2022年度　三重県

数学　　　　前期

km km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= -9-8$

$= \underline{-17}$

(2) 与式 $= 4x+5-x+3$

$= \underline{3x+8}$

(3) $c = \dfrac{a+b}{5}$

$\Leftrightarrow 5c = a+b$

$\therefore \underline{b = 5c-a}$

(4) $\begin{cases} y = x-3 & \text{—— ①} \\ 4x+5y = 30 & \text{—— ②} \end{cases}$

①を②に代入して

$4x+5(x-3) = 30$

$\Leftrightarrow 4x+5x-15 = 30$

$\Leftrightarrow 9x = 45$

$\therefore x = 5$

$x = 5$ を①に代入して

$y = 5-3$

$= 2$

よって

$\underline{x = 5,\ y = 2}$

(5) 与式 $= 2\sqrt{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$= \dfrac{6\sqrt{3}+\sqrt{3}}{3}$

$= \underline{\dfrac{7\sqrt{3}}{3}}$

$\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(6) 式を整理して

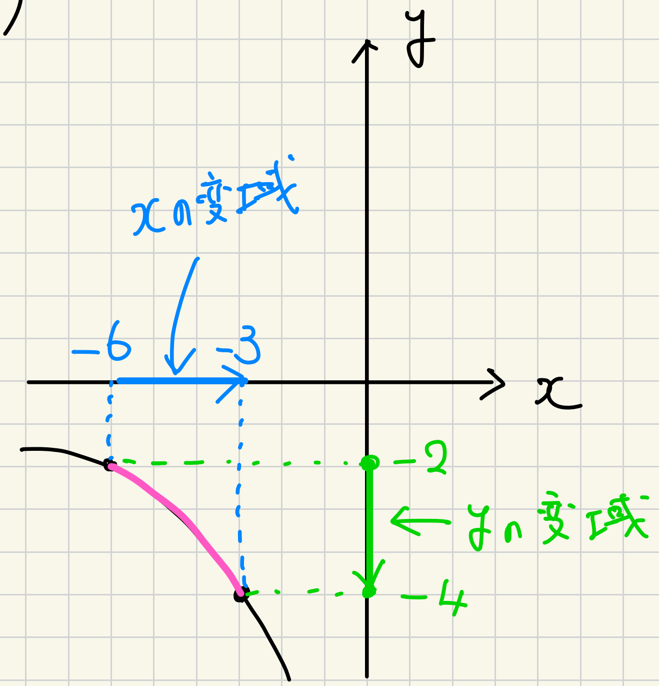
$$x^2 + 4x + 4 = 4x + 13$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = \pm 3$$

(7)



$x = -6$ のとき

$$y = \frac{12}{-6} = -2$$

$x = -3$ のとき

$$y = \frac{12}{-3} = -4$$

よって

$$変化の割合 = \frac{yの増加量}{xの増加量}$$

$$= \frac{-4-(-2)}{-3-(-6)}$$

$$= \frac{-2}{3}$$

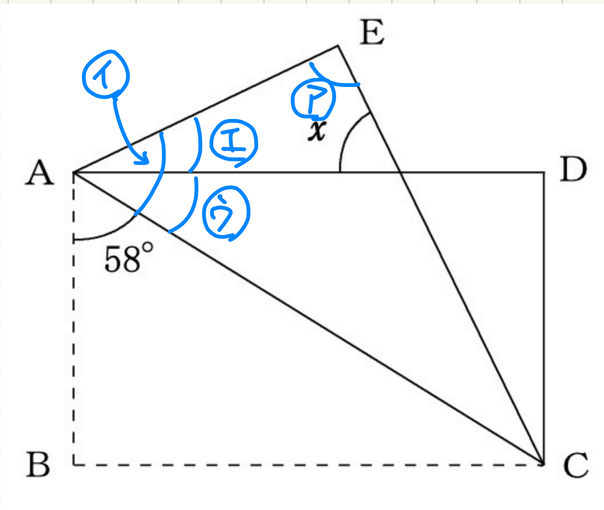
$$= -\frac{2}{3}$$

(8) 半径 r の球の体積は $\frac{4}{3}\pi r^3$ だから、半径 3cm の球の体積は

$$\frac{4}{3}\pi\times 3^3 = \frac{4}{3}\pi\times 27$$

$$= 36\pi\ \mathrm{cm}^3$$

(9)



