺は等しいから

$AF = GH$
$= ▽1$

△EAF と △EFD において、底辺をそれぞれ AF, FD とすると、高さが等しいので、面積比は底辺比と等しい。よって

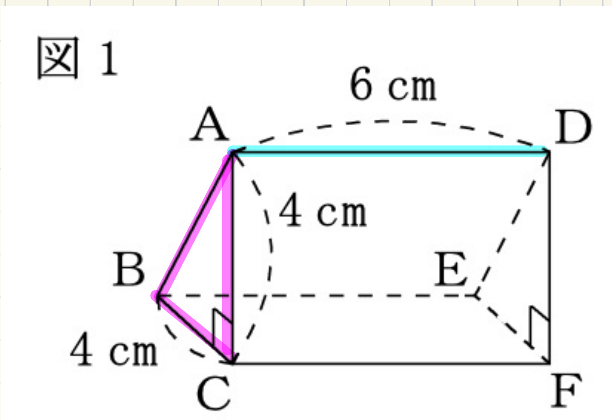
△EAF : △EFD = 1 : 3

△EAF = $\boxed{1}$ より △EFD = $\boxed{3}$ —— ㋔

㋓、㋔より、△EFD : □AHGD = 3 : 10

$\boxed{5}$

(1)



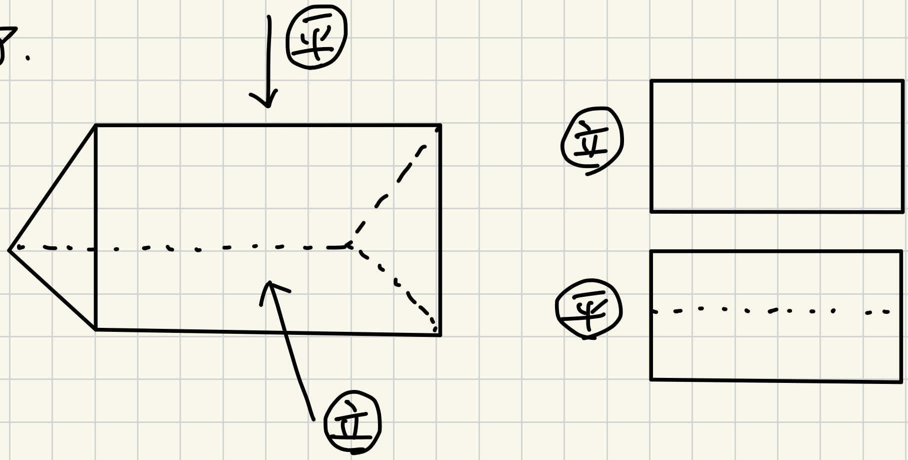
△ABC を底面、AD を高さとすると、三角柱の体積は

$$\underbrace{\frac{1}{2} \times 4 \times 4}_{\triangle ABC} \times \underbrace{6}_{AD}$$

$= 48 \text{ cm}^3$

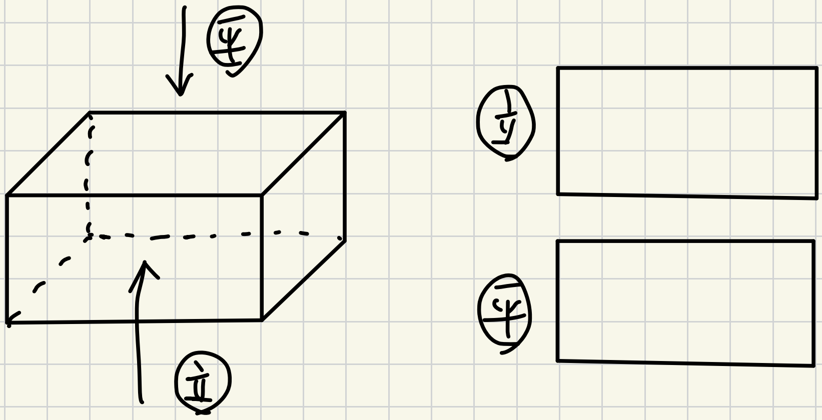
(2) 立面図…正面，平面図…真上

ア.



