2024年度 鳥取県

数学

kmkm

[問題1]

問1

(1) 与式 $= -2+4+5$

$= 7$

(2) 与式 $= \dfrac{3}{2}$

(3) 与式 $= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$= \sqrt{3}$

(4) 与式 $= 6x - 3 - x + 2$

$= 5x - 1$

(5) 与式 $= \dfrac{-3xy \times 2x^3y^2}{-x^2y}$

$= 6x^2y^2$

問2

与式 $= (x-1)(x-7)$

問3

解の公式より

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 5 \times (-1)}}{2 \times 5}$$

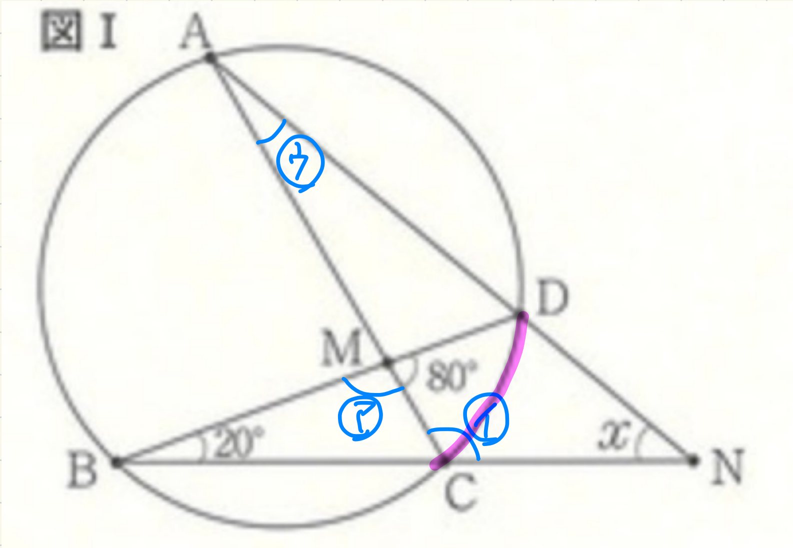
$$= \frac{1 \pm \sqrt{21}}{10}$$

問4

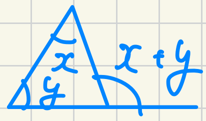
$7a + 4000b$ (円) が 15000 (円) ではたりなかったので、$7a + 4000b$ が 15000 より大きい。よって

$$7a + 4000b > 15000$$

問5.



$$㋐ = 180° - 80°$$
$$= 100°$$



㋑ 三角形の外角の定理より

$$㋑ = 20° + ㋐$$
$$= 20° + 100°$$
$$= 120°$$

$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから

$$㋒ = 20°$$

$\triangle ACN$ で内角の和は $180°$ だから

$$㋑ + ㋒ + \angle x = 180°$$
$$\angle x = 180° - (㋑ + ㋒)$$
$$= 180° - (120° + 20°)$$
$$= 180° - 140°$$
$$= 40°$$

問6

3枚の硬貨を投げるとき、表、裏の出方は、

$2 \times 2 \times 2 = 8$ 通り

このうち、全て裏となるのは1通り だから、
少なくとも1枚が表となるのは

$$8-1=7\text{通り}$$

よって求める確率は $\dfrac{7}{8}$

問7.

6, $\sqrt{31}$, $\dfrac{8}{\sqrt{2}}$ をそれぞれ2乗してみると

$$6^2=36$$

$$\sqrt{31}^2=31$$

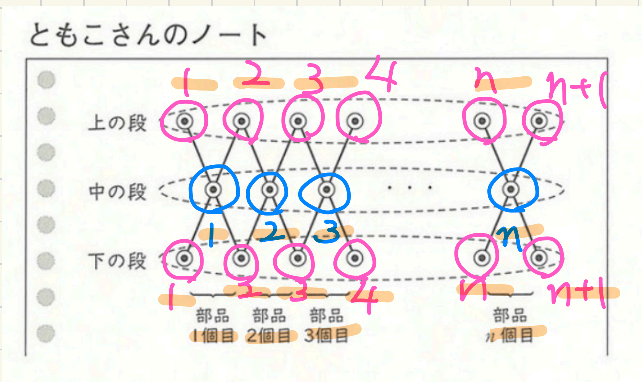
$$\left(\frac{8}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{64}{2}=32$$

よって $\underbrace{31}_{\sqrt{31}^2}<\underbrace{32}_{\left(\frac{8}{\sqrt{2}}\right)^2}<\underbrace{36}_{6^2}$ であるから、小さい順に

$\sqrt{31}$, $\dfrac{8}{\sqrt{2}}$, 6

問8

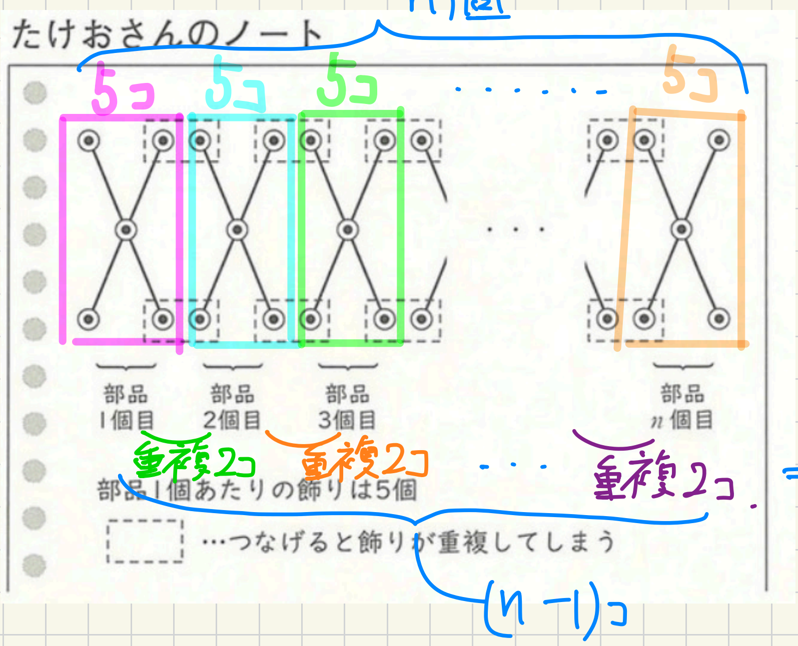
(1)



