2024年度　山形県

数学

kmkm

$\boxed{1}$

1.

(1) 与式 $= -9+6+2$

$= -1$

(2) 与式 $= \left(-\frac{14}{12}+\frac{9}{12}\right) \times \left(-\frac{9}{5}\right)$

$= -\frac{5}{12} \times \left(-\frac{9}{5}\right)$

$= \frac{3}{4}$

(3) 与式 $= \frac{10xy^2 \times (-4x^2)}{8x^2y}$

$= -5xy$

(4) 与式 $= 3\sqrt{3}+\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$

※ $\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

2. 式を整理して

$4x^2-1 = -4x$

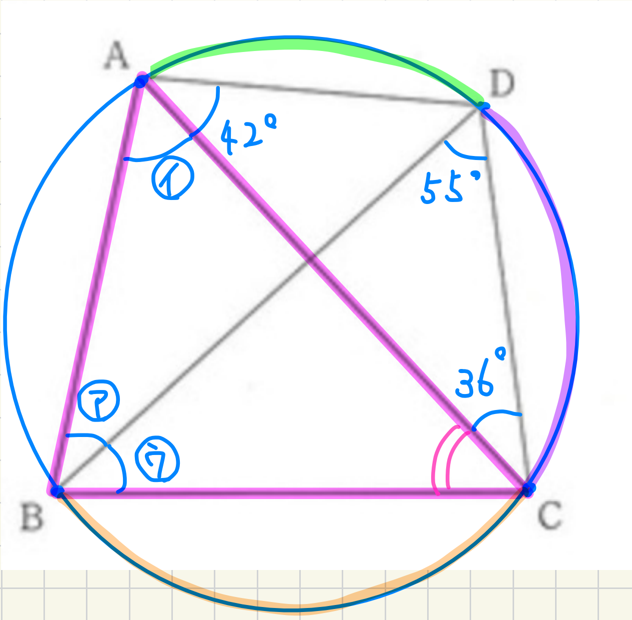
$\Leftrightarrow 4x^2+4x-1 = 0$

解の公式より

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2-4\times4\times(-1)}}{2\times4}$$

$$= \frac{-4\pm\sqrt{32}}{8} = \frac{-4\pm4\sqrt{2}}{8} = \frac{-1\pm\sqrt{2}}{2}$$

3.