ア Eは Bが移動した点だから、ア $= \angle B$ ∴ ア $= 90^\circ$

イ ACは折り返し線だから
イ $= \angle BAD$ ∴ イ $= 58^\circ$

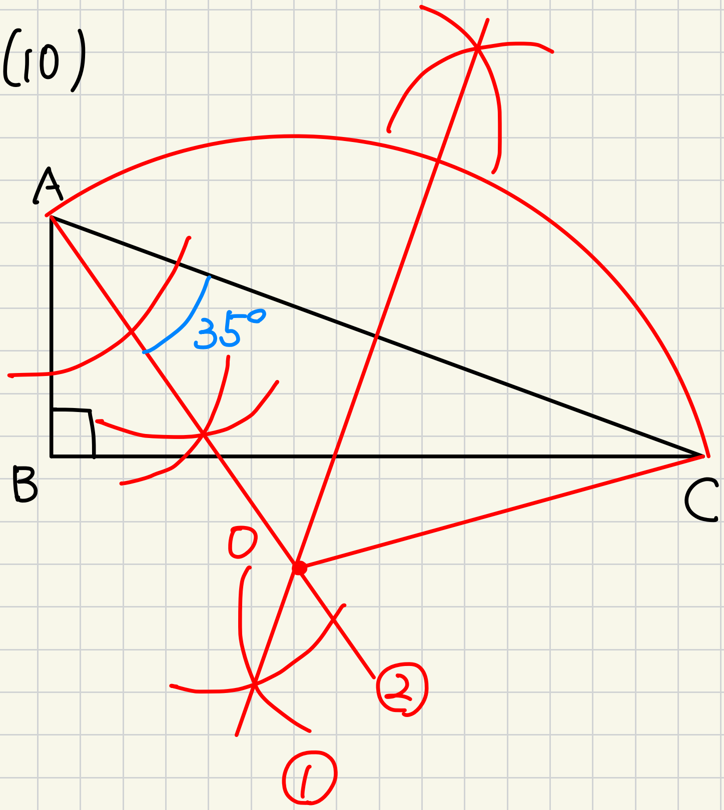
ウ ウ $= 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$

エ エ $=$ イ $-$ ウ
$= 58^\circ - 32^\circ$
$= 26^\circ$

三角形の内角の和は180°だから

$\angle x = 180^\circ - ($ア$+$エ$)$
$= 180^\circ - (90^\circ + 26^\circ)$
$= 180^\circ - 116^\circ$
$= 64^\circ$

(10)



① 線分ACの垂直二等分線を描く.

② ∠BACの二等分線を描く.

①と②の交点をOとする.
Oを中心として半径OAの $\overset{\frown}{AC}$ を描く.

※ ①はACの垂直二等分線だから. OA = OC.
∠OAC = 35°で. △OACはOA = OCの二等辺三角形だから. ∠OAC = ∠OCA. よって.

$$\angle AOC = 180° - (35° + 35°)$$
$$= 110°$$

となり. 中心角110°のおうぎ形が作図できる

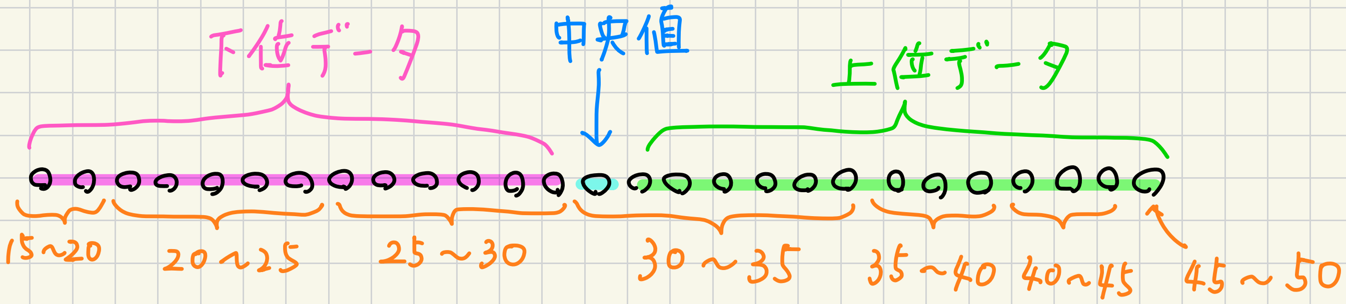
$\boxed{2}$

(1)

