2025年度 宮城県

数学

Km Km

第一問

1. 与式 $= 5 + 4$

$= 9$

2. 与式 $= 6 \times \left(-\frac{7}{2}\right)$

$= -21$

3. 与式 $= 4a^2 \times 5b$

$= 20a^2b$

4. $a + 7b - 3 = 0$

$\Leftrightarrow 7b = -a + 3$

$\therefore b = \frac{-a+3}{7} \left(= -\frac{1}{7}a + \frac{3}{7}\right)$

5. 与式 $= \frac{15}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + 3\sqrt{3}$

$= \frac{15\sqrt{3}}{3} + 3\sqrt{3}$

$= 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

$= 8\sqrt{3}$

6. $y = ax^2$ とおくと、$x = 6$, $y = -9$ を代入して

$-9 = a \times 6^2$

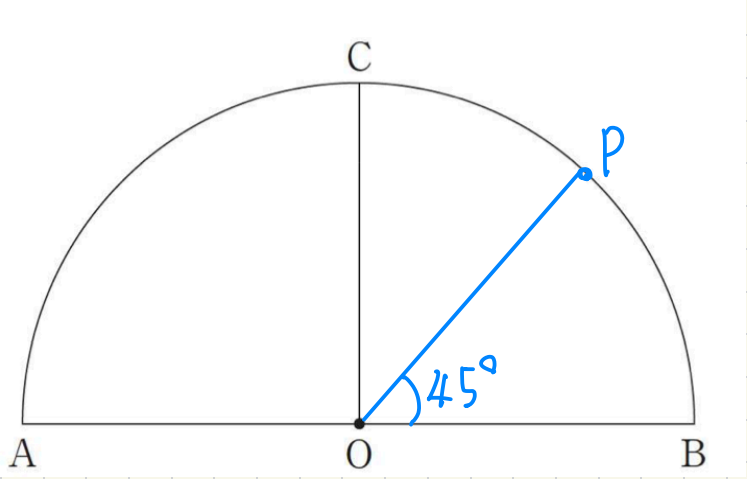
$\Leftrightarrow 36a = -9 \quad \therefore a = -\frac{1}{4}$

よって

$y = -\frac{1}{4}x^2$

7.

ア.

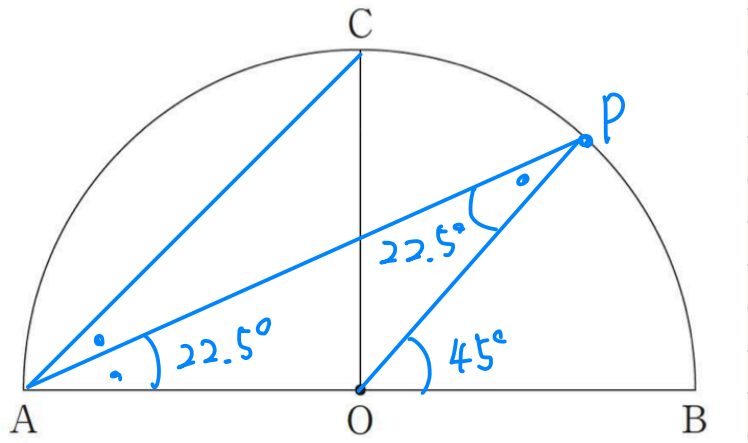


$\angle COB = 90°$ より $\angle COB$ の二等分線と $\overset{\frown}{BC}$ との交点Pは

$\angle POB = 45°$

よって正しい

イ



△AOCにおいて.

$\angle AOC = 90°$

$OA = OC$ (円の半径)

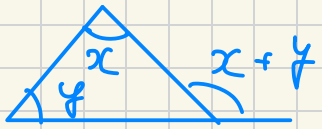
より △AOCは直角二等辺三角形. —— ①

$\angle CAB$ の二等分線と $\overset{\frown}{BC}$ との交点Pは.

$\angle CAP = \angle PAO = 45° \div 2 = 22.5$

また①より $\angle OAP = \angle OPB$ より $\angle OPB = 22.5°$

△AOPで外角の定理より

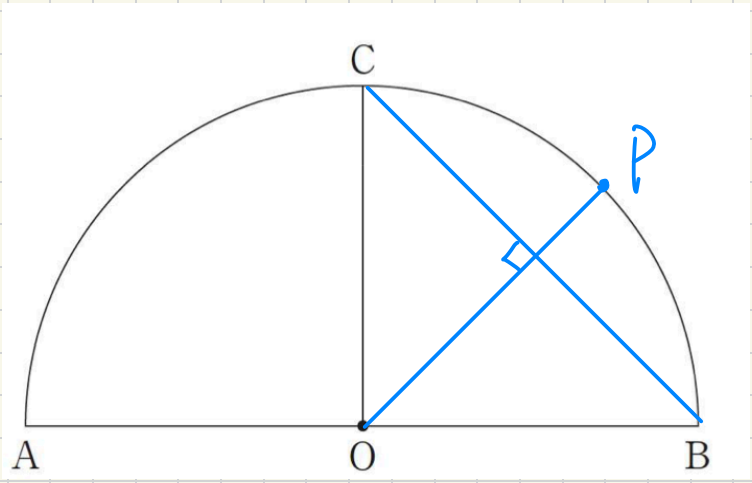


$\angle POB = 22.5° + 22.5°$

$= 45°$

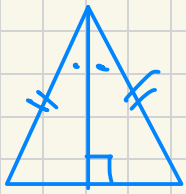
よって正しい

ウ.



