2024年度　三重県

数学　　前期

kmkm

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= -4 + 35$

$= 31$

(2) 与式 $= 2x + 7 - 3x + 2$

$= -x + 9$

(3) 与式 $= 5\sqrt{3} + \sqrt{3}$

$= 6\sqrt{3}$

注 $\dfrac{9}{\sqrt{27}} = \dfrac{9}{3\sqrt{3}} = \dfrac{3}{\sqrt{3}} = \dfrac{3}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

(4) 式を整理して.

$x^2 - 4x + 4 - 25 = -5x - 15$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow (x+3)(x-2) = 0$

$\therefore x = -3, 2$

(5) 50以上60未満の素数は.

53. 59

(6) 直線の式を $y = ax + b$ とおくと, 傾きが $\dfrac{3}{2}$ だから

$a = \dfrac{3}{2}$. よって. $y = \dfrac{3}{2}x + b$

これが. $(2, -1)$ を通るから

$$-1 = \frac{3}{2} \times 2 + b \Rightarrow b = -4$$

よって.

$$y = \frac{3}{2}x - 4$$

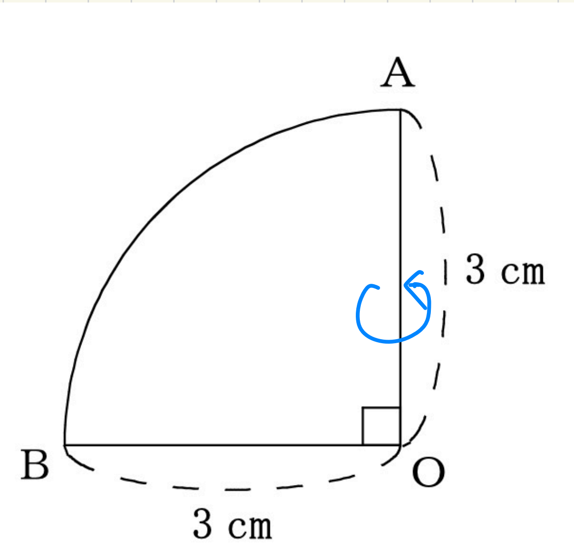
(7) $54ab^2 \div 4b \times 2a = 27a^2b$

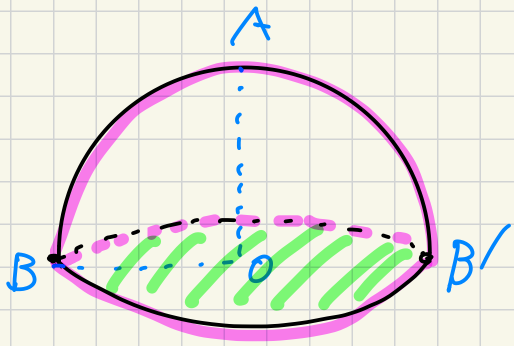
これに $a = 2$, $b = -\frac{7}{9}$ を代入して

$$27 \times 2^2 \times \left(-\frac{7}{9}\right) = 27 \times 4 \times \left(-\frac{7}{9}\right)$$

$$= -84$$

(8)





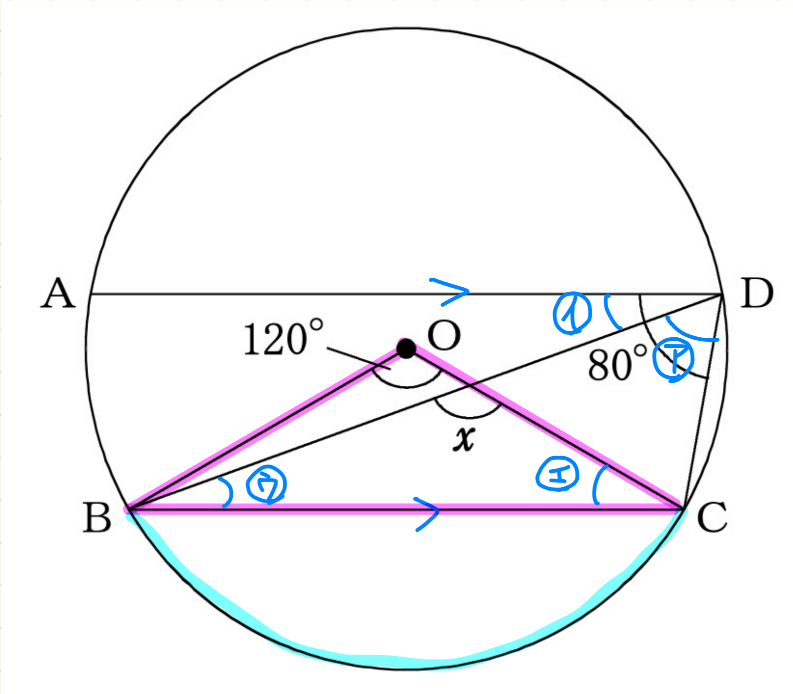
直線AOを軸として1回転させたときの立体は半球である. よって, 求める表面積は

