2024年度 福井県

数学 B問題

kmkm

1.

(1)

ア. 与式 $= 9 - 12$

$= -3$

イ. 与式 $= \dfrac{-4a^2b \times 12b}{-6ab}$

$= 8ab$

ウ. 与式 $= 6x - 9y + 2x + 12y$

$= 8x + 3y$

エ. 与式 $= \dfrac{4\sqrt{3}}{3} + \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　※ $\dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$= \dfrac{6\sqrt{3}}{3}$

$= 2\sqrt{3}$

(2) 与式 $= (a+2)(a-2)$

(3) $\begin{cases} x + y = 1 & \text{—①} \\ 2x - 7y = 11 & \text{—②} \end{cases}$

①×2 − ② より

$$\begin{array}{rrrl} & 2x + 2y &=& 2 \\ -) & 2x - 7y &=& 11 \\ \hline & 9y &=& -9 \end{array}$$

$\therefore y = -1$

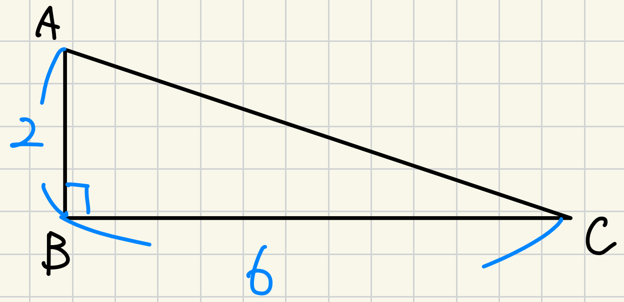
$y=-1$ を①に代入して

$$x-1=1$$

$$x=2$$

よって $x=2,\ y=-1$

(4)



三平方の定理より

$$CA=\sqrt{2^2+6^2}$$

$$=\sqrt{4+36}$$

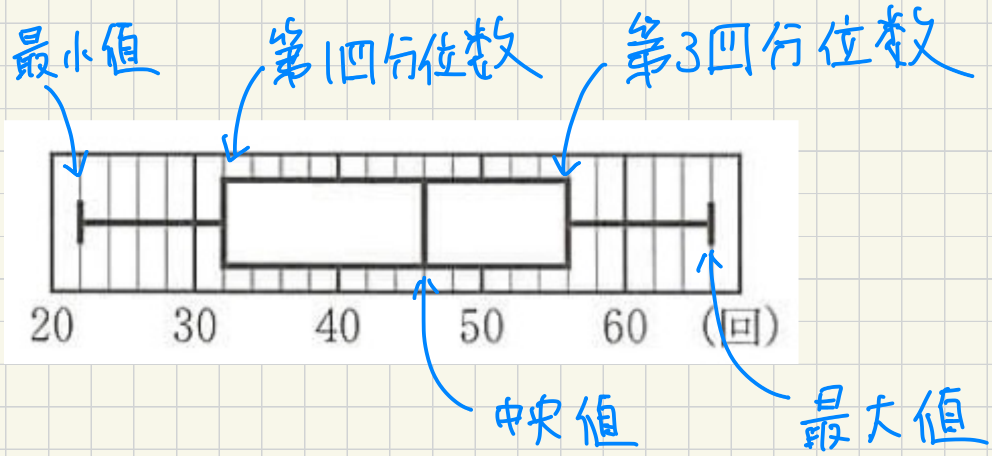
$$=\sqrt{40}$$

$$=2\sqrt{10}$$

$$=2\sqrt{10}\ \text{cm}$$

(5)