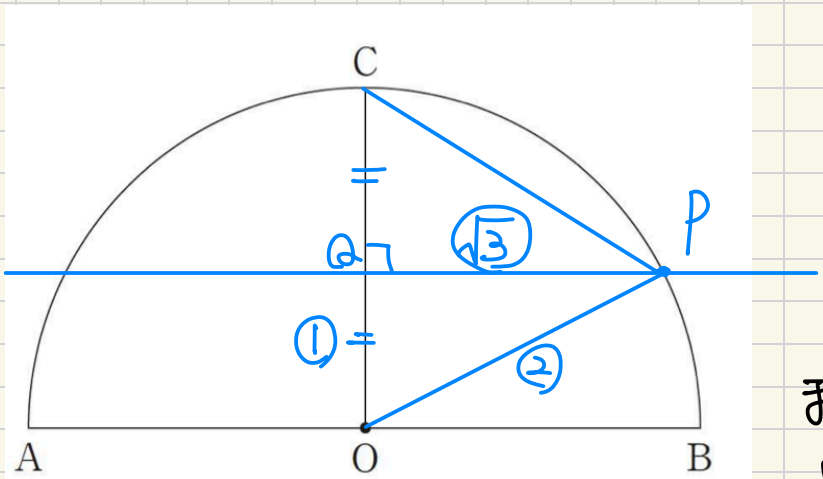
△COBにおいて.
∠COB=90°
OC=OB(円の半径)
より△COBは直角二等辺三角形.

二等辺三角形の性質よりOPは∠COBを二等分する.



よって∠POB=45°で正しい.

エ



OCの垂直二等分線とOCの交点をQとする.
OQ=①とすると.
OQ=OCより. OC=①
また. OC=OB(円の半径)
より

OB=②
△QOPは直角三角形より三平方の定理から
$PQ=\sqrt{②^2-①^2}$
$=\sqrt{3}$
よって△QOPは1:2:$\sqrt{3}$の直角三角形なので.

$\angle QOP = 60°$

$\therefore \angle POB = 90° - \angle QOP$

$= 90° - 60°$

$= 30°$

よって $\angle POB$ は $45°$ でない。

以上より答えは エ

ア.

A組の累積相対度数 $= \frac{16}{25} = 0.64$

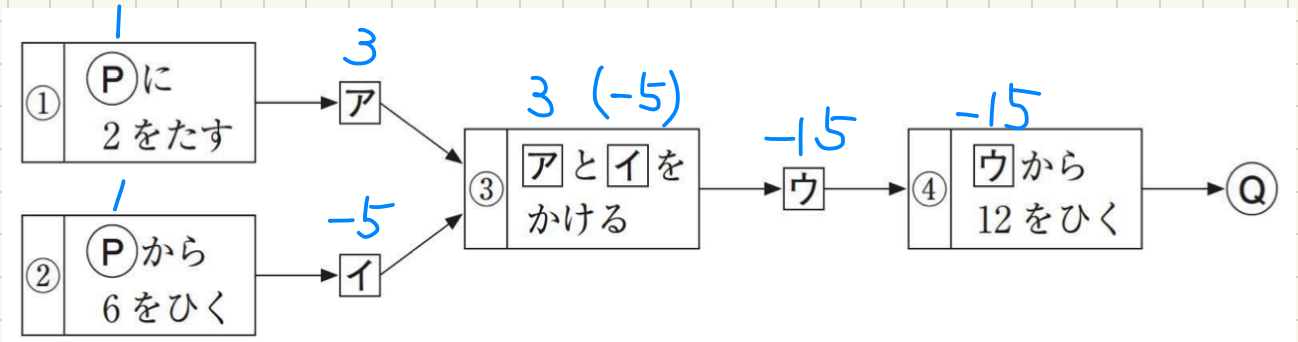
B組の累積相対度数 $= \frac{18}{30} = 0.60$

よって18.0秒以上20.0秒未満の階級の累積相対度数が大きい組はA組で，その累積相対度数は0.64である

第二問

1.

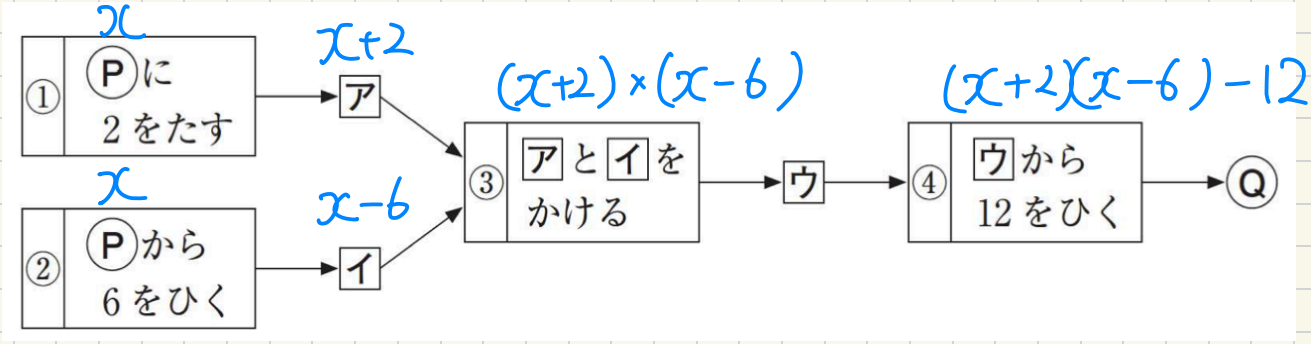
(1)



$Q = -15 - 12$

$= -27$

(2)



Ⓟ = Ⓠ より

$x = (x+2)(x-6) - 12$

$\Leftrightarrow x = x^2 - 4x - 12 - 12$

$\Leftrightarrow 0 = x^2 - 5x - 24$

$\Leftrightarrow (x+3)(x-8) = 0$

$\therefore x = -3, 8$

Ⓟは整数なので $x=-3, 8$ は共に適する.