$$4\pi r^2 \times \frac{1}{2} + \pi r^2 = 2 \times \pi \times 3^2 + \pi \times 3^2$$

$$= 18\pi + 9\pi$$

$$= 27\pi \text{ cm}^2$$

(19)



㋐ $\overset{\frown}{BC}$に対する中心角と円周角より

㋐ $= \frac{1}{2} \times \angle BOC$

$= \frac{1}{2} \times 120^\circ$

$= 60^\circ$

㋑ $= 80^\circ -$ ㋐

$= 80^\circ - 60^\circ$

$= 20^\circ$

㋒ $AD \parallel BC$ より錯角が等しいので

㋒ = ㋑

$= 20^\circ$

㋓ $\triangle OBC$ は $OB = OC$ の二等辺三角形より底角が等しいから

㋓ $= (180^\circ - 120^\circ) \div 2$

$= 30^\circ$

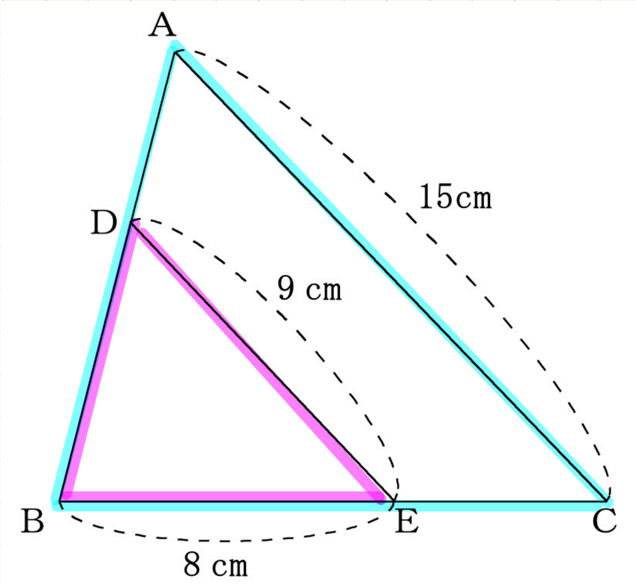
よって

$\angle x = 180^\circ -$ ㋒ − ㋓

$= 180^\circ - 20^\circ - 30^\circ$

$= 130^\circ$

(10)



△ABCと△DBEにおいて、
AC//DEより同位角が等しいので、

∠BAC＝∠BDE ——①
∠BCA＝∠BED ——②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、△ABC∽△DBE