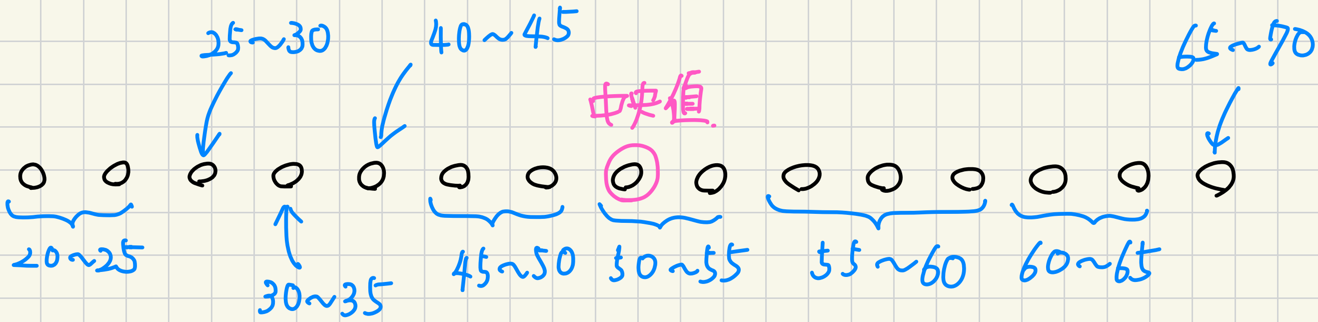
ア.



第1四分位数 = 32回

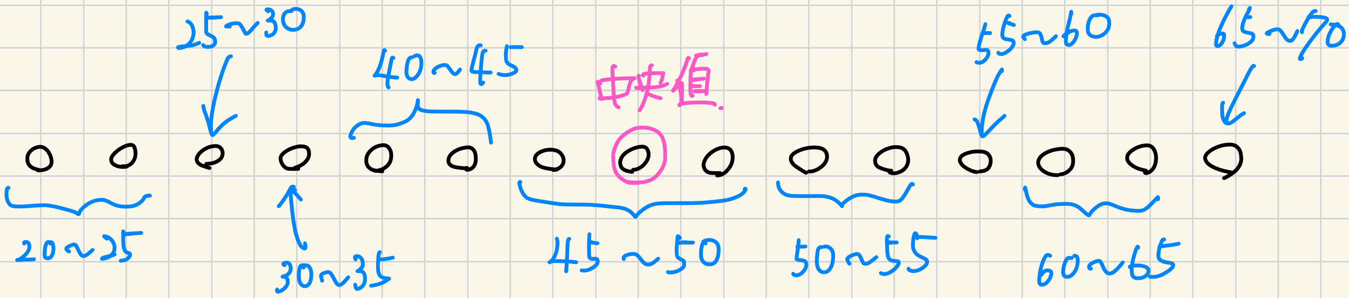
イ.

図1



中央値 = 50〜55回

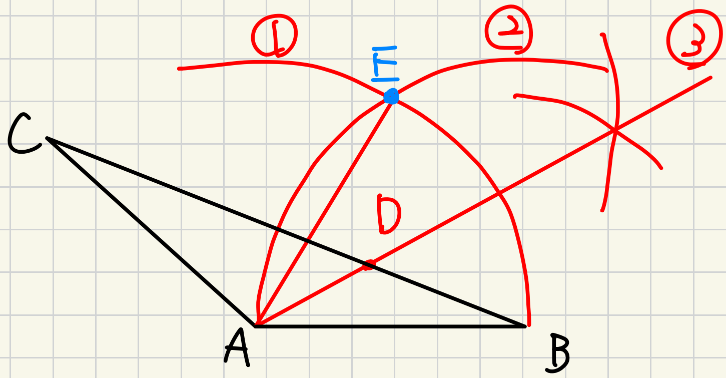
図2



中央値 = 45 ~ 50.

箱ひげ図から中央値が46回とわかるが、
図1では中央値が50回以上55回未満の階級にあるので、誤りは図1

(6)



① Aを中心として、
半径ABの円を描く

② Bを中心として
半径ABの円を描く.