ア $\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角は等しいので、ア $= 36°$

イ $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいので、イ $= 55°$

ウ $\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいので、ウ $= 42°$

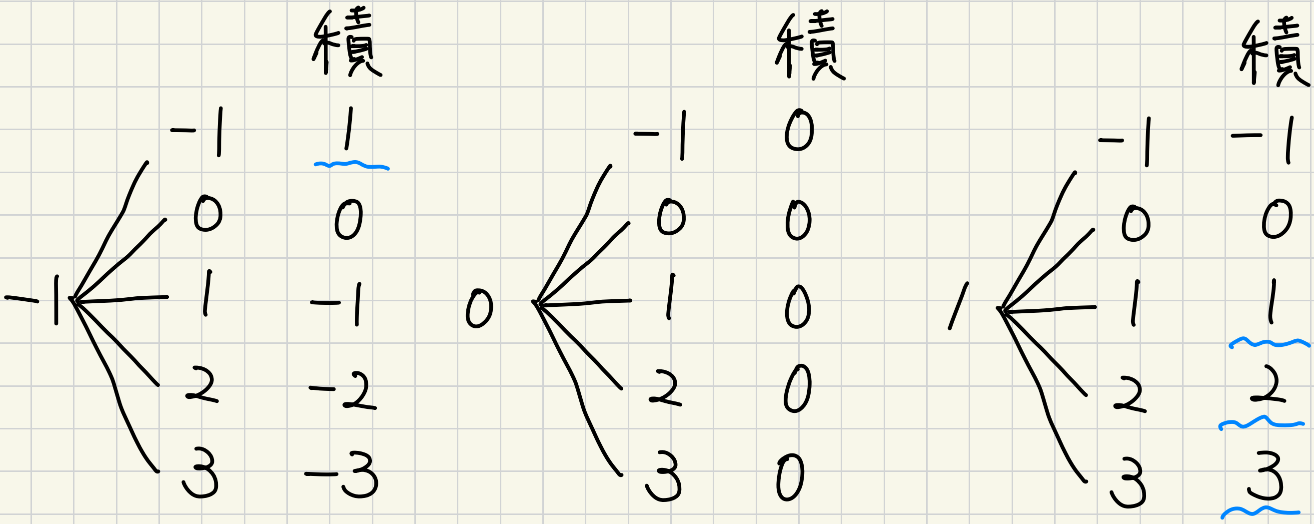
△ABCにおいて、内角の和は180°だから、

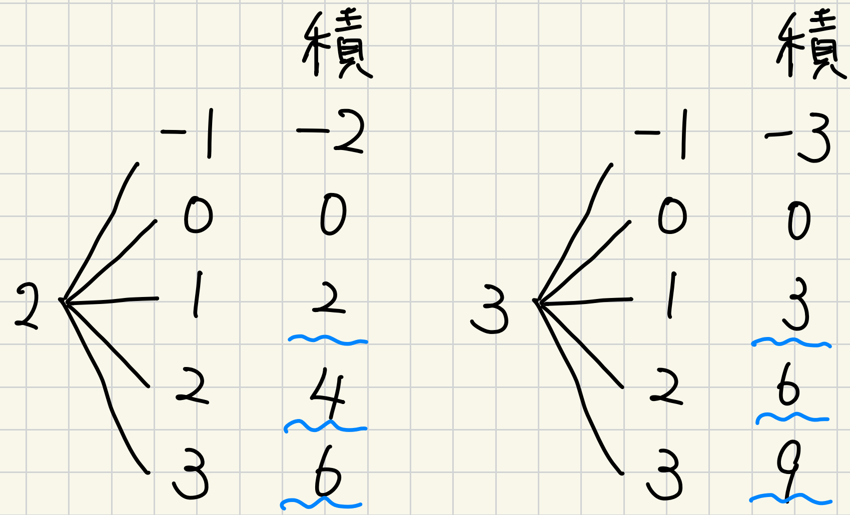
ア + イ + ウ $+ \angle ACB = 180°$

$\Leftrightarrow\ 36° + 55° + 42° + \angle ACB = 180°$

$$\therefore \angle ACB = 180° - (36° + 55° + 42°)$$
$$= 180° - 133°$$
$$= 47°$$

4. 樹形図は以下の通り





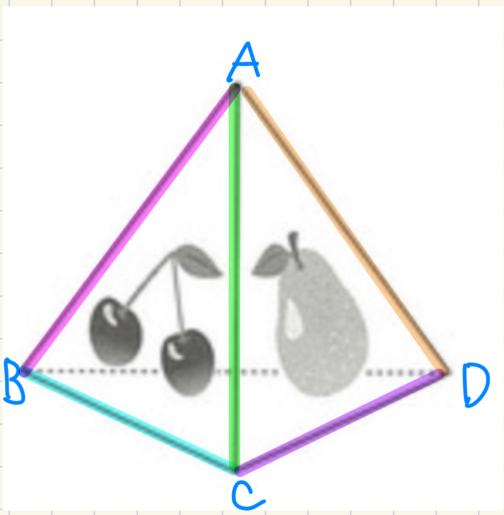
注「0」は自然数に含まない

カードの取り出し方は25通り。そのうち積が自然数となるのは10通り。よって求める確率は

$$\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$$

ウ

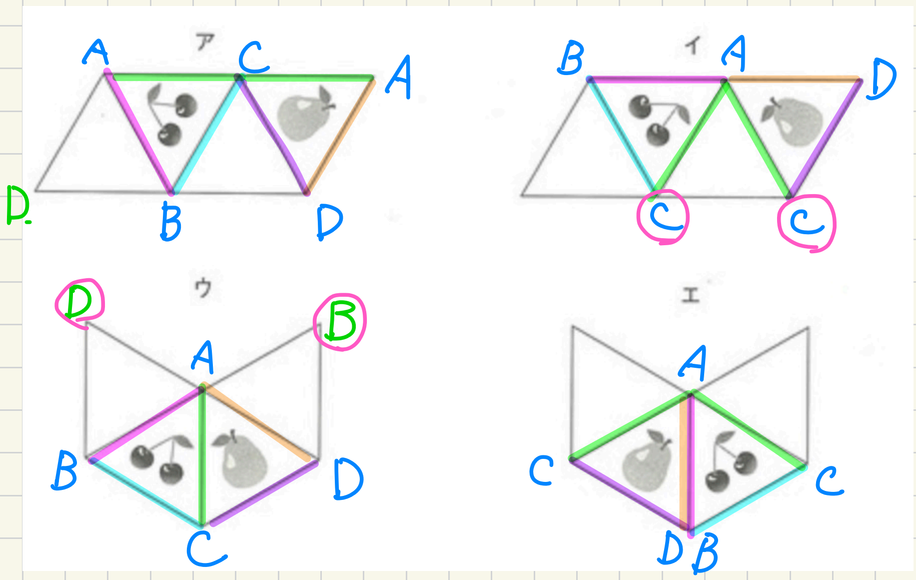
5



さくらんぼ，西洋なしの向きに対応して，頂点をA，B，C，Dと定める。

ア：正しい

イ：Cが重ならないため誤り



ウ：展開図よりB，Dは重なるが，異なる頂点なので誤り

エ：B，Dが同じ頂点になるため誤り

$\boxed{2}$

1.