対応する辺の比は等しいから

$$BC : \underbrace{BE}_{8} = \underbrace{AC}_{15} : \underbrace{DE}_{9}$$

$$\Leftrightarrow BC : 8 = 5 : 3$$

$$\Leftrightarrow 3BC = 40$$

$$\therefore BC = \frac{40}{3}$$

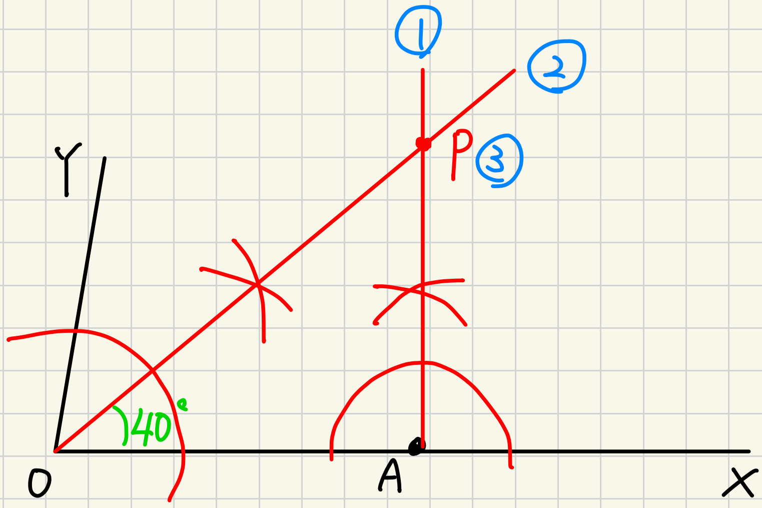
したがって

$$EC = \frac{40}{3} - 8$$

$$= \frac{40}{3} - \frac{24}{3}$$

$$= \frac{16}{3}\text{cm}$$

(11)



① $\angle OAP = 90°$ より
点Aを通り線分OX
に垂直な線を描く。

② $\triangle OAP$ において
$\angle OAP = 90°$, $\angle OPA = 50°$
より $\angle POA = 40°$

$\angle XOY = 80°$ より $\angle XOY$ の二等分線を描く。

③ ①と②の交点がP.

$\boxed{2}$

(1) 箱ひげ図より中央値が
最も大きいのはD組で、
その値は68点

(2) 四分位範囲
= 第3四分位数 − 第1四分位数.

A組 : $80 - 50 = 30$ 点

B組 : $78 - 54 = 24$ 点

C組 : $74 - 52 = 22$ 点

D組 : $76 - 48 = 28$ 点

よって、四分位範囲が最も小さいのはC組で、そのとき
の第1四分位数は52点

(3) A組の第3四分位数は80点のため、データを小さい順に並べたとき、上位25%が80点以上である。

一方、B組、C組、D組の第3四分位数は80点より低いため、データを小さい順に並べたとき、上位25%より少ない生徒が80点以上である。

よって、80点以上の生徒が最も多い組は A組
ア

$\boxed{3}$

(1) 樹形図は以下の通り

		積
−3	−2	6
	−1	3
	1	−3
	2	−6
	3	−9

		積
−2	−3	6
	−1	2
	1	−2
	2	−4
	3	−6

		積
−1	−3	3
	−2	2
	1	−1
	2	−2
	3	−3

		積
1	−3	−3
	−2	−2
	−1	−1
	2	2
	3	3

		積
2	−3	−6
	−2	−4
	−1	−2
	1	2
	3	6

		積
3	−3	−9
	−2	−6
	−1	−3
	1	3
	2	6

カードの引き方は全部で30通り。そのうち積が正となるのは12通り。よって求める確率は $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$

