2024年度　岩手県

数学

kmkm

1.

(1) 与式 $= 3 - 1$

$= 2$

(2) 与式 $= 9x - 6$

(3) 与式 $= 8\sqrt{6}$

(4) 与式 $= (x+4)^2$

(5) 解の公式より

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

2. $10a + b \geqq 500$

㊟ 500円以上なので $\geqq 500$

3. 反比例なので $y = \frac{a}{x}$ とおくと、$(2, 2)$ を通るから

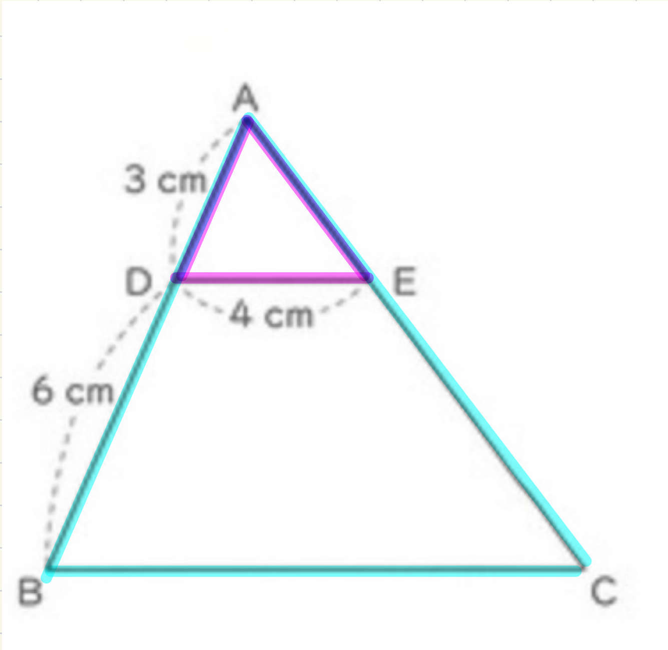
$2 = \frac{a}{2}$ $\therefore a = 4$

よって、$y = \frac{4}{x}$ で $x = 8$ のとき

$y = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $\therefore y = \frac{1}{2}$

4.

(1)



△ADEと△ABCにおいて、
BC∥DEより同位角が等しいので

$\angle ADE = \angle ABC$ ―― ①

$\angle AED = \angle ACB$ ―― ②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので

△ADE ∽ △ABC

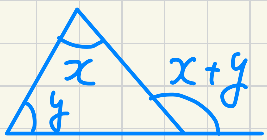
対応する辺の比は等しいから

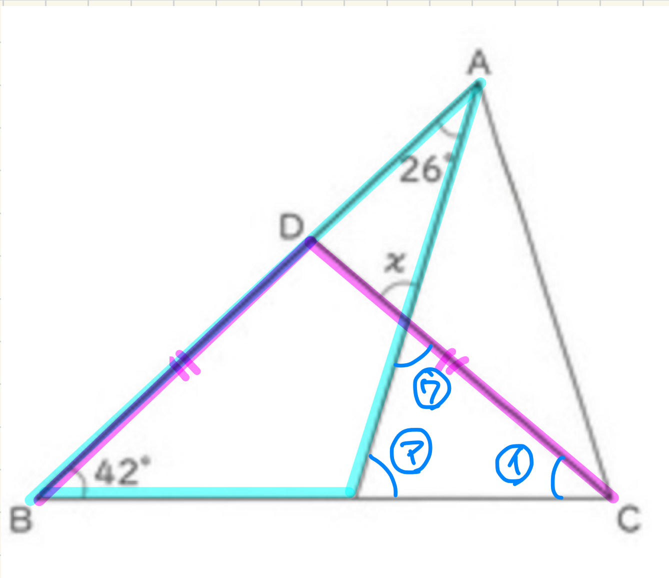
$$\underbrace{AD}_{3} : \underbrace{AB}_{9} = \underbrace{DE}_{4} : BC$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 : 3 = 4 : BC$$

$$\therefore \quad BC = 12\ \mathrm{cm}$$

(2)