① A組の最頻値の階級は. 7人の30〜35kgなので, 最頻値は

$$\frac{30 + 35}{2} = 32.5\text{kg}$$

② A組のデータは、以下の通り



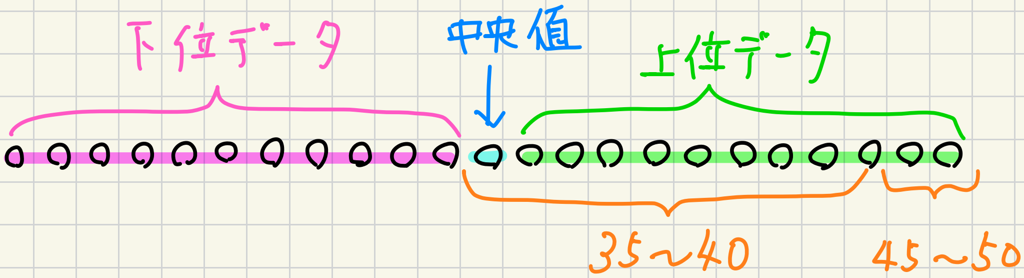
中央値：30～35kg

範囲：(45～50)～(15～20)kg

最大値　最小値

B組の中央値と範囲も同じである。B組の最小値は15～20kgであり、A組の範囲と同じにするには、45～50kgが少なくとも1人必要である。

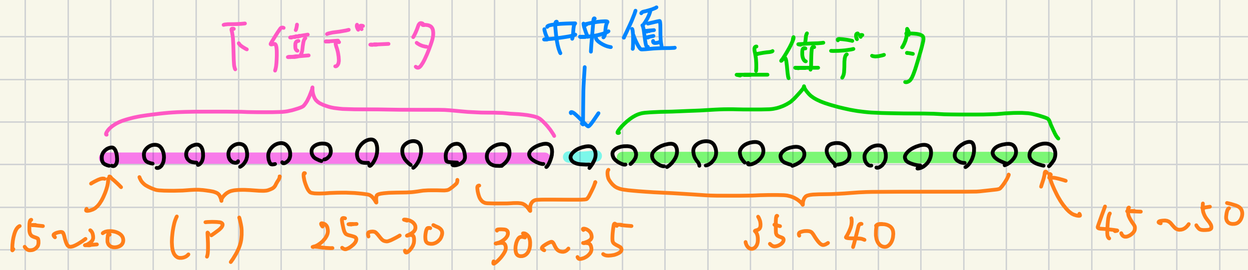
(i) B組の45～50kgが2人いるとき、



データは上図のようになり、中央値が35～40kgとなるため、A組の中央値と不一致。

また、45～50kgが3人以上いるときも同様なので、B組の45～50kgは1人である。

(ii) B組の45～50kgが1人のとき



データの図より(ア) = 4

(2)

① $(1000円 \times 2 + 200 \times 7) \times (1-0.2)$

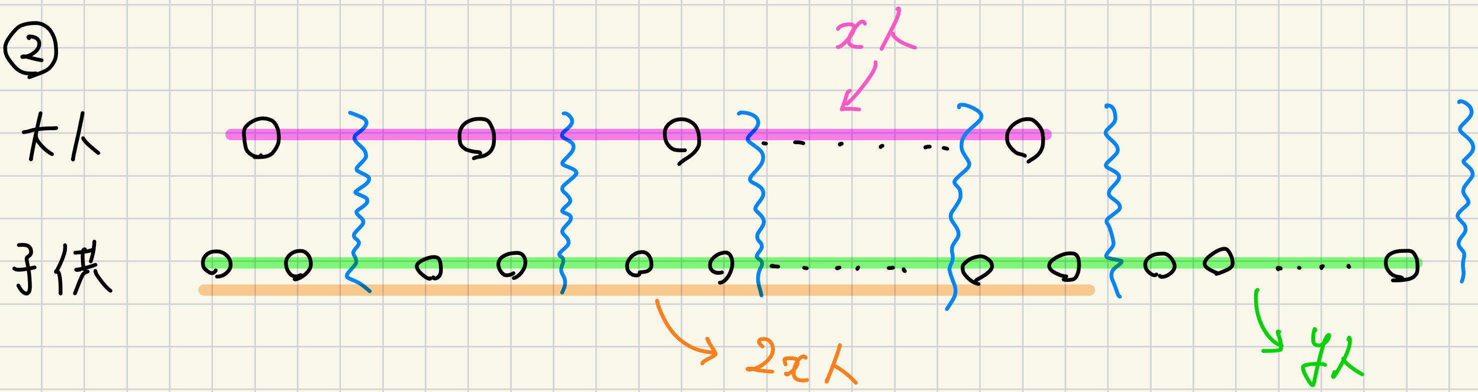
大人の入園料　子供の入園料　20%引き

$= (2000 + 1400) \times 0.8$

$= 3400 \times 0.8$

$= 2720円$

②



上図より子供料金が発生するのは $(y-2x)$ 人.

よって

$1000x + 200(y-2x)$ 円

③ 大人 x 人, 子供 y 人とする. クーポンAを使ったときの入園料は

$(1000x + 200y) \times (1-0.2)$

$= (1000x + 200y) \times 0.8$

$= 800x + 160y$ ——— ㋐

クーポンBを使った入園料は (2)② より

$1000x + 200(y-2x)$ ——— ㋑

㋐ = ㋑ より

$$800x + 160y = 1000x + 200y - 400x$$

$$\Leftrightarrow 800x - 1000x + 400x = 200y - 160y$$

$$\Leftrightarrow 200x = 40y$$

$$\therefore 5x = y$$

よって、$x : y = 1 : 5$ ($\Leftrightarrow y \times 1 = x \times 5$)

したがって、大人の人数 : 子供の人数 = 1 : 5

$\boxed{3}$

(1)