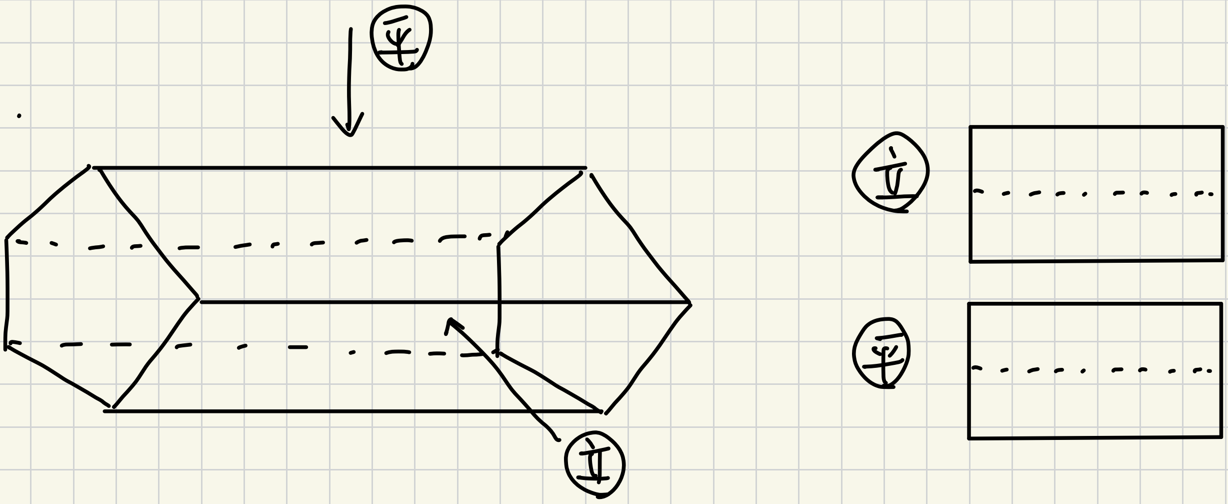
平面図が異なるので誤り

イ.



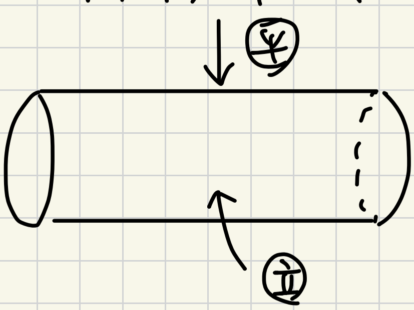
正しい

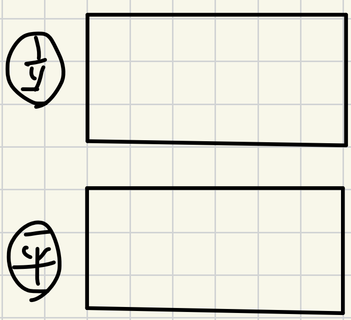
ウ.



立面図，平面図が異なるので誤り

エ.





正しい

$\boxed{6}$

(1) パンフレット1部の重さをxg, 箱の重さをyg とする.

$$\begin{array}{rrcl} & 14x + y & = & 275 \quad \text{—— ①} \\ -) & 31x + y & = & 530 \quad \text{—— ②} \\ \hline & -17x & = & -255 \end{array}$$

$$x = 15$$

$x = 15$ を ① に代入して

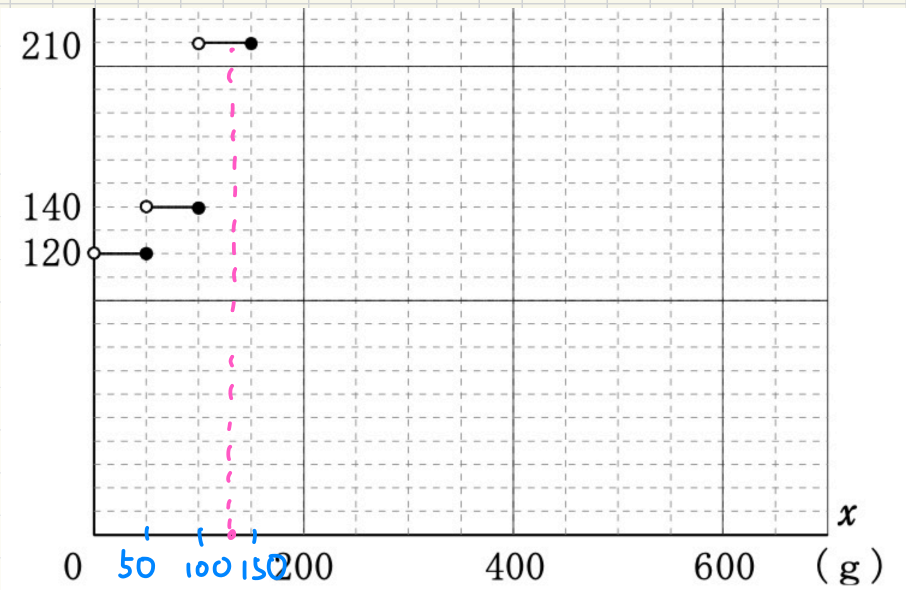
$$14 \times 15 + y = 275$$
$$y = 275 - 210$$
$$= 65$$