㋐ : 三角形の外角の定理より

㋐ $= 26 + 42 = 68°$

㋑ △DBCはDB = DCの二等辺三角形より

㋑ $= 42°$

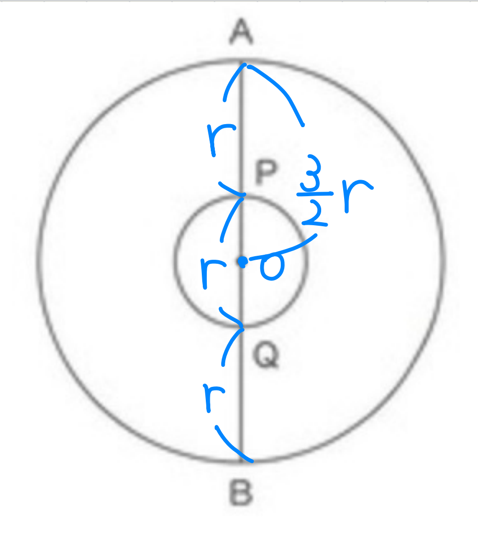
㋒ : 三角形の内角の和は180°だから

㋒ $= 180° - ($㋐ $+$ ㋑$)$

$ⓧ = 180° - (68° + 42°)$
$= 180° - 110°$
$= 70°$

対頂角は等しいから、$\angle x = ⓧ$ $\therefore \angle x = 70°$

(3)



$AP = r$ とする。P, Q は AB を三等分にする点だから、$AP = PQ = QB$。
よって、$AB = 3r$。
また、AB の中点を O とすると、
$OA = \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2}r$

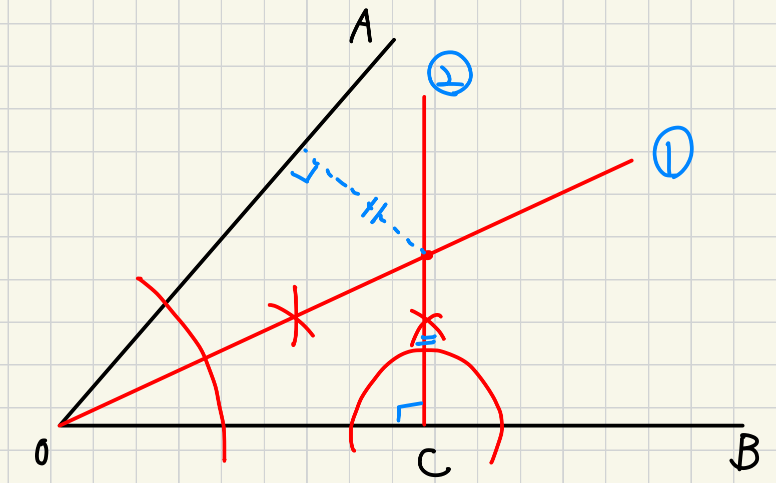
AB を直径とする円の面積 $= \frac{3}{2}r \times \frac{3}{2}r \times \pi = \frac{9}{4}r^2\pi$

$\uparrow \times 9$

PQ を直径とする円の面積 $= \frac{1}{2}r \times \frac{1}{2}r \times \pi = \frac{1}{4}r^2\pi$

よって、AB を直径とする円の面積は、PQ を直径とする円の面積の 9倍

5.