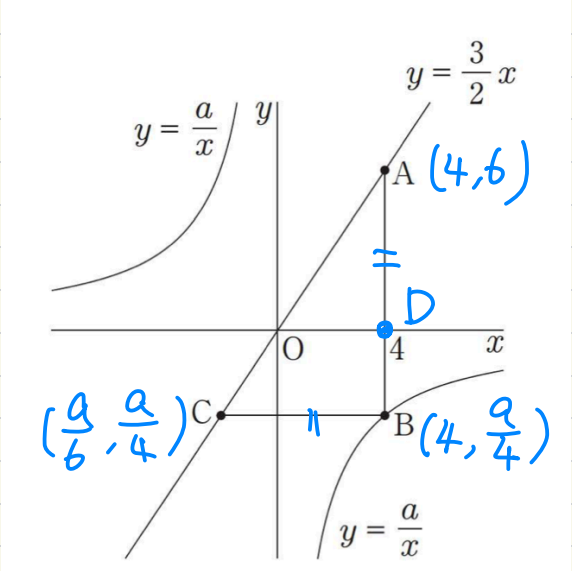
よって $x = -3, 8$

2.

(1) 点Aは $y = \frac{3}{2}x$ 上にあり $x=4$ だから

$y = \frac{3}{2} \times 4 = 6$

(2)



点Bは $y = \frac{a}{x}$ 上にあり

$x=4$ だから

$y = \frac{a}{4}$ $\therefore B(4, \frac{a}{4})$

点Cは $y = \frac{3}{2}x$ 上にあり

yは点Bのy座標と等しいから

$$\frac{a}{4} = \frac{3}{2}x$$

$\Leftrightarrow x = \frac{a}{4} \times \frac{2}{3}$

$= \frac{a}{6}$ $\quad \therefore C\left(\frac{a}{6}, \frac{a}{4}\right)$

AD = Aのy座標 − Dのy座標

$= 6 - 0$

$= 6$

BC = Bのx座標 − Cのx座標

$= 4 - \frac{a}{6}$

AD = BC より

$6 = 4 - \frac{a}{6}$

$\Leftrightarrow \frac{a}{6} = -2$

$\therefore a = -12$

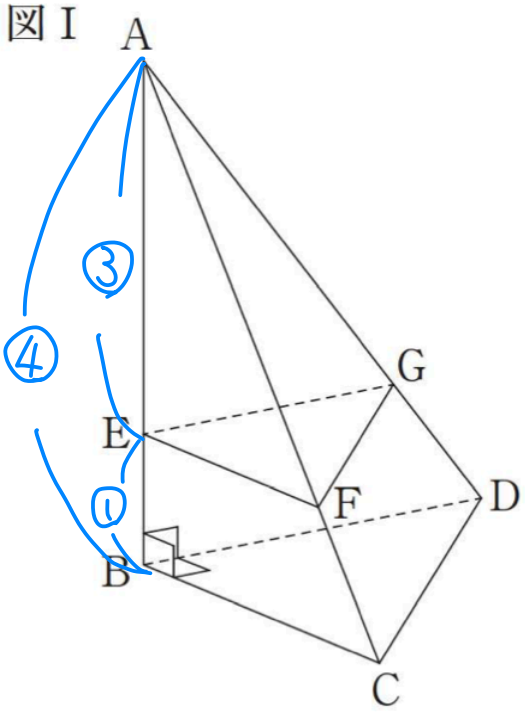
$a < 0$ より $a = -12$ は適する

よって $a = -12$

3.

(1)

図Ⅰ



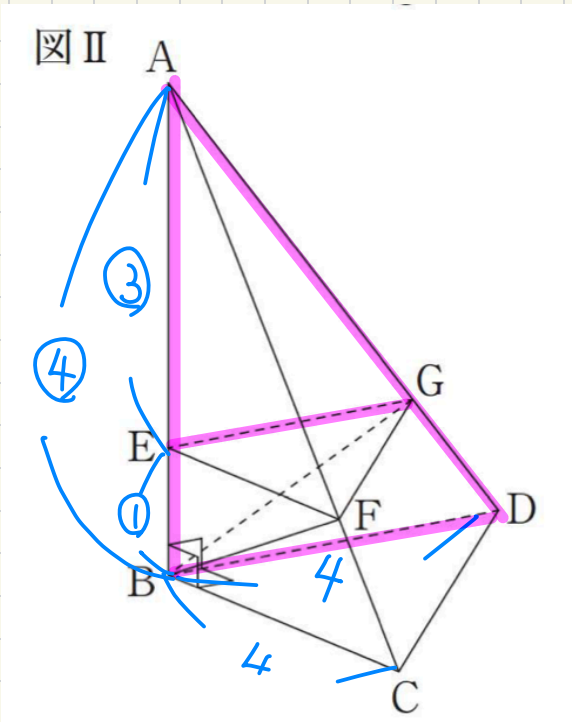
三角錐ABCD∽三角錐AEFG
であり、相似比は 4 : 3

相似な立体の体積比は
相似比の3乗に等しいから
三角錐ABCDと三角錐AEFG
の体積比は

$4^3 : 3^3 = 64 : 27$

(2)