①、② の交点をEとすると、

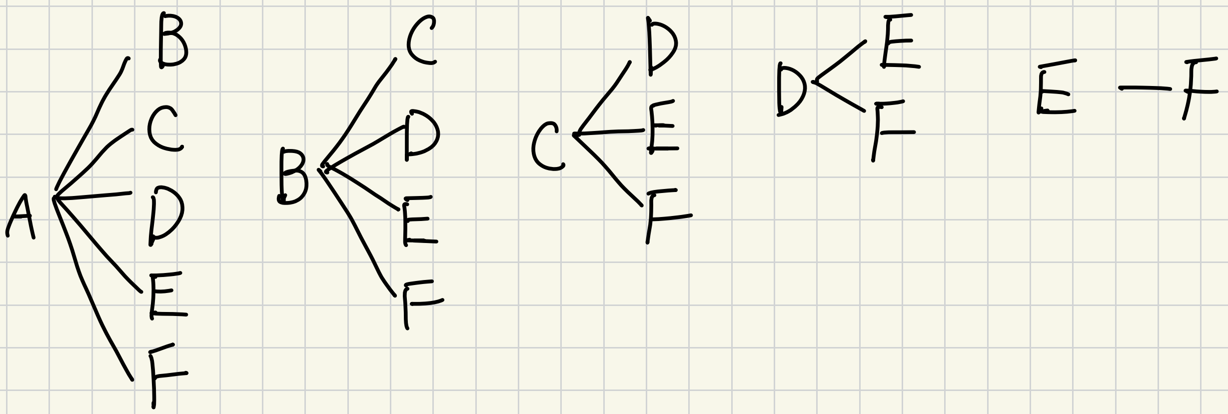
$AB = AE$, $AB = BE$ より $AB = AE = BE$

$\therefore$ △EABは正三角形で、$\angle EAB = 60°$

③ $\angle EAB$ の二等分線を描き、BCとの交点がD

2.

(1) 樹形図は、以下の通り

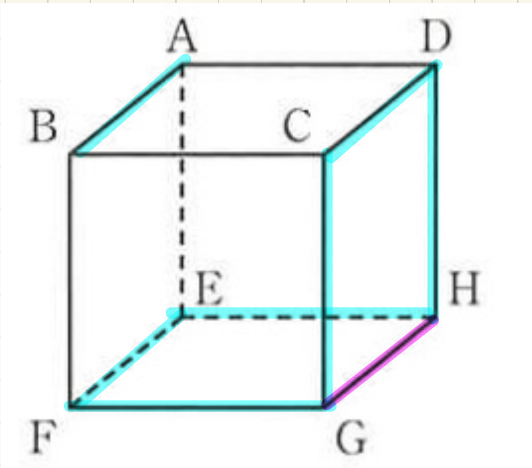


カードの取り出し方は、全部で15通り。そのうち、

AとBが取り出されるのは1通り。よって求める確率は

$$\frac{1}{15}$$

(2)



GHとねじれの位置でないのは

⇒GHと垂直、又は、平行

左図のように

$\underbrace{AB, CD, EF}_{GHと平行}$, $\underbrace{CG, DH, FG, EH}_{GHと垂直}$

このうち、A～Fのカードを2枚使ってできる辺は、

AB, CD, EF

の3通り。カードの取り出し方は15通りあるので、

GHとねじれの位置にある辺は、

$15 - 3 = 12$ 通り。

よって、求める確率は

$$\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

3.

(1)

ア. たこ焼き器1台につき20パック作れるから、
たこ焼き器 a 台では $20a$ パック作れる。
昨年は10パック残ったので、売れたたこ焼きは
$20a-10$ パック

イ. 昨年は1パック300円で売れたので、昨年の
売り上げは $300\times(20a-10)$ 円 —— ①

また、今年は売れ残りがなかったので、売れた
たこ焼きは $20a$ パック。1パック250円なので
今年の売り上げは $250\times20a$ 円 —— ②

① = ② より

$$300\times(20a-10)=250\times20a$$
$$\Leftrightarrow\ 6000a-3000=5000a$$
$$\Leftrightarrow\ 1000a=3000$$
$$a=3$$

(2) 10円値上げすると3パック売れ残る
20円値上げすると6パック売れ残る
⇒ 10×2 円値上げすると、3×2 パック売れ残る
したがって、$10x$ 円値上げすると、$3x$ パック売れ残る