よって, パンフレット1部は15g, 箱は65g

(2)

① 地域フェスのチラシは1枚4g, 封筒は16gより

$$4 \times 30 + 16 = 136\text{g}$$



グラフより

$100 < x \leqq 150$

では料金が210円

なので, 136gの

場合は 210円

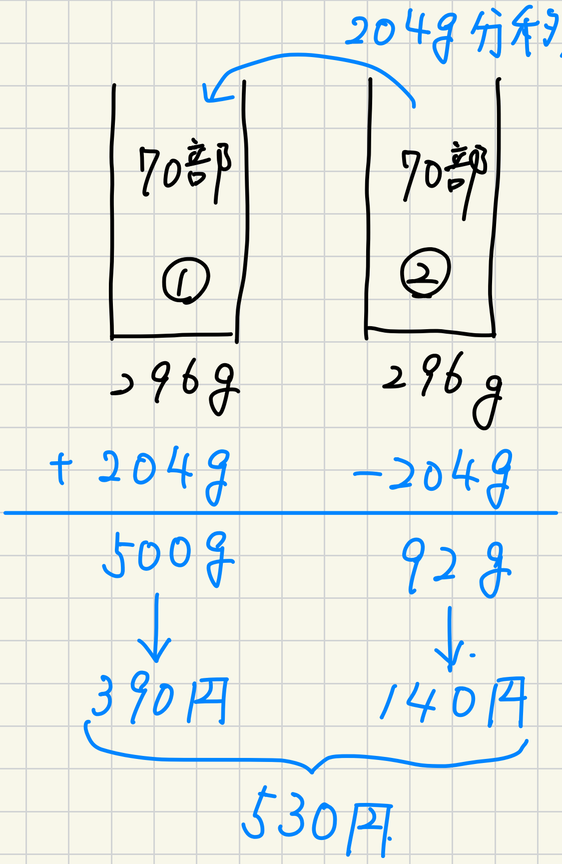
② やや難

2つの封筒に、それぞれチラシを同じ部数入れたとき、(1つの封筒に70部)、1つの封筒あたりの重さは

$4\times70+16=296g$

グラフより $250<x\leqq500$ では料金が390円なので、296gの場合は390円。したがって、少なくとも1つの封筒は390円の料金が必要。

そこで、1つの封筒に500g入れることを考える
(500gまでは390円なので)



$500-296=204$
より封筒②から封筒①に204g分のチラシを移すと、

封筒① : 500g
封筒② : 92g

となる。グラフより

封筒①の料金 : 390円
封筒②の料金 : 140円

だから、料金の合計は530円

(参考) 1枚の封筒で送るとき、重さは

$4\times140+16=576g$

グラフから576gの料金は、580円なので、封筒2枚に分けた方が安くなるときがある。

$\boxed{7}$

(1)

① 点Pは $y=-2x-2$ 上にあり $x=-2$ だから

$$y=-2\times(-2)-2$$
$$=2$$

$\therefore$ P$(-2,2)$

また、点Pは $y=\frac{1}{2}x+b$ 上にもあるから.

$x=-2$, $y=2$ を代入して

$$2=\frac{1}{2}\times(-2)+b \Rightarrow b=3$$

② 点Rは $y=\frac{1}{2}x+3$ と $y=x-2$ の交点だから.