(1) 1次関数において、変化の割合＝傾きである。
また、変化の割合は、

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

であるから

$$\begin{aligned} y\text{の増加量} &= \text{変化の割合} \times x\text{の増加量} \\ &= \text{傾き} \times x\text{の増加量} \\ &= -\frac{1}{2} \times 6 \\ &= -3 \end{aligned}$$

(2) 点Bは $y=-\frac{1}{2}x-1$ 上にあり、$y=0$ だから

$$0 = -\frac{1}{2}x-1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x = -1 \qquad \therefore x=-2$$

よって、B$(-2, 0)$

点Bと点Cのx座標は等しいので、点Cのx座標は-2。

点Aは $y=-\frac{1}{2}x-1$ 上にあり、$x=4$ だから

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2} \times 4 - 1 \\ &= -3 \end{aligned} \qquad \therefore A(4, -3)$$

さらに、②は反比例のグラフなので $y=\frac{b}{x}$ とおくと、

$A(4, -3)$ を通るから、

$$-3=\frac{b}{4} \qquad \therefore b=-12$$

よって、②のグラフは $y=-\frac{12}{x}$。点 C は②のグラフ上にあり、$x=-2$ だから

$$y=-\frac{12}{-2}$$

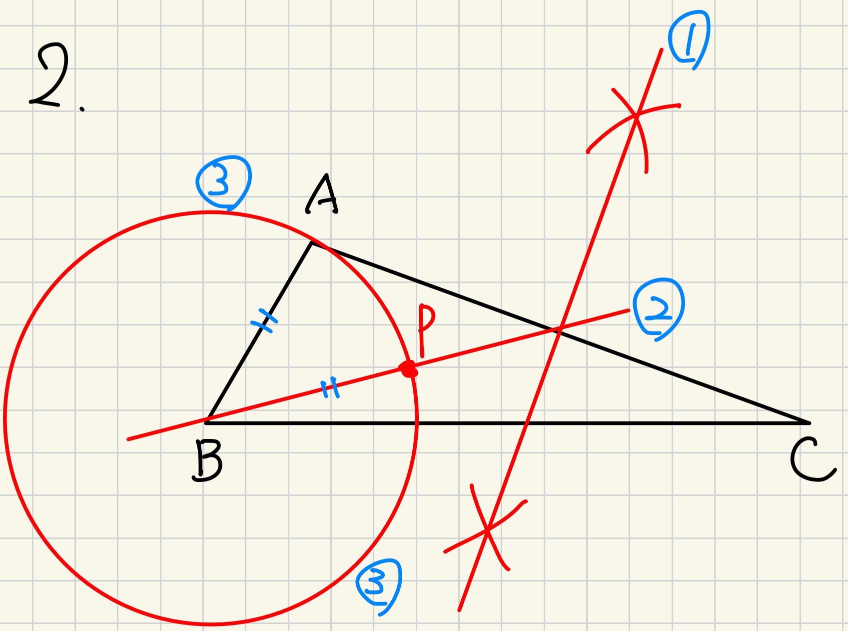
$$=6 \qquad \therefore C(-2, 6)$$

点 C は $y=ax^2$ 上の点でもあるから、$x=-2$, $y=6$ を代入して、

$$6=a\times(-2)^2$$

$$\Leftrightarrow 4a=6 \qquad \therefore a=\frac{3}{2}$$

2.



① AC の中点を描く。
② ①と AC の交点と点 B を通る直線を描く。
③ 点 B を中心として、半径 BA の円を描く。
②と③の交点が P。

3.