上の段の飾りは(n+1)個
下の段の飾りも(n+1)個
したがって、2×(n+1)は
上の段と下の段の飾りの総数を表している。

(2)

n個

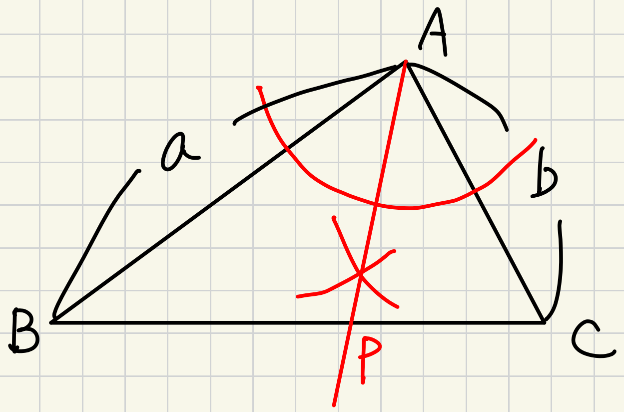


⇒ 5 × n 個

⇒ 重複は 2 × (n−1) 個

したがって. $\underbrace{5n}_{(ア)} - 2\underbrace{(n-1)}_{(イ)}$

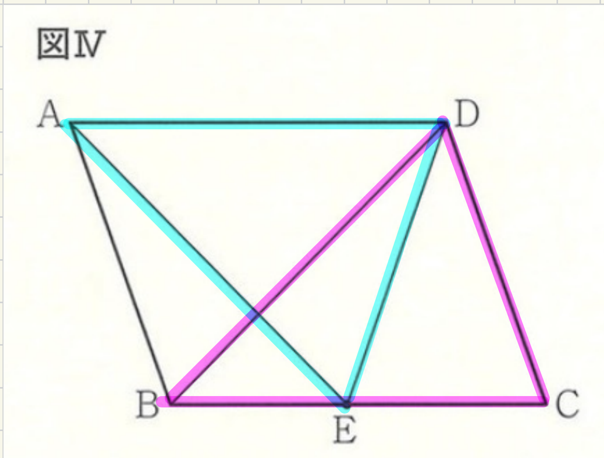
問9



∠BACの二等分線を描き
BCとの交点がP.

角の二等分線の性質より. AB : AC = BP : PC

問10



△DBC と △EAD で
仮定より
　DC = ED ―― ①
平行四辺形の向かい合う辺は、それぞれ等しいので、
　BC = AD ―― ②
仮定より △DCE は DC = DE の二等辺三角形である。二等辺三角形の2つの底角は等しいので
　∠DCB = ∠DEC
平行線の錯角は等しいので、AD // BC から
　∠DEC = ∠EDA
したがって、
　∠DCB = ∠EDA ―― ③
①、②、③ より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、△DBC ≡ △EAD

[問題2]

問1
　すべての参加者のうち150人を調べ、その中で46歳以上51歳未満の人を調べるから

① この調査の対象となる母集団はすべての参加者

② 標本は抽出する150人の参加者

よって エ

問2

150人を適切に選ぶには、偏りがあるといけないので、すべての参加者から無作為に150人を選ぶ。よってウ

問3

150人を抽出したうち、46歳以上51歳未満の参加者は21人である。よって、4000人のうち、46歳以上51歳未満の参加者をx人とすると、

$$\frac{21}{150} = \frac{x}{4000} \quad \text{——} ①$$

と推定できる ①の両辺を4000×150倍すると

$$21 \times 4000 = 150x$$
$$\Leftrightarrow 150x = 84000$$
$$\therefore x = 560$$

よって、およそ560人

問4

31歳以上36歳未満までの累積度数は、

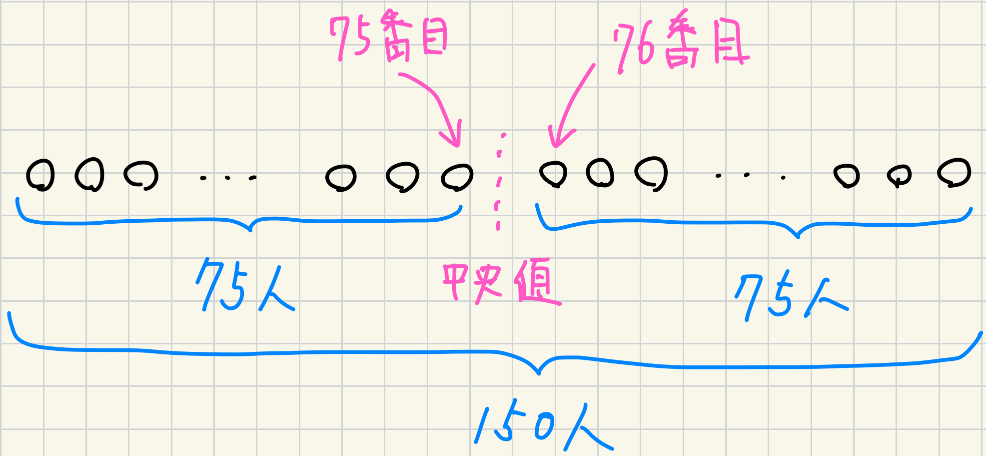
$$\underbrace{6}_{21\sim26} + \underbrace{12}_{26\sim31} + \underbrace{24}_{31\sim36} = 42$$