たこ焼きは、$120-3x$ パック これを $250+10x$ 円
で売ると、売り上げは、

$$(250+10x)(120-3x)\text{ 円} —— ①$$

値上げ前は売れ残りがなく、1パック250円で売るから、売り上げは

$$250 \times 120 = 30000\text{円} \text{ —— ②}$$

①は②より1080円高いので、

$$(250+10x)(120-3x) = 30000+1080$$

式を整理すると、

$$10(25+x) \times 3(40-x) = 31080$$

$$\Leftrightarrow 30(25+x)(40-x) = 31080$$

$$\Leftrightarrow (25+x)(40-x) = 1036$$

$$\Leftrightarrow 1000+15x-x^2 = 1036$$

$$\Leftrightarrow x^2-15x+36 = 0$$

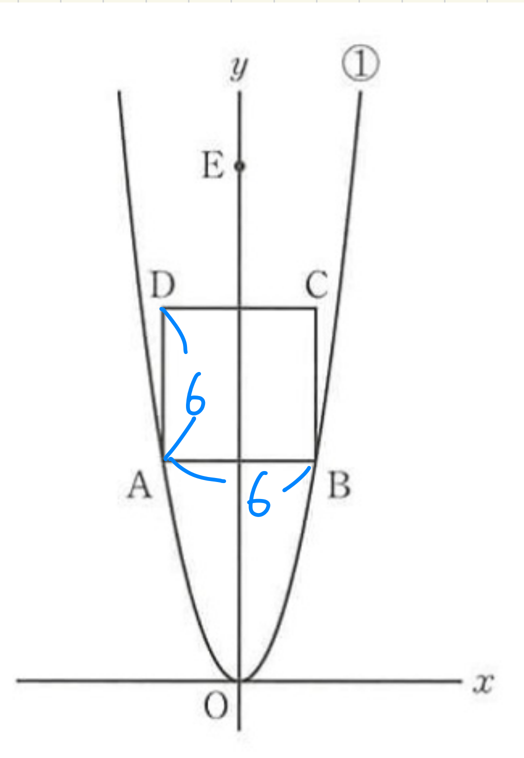
$$\Leftrightarrow (x-3)(x-12) = 0$$

$$\therefore x = 3, 12$$

xは自然数だから、$x=3, 12$は共に条件を満たす。

$$x = 3, 12$$

4.(1)



点Aは$y=x^2$上にあり、$x=-3$だから、

$$y = (-3)^2$$
$$= 9 \qquad \therefore A(-3, 9)$$

ABはx軸と平行だから、AとBのy座標は等しい。よって、$y=9$

点Bは$y=x^2$上にあるから

$$9 = x^2$$
$$\therefore x = \pm 3$$

$x>0$ より $x=3$　$\therefore B(3,9)$

□ABCD は正方形だから、AB = AD
$AB=3-(-3)=6$ より、$AD=6$.
よって、D は A の x 座標と等しく、A の y 座標より 6
大きいので、$D(-3, 9+6)=D(-3, 15)$

(2) 直線AEの式は、y 切片が $E(0, 21)$ だから、
$y=ax+21$
とおく。$A(-3, 9)$ を通るから
$9=-3a+21$
$\Leftrightarrow 3a=12$
$\therefore a=4$
よって、$y=4x+21$

(3)
ア. 点 P は $y=ax^2$ 上にあり、$x=-4$ だから
$y=a\times(-4)^2$
$=16a$.　$\therefore P(-4, 16a)$

また、点 P は直線AE：$y=4x+21$ 上にもあるので、
$16a=4\times(-4)+21$
$=-16+21$
$=5$
$\therefore a=\frac{5}{16}$

(イ)