(1). 昨年度の7月にA山を訪れた人数をx人とする。
B山を訪れた人数は$(14700-x)$人である
今年度の7月にA山を訪れた人数は1.2倍、B山を訪れた人数は1.1倍であり、合わせて2460人増えたので、

$$1.2x + 1.1(14700 - x) = 14700 + 2460 \quad \text{—①}$$

(別解)
昨年度の7月にA山を訪れた人数をx人、B山を訪れた人数をy人とすると、

$$\begin{cases} x + y = 14700 \\ 1.2x + 1.1y = 14700 + 2460 \end{cases} \quad \text{—②}$$

(2)
①を整理すると、

$$1.2x + 16170 - 1.1x = 17160$$
$$\Leftrightarrow 0.1x = 990$$
$$\therefore x = 9900$$

xは昨年度のA山に訪れた人数なので、今年度、A山に訪れた人数は、

$$9900 \times 1.2 = 11880\text{人}$$

(別解) ② より

$$\begin{cases} x+y=14700 & \text{——③} \\ 1.2x+1.1y=17160 & \text{——④} \end{cases}$$

③ ×1.1 − ④ より

$$\begin{array}{rrcr} & 1.1x+1.1y & = & 16170 \\ -) & 1.2x+1.1y & = & 17160 \\ \hline & -0.1x & = & -990 \end{array}$$

$$\therefore x = 9900$$

x は昨年度のA山に訪れた人数なので、今年度、A山に訪れた人数は、

$9900 \times 1.2 = 11880$人

4.

1日あたりの食事時間が90分未満の生徒の人数は、

A中学校 ; $4+32=36$人

B中学校 : $3+40=43$人

であるから、それぞれの累積相対度数は、

A中学校 : $\dfrac{36}{80} = 0.45$

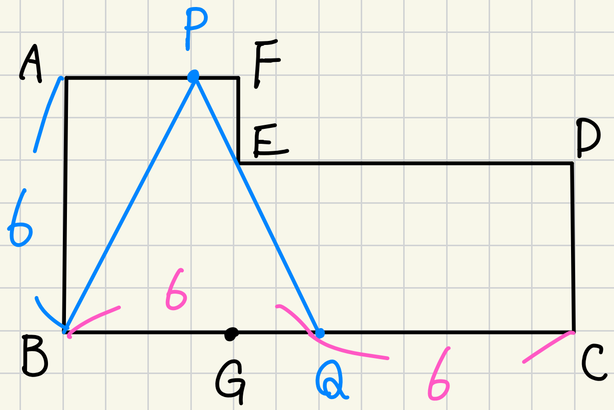
B中学校 : $\dfrac{43}{100} = 0.43$

であり、A中学校の方が大きいから、

3

1.

(1)



点Qは毎秒2cmで動くから

$CQ = 6$ cm

よって

$BQ = BC - CQ$

$= 12 - 6$

$= 6$

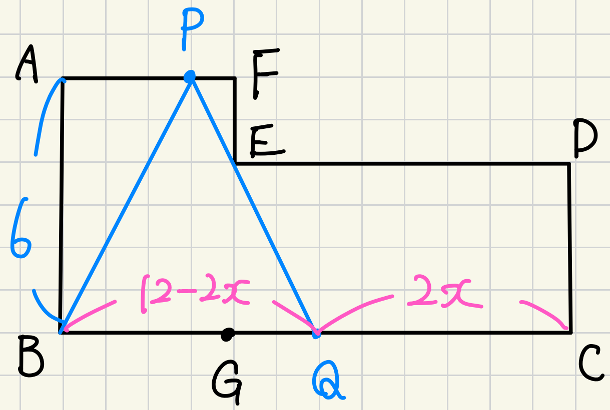
したがって、△BPQの面積yは

$$y = \frac{1}{2} \times 6 \times 6$$

$$= 18$$

(2) (ア)