(2) 樹形図は以下の通り

積<和

-3	-2	6	-5
	-1	3	-4
	1	-3	-2
	2	-6	-1
	3	-9	0

積<和

-2	-3	6	-5
	-1	2	-3
	1	-2	-1
	2	-4	0
	3	-6	1

積<和

-1	-3	3	-4
	-2	2	-3
	1	-1	0
	2	-2	1
	3	-3	2

積<和

1	-3	-3	-2
	-2	-2	-1
	-1	-1	0
	2	2	3
	3	3	4

積<和

2	-3	-6	-1
	-2	-4	0
	-1	-2	1
	1	2	3
	3	6	5

積<和

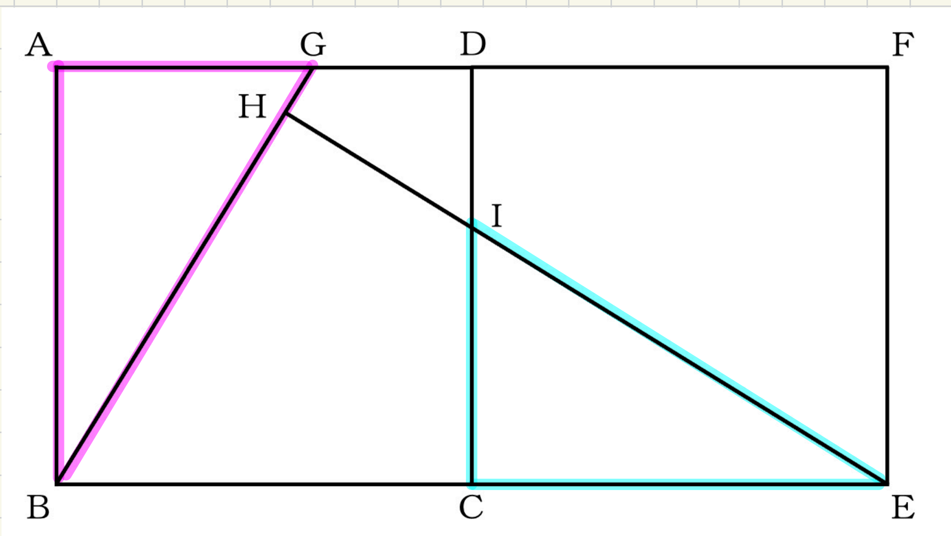
3	-3	-9	0
	-2	-6	1
	-1	-3	2
	1	3	4
	2	6	5

カードの引き方は全部で30通り そのうち、和が積より大きいのは22通り。よって求める確率は、

$$\frac{22}{30}=\frac{11}{15}$$

$\boxed{4}$

(1)



△ABG と △CEI において,
仮定より

$AB = CE$ —— ①

$\angle BAG = \angle ECI = 90°$ —— ②

$\angle ABG = 90° - \angle HBE$ —— ③

△BHE は直角三角形だから

$\angle CEI = 90° - \angle HBE$ —— ④

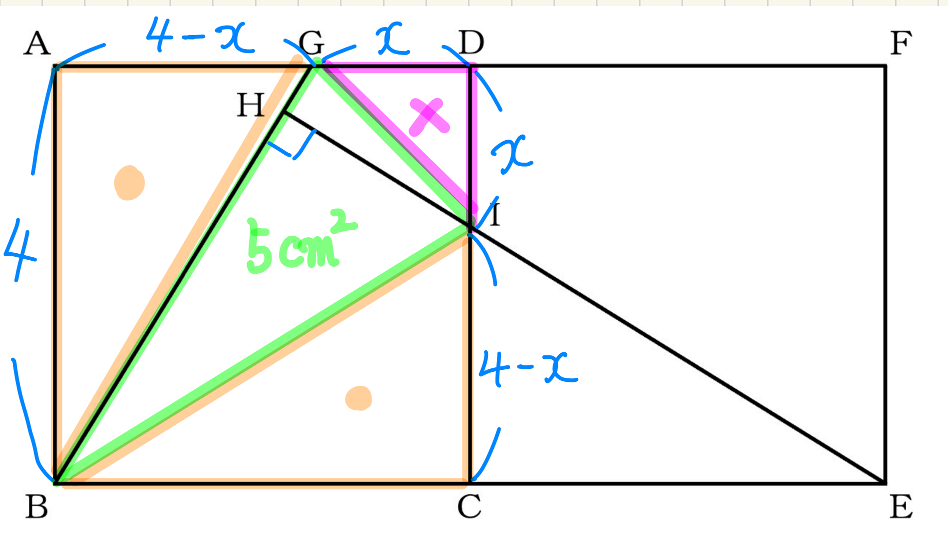
③, ④ より

$\angle ABG = \angle CEI$ —— ⑤

①, ②, ⑤ より 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABG \equiv \triangle CEI$ (証明終わり)

(2)



DI = x cm とおく

$IC = DC - DI$

$= 4 - x$

(1) より対応する辺の長さが等しいので,

$AG = IC$

$\therefore AG = 4 - x$

$GD = AD - AG$

$= 4 - (4 - x)$

$= x$

$$\square ABCD = \triangle ABG + \triangle BCI + \triangle GBI + \triangle GID$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times (4 - x) + \frac{1}{2} \times 4 \times (4 - x) + 5 + \frac{1}{2}x^2$$

$$= 2(4 - x) + 2(4 - x) + 5 + \frac{1}{2}x^2$$

$$= 8 - 2x + 8 - 2x + 5 + \frac{1}{2}x^2$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 21$$