(1) より $A(-3, 9)$, $B(3, 9)$, $D(-3, 15)$

□ABCDは正方形で、点Cは、

Cのx座標 $=$ Bのx座標

Cのy座標 $=$ Dのy座標

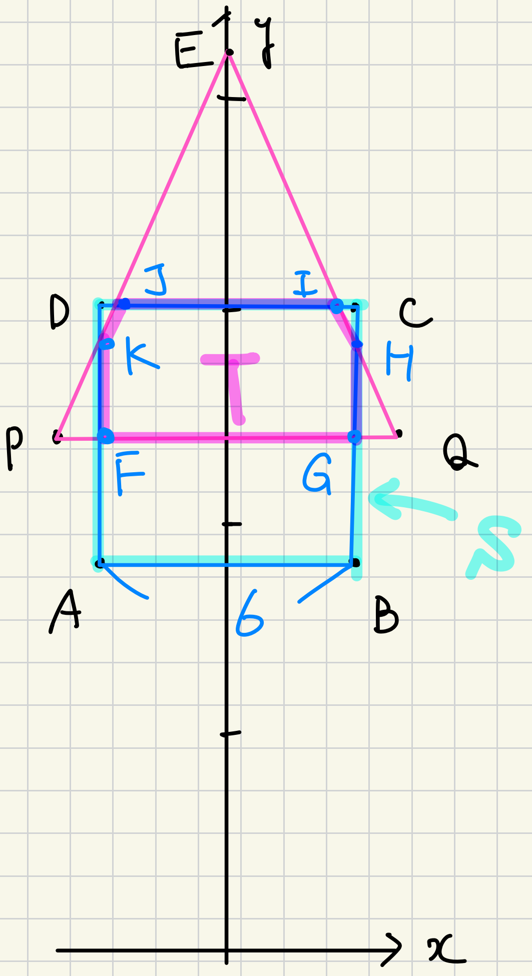
であるから、$C(3, 15)$

また、点Pは $y = \frac{3}{4}x^2$ 上にあり、$x = -4$ だから、

$$y = \frac{3}{4} \times (-4)^2$$
$$= \frac{3}{4} \times 16$$
$$= 12 \qquad \therefore P(-4, 12)$$

点Qは、点Pとy軸について対称だから、

$Q(4, 12)$



A, B, C, D, E, P, Qの位置は左図の通り。

左図のように、□ABCDと△EPQの各辺が交わる点をF, G, H, I, J, Kとする。

□ABCDの面積Sは

$AB = 3 - (-3) = 6$

の正方形より

$S = 6 \times 6 = 36$

Fについて

Fのx座標 = Aのx座標、
Fのy座標 = Pのy座標
より $F(-3, 12)$

Gについて

Fとy軸で対称なので $G(3, 12)$

Hについて

直線EQはy切片が$E(0, 21)$であるから
$y = mx + 21$とおくと $Q(4, 12)$を通るから

$$12 = m \times 4 + 21$$

$$\Leftrightarrow 4m = -9$$

$$m = -\frac{9}{4} \qquad \therefore y = -\frac{9}{4}x + 21$$

Hのx座標はBのx座標に等しいので $x = 3$
Hは直線EQ上にあるから

$$y = -\frac{9}{4} \times 3 + 21$$

$$= -\frac{27}{4} + \frac{84}{4}$$

$$= \frac{57}{4} \qquad \therefore H\left(3, \frac{57}{4}\right)$$

Iについて

Iのy座標はCのy座標と等しいので $y = 15$
また Iは直線EQ上にあるから

$$15 = -\frac{9}{4}x + 21$$

$$\Leftrightarrow 60 = -9x + 84$$

$$\Leftrightarrow 9x = 24$$

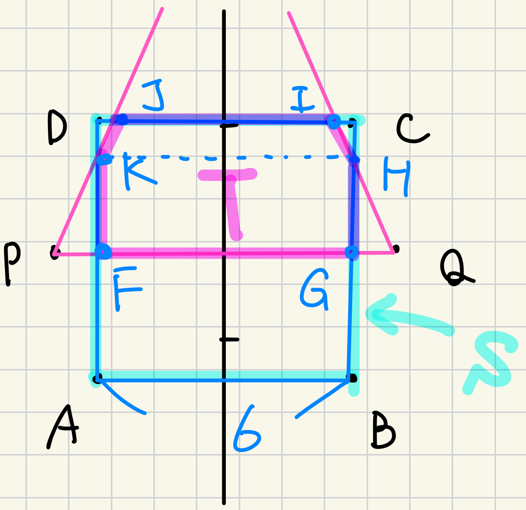
$$\therefore x = \frac{8}{3} \qquad \therefore \underline{I\left(\frac{8}{3}, 15\right)}$$