$0 \leqq x \leqq 4$ のとき



$CQ = 2x$ だから

$BQ = BC - CQ$

$= 12 - 2x$

よって

$$y = \frac{1}{2} \times (12 - 2x) \times 6$$

$$= -6x + 36$$

(イ) Qは、Cを出発したあと、Gで止まる。

$CG = BC - CG$

$= 12 - 4$

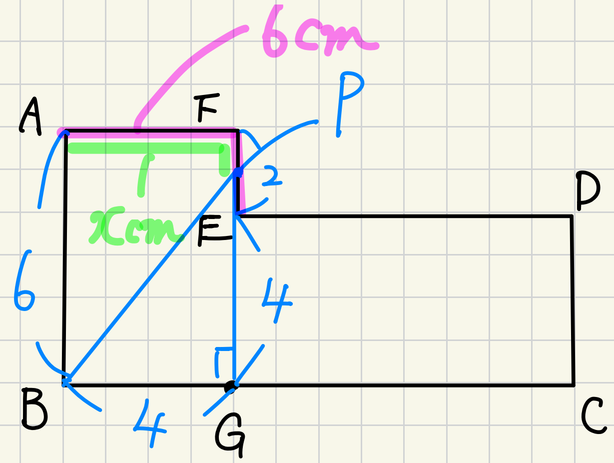
$= 8$

よって、QがCを出発してGに着く時間は

$8 \div 2 = 4$（秒）

→ $0 \leqq x \leqq 4$

4秒を超えたあと、QはGで止まっているため、Pのみが動く。$x=4$のとき、PはFにおり、Fを出発したあと、Eに着く。$EF=2$cmより、PはAを出発したあと、Fに着く時間は、$AF+FE=6$cmより6秒後。



よって、$4 \leqq x \leqq 6$

(ウ)、$4 \leqq x \leqq 6$のとき、△BPQは上図のようになる。

A-F-E $= 6$cm、A-E-P $= x$cmより

$PE = 6 - x$ cm。よって、

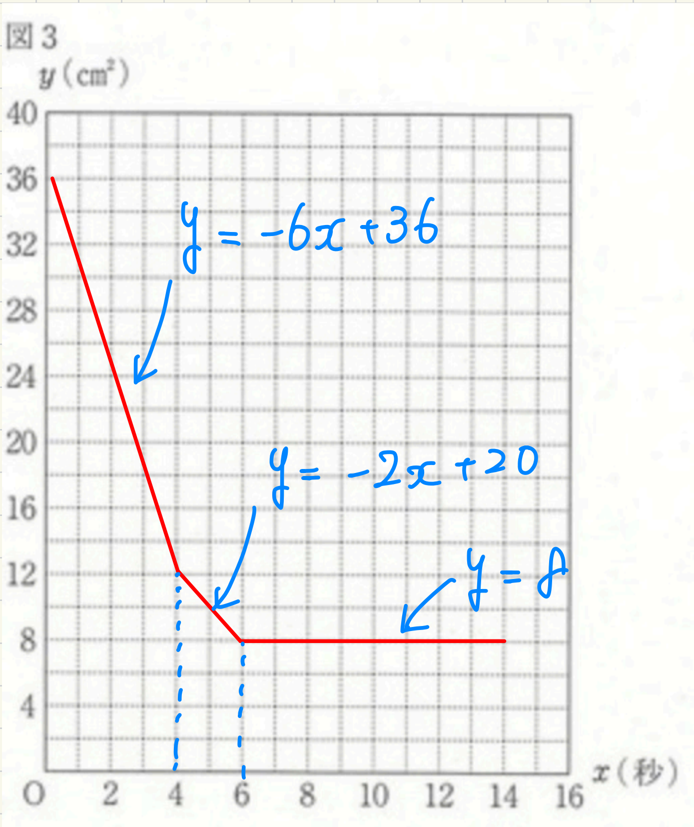
$PG = PE + EG$

$= 6 - x + 4$

$= 10 - x$

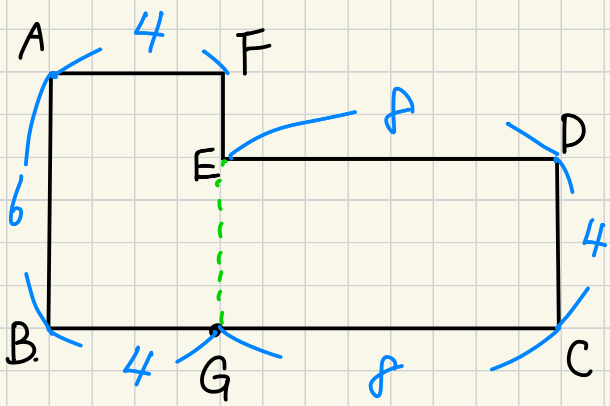
したがって、

$y = \frac{1}{2} \times 4 \times (10 - x) = -2x + 20$



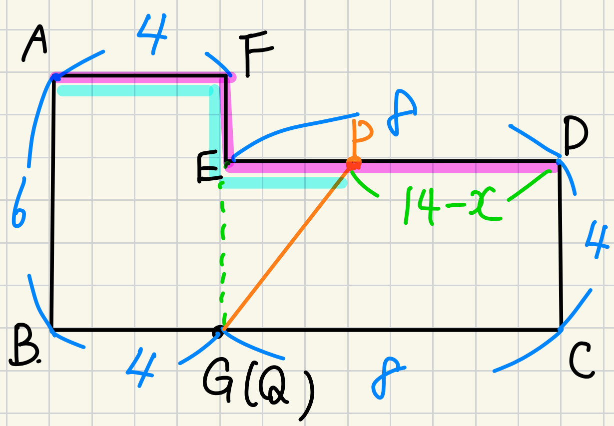
グラフは左図の通り

2.