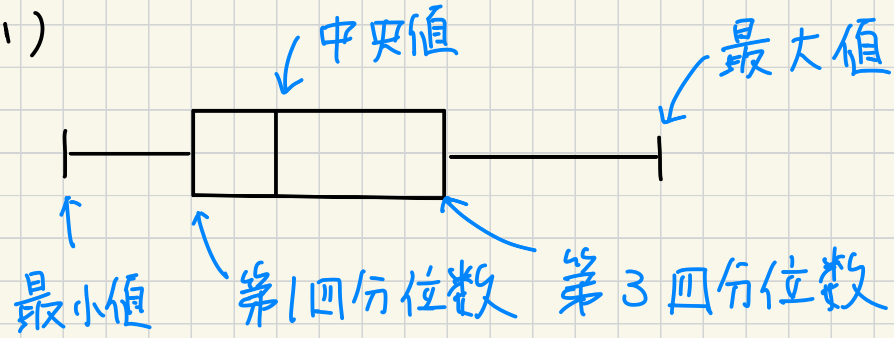
① ∠AOB の二等分線を描く。

② C を通り OB に垂直な線を描く。

①、② の交点が求める円の中心。

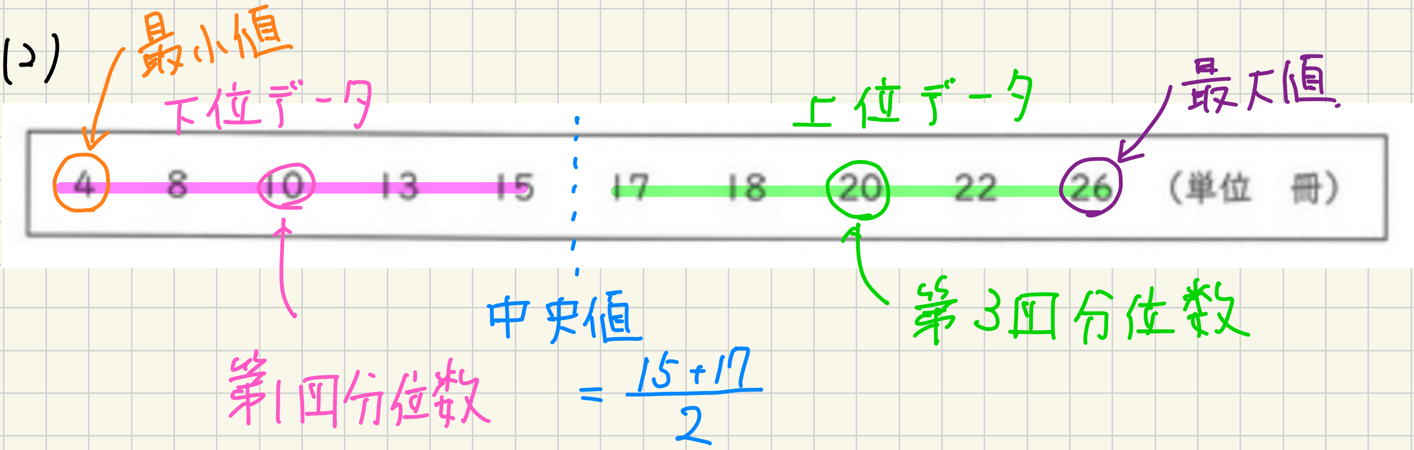
6.

(1)