よって、累積相対度数は

$$\frac{42}{150} = 0.28$$

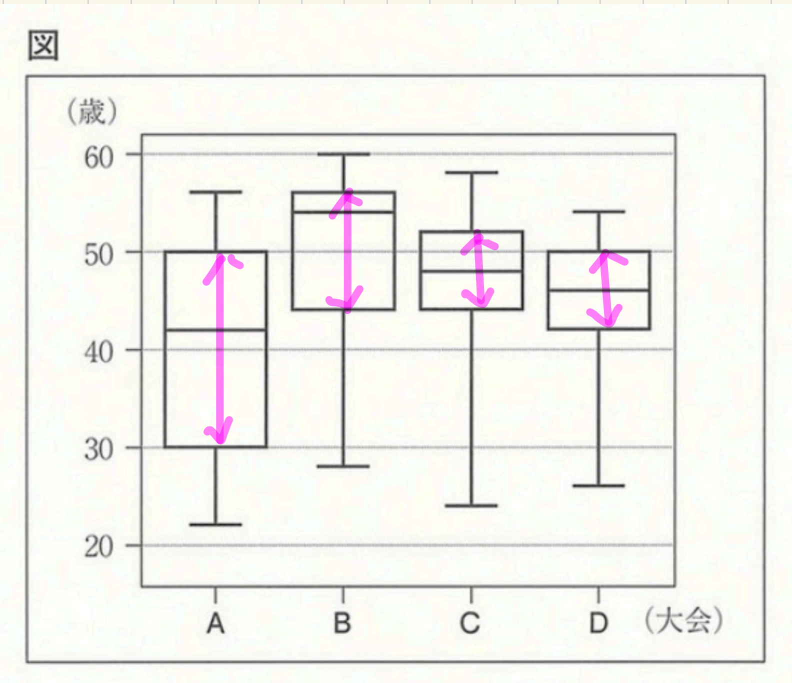
問5

150人を小さい順に並べると、以下のようになる。



よって、150人の年歳を小さい順に並べ、75番目と76番目の値の平均を求める

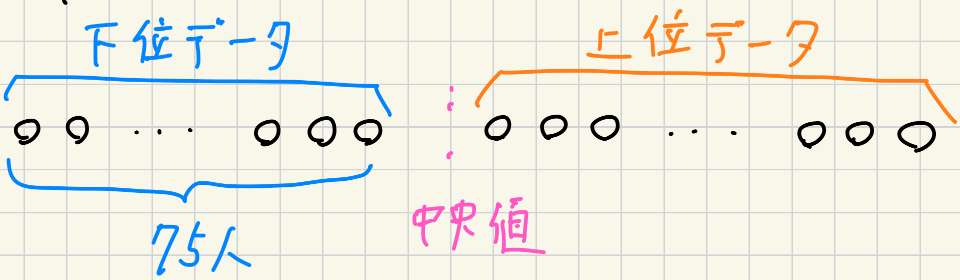
問6.



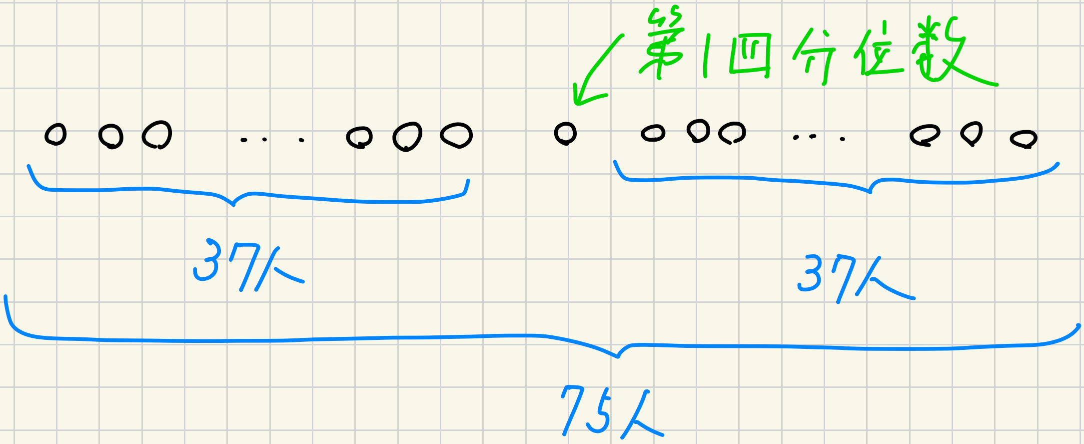
ア：図より四分位範囲が最も大きいのはAなので正しい

イ：箱ひげ図から平均年歳は分からないので誤り。

ウ．第1四分位数を考える。



下位データを考えると.