左図の面積は

$$\underbrace{4 \times 6}_{\square ABGF} + \underbrace{8 \times 4}_{\square EGCD} = 24 + 32 = 56\,cm^2$$

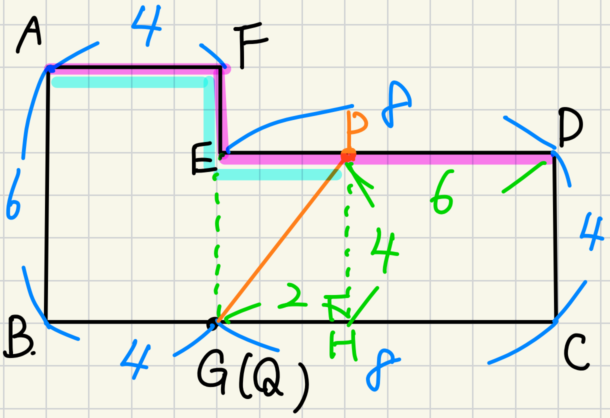


P が ED 上にいるとき、
$6 \leqq x$ であるから、Q は
G に着いている。
したがって、□PGCD が
$56\,cm^2$ の半分になれば良い
から

$$\square PGCD = 56 \div 2 = 28\,cm^2.$$

一方、A - F - E - D $= 4 + 2 + 8 = 14$ cm、
A - F - E - P $= x$ cm であるから
$PD = 14 - x$.
したがって □PGCD の面積は
$$\frac{\{(14-x)+8\}\times 4}{2} = \frac{(22-x)\times 4}{2} = -2x+44$$

これが $28\,cm^2$ になれば良いから、
$$-2x + 44 = 28$$
$$\Leftrightarrow \quad -2x = -16$$
$$\therefore x = 8$$ エ



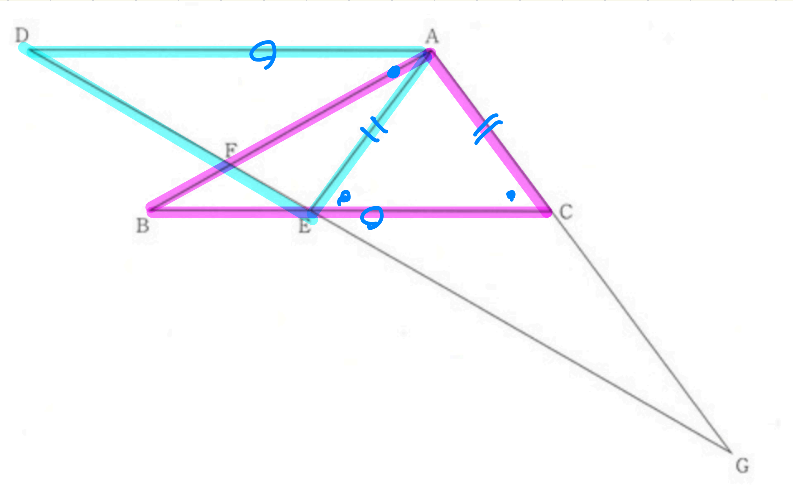
$x = 8$ のとき、PD は、
$PD = 14 - x$
$= 14 - 8$
$= 6$ cm.

上図のように H を定めると、$QH = 8 - 6 = 2$ cm
よって、△PQH で三平方の定理より

$$PQ = \sqrt{2^2 + 4^2}$$
$$= \sqrt{4 + 16}$$
$$= \sqrt{20}$$
$$= 2\sqrt{5} \text{ cm}$$ オ

4

1.