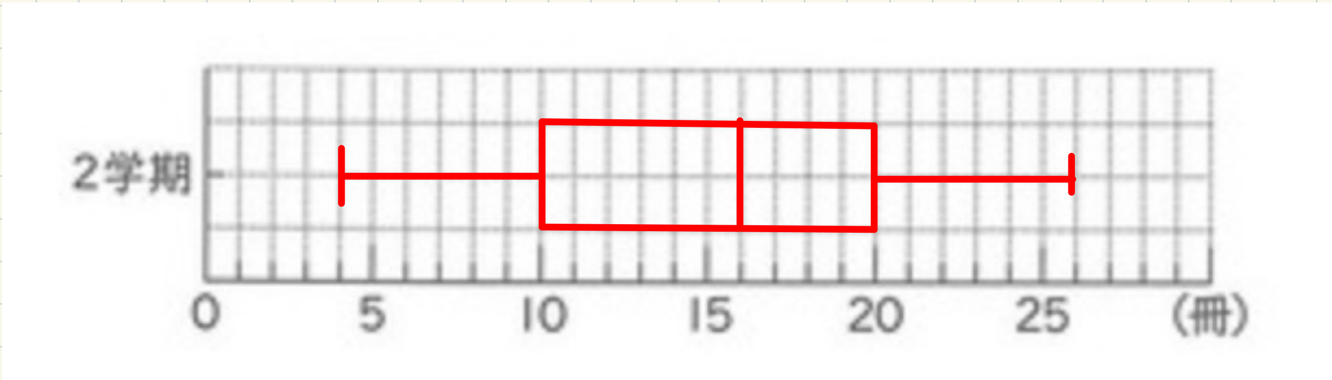
箱ひげ図より
中央値は 8冊

(2)



$= \dfrac{15+17}{2}$

$= 16$



7.

(1) あおいさんのカードの選び方は4通り。ひなたさんのカードの選び方は4通り。よって、カードの組み合わせは、$4 \times 4 = 16$ 通り。

あおいさんの $\boxed{1}$ のカード2枚をそれぞれ 1_A, 1_B とすると、引き分けとなるのは、

(あおい, ひなた) $= (1_A, 1), (1_B, 1), (2, 2)$

の 3通り

よって、求める確率は
$$\frac{3}{16}$$

(2) 変更前 のあおいさんが勝つのは
(あおい, ひなた) = (2, 1), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4)
の5通り。よって確率は $\frac{5}{16}$

変更後 のあおいさんのカードにおいて $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ を
それぞれ 2_A, 2_B, 3_A, 3_B とすると、あおいさんが
勝つのは
(あおい, ひなた) = $(2_A, 1)$, $(2_B, 1)$ $(3_A, 1)$, $(3_A, 2)$
$(3_B, 1)$, $(3_B, 2)$
の6通り。よって確率は $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

以上よりあおいさんが勝つ確率は、数を変更する前は $\frac{5}{16}$、数を変更した後は $\frac{3}{8}\left(=\frac{6}{16}\right)$ で、数を変更した後の方が大きい。

8 スケッチブック1冊の定価を x 円、色えんぴつ1セットの定価を y 円とする。定価の合計は1450円だから

$$x + y = 1450 \quad \text{—— ①}$$

また，スケッチブックが定価の70%，色えんぴつが定価の80%のとき，合計が1080円だから.

$$\frac{70}{100}x+\frac{80}{100}y=1080$$

$$\Leftrightarrow\ 70x+80y=108000$$

$$\Leftrightarrow\ 7x+8y=10800 \quad \text{―― ②}$$

よって，①と②を連立する. ①×7－② より

$$\begin{array}{rr} & 7x+7y=10150 \\ -) & 7x+8y=10800 \\ \hline & -y=-650 \end{array}$$

$$\therefore y=650$$

$y=650$ を ① に代入して

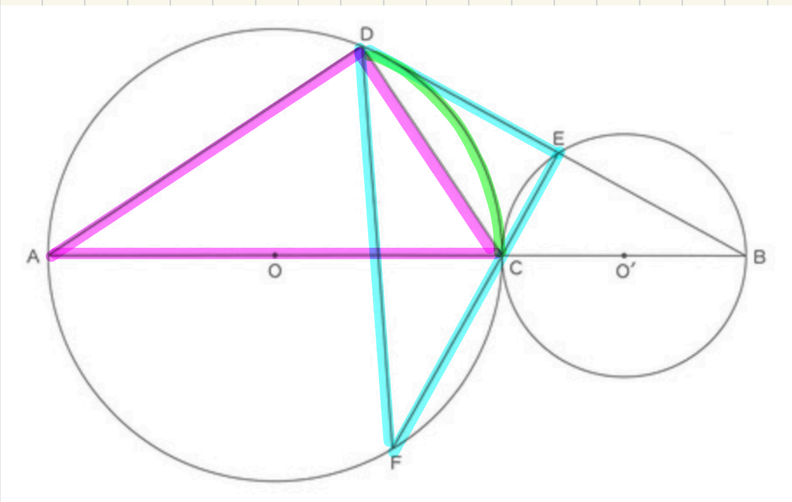
$$x+650=1450$$

$$\therefore x=800$$

これらは問題に適している

よって，スケッチブック 800円，色えんぴつ650円.