ここで、$\square ABCD = 4 \times 4 = 16\ cm^2$ より

$$\frac{1}{2}x^2 - 4x + 21 = 16$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 42 - 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 10 = 0$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 10}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{64 - 40}}{2}$$

$$\sqrt{64 - 40} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$= \frac{8 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$= 4 \pm \sqrt{6}$$

注 $2^2 < \underbrace{\sqrt{6}^2}_{6} < 3^2$

$(4 < 6 < 9)$

より $2 < \sqrt{6} < 3$

$\Rightarrow \sqrt{6} = 2. \cdots$

$4 + \sqrt{6} = 4 + 2. \cdots$

$= 6. \cdots$ 4より大きい

$0 < x < 4$ より $x = 4 - \sqrt{6}$

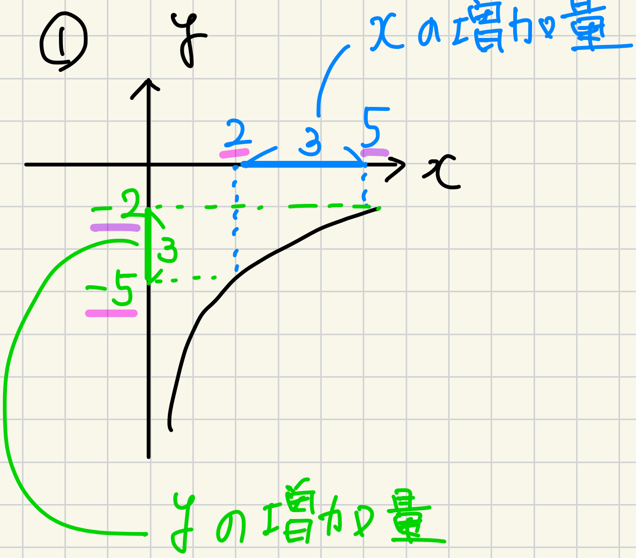
よって、

$$DI = 4 - \sqrt{6}\ cm$$

$\boxed{5}$

(1)

①



$y=-\dfrac{10}{x}$ において.

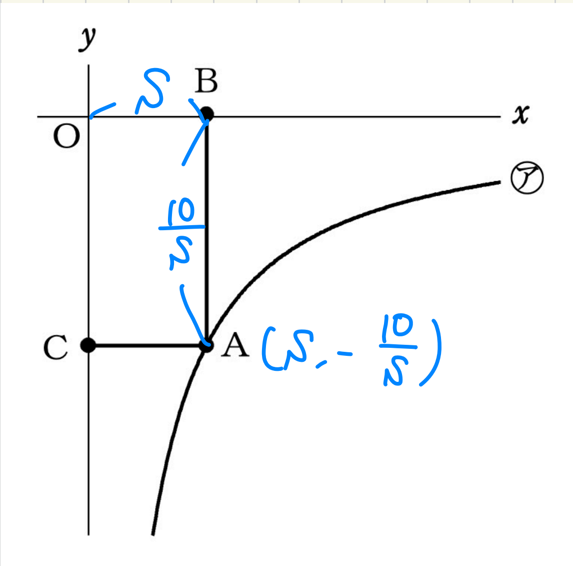
$x=2 \Rightarrow y=-5$

$x=5 \Rightarrow y=-2$

よって、変化の割合は

$$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{-2-(-5)}{5-2}=\frac{3}{3}=1$$