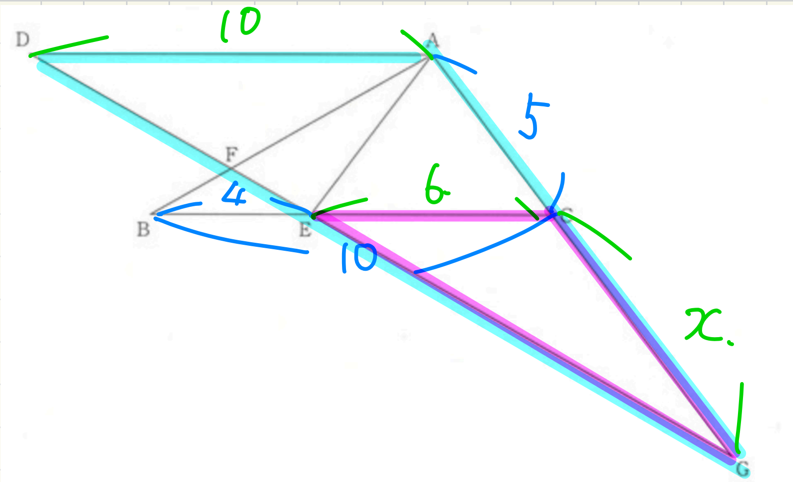


△ABCと△EDAにおいて、
仮定より
BC＝DA ―― ①
∠ACB＝∠AEC ―― ②
②より△AECは二等辺三角形だから、

AC＝EA ―― ③
BC//DAで錯角は等しいから、
∠EAD＝∠AEC ―― ④
②、④より
∠ACB＝∠EAD ―― ⑤
①、③、⑤より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、△ABC≡△EDA（証明終わり）

2.

(1)



△GCEと△GADにおいて、EC//DAより同位角が等しいので、
∠GCE＝∠GAD ― ①
∠GEC＝∠GDA ― ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle GCE \sim \triangle GAD$. 対応する辺の比は等しいから

$GC : GA = CE : AD$ —— ③

ここで、1. より $\triangle ABC \equiv \triangle EDA$ だから、$BC = DA$.

$BC = 10\text{cm}$ より $DA = 10\text{cm}$.

また、$CE = CB - BE = 10 - 4 = 6\text{cm}$.

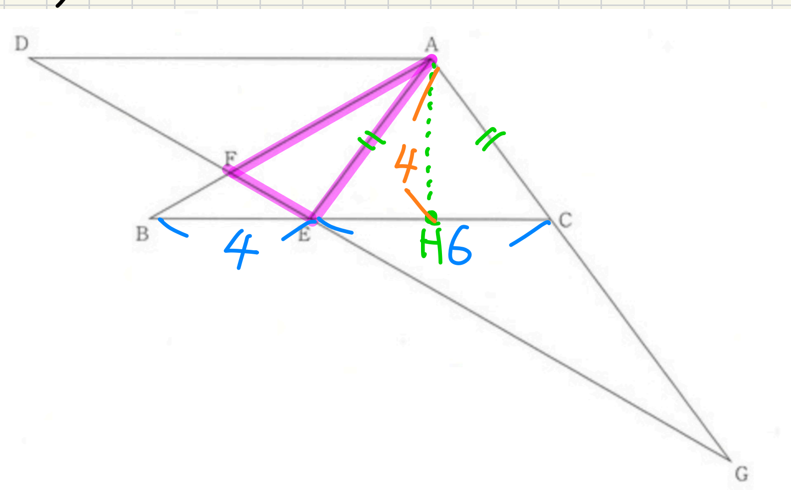
$GC = x\text{ cm}$ とおくと、③より

$$x : (x+5) = 6 : 10$$
$$= 3 : 5$$

$$\Leftrightarrow 5x = 3(x+5)$$
$$\Leftrightarrow 5x = 3x + 15$$
$$\Leftrightarrow 2x = 15. \qquad x = \frac{15}{2}\text{cm}$$

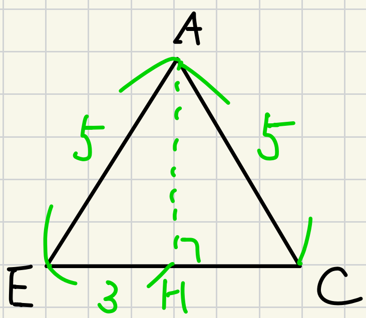
よって、$CG = \frac{15}{2}\text{cm}$

(2)