Jについて

Jは、Iとy軸について対称なので、$\underline{J\left(-\frac{8}{3}, 15\right)}$

Kについて

Kは、Hとy軸について対称なので、$\underline{K\left(-3, \frac{57}{4}\right)}$



また、

$\underline{T = □KFGH + □JKHI}$

であり、□KFGHは長方形、□JKHIは台形である。

□KFGHについて

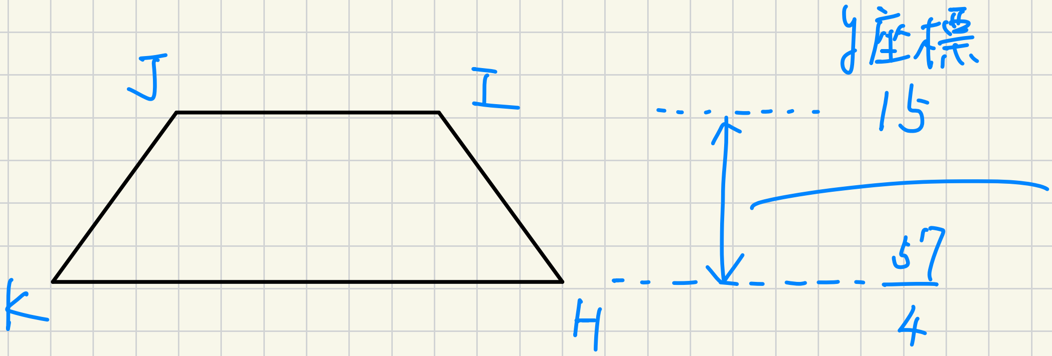
$$KF = \underbrace{\frac{57}{4}}_{\text{Kのy座標}} - \underbrace{12}_{\text{Fのy座標}} = \frac{57}{4} - \frac{48}{4} = \frac{9}{4}$$

$$GF = \underbrace{3}_{\text{Gのx座標}} - \underbrace{(-3)}_{\text{Fのx座標}} = 6$$

より

$\square KFGH = \frac{9}{4} \times 6 = \underline{\frac{27}{2}}$

$\square JKHI$ について



$15 - \frac{57}{4} = \frac{60}{4} - \frac{57}{4}$

$= \underbrace{\frac{3}{4}}_{台形の高さ}$

$JI = \underbrace{\frac{8}{3}}_{Iのx座標} - \left(\underbrace{-\frac{8}{3}}_{Jのx座標}\right) = \frac{16}{3}$

$KH = \underbrace{3}_{Hのx座標} - \underbrace{(-3)}_{Kのx座標} = 6$

台形の高さ $= 15 - \frac{57}{4} = \frac{3}{4}$

より

$\square JKHI = \left(\frac{16}{3} + 6\right) \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