②



Aのx座標をsとすると、

Aは $y=-\dfrac{10}{x}$ 上にあるから

$y=-\dfrac{10}{s}$　∴ $A\left(s, -\dfrac{10}{s}\right)$

よって

$OB = s-0 = s$

$AB = 0-\left(-\dfrac{10}{s}\right)=\dfrac{10}{s}$

したがって □OCAB の面積は

$$s \times \frac{10}{s} = 10$$

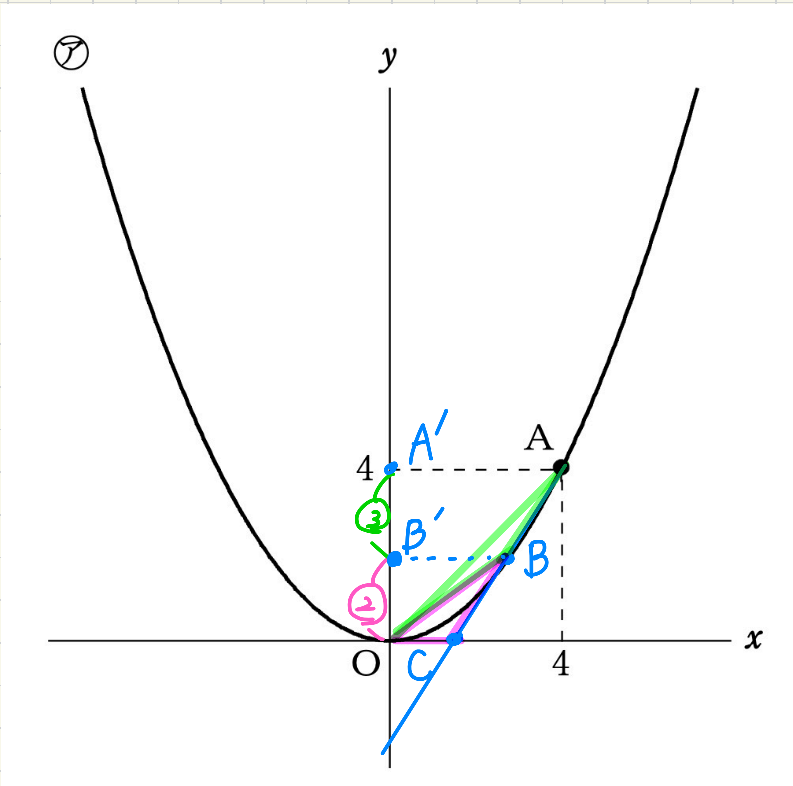
よって、□OCABの面積は、sの値（Aのx座標）によらず一定の値（10）となるから、グラフはウ

(2)

① 点Aは $y=ax^2$ 上にあり、$x=4$, $y=4$ だから

$$4=a\times4^2$$
$$\Leftrightarrow 16a=4$$
$$\therefore a=\frac{1}{4}$$

②



(i) 点Bのx座標が正のとき。

点Bのx座標をsとおくと、点Bは $y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあるから

$$y=\frac{1}{4}s^2$$
$$\therefore B\left(s,\ \frac{1}{4}s^2\right)$$

点Aのy座標の点をA′、点Bのy座標の点をB′とおく。△OBCと△OABにおいて、底辺をそれぞれBC、ABとすると、高さが等しいので、面積比は底辺比と等しい。よって、

$$\triangle OBC:\triangle OAB=BC:AB$$
$$=B'O:A'B'$$
$$=2:3$$

Oは Cの y座標なので。

ここで

$$B'O = \frac{1}{4}s^2 - 0 = \frac{1}{4}s^2$$

$$A'B = 4 - \frac{1}{4}s^2$$

だから

$$\frac{1}{4}s^2 : 4 - \frac{1}{4}s^2 = 2 : 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}s^2 = 8 - \frac{2}{4}s^2$$

$$\Leftrightarrow 3s^2 = 32 - 2s^2$$

$$\Leftrightarrow 5s^2 = 32$$

$$s^2 = \frac{32}{5}$$

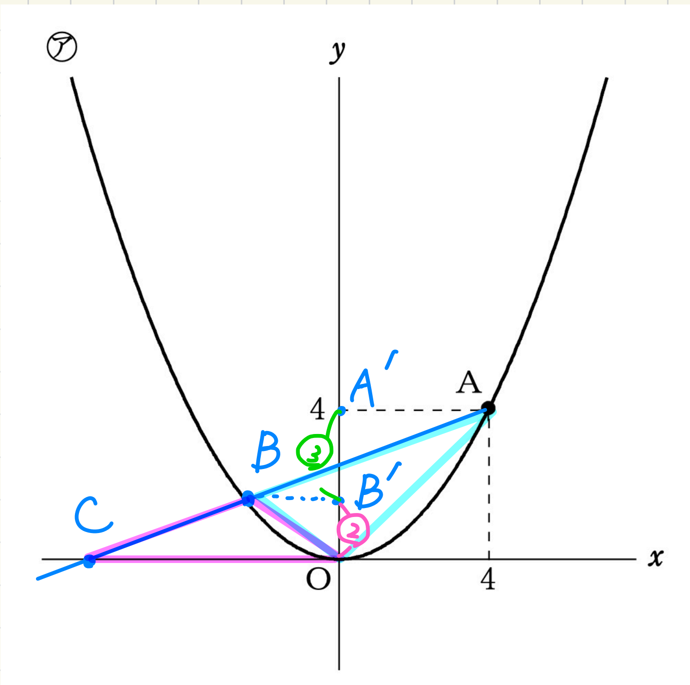
$$\therefore s = \pm\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{5}}$$