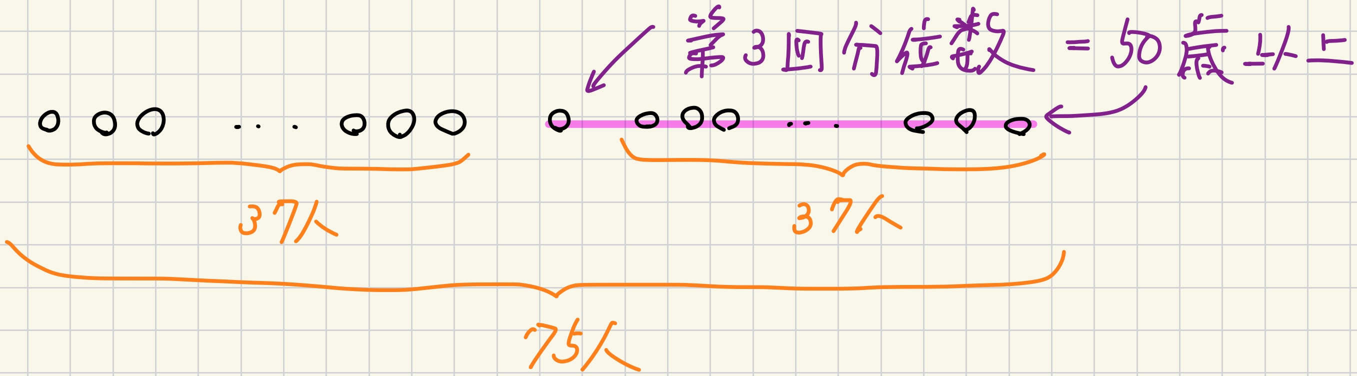


Aでは第1四分位数が30歳なので. 少なくとも40歳未満は38人いる.

B.C.Dでは. 第1四分位数が40歳〜50歳なので. 40歳未満は多くても37人. よって. 40歳未満が最も多いのはAなので誤り.

エ : 第1四分位数が最も小さいのはAなので誤り.

オ. 150人のうち. 上位データを考える.



A,B,C,Dの第3四分位数は. どれも50歳以上なので A〜Dのすべての大会に50歳以上は38人以上いる. よって正しい.

よって. ア, オ

問題3

問1

(1) ホテルからA駅まで1kmあり、3km/hで歩いたので、かかった時間は

$$1 \div 3 = \frac{1}{3} \text{時間}$$

$\times\frac{1}{3}$ (1時間 = 60分) $\times\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$時間 = ?分

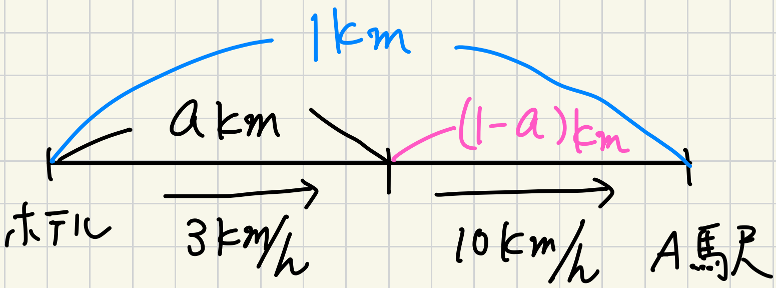
$\therefore ? = 60 \times \frac{1}{3} = 20$分

よって、20分

(2)

(i) 15分を時間に直すと、

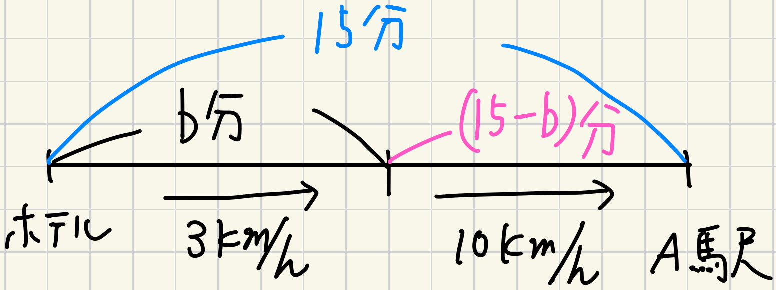
$$15 \times \frac{1}{60} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} \text{時間}$$



歩いた道のりをakmとすると、走った道のりは(1−a)kmであるから、かかった時間は

$$\underbrace{\frac{a}{3}}_{\text{歩いた時間}} + \underbrace{\frac{1-a}{10}}_{\text{走った時間}} = \underbrace{\frac{1}{4}}_{15分=\frac{1}{4}時間} \quad \cdots (答)$$

(ii)



歩いた時間をb分とすると、走った時間は(15−b)分である。これを時間に直すと、

$$b : b \times \frac{1}{60} = \frac{b}{60} \text{ 時間}$$

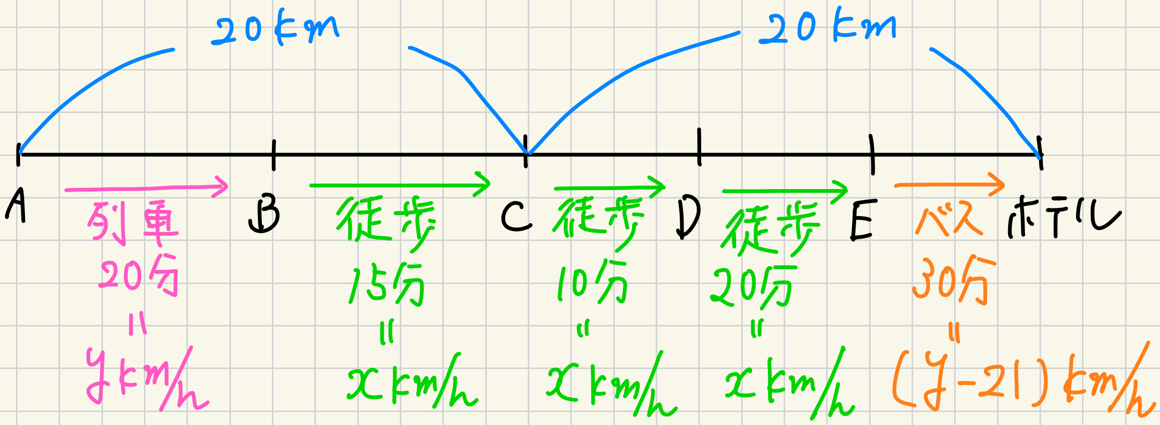
$$15-b : (15-b) \times \frac{1}{60} = \frac{15-b}{60} \text{ 時間}$$