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+3 & \text{— ⓐ} \\ y=x-2 & \text{— ⓑ} \end{cases}$$

ⓐをⓑに代入して

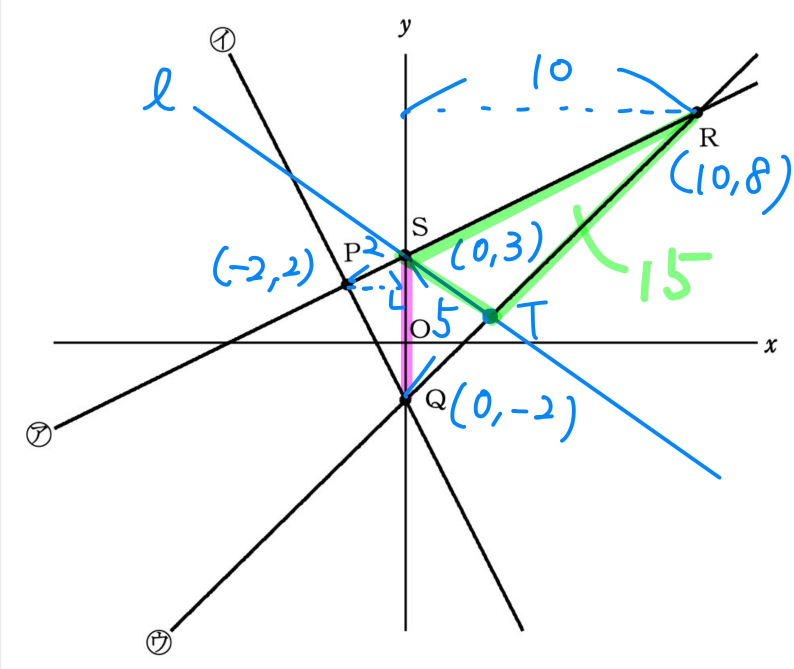
$$\frac{1}{2}x+3=x-2$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x-x=-2-3$$
$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x=-5$$
$$\therefore x=10$$

$x=10$ をⓑに代入して

$$y=10-2=8$$

よって. R$(10,8)$

③



求める直線をℓとし、ℓと㋒：$y=x-2$ の交点をTとする。

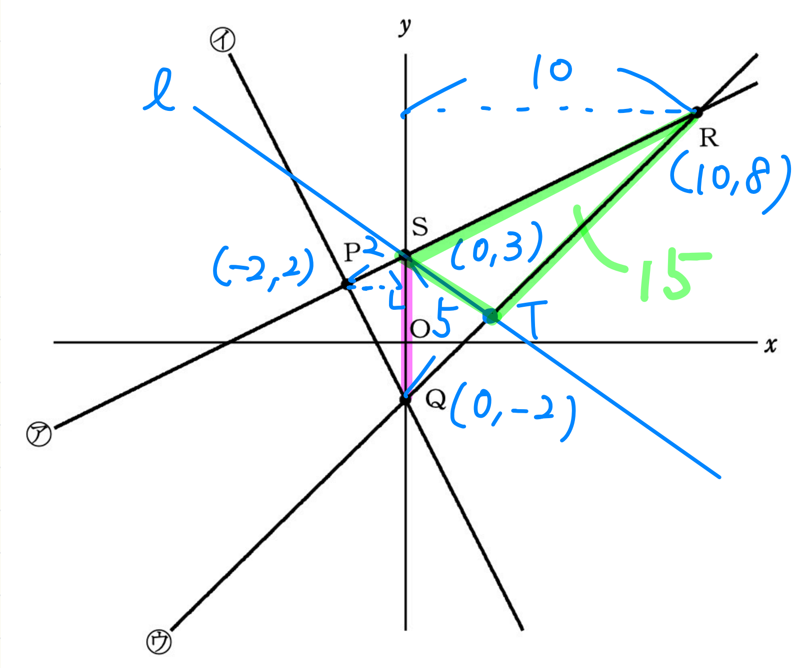
点Qについて
$y=x-2$ の y切片だから
Q(0, -2)

点Sについて
$y=\frac{1}{2}x+3$ の y切片だから S(0, 3)

$$\triangle PQR = \triangle PQS + \triangle RQS$$
$$= \frac{1}{2}\times 5\times 2 + \frac{1}{2}\times 5\times 10$$
$$= 5 + 25$$
$$= 30$$