① Aは奇数なので、

$B = 5 + 1 = 6$, $C = 6 + 1 = 7$

$D = 5 + 6 = 11$, $E = 6 + 7 = 13$

$F = 11 + 13 = 24$

② Aは偶数なので、

$B = m + 2$, $C = (m + 2) + 2 = m + 4$

$D = m + (m + 2) = 2m + 2$

$E = (m + 2) + (m + 4) = 2m + 6$

$F = (2m + 2) + (2m + 6) = 4m + 8$

③ Aが奇数 n のとき

$B = n + 1$, $C = (n + 1) + 1 = n + 2$

$D = n + (n + 1) = 2n + 1$

$E = (n + 1) + (n + 2) = 2n + 3$

$F = (2n + 1) + (2n + 3) = 4n + 4$ —— ㋐

よって、②と㋐より

Aが偶数 m のとき、$F=4m+8=4(m+2)$

Aが奇数 n のとき、$F=4n+4=4(n+1)$

ア：

Aが偶数 m のとき、$F=4(m+2)$ より

$120=4(m+2) \Leftrightarrow 30=m+2 \quad \therefore m=28$

m は偶数なので適する。$F=120$ を満たすAが存在するため、誤り

イ：

Aが偶数でも奇数でも、Fは4の倍数。一方、123は4の倍数でないから、Aがどんな数でも $F=123$ を満たすAは存在しない。正しい。

ウ：

Aが偶数 m のとき、$F=4(m+2)$ より

$124=4(m+2) \Leftrightarrow 31=m+2 \quad \therefore m=29$

m は偶数なので、$m=29$ は不適。

Aが奇数 n のとき、$F=4(n+1)$ より

$124=4(n+1) \Leftrightarrow 31=n+1 \quad \therefore n=30$

n は奇数なので、$n=30$ は不適。

よって、$F=124$ を満たすAは存在しない。正しい

エ：

Aが偶数 m のとき、$F=4(m+2)$ より

$128=4(m+2) \Leftrightarrow 32=m+2 \quad \therefore m=30$

m は偶数なので適する。$F=128$ を満たす A が存在するため、誤り

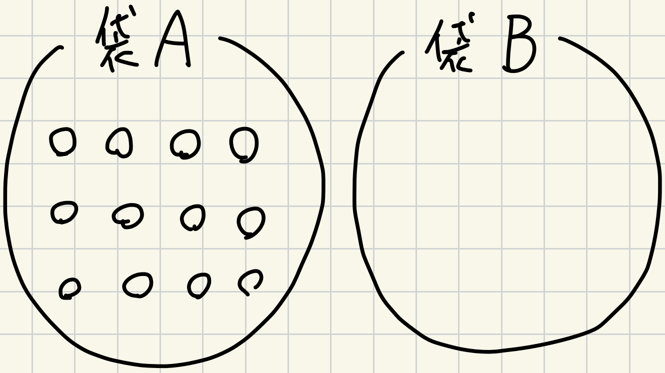
オ：

A が偶数でも奇数でも、F は 4 の倍数。一方、129 は 4 の倍数でないから、A がどんな数でも $F=129$ を満たす A は存在しない。正しい。

(2)