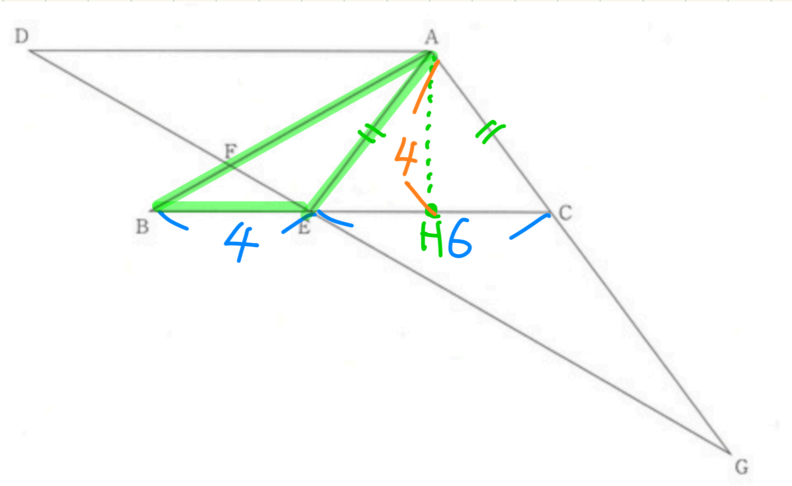
AからBCに垂線を下ろした足をHとする。

$\triangle AEC$は二等辺三角形だから、$EH = HC$.



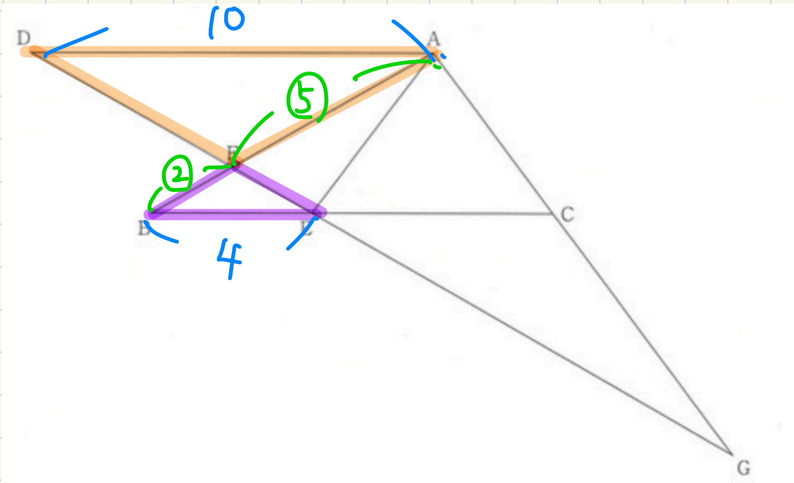
よって、$\triangle AEH$で三平方の定理より

$$AH = \sqrt{5^2 - 3^2}$$
$$= \sqrt{25 - 9}$$
$$= \sqrt{16}$$
$$= 4$$



したがって、△ABEの面積は

$$\frac{1}{2}\times 4\times 4 = 8\ cm^2.$$



次に、△FBEと△FADにおいて、BE∥ADより錯角が等しいので

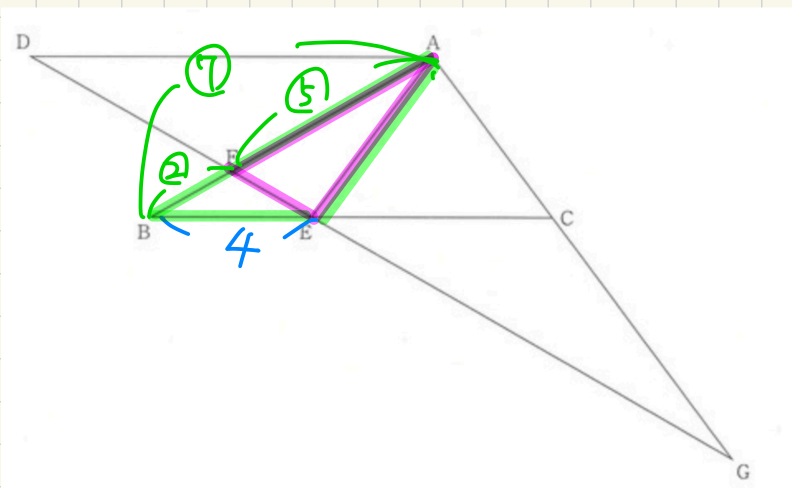
∠FBE＝∠FAD —①

∠FEB＝∠FDA —②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、

△FBE∽FAD。対応する辺の比は等しいから

$$FB : FA = BE : AD$$
$$= 4 : 10$$
$$= 2 : 5$$



△ABEと△AFEにおいて、底辺をそれぞれAB, AFとすると、高さが等しいので、面積比は底辺比に等しい

よって.

$$\underbrace{\triangle ABE}_{8\,\mathrm{cm}^2} : \triangle AFE = AB : AE$$
$$= 7 : 5$$

したがって.

$$7 \times \triangle AFE = 40$$

$$\therefore \triangle AFE = \frac{40}{7}\,\mathrm{cm}^2$$