直線ℓは△PQRを二等分するから、△RSTは△PQRの$\frac{1}{2}$。よって

$$\triangle RST = 30\times\frac{1}{2}$$
$$= 15$$



ここで、点Tのx座標をtとおく。

$\triangle RST = \triangle RSQ - \triangle TSQ$
$= \frac{1}{2} \times 5 \times 10 - \frac{1}{2} \times 5 \times t$
$= 25 - \frac{5}{2}t$

これが15になれば良いから

$$25 - \frac{5}{2}t = 15$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{2}t = -10$$

$$\therefore t = 4$$

したがって、点Tのx座標は4で、$y = x - 2$上にあるから、

$$y = 4 - 2$$
$$= 2 \qquad \therefore T(4, 2)$$

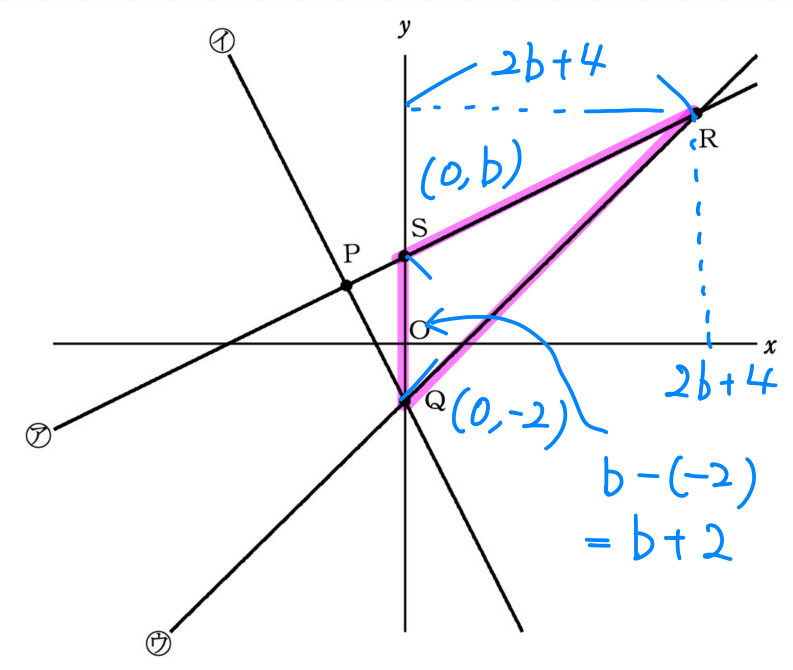
直線ℓの式を$y = ax + b$とおくと、y切片(点S)は3だから、$y = ax + 3$。 Tはこの直線上を通るから

$$2 = 4a + 3$$

$$\Leftrightarrow 4a = -1 \qquad \therefore a = -\frac{1}{4}$$

したがって、求める直線は、$y = -\frac{1}{4}x + 3$

(2)



点Sは $y=\frac{1}{2}x+b$ の

y切片だから、

S(0, b)

点Qは $y=x-2$ の

y切片だから

Q(0, -2)

点Rは $y=\frac{1}{2}x+b$ と $y=x-2$ の交点だから

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+b & \text{—— ⓐ} \\ y=x-2 & \text{—— ⓑ} \end{cases}$$

ⓐをⓑに代入して

$$\frac{1}{2}x+b=x-2$$

$$\Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2}x=-2-b$$

$$\therefore\ x=2b+4$$

したがって、△SQRの面積は

$$\frac{1}{2}\times(b+2)\times(2b+4)$$

$$=\frac{1}{2}\times(b+2)\times2(b+2)$$

$$=(b+2)^2$$

これが 11 になれば良いので

$$(b+2)^2 = 11$$

$$\Leftrightarrow \quad b+2 = \pm\sqrt{11}$$

$$\therefore b = -2 \pm \sqrt{11}$$

ここで $b > 0$ より $b = -2 + \sqrt{11}$

（参考）

$3^2 < 11 < 4^2$ より $3 < \sqrt{11} < 4$

よって $\sqrt{11} = 3.\cdots\cdots$

$$-2 + \sqrt{11} = -2 + 3.\cdots\cdots$$
$$= 1.\cdots\cdots \quad > 0$$