2つのさいころを投げたとき、出る目は $6\times6=36$ 通り

①

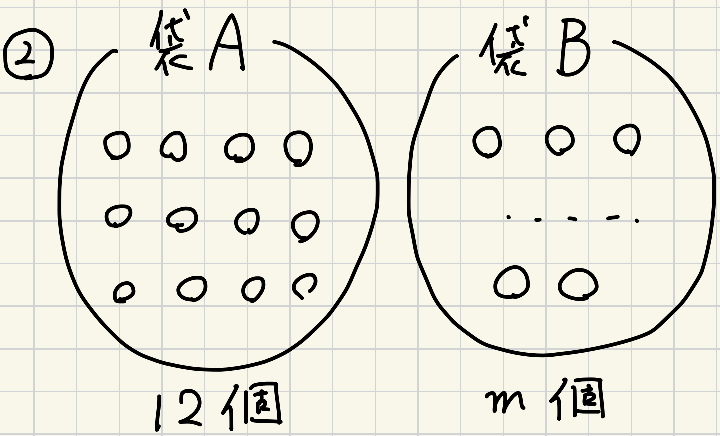


$x=y$ となるのは、袋 A に 6 個、袋 B に 6 個入った状態である。
したがって、
大のさいころの目 ＋ 小のさいころの目 $=6$

$(大,小)=(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)$

の 5 通りだから、求める確率は、$\dfrac{5}{36}$

②



$x=y$ となるのは、袋 A、袋 B ともに

$(12+m)\div2$
$=\dfrac{m}{2}+6$

入った状態である。

$\frac{m}{2}+6$ は整数だから，m は偶数である．

(i) $m=2$ のとき

袋A，袋Bともに $(12+2)\div 2=7$ 個入った状態であるから，大のさいころの目＋小のさいころの目 $=5$

(大，小) $=(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)$

4通りだから，確率は $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$ で不適

(ii) $m=4$ のとき

袋A，袋Bともに $(12+4)\div 2=8$ 個入った状態であるから，大のさいころの目＋小のさいころの目 $=4$

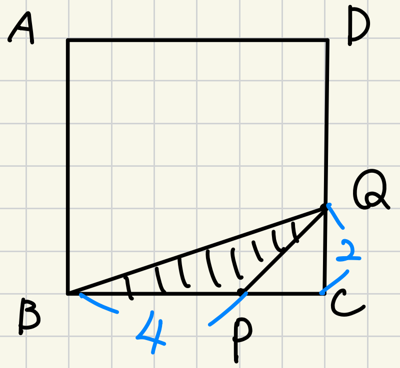
(大，小) $=(1,3),(2,2),(3,1)$

3通りだから，確率は $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$ で適する．

よって，$m=4$

$\boxed{4}$

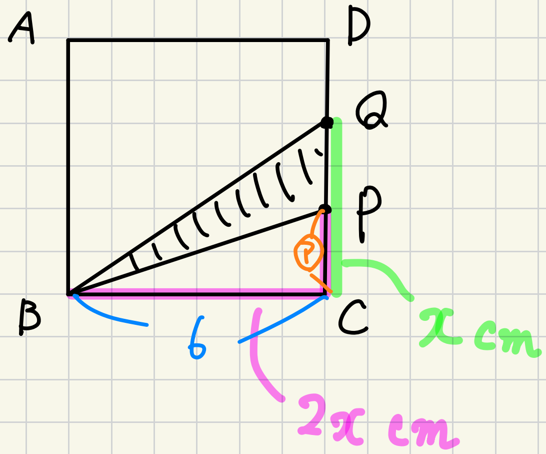
(1) 2秒後のときの図は以下の通り



したがって △BPQ の面積は

$\frac{1}{2}\times 4\times 2=4\text{cm}^2$

(2) $3 \leqq x \leqq 6$ のときの図は以下の通り



ア $= 2x - 6$

よって

$$PQ = x - (2x - 6)$$
$$= -x + 6$$

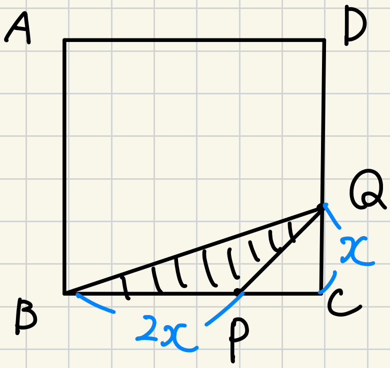
したがって

$$y = \frac{1}{2} \times (-x + 6) \times 6$$
$$= -3x + 18$$

$\therefore$ $y = -3x + 18$

(3)