9.



△ADC と △FED において，

円Oにおける $\overset{\frown}{CD}$ の円周角は等しいので，

$\angle CAD=\angle DFE$ ―― ①

円Oにおいて，ACは直径であるから

$\angle ADC = 90^\circ$ ―― ②

円O'において，BCは直径であるから

$\angle BEC = 90^\circ$

したがって

$\angle FED = 180^\circ - \angle BEC = 90^\circ$ ―― ③

②，③より

$\angle ADC = \angle FED$ ―― ④

①，④より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ADC \sim \triangle FED$（証明終わり）

10.

(1) $y = ax + b$ とおくと，表Ⅰより $(0, 1050)$，$(10, 990)$ を通るから

$$\begin{cases} 1050 = 0 + b & \text{―― ①} \\ 990 = 10a + b & \text{―― ②} \end{cases}$$

①より $b = 1050$．これを②に代入して

$$990 = 10a + 1050$$

$$\Leftrightarrow 10a = -60$$

$$a = -6$$

よって，$y = -6x + 1050$

(2) 表IIより10分で30mL水が減るから
1分あたり 30÷10 = 3mL の水が減る.
強で60分使用したときの水の残量は690mL
だから, この後弱で使用すると.

$$690 \div 3 = 230$$

より水がなくなるまで230分かかる. よって.
強で60分, 弱で230分だから. 加湿器の使用
時間は 60 + 230 = 290分

一方. 表I より 10分で60mL 水が減るから.
1分あたり 60÷10 = 6mL の水が減る.
強のままで使用したとき, 1050mL の水がなく
なる時間は

$$1050 \div 60 = 17.5\text{分}$$

したがって, 求める時間は

$$290 - 17.5 = 11.5\text{分}$$

11.

(1) P, R の x 座標は等しいので, R の x 座標は1.
R は $y = 4x^2$ 上にあり. $x = 1$ だから

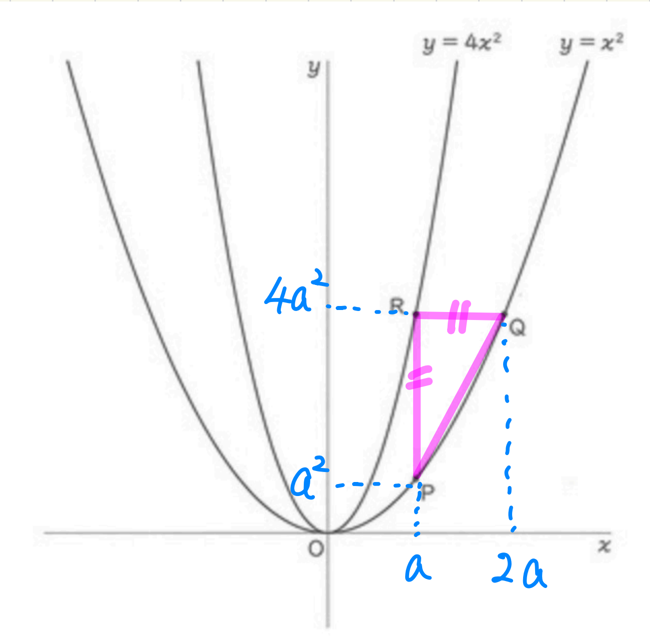
$$y = 4 \times 1^2$$
$$= 4 \qquad \therefore R\ (1, 4)$$