よって

$$\underbrace{3 \times \frac{b}{60}}_{\text{走いた道のり}} + \underbrace{10 \times \frac{15-b}{60}}_{\text{走った道のり}} = \underbrace{1}_{\text{ホテル〜A駅 1km}} \quad \cdots \text{(答)}$$

問2

(1)



列車の速さは ykm/h → 1時間あたり ykm 進む。
列車はバスよりも1時間あたり21km多く進む

⇒ バスは列車よりも1時間あたり21km少ないので、
バスは1時間あたり y−21 km 進む。
⇒ バスの速さは (y−21) km/h.

各分を時間に直すと.

10分 : $\frac{10}{60}$ 時間, 15分 : $\frac{15}{60}$ 時間,

20分 : $\frac{20}{60}$ 時間, 30分 : $\frac{30}{60}$ 時間

よって. A～Cまでで方程式を作ると.

$$y \times \frac{20}{60} + x \times \frac{15}{60} = 20$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{15}{60}x + \frac{20}{60}y}_{ア} = 20$$

C～ホテルまでで方程式を作ると.

$$x \times \frac{10}{60} + x \times \frac{20}{60} + (y-21) \times \frac{30}{60} = 20$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{10}{60}x + \frac{20}{60}x + \frac{30}{60}(y-21)}_{イ} = 20$$

(2) (1)の連立方程式を整理すると

$$\begin{cases} 15x + 20y = 1200 \\ 10x + 20x + 30(y-21) = 1200 \end{cases}$$

÷5

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 240 & \text{—①} \\ 3x + 3y = 183 & \text{—②} \end{cases}$$

$30x + 30y - 630 = 1200$

$\Leftrightarrow 30x + 30y = 1830$

$\Leftrightarrow 3x + 3y = 183$

①−② より

$y=57$

②÷3 より

$x+y=61$

で、これに $y=57$ を代入して

$x+57=61$

$\therefore x=4$

$x=4,\ y=57$ は問題に適している。

歩く速さ：時速4km、列車の速さ：時速57km

問題4.

問1.

$y=\frac{a}{x}$ は点A(2, 4)を通るから

$4=\frac{a}{2}$　　$\therefore a=8$

問2

$t=1$ のとき、

点Pの x 座標 $=t=1$

点Qの x 座標 $=t-3=1-3=-2$

また、点P、Qは $y=x^2$ 上の点なので

点P

$y=1^2=1$　　$\therefore$ P(1, 1)

点Q

$y=(-2)^2=4$　　$\therefore Q(-2,4)$

直線PQの式を $y=ax+b$ とおくと、P(1,1)、Q(-2,4) を通るから

$$\begin{array}{rl} 1=a+b & \text{—— ①} \\ -)\ 4=-2a+b & \text{—— ②} \\ \hline -3=3a & \end{array}$$

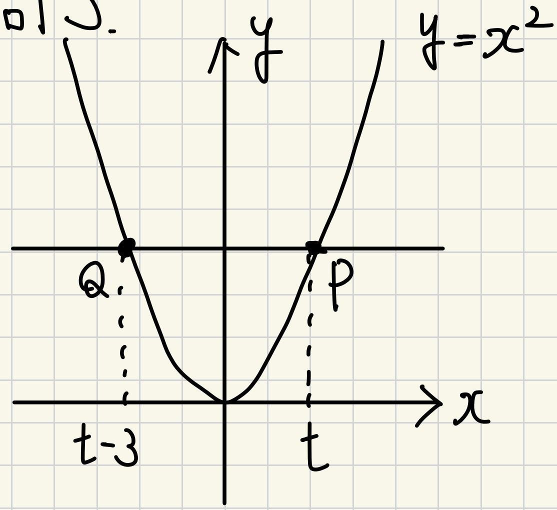
$\therefore a=-1$

$a=-1$ を①に代入して

$1=-1+b$　　$\therefore b=2$

よって、$y=-x+2$

問3.