図Ⅱ



△ABDと△AEGにおいて
面BCD∥面EFGより BD∥EG
よって同位角が等しいので

∠ABD = ∠AEG ―― ①

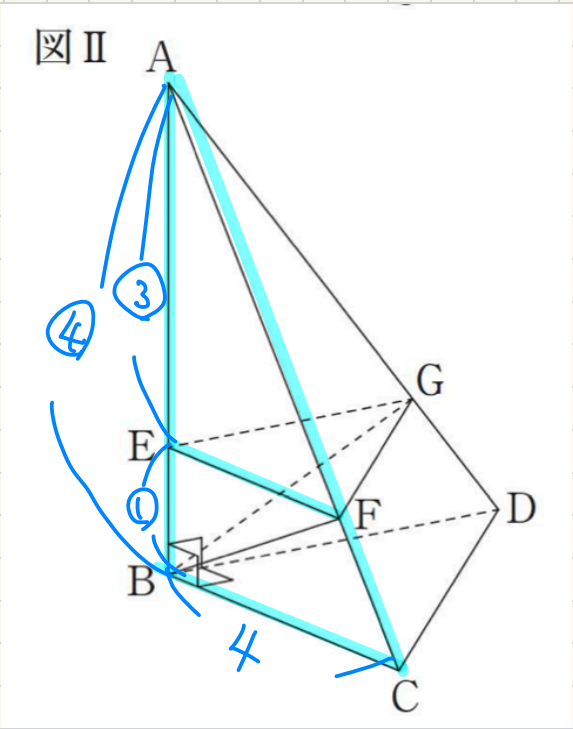
∠ADB = ∠AGE ―― ②

①, ②より 2組の角がそれぞれ
等しいので △ABD∽△AEG
対応する辺の比は等しいので

BD : EG = AB : AE ⇔ 4EG = 12

(4) (3)

∴ EG = 3cm



△ABCと△AEFにおいて

面BCD∥面EFGよりBC∥EF

よって同位角が等しいので

∠ABC = ∠AEF ―― ①

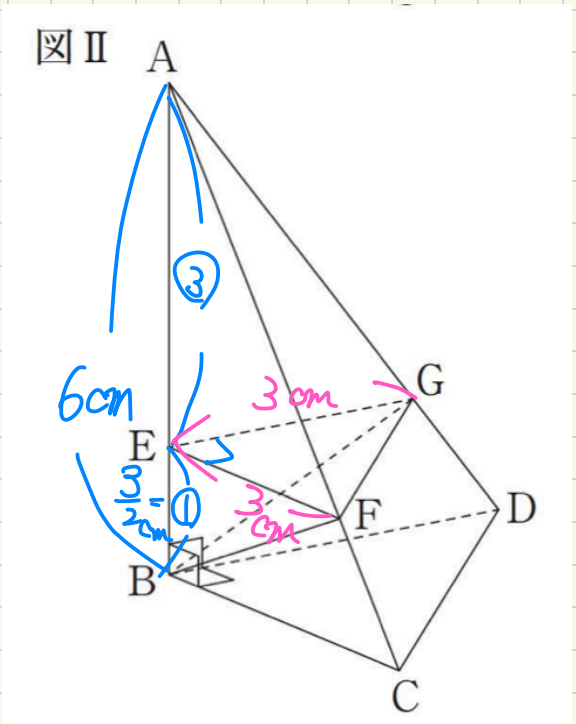
∠ACB = ∠AFE ―― ②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので △ABC ∽ △AEF

対辺する辺の比は等しいので.

$\underbrace{BC}_{4} : EF = \underbrace{AB}_{④} : \underbrace{AE}_{③} \Leftrightarrow 4EF = 12$

∴ EF = 3cm



AE : EB = 3 : 1, AB = 6cm より

$$EB = \frac{1}{3+1} \times 6$$

$$= \frac{1}{4} \times 6$$

$$= \frac{3}{2}\text{cm}$$

ここで, 面BCD∥面EFGと

面BCD⊥ABより

面EFG⊥AB ⇒ $\boxed{\text{面EFG} \perp \text{EB}}$

また, ∠DBC = 90° ⇒ $\boxed{\angle GEF = 90°}$

以上より三角錐BEFGは, 底面を△EFG

(EF = EB, ∠GEF = 90° の直角二等辺三角形),

高さをEBとして求めれば良いから

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times 3\times 3}_{\triangle EFG}\times\underbrace{\frac{3}{2}}_{EB}\times\frac{1}{3}=\frac{9}{4}\ cm^3$$

4.