R, Q の y 座標は等しいので. Q の y 座標は4.
Q は $y = x^2$ 上にあり. $y = 4$ だから

$$4 = x^2 \qquad \therefore x = \pm 2$$

Qのx座標は正なので、$x=2$ よって、Qの座標は
$(2,4)$

(2)



Pについて
$y=x^2$ 上にあり、$x=a$ だから
$y=a^2$ $\therefore P(a, a^2)$

Rについて
$y=4x^2$ 上にあり $x=a$ だから
$y=4a^2$ $\therefore R(a, 4a^2)$

QとRのy座標は等しい

Qについて
$y=x^2$ 上にあり $y=4a^2$ だから

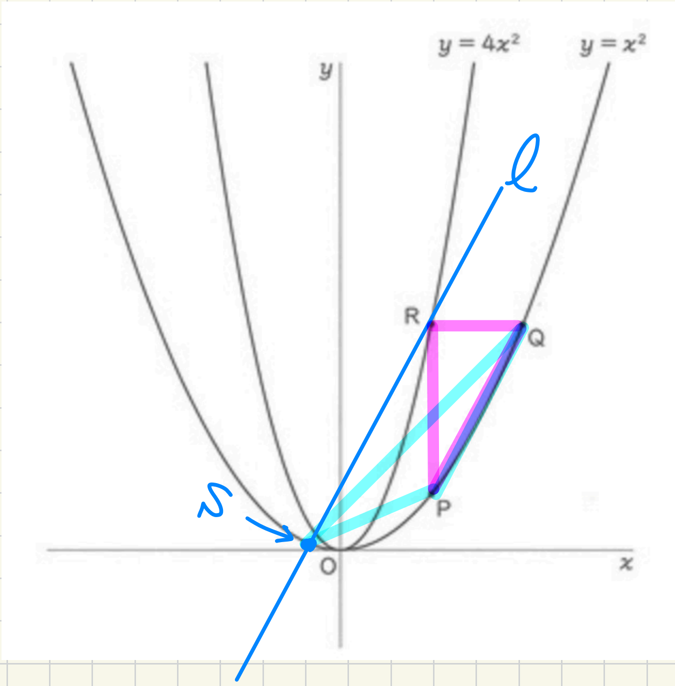
$$4a^2 = x^2 \quad \therefore x=\pm 2a$$

Pのx座標は正より $a>0$、Qのx座標も正より
Qのx座標は $2a$. $\therefore Q(2a, 4a^2)$

したがって、
$PR = 4a^2 - a^2 = 3a^2$
$QR = 2a - a = a$
$PR = QR$ より
$3a^2 = a$
$\Leftrightarrow a(3a-1)=0$
$\therefore a = 0, \frac{1}{3}$

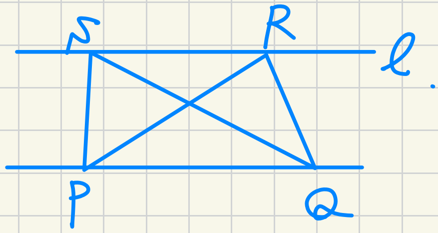
aは正だから
$a=\frac{1}{3}$

(3)



Rを通りPQに平行な直線をℓとする。

△PQRと△PQSにおいて、PQが共通しており、ℓ // PQだから、ℓとx軸との交点がSである。



⇒ △PQRと△PQSの面積は等しい。

<u>Pについて</u>

$y=x^2$ 上にあり、$x=2$ だから

$y=2^2$

$=4$ $\therefore P(2, 4)$

<u>Rについて</u>

$y=4x^2$ 上にあり、$x=2$ だから

$y=4\times2^2$

$=16$ $\therefore R(2, 16)$

<u>Qについて</u>

$y=x^2$ 上にあり、$y=16$ だから

$16=x^2$

$\therefore x=\pm4$

$x>0$ より $x=4$ $\therefore Q(4, 16)$

直線PQの式を $y=ax+b$ とおくと、$P(2,4)$、$Q(4,16)$ を通るから

$$\begin{array}{rl} 4=2a+b & \text{——①} \\ -)\ 16=4a+b & \text{——②} \\ \hline -12=-2a & \\ a=6 & \end{array}$$