$$= \pm\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$= \pm\frac{4\sqrt{10}}{5}$$

$$= \pm\frac{4\sqrt{10}}{5}$$

点Bのx座標は正だから $s = \frac{4\sqrt{10}}{5}$



(ii) 点Bのx座標が負のとき

点Bのx座標をtとおくと、点Bは$y = \frac{1}{4}x^2$上にあるから

$$y = \frac{1}{4}t^2$$

$$\therefore B\left(t, \frac{1}{4}t^2\right)$$

(i) と同様に、

$$\triangle OBC : \triangle OAB = B'O : A'B'$$
$$= 2 : 3$$

$B'O = \frac{1}{4}t^2$、$A'B' = 4 - \frac{1}{4}t^2$ より

$$\frac{1}{4}t^2 : 4 - \frac{1}{4}t^2 = 2 : 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}t^2 = 8 - \frac{2}{4}t^2$$

$$\Leftrightarrow 3t^2 = 32 - 2t^2$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 = 32$$

$$t^2 = \frac{32}{5}$$

$$\therefore \quad = \pm\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{5}} \qquad = \pm\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$= \pm\frac{4\sqrt{10}}{5} \qquad = \pm\frac{4\sqrt{10}}{5}$$

点Bのx座標は負だから $t = -\frac{4\sqrt{10}}{5}$

以上より、点Bのx座標は $\pm\frac{4\sqrt{10}}{5}$

$\boxed{6}$

(1)

① ア：あんまん3個：$100 \times 3 = 300$ なので誤り

イ：あんまん2個＋肉まん1個：
$100 \times 2 + 140 \times 1 = 340$ なので誤り

ウ：あんまん1個＋肉まん2個：
$100 \times 1 + 140 \times 2 = 380$ なので誤り

エ：肉まん3個：$140 \times 3 = 420$ なので正しい

② ①より肉まん3個を10人が支払ったので、
$3 \times 10 = 30$
よって エ

(2)
① (1)と同様にして代金に対するあんまん、肉まんの個数は以下の通り

(1人あたり)

代金	あんまん	肉まん	人数
100	1	0	40
140	0	1	33
200	2	0	20
240	1	1	50
280	0	2	15
300	3	0	10
340	2	1	x
380	1	2	y
420	0	3	10

⇒

(販売個数)

あんまん	肉まん
40	0
0	33
40	0
50	50
0	30
30	0
$2x$	x
y	$2y$
0	30

あんまんの販売した個数は260個だから.

$$\underline{40+0+40+50+0+30+2x+y+0}=260$$

$$\therefore 2x+y+\underbrace{160}_{(C)}=260$$

肉まんの販売した個数は250個だから

$$\underline{0+33+0+50+30+0+x+2y+30}=250$$

$$\therefore x+2y+\underbrace{143}_{(D)}=250$$

② ①より

$$\begin{cases} 2x+y=100 & \text{——㋐} \\ x+2y=107 & \text{——㋑} \end{cases}$$

㋐×2−㋑より

$$\begin{array}{rrcl} & 4x+2y & = & 200 \\ -) & x+2y & = & 107 \\ \hline & 3x & = & 93 \\ & x & = & 31 \end{array}$$

$x=31$ を㋑に代入して

$$31+2y=107$$

$$2y=76$$

$$\therefore y=38$$

よって

<u>(Ⅰ)：31</u>，<u>(Ⅱ)：38</u>