(1) 円盤の数字の出方は1, 2, 3, 4の4通り

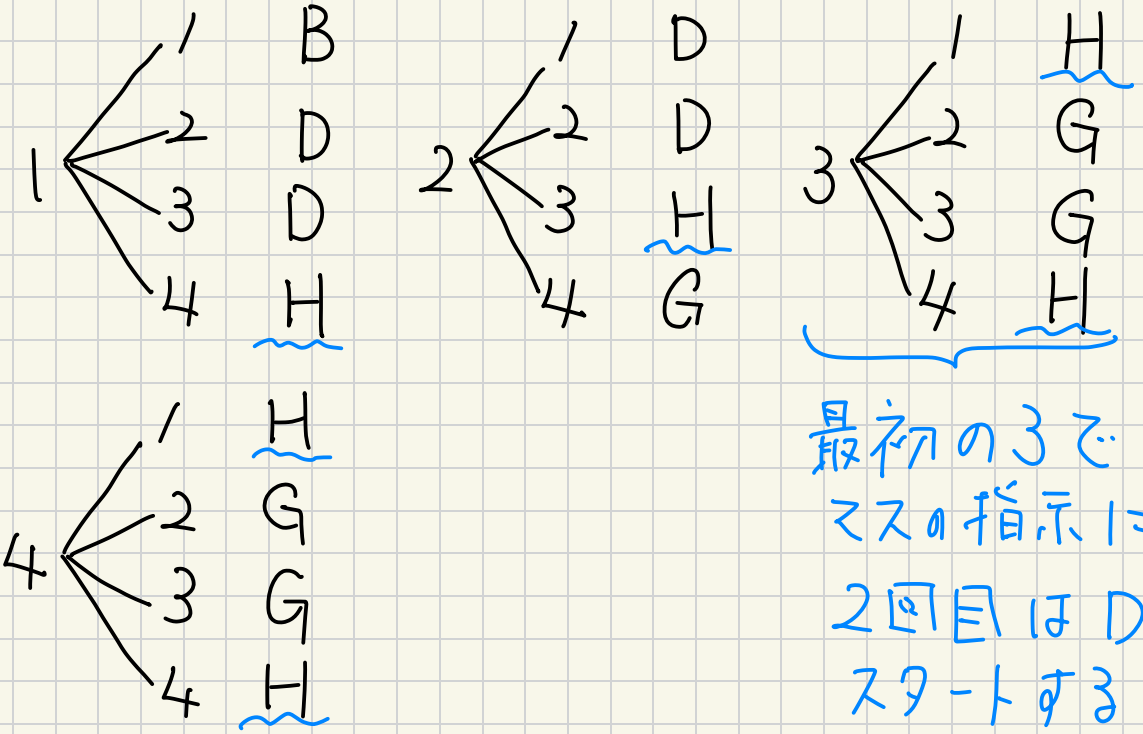
コマがDに止まるのは、

円盤の数字が3：Cに止まり、マスの指示によりDに止まる

円盤の数字が4：Dに止まる

の2通り。よって求める確率は $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

(2) 樹形図は以下の通り



最初の3でCに止まりマスの指示によりDに止まる

2回目はDのマスからスタートする

よって求める確率は $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

第三問

1.

(1) $50a + 15b$

(2) ガスが240g入ったボンベが6本あるので
ガスの総量は $240 \times 6 = 1440$ g

表の①の用途でa回，②の用途でb回とすると，
ガスの消費量は(1)より $50a + 15b$ であり，
1440gを全て消費するから

$$50a + 15b = 1440 \quad \text{——} ①$$

また②の回数が①の回数の2倍なので：

$$b = 2a \quad \text{——} ②$$

②を①に代入して

$$50a + 15 \times 2a = 1440$$

$$\Leftrightarrow \quad 80a = 1440$$

$$a = 18$$

よって①の用途で使用できる回数は18回

2.

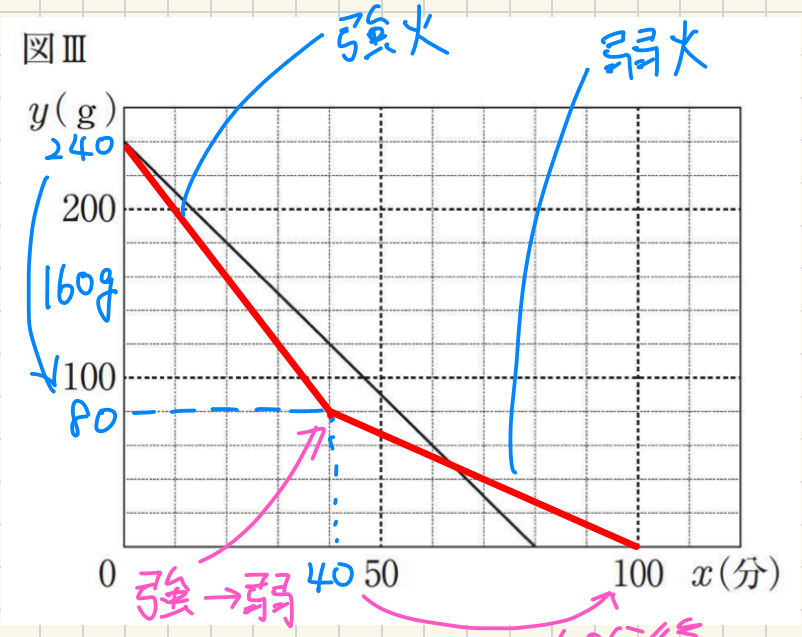
(1) 強火のとき60分間で240gのガスを消費するので，
1分あたり $240 \div 60 = 4$ g ずつ消費する