$a=6$ を①に代入して

$$4=2\times6+b$$

$$\therefore b=-8$$

したがって、直線PQは $y=6x-8$

直線 ℓ は直線PQと平行なので、傾きが等しい。

よって、ℓ：$y=6x+b$ とおくと、$R(2,16)$ を通るから

$$16=6\times2+b \qquad \therefore b=4$$

したがって、直線 ℓ は、$y=6x+4$。点Sは直線 ℓ と x 軸との交点だから、$y=6x+4$ に $y=0$ を代入して

$$0=6x+4$$

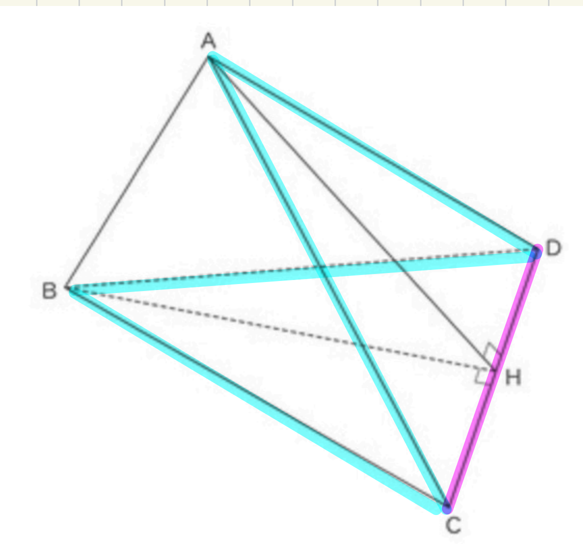
$$\Leftrightarrow -6x=4$$

$$\therefore x=-\frac{2}{3}$$

Sの x 座標は負だから、問題に適する。よって $-\frac{2}{3}$

12.

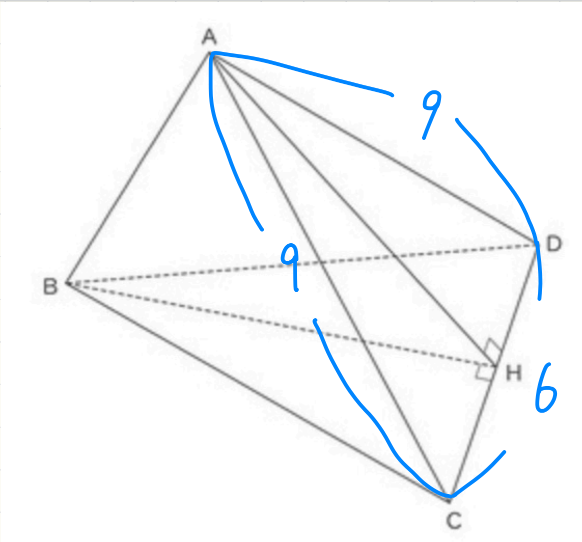
(1)

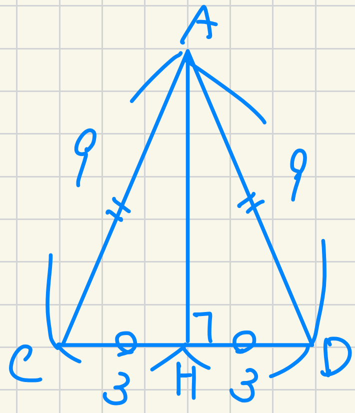


CDを含む面は、

面ACD、面BCD

(2)