(i) $0 \leqq x \leqq 3$ のときの図は以下の通り



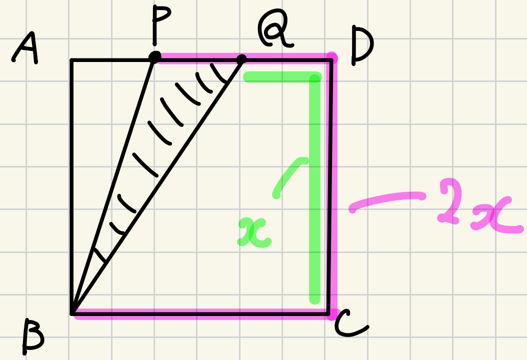
よって

$$y = \frac{1}{2} \times 2x \times x$$
$$= x^2$$

$\therefore$ $y = x^2$

(ii) $3 \leqq x \leqq 6$ のとき、(2) より $y = -3x + 18$

(iii) $6 \leqq x \leqq 9$ のときの図は以下の通り



$PD = 2x - 12$

$QD = x - 6$

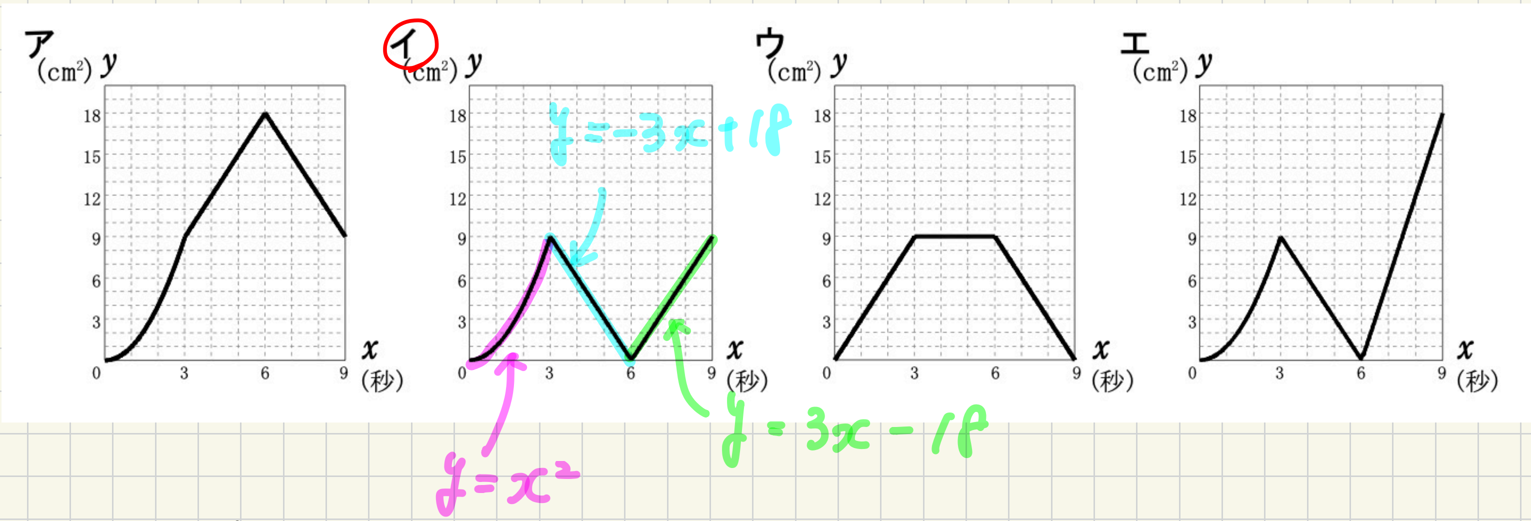
よって

$$PQ = PD - QD$$
$$= (2x - 12) - (x - 6)$$
$$= x - 6$$

したがって

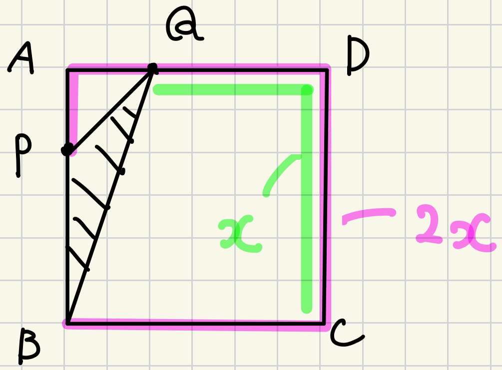
$$y = \frac{1}{2} \times (x - 6) \times 6$$
$$= 3x - 18$$

$\therefore y = 3x - 18$



よって答えは イ

(4) $9 \leqq x \leqq 12$ のときの図は以下の通り



$AP = 2x - 18$

より

$$PB = AB - AP$$
$$= 6 - (2x - 18)$$
$$= -2x + 24 = -2(x - 12)$$

$QD = x - 6$ より

$$AQ = AD - QD$$
$$= 6 - (x - 6) = -x + 12$$

したがって

$$y = \frac{1}{2} \times (-2) \times (x - 12) \times (-x + 12)$$

$$= -(-x^2 + 24x - 144)$$

$$= x^2 - 24x + 144$$

これが $7\,cm^2$ となるから

$$x^2 - 24x + 144 = 17$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - 24x + 137 = 0$$

解の公式より

$$x = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \times 1 \times 137}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{24 \pm \sqrt{576 - 548}}{2}$$

$$= \frac{24 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$= \frac{24 \pm 2\sqrt{7}}{2}$$

$$= 12 \pm \sqrt{7}$$

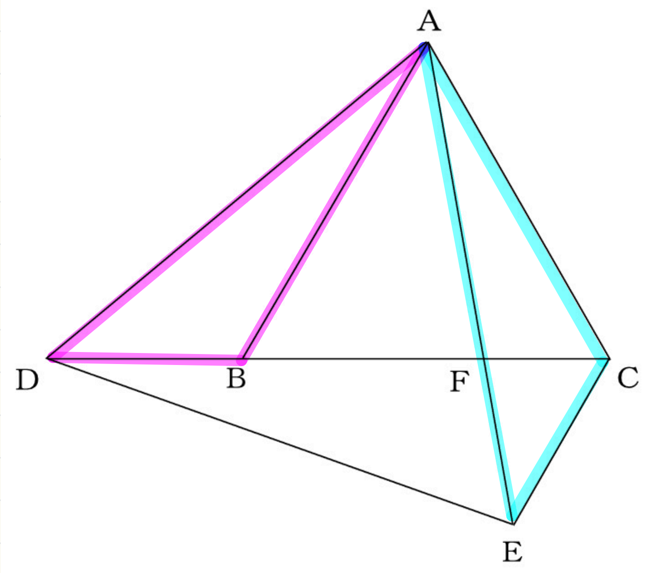
ここで，$9 \leqq x \leqq 12$ より　$x = 12 - \sqrt{7}$

注　$12 + \sqrt{7}$ は 12 より大きくなるので不適

5

(1)

①



△ABD と △ACE において，仮定より

AB = AC ―― ①

AD = AE ―― ②

∠DAB = 60° − ∠BAF ―― ③

∠EAC = 60° − ∠BAF ―― ④

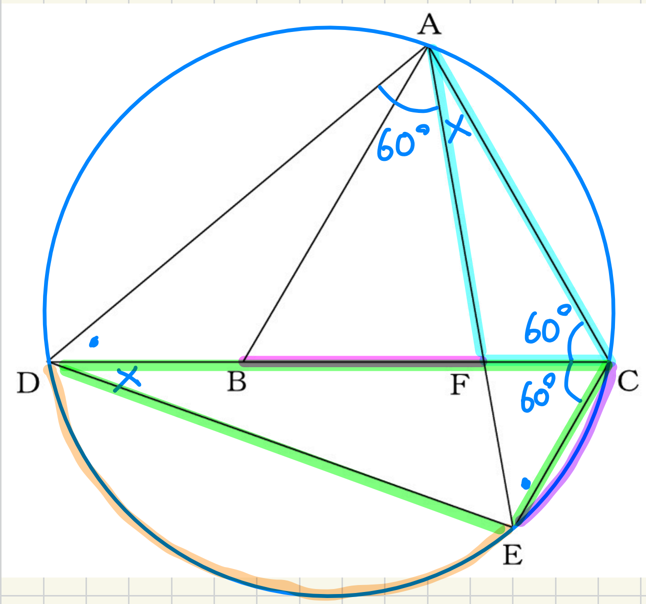
③，④より

∠DAB = ∠EAC ―― ⑤

①，②，⑤より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ABD ≡ △ACE （証明終わり）

②

(i)