よって20分間使用したときに消費するガスの量は，
$4 \times 20 = 80$ g なので，ボンベに残ったガスの量は，

$$240 - 80 = 160 \text{ g}$$

(2)

(ア) 図Ⅲ



強火を40分間使用したとき，ガスの消費量は．4×40＝160g
よってボンベのガス残量は
240－160＝80g
⇒40分間でガスの残量が80gなので．

(40，80)の点を通る．

また弱火のとき．180分間で240gのガスと消費するので．
1分あたり

$$240 \div 180 = \frac{4}{3}g \left(\frac{240}{180} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3} \right)$$

ずつ消費する　ボンベの残量80gと消費する時間は

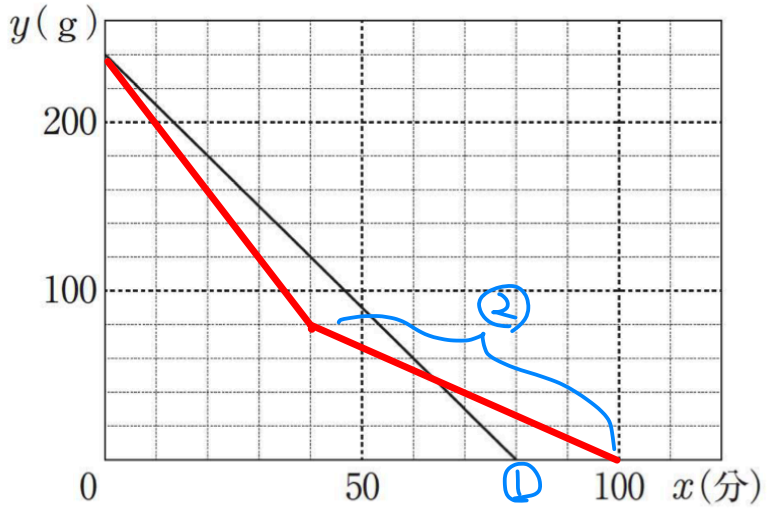
$$80 \div \frac{4}{3} = 80 \times \frac{3}{4}$$

$$= 60分$$

よってボンベのガスがなくなるのは．強から弱に変えて60分後だから(100，0)の点を通る

(イ) ボンベに残るガスの量が等しくなるときのガスの量を表しているのは．2つのグラフの交点のy座標である

図Ⅲ



①のグラフの式を $y=ax+b$ とおくと，
y 切片は 240 なので
$b=240$．また，$(80, 0)$ を通るから

$$0=80a+240$$
$$\therefore a=-3$$

よって①のグラフは $y=-3x+240$ ——㋐

また，②のグラフを $y=mx+n$ とおくと，$(40, 80)$，$(100, 0)$ を通るから

$$80=40m+n \quad \text{——㋑}$$
$$-)\ 0=100m+n \quad \text{——㋒}$$
$$80=-60m$$
$$m=-\frac{4}{3}$$

$m=-\frac{4}{3}$ を㋑に代入して

$$80=40\times\left(-\frac{4}{3}\right)+n$$
$$\Leftrightarrow 80=-\frac{160}{3}+n$$
$$\therefore n=80+\frac{160}{3}$$
$$=\frac{240+160}{3}$$
$$=\frac{400}{3}$$

したがって②のグラフは、

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{400}{3} \quad \text{——} \ ㋓$$

よって、㋐、㋓の連立方程式のyの値を求めれば良い。㋐より

$$y = -3x + 240$$

$$\Leftrightarrow \ 3x = -y + 240$$

$$\Leftrightarrow \ x = -\frac{y}{3} + 80 \quad \text{——} \ ㋔$$

xの値は求める必要がないので、㋐をxについて解き、㋓に代入することで、xを消去した。

㋔を㋓に代入して

$$y = -\frac{4}{3} \times \left(-\frac{y}{3} + 80\right) + \frac{400}{3}$$

$$= \frac{4}{9}y - \frac{320}{3} + \frac{400}{3}$$

$$\Leftrightarrow \ \frac{5}{9}y = \frac{80}{3}$$

$$\therefore y = \frac{80}{3} \times \frac{9}{5}$$

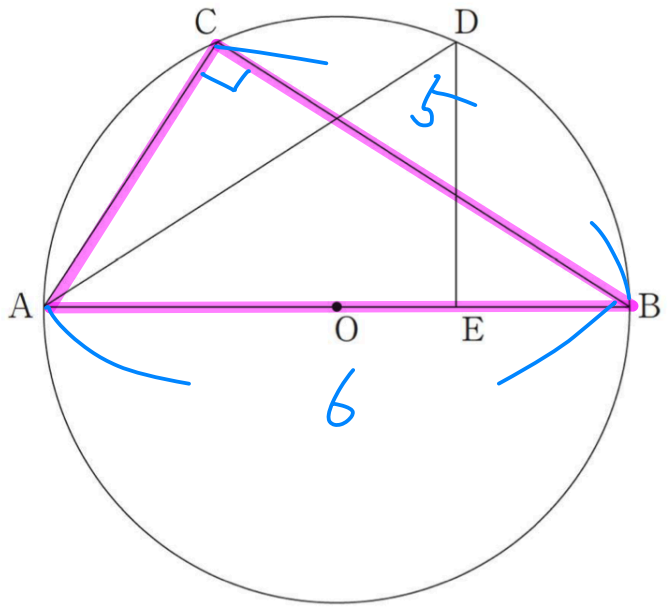
$$= 48$$

したがってカセットコンロA、Bのそれぞれのボンベに残るガスの量が等しくなるときの、ボンベに残るガスの量は48g

第四問

1.