$= \left(\frac{16}{3} + \frac{18}{3}\right) \times \frac{3}{8}$

$= \frac{34}{3} \times \frac{3}{8}$

$= \underline{\frac{17}{4}}$

したがって，

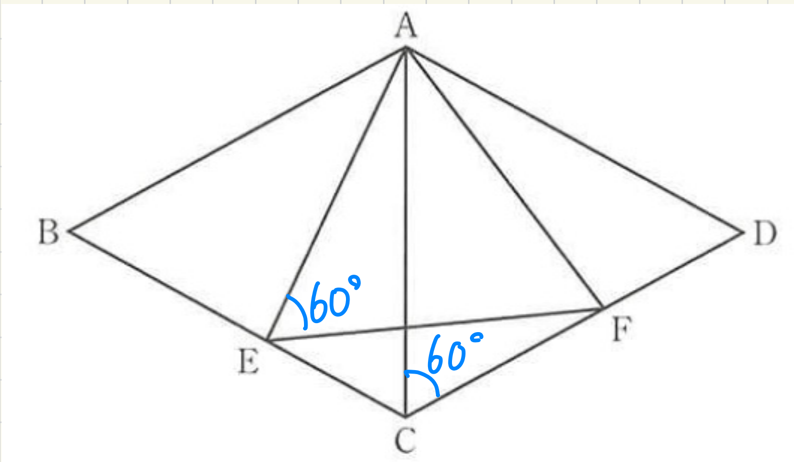
$$T = \square KFGH + \square JKHI$$
$$= \frac{27}{2} + \frac{17}{4}$$
$$= \frac{54+17}{4}$$
$$= \frac{71}{4}$$

よって，

$$S : T = 36 : \frac{71}{4}$$
$$= 144 : 71$$

5.

(1)

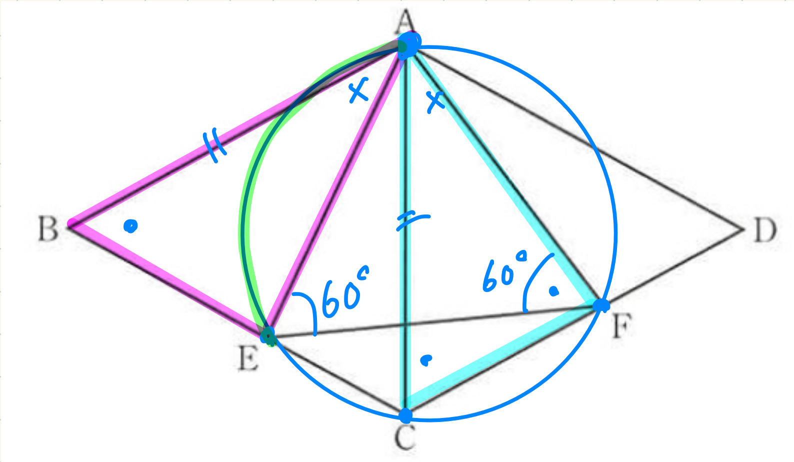


△ACD は正三角形なので，
$\angle ACF = 60°$
2点 E，C が直線 AF について同じ側にあり，
$\angle AEF = 60°$ だから，

$\angle AEF = \angle ACF$

よって，円周角の定理の逆が成り立つから，4点 A，E，C，F は同じ円周上にある。

(2)



△ABEと△ACFで
△ABCと△ACDはともに
正三角形なので
AB = AC —①
∠ABE = ∠ACF —②

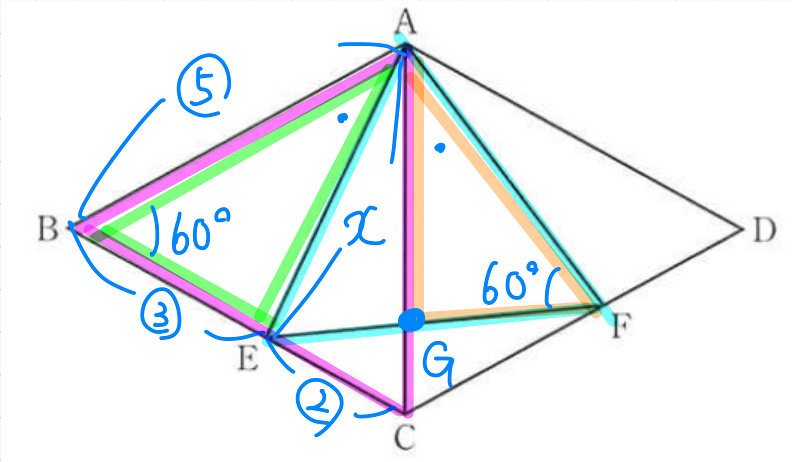
また、4点A, E, C, Fは同じ円周上にあり$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角だから
∠AFE = ∠ACF
よって、∠AFE = 60°となり、∠AEF = 60°だから
∠EAF = 60°
したがって