①より対応する角は等しいから

∠ADB = ∠AEC

D，E は AC に対して同じ側にあるから，円周角の定理の逆より，A，D，E，C は同一円周上にある。

△ACF と △DCE において

△ADE は正三角形より ∠DAE = 60°

$\overset{\frown}{DE}$ に対する円周角は等しいから

∠DAE = ∠DCE

よって ∠DCE = 60° ―― ⑦

また、△ABCは正三角形より $\angle BCA = 60°$ ―― ①

㋐、① より

$\angle FCA = \angle ECD$ ―― ㋒

$\overset{\frown}{EC}$ に対する円周角は等しいから

$\angle FAC = \angle EDC$ ―― ㋓

㋒、㋓ より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ACF \backsim \triangle DCE$

対応する辺の比は等しいから

$AC : DC = CF : CE$ ―― ㋔

ここで、① より対応する辺の長さは等しいから

$BD = CE$　$\therefore$ $BD = 3cm$

また、△ABCは正三角形だから

$BC = AC$　$\therefore$ $BC = 6cm$

よって、

$DC = BD + BC = 9cm$

したがって ㋔ より

$6 : 9 = CF : 3$

$\Leftrightarrow 9CF = 18$　$\therefore$ $CF = 2cm$

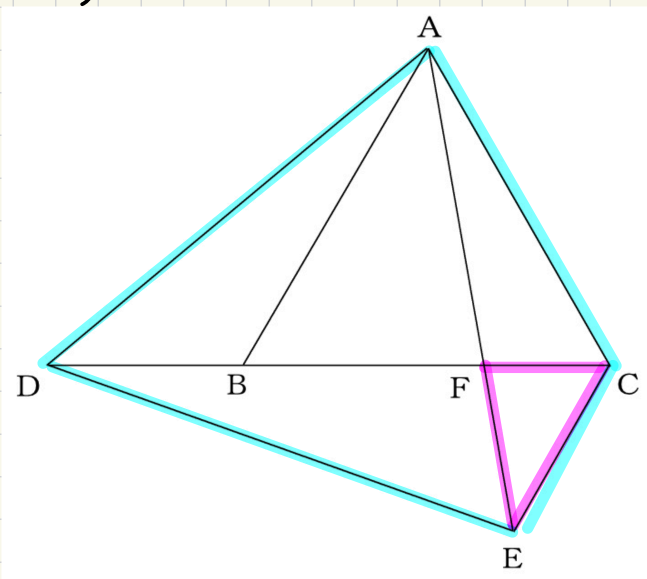
$BC = 6cm$ より

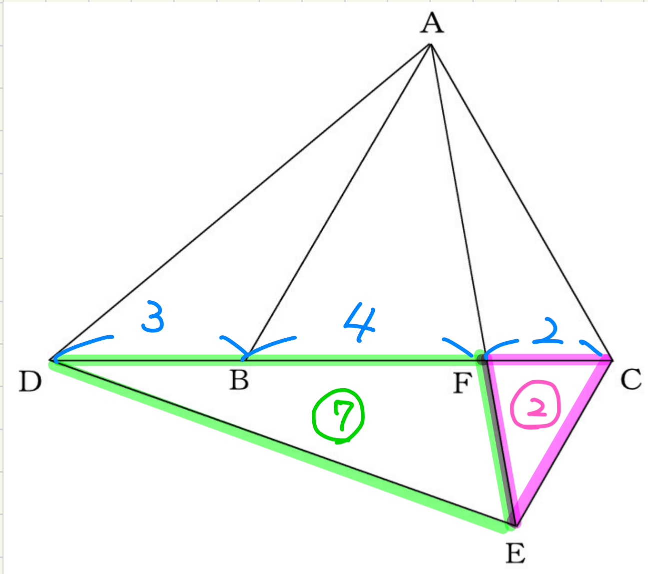
$BF = BC - CF$

$= 6 - 2$

$= 4cm$

(ii)