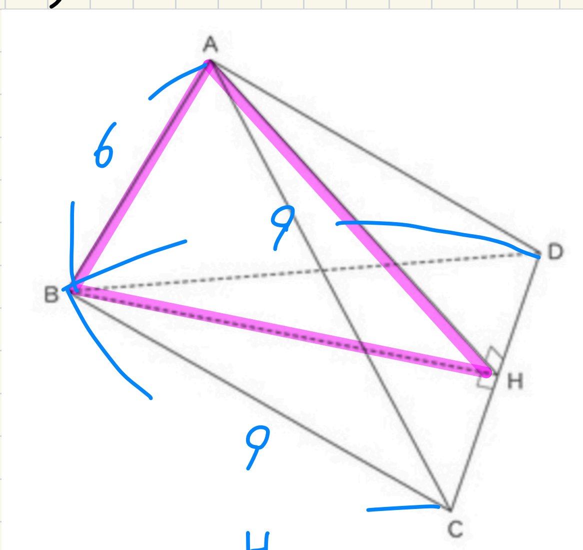


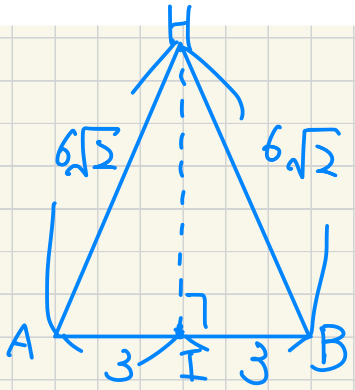
△ACDはAC=ADの二等辺三角形で、AH⊥CD
だから、CH=DH。よってCH=3cm。
△ACHで三平方の定理より

$$AH = \sqrt{9^2 - 3^2} = 6\sqrt{2}\ \text{cm}$$

$$= \sqrt{81-9} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

(3)





BHについて、(2)と同様に

$$BH = 6\sqrt{2}\ \text{cm}$$

よって、△ABHはHA=HBの
二等辺三角形

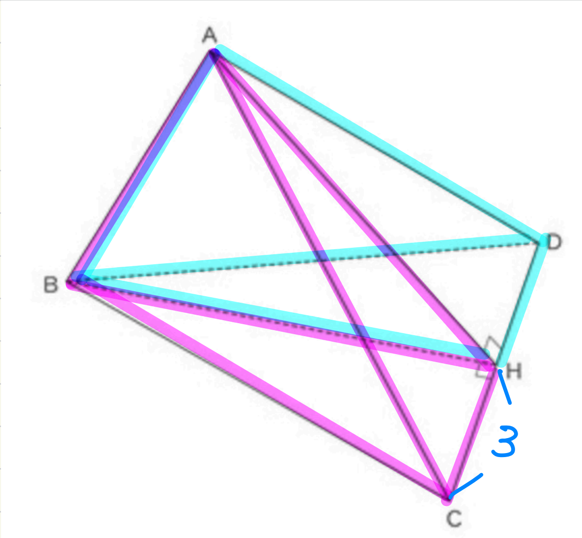
HからABに垂線を下ろした足を
Iとする。HA=$6\sqrt{2}$、AI=3より
△HAIで三平方の定理から

$$HI = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - 3^2} = 3\sqrt{7}\ \text{cm}$$

$$= \sqrt{72-9} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$

よって、△HABの面積は

$$\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{7} = 9\sqrt{7}\ cm^2$$



四面体ABCDを、三角すいABCHと三角すいABDHに分ける。

三角すいABCHの体積と三角すいABDHの体積は等しい。

三角すいABCHは、底面を△ABHとすると、面ABH⊥CHであるから、高さはCH。よって三角すいABCHの体積は

$$9\sqrt{7}\times 3\times\frac{1}{3} = 9\sqrt{7}\ cm^3$$

したがって、四面体ABCDの体積は

$$9\sqrt{7} + 9\sqrt{7} = 18\sqrt{7}\ cm^3$$