図 I



∠ACBは直径ABに対する円周角なので

$\angle ACB = 90°$

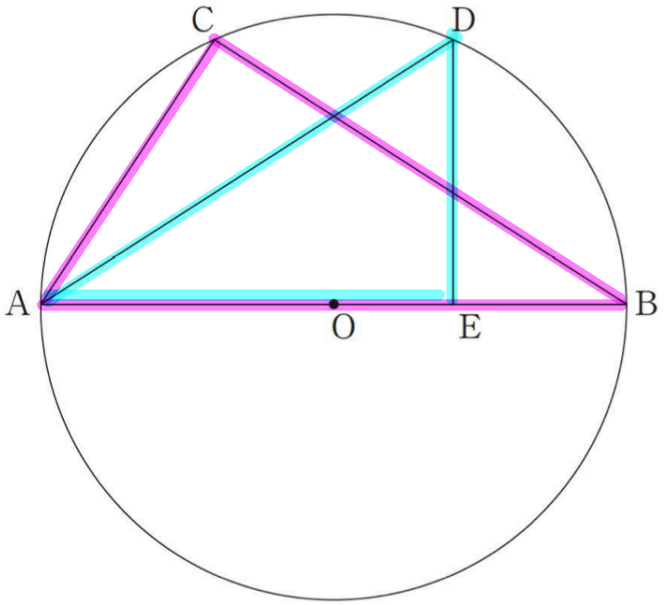
よって△ABCで三平方の定理より

$AC = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{36-25}$

$= \sqrt{11}$ cm $= \sqrt{11}$

2.

図 I



△ABCと△DAEにおいて

線分ABは円Oの直径だから

$\angle BCA = 90°$ ——①

仮定から

$\angle AED = 90°$ ——②

①,②より

$\angle BCA = \angle AED$ — ③

仮定から $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$

1つの円において、等しい弧に対する円周角は等しいから

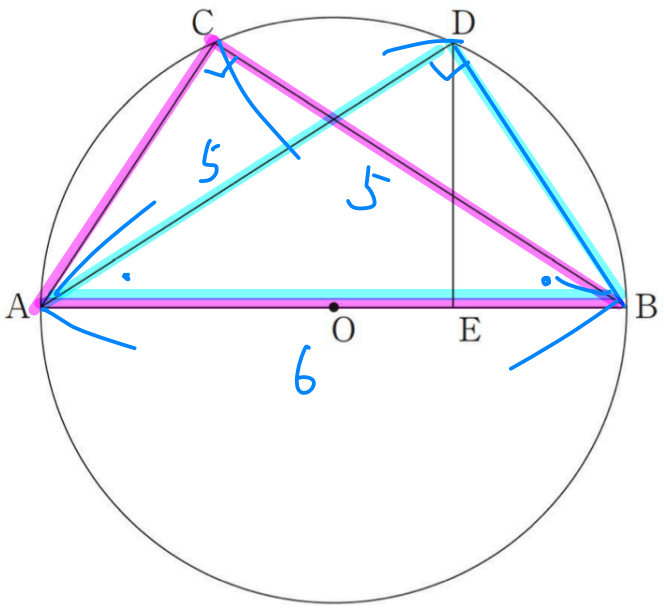
$\angle ABC = \angle DAE$ —— ④

③,④より2組の角がそれぞれ等しいので

△ABC ∽ △DAE (証明終わり)

3.

図 I



△ABCと△BADにおいて、
線分ABは円Oの直径だから
$\angle BCA = \angle ADB = 90°$ ——①
また、2より $\triangle ABC \backsim \triangle DAE$
だから、対応する角は等しいので
$\angle ABC = \angle DAE$
よって $\angle ABC = \angle BAD$ ——②
またABは共通なので
$AB = BA$ ——③
①、②、③より直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので、$\triangle ABC \equiv \triangle BAD$ ——④
対応する辺の長さは等しいので、
$BC = AD$ $\quad \therefore AD = 5\,cm$
$\triangle ABC \backsim \triangle DAE$ で対応する辺の比は等しいから

$$AB : DA = BC : AE$$
$$6 \quad 5 \quad 5$$

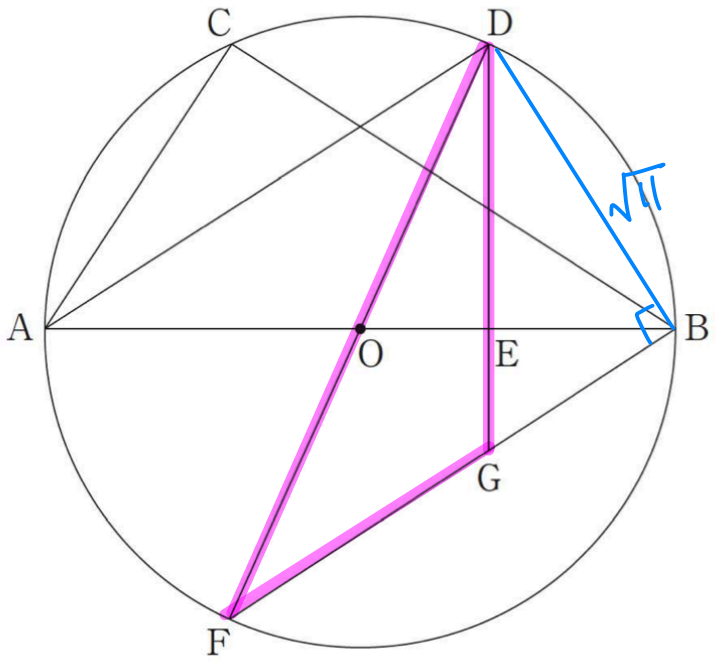
$$\Leftrightarrow \quad 6 : 5 = 5 : AE$$