△ABCが正三角形より
∠BAC = 60°

∠BAE = $\boxed{∠BAC}$ − ∠EAC = 60° − ∠EAC —③
∠CAF = ∠EAF − ∠EAC = 60° − ∠EAC —④
③, ④から
∠BAE = ∠CAF —⑤

①, ②, ⑤から、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△ABE ≡ △ACF (証明終わり)

(3)



ACとEFの交点をGとする。

△ABEと△AFGにおいて、(2)より

△ABE≡△ACFだから

∠BAE=∠FAG ―― ㋐

∠ABE=∠AFG=60° ―― ㋑

㋐、㋑より2組の角がそれぞれ等しいので

△ABE∽△AFG ―― ㋒

BE：EC=3：2だから、BE=③、EC=②とすると

BC=⑤。△ABCは正三角形だから、AB=⑤

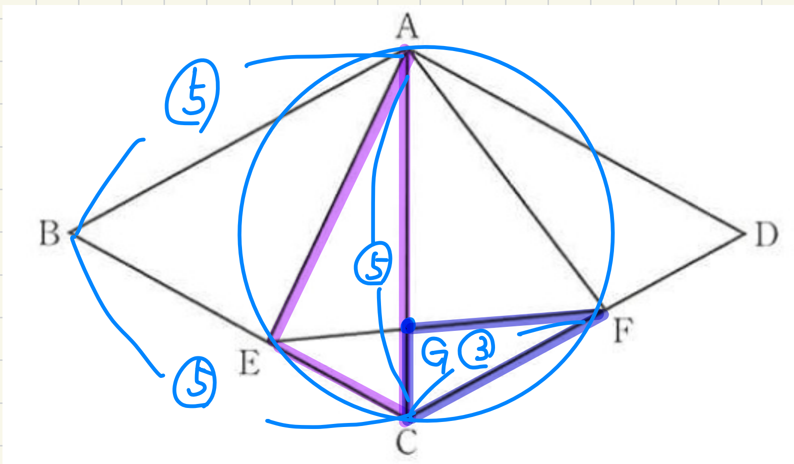
また、AE=x cmとおくと、△AEFは正三角形だから

AF=AE。∴AF=x cm。㋒より対応する辺の比は等しいから

$$\underset{⑤}{AB}:\underset{x}{AF}=\underset{x}{AE}:AG$$

$\Leftrightarrow \quad x^2=⑤AG$

$x>0$ より $x=\sqrt{⑤AG}$



△AECと△FGCにおいて、

∠ACE=∠FCG=60° ―― ㋓

△ABCが正三角形　△ACDが正三角形

4点 A, E, C, F は同じ円周上にあるので、$\overset{\frown}{EC}$ に対する円周角より

$$\angle CAE = \angle CFG \quad — ㋔$$

㋓、㋔より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle AEC \backsim \triangle FGC$. —— ㋕

ここで、(2)より $\triangle ABE \equiv \triangle ACF$ だから、$BE = CF$

$\therefore CF = ③$

$\triangle ABC$ は正三角形だから、$AC = ⑤$ よって㋕より対応する辺の比は等しいから

$$\underset{⑤}{CA} : \underset{③}{CF} = \underset{②}{EC} : GC$$

$\Leftrightarrow ⑤GC = ⑥ \qquad \therefore GC = \frac{6}{5}$

$AC = ⑤$, $AG = AC - GC$ より

$$AG = ⑤ - \frac{6}{5}$$

$$= \frac{19}{5}$$

$\underset{AE}{x} = \sqrt{⑤AG}$ より

$$\underset{AE}{x} = \sqrt{⑤ \times \frac{19}{5}} = \sqrt{19}$$

$\triangle ABC$ と $\triangle AEF$ はともに正三角形なので、

$\triangle ABC \backsim \triangle AEF$ であり、相似比は $AB : AE = 5 : \sqrt{19}$ 相似な三角形の面積比は、相似比の2乗に等しいので、$\triangle ABC : \triangle AEF = 25 : 19$