直線PQがx軸と平行

⇒ 点P, Qのy座標が等しい

点P

$y=t^2$　　$\therefore P(t,t^2)$

点Q

$y=(t-3)^2$　　$\therefore Q(t-3,(t-3)^2)$

よって、

$\underbrace{t^2}_{\text{Pのy座標}}=\underbrace{(t-3)^2}_{\text{Qのy座標}}$

$\Leftrightarrow t^2=t^2-6t+9$

$\Leftrightarrow 6t=9$

$\therefore t=\dfrac{3}{2}$

また、点Rは点Pのx座標$\left(t=\frac{3}{2}\right)$と等しく、

点Rは $y=\frac{8}{x}$ 上にあるから

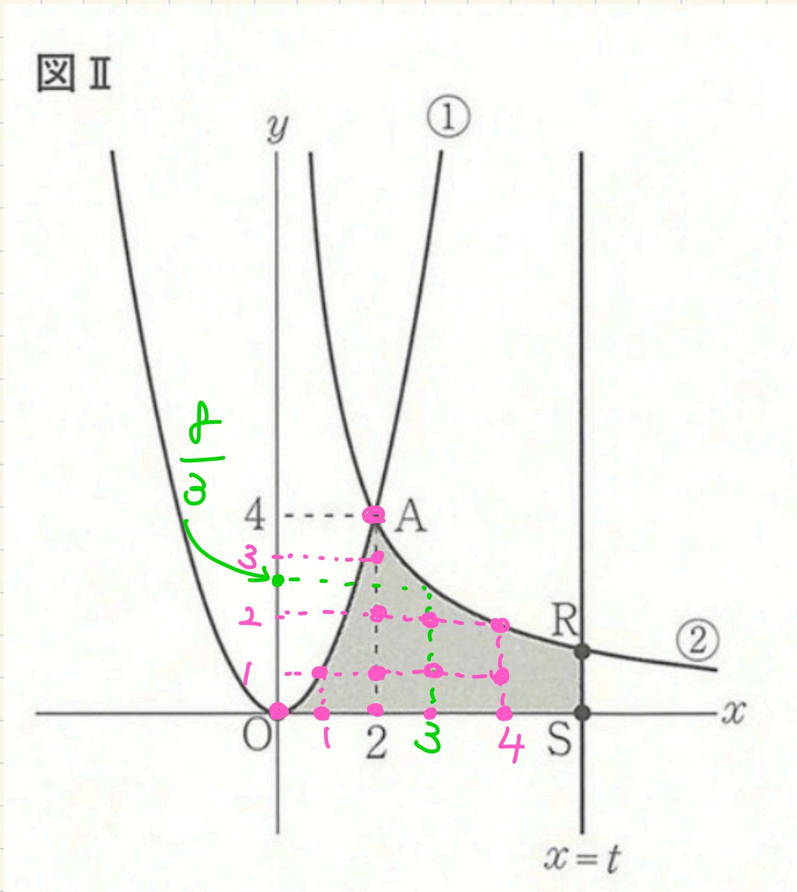
$\frac{8}{x}=8\div x$

$$y=8\div x$$
$$=8\div\frac{3}{2}$$
$$=8\times\frac{2}{3}$$
$$=\frac{16}{3}$$

よって、点Rのy座標は$\frac{16}{3}$

問4

(1)



左図より

$x=0$のとき 1個

$x=1$のとき 2個

$x=2$のとき 5個

$x=3$のとき 3個

$x=4$のとき 3個

よって

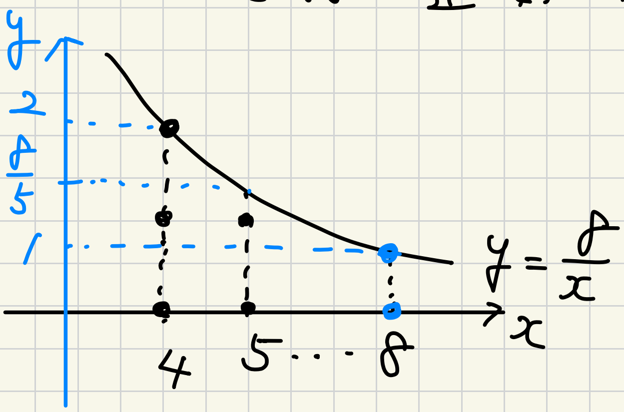
$1+2+5+3+3$

$=14$

$\therefore n=14$

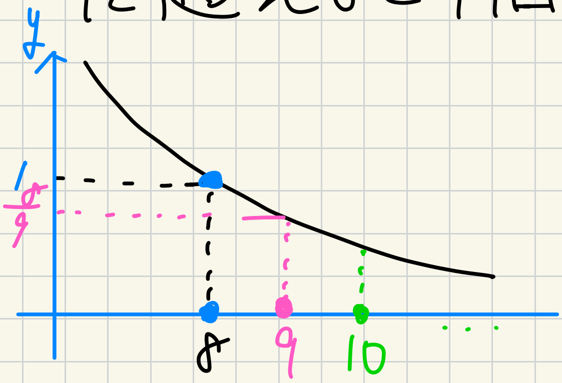
(2)

$t > 3$ では、整数の数は $y=\frac{8}{x}$ で制限される。



(1)より $x=4$ では3個であるが、$x=5$ では2個となる。

$x=8$ のとき $y=1$ であるから2個あり、x が9を超えると1個がつづく。



よって、

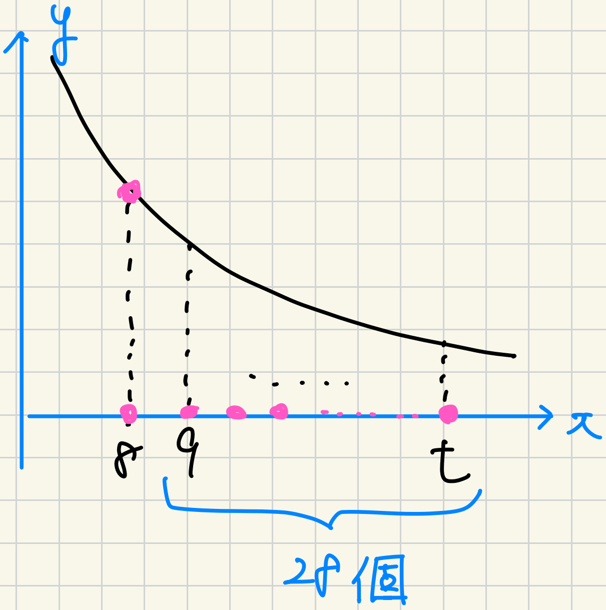
$$\underbrace{14}_{x \leqq 4} + \underbrace{2+2+2+2}_{4<x \leqq 8} + \overbrace{\underbrace{1+1+\cdots\cdots+1}_{8<x}}^{A\text{個}} = 50$$