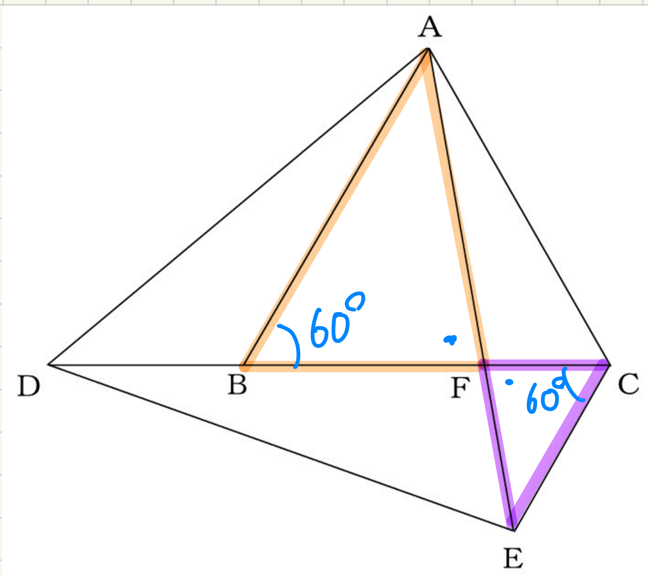


△FECと△FEDにおいて，底辺をそれぞれFC，FDとすると，高さは等しいので，面積比は底辺比と等しい。よって

$$\triangle FEC : \triangle FED = FC : FD$$
$$= 2 : 7$$

⇒ △FEC = ②，△FED = ⑦ とおくと，

△DEC = ② + ⑦ = ⑨



△ABFと△ECFにおいて，△ABCが正三角形および(2)(i)⑦より

$\angle ABF = \angle ECF = 60^\circ$ —ⓐ

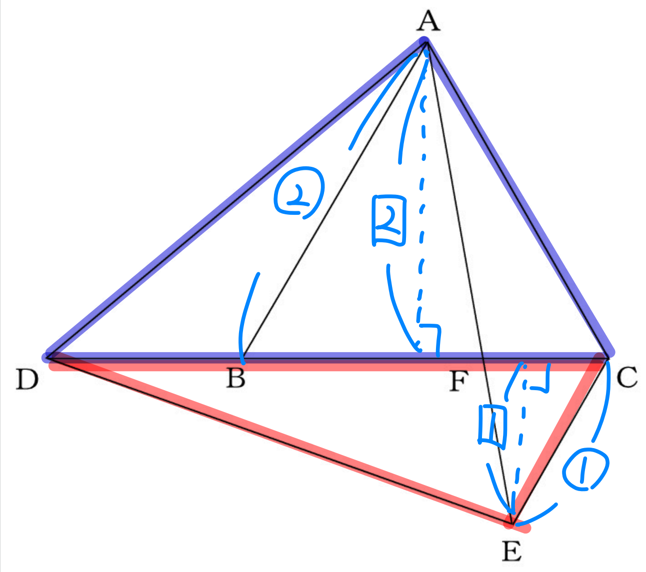
対頂角は等しいから

$\angle BFA = \angle CFE$ —ⓑ

ⓐ，ⓑより2組の角がそれぞれ等しいので，

$\triangle ABF \backsim \triangle ECF$

よって、相似比は $AB : EC = 6 : 3 = 2 : 1$

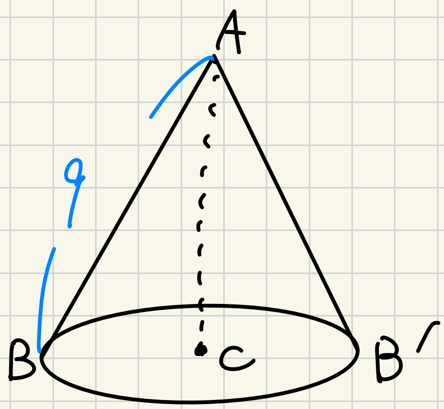


$\triangle ADC$ と $\triangle EDC$ において、
底辺を共通の DC とおくと、
面積比は高さの比と
等しい。よって
$\triangle ADC : \triangle EDC = 2 : 1$

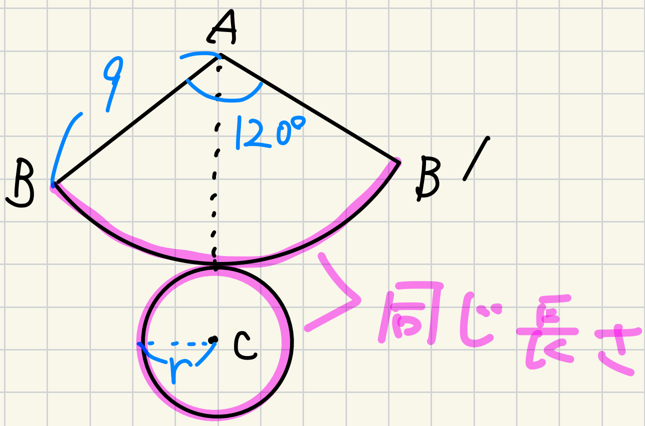
$\triangle EDC = 9$ より $\triangle ADC = 18$

したがって、
$\square ADEC = 9 + 18 = 27$
よって
$\triangle FEC : \square ADEC = 2 : 27$

(2)



$\Rightarrow$



$$\overset{\frown}{BB'} = \underbrace{9 \times 2}_{\text{直径}} \times \pi \times \frac{120}{360}$$

$$= 18\pi \times \frac{1}{3}$$

$$= 6\pi$$

$\overset{\frown}{BB'}$ と円Cの円周の長さは等しいから. 円Cの円周の長さは 6π.

円Cの半径をrとすると

$$\underbrace{r \times 2}_{\text{直径}} \times \pi = 6\pi$$

$$\Leftrightarrow 2r\pi = 6\pi \quad \therefore r = 3$$

以上より求める表面積は

$$9 \times 9 \times \pi \times \frac{120}{360} + 3 \times 3 \times \pi$$

$$= 81\pi \times \frac{1}{3} + 9\pi$$

$$= 27\pi + 9\pi$$

$$= 36\pi \ \text{cm}^2$$