$1+1+\cdots+1$ について、1の個数をA個とすると、

$1+1+\cdots+1$ は1をA個足すので、その値はA。

よって

$$14+8+A=50$$
$$A=28$$



よって、9から数えて28番目の数を答えれば良い。

9, 10, ……, t

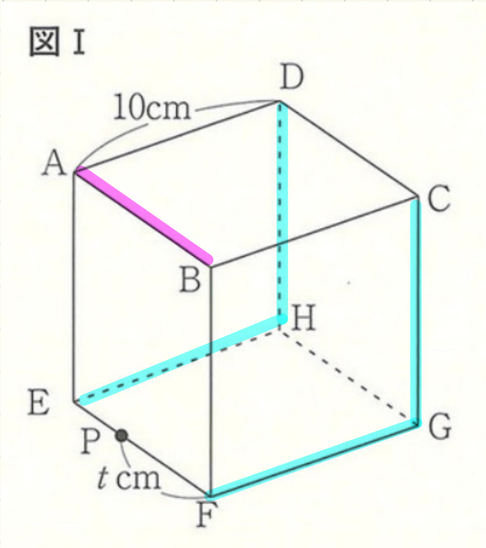
①, ②, ……, ㉘

$+8$ $+8$ $+8$

$\therefore t = 28 + 8 = 36$

問題5

問1



ア：ABと平行なので誤り

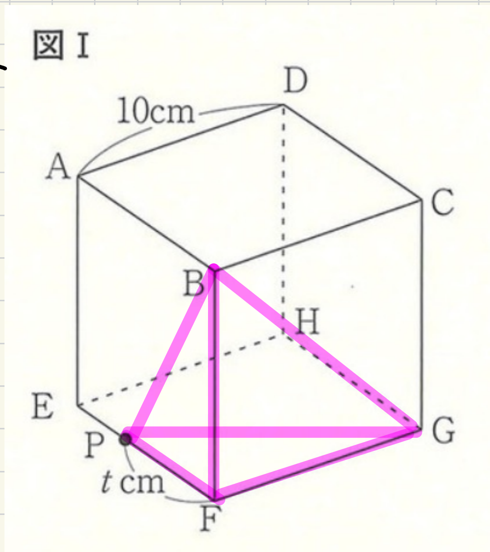
イ：ABと平行、垂直でないので正しい

ウ：ABと平行なので誤り

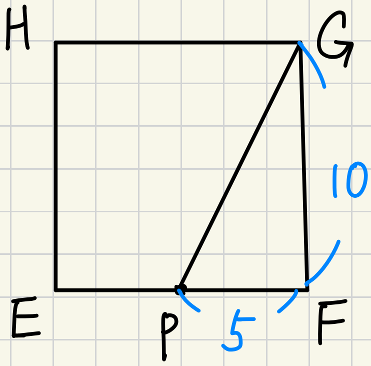
エ：ABと垂直なので誤り

オ：ABと平行、垂直でないので正しい

問2



$\Rightarrow$

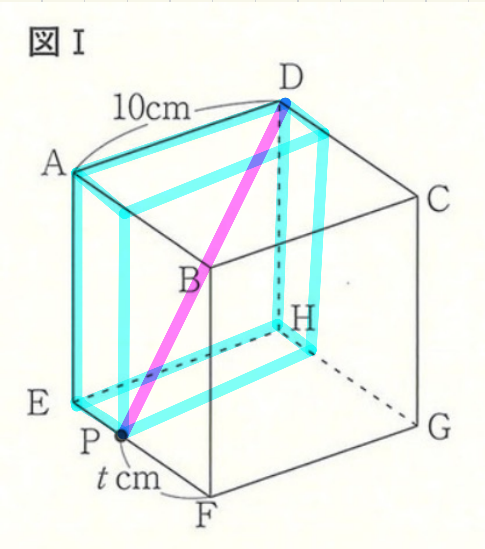


$$三角錐BFGPの体積 = \underbrace{\triangle FGP}_{底面積} \times \underbrace{BF}_{高さ} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 10 \times 10 \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{250}{3} \ \mathrm{cm}^3$$

問3



左図のような直方体を考える.
立体の三平方の定理より

$$\underbrace{DP^2}_{(6\sqrt{6})^2} = EP^2 + \underbrace{AE^2}_{10^2} + \underbrace{DA^2}_{10^2}$$

よって

$$216 = EP^2 + 100 + 100$$

$$\Leftrightarrow EP^2 = 16$$

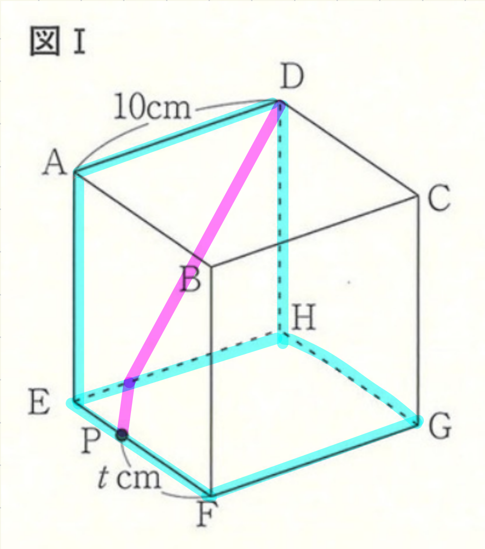
$$\therefore EP = \pm 4$$

$EP > 0$ より $EP = 4$

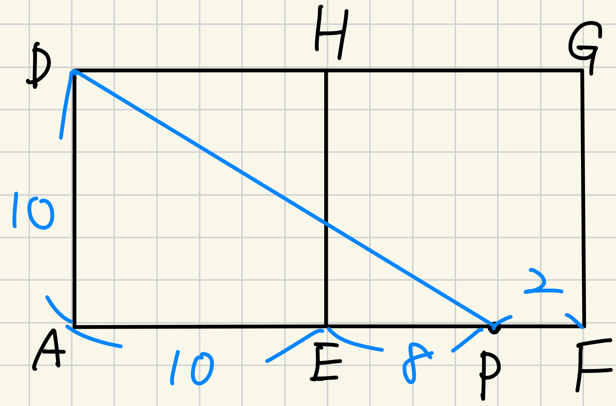
したがって

$$t = 10 - EP$$
$$= 10 - 4 = 6$$

問4



ひもが通る面の展開図を考える



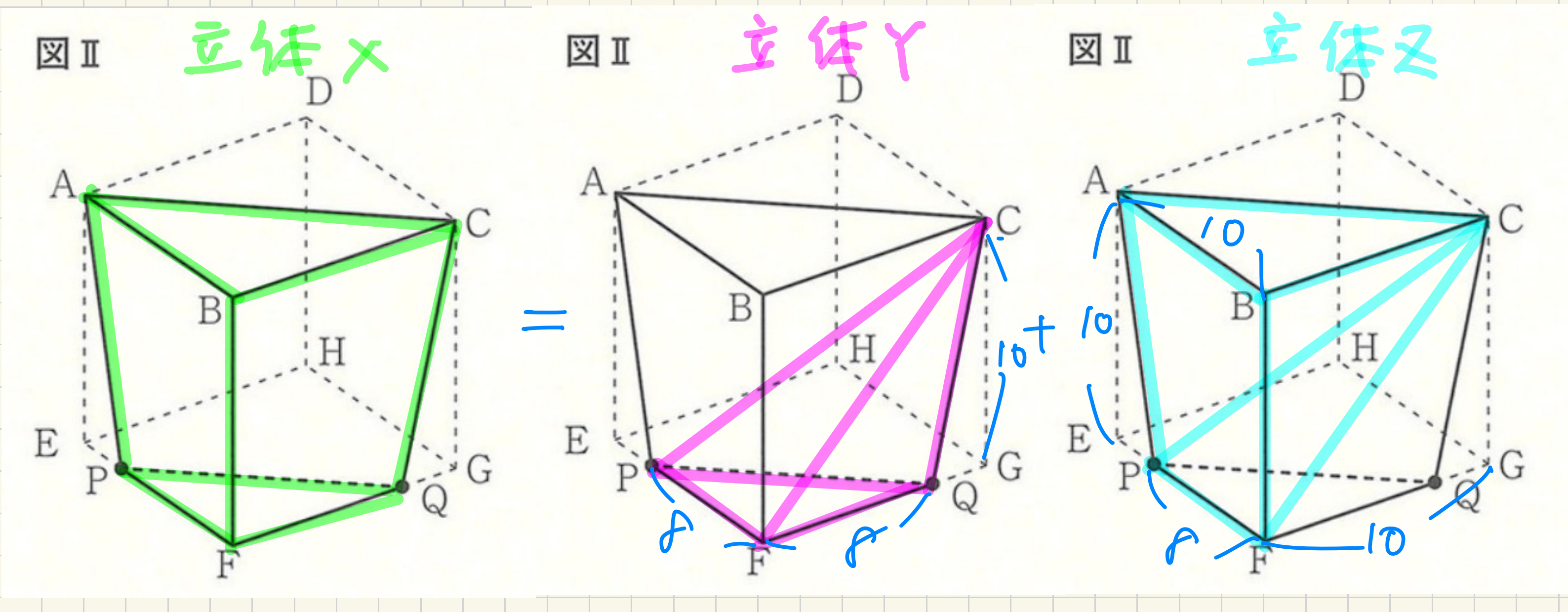
展開図において、ひもの長さが最も短くなる
⇒ DP が直線のとき。

FP = 2 より EP = 10 − 2 = 8 cm
よって △DAP で三平方の定理より

$$DP = \sqrt{10^2 + 18^2} \qquad = \sqrt{100 + 324}$$

$$= 2\sqrt{106}\ \text{cm} \qquad = \sqrt{424} \quad = 2\sqrt{106}$$

問5



立体Y ： 三角錐 C－PFQ
立体Z ： 四角錐 C－APFB
とおくと，立体 X ＝ 立体Y＋立体Z

立体Yについて

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times 8\times 8}_{\triangle PFQ}\times\underbrace{10}_{CQ}\times\frac{1}{3}=\frac{320}{3}\,\text{cm}^3$$

立体Zについて

$$\underbrace{\frac{(10+8)\times 10}{2}}_{\square APFB}\times\underbrace{10}_{FG}\times\frac{1}{3}=90\times 10\times\frac{1}{3}$$

$$=300$$

よって，

$$\text{立体}X=\frac{320}{3}+300$$

$$=\frac{320+900}{3}$$

$$=\frac{1220}{3}\,\text{cm}^3$$