$$\Leftrightarrow \quad 6AE = 25$$

$$\therefore \quad AE = \frac{25}{6}\,cm$$

4.

図Ⅱ



∠FBDは直径DFに対する円周角だから

∠FBD=90°

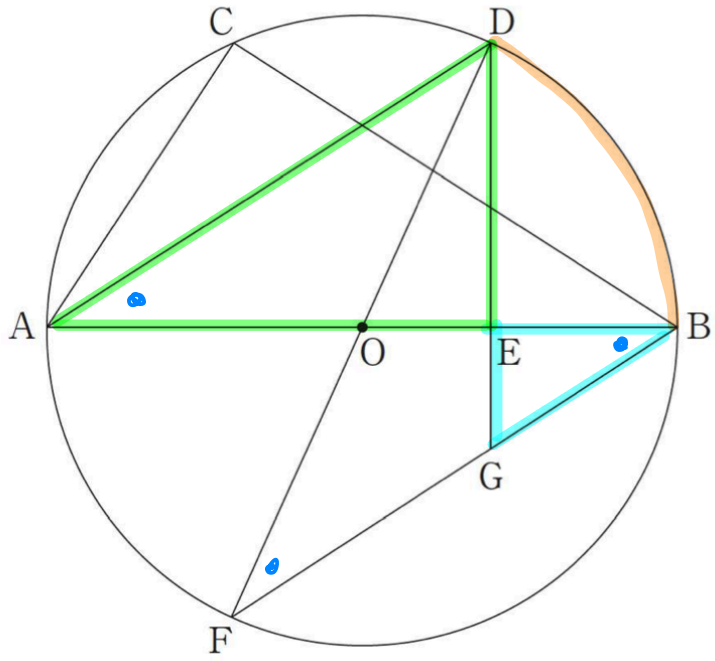
よってΔDFGは底辺をFGとしたとき，高さはBDとなる．

3.④より ΔABC≡ΔBAD なので対応する辺の長さは等しいから．AC=BD

1.より√11

よってBD=√11cm

図Ⅱ



次にFGを求める．

ΔAEDとΔBEGにおいて．

DG⊥ABより

∠AED=∠BEG=90° ——①

また，$\overset{\frown}{BD}$に対する円周角は等しいから ∠OFB

∠DAE=∠DFB ——②

ΔOFBはOF=OB(半径)

の二等辺三角形なので：

∠OFB=∠GBE ——③

②，③より

∠DAE=∠GBE ——④

①, ④ より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle AED \backsim \triangle BEG$ ―― ⑤

ここで: $AB = 6\,cm$, $AE = \frac{25}{6}\,cm$ より

$$BE = 6 - \frac{25}{6}$$

$$= \frac{36-25}{6}$$

$$= \frac{11}{6}\,cm$$

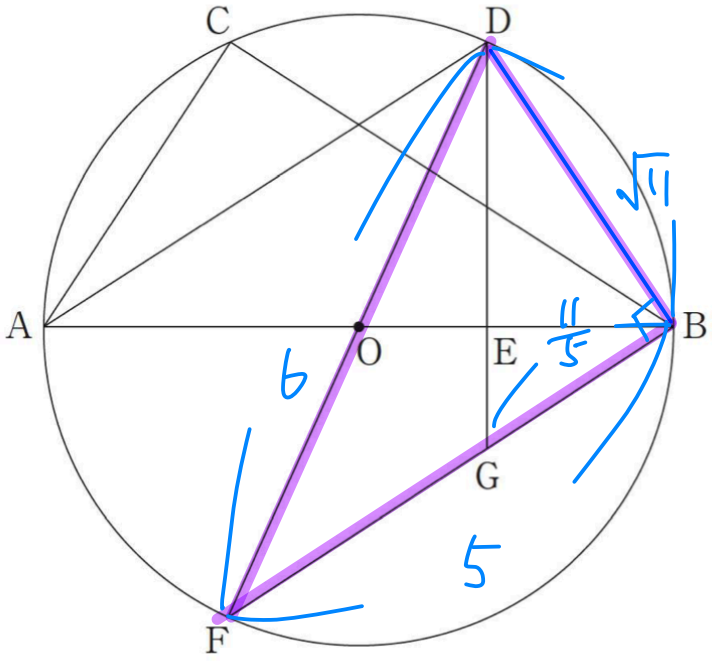
⑤ より対応する辺の比は等しいから

$$\underbrace{AD}_{5} : BG = \underbrace{AE}_{\frac{25}{6}} : \underbrace{BE}_{\frac{11}{6}}$$

$\Leftrightarrow \quad 5 : BG = 25 : 11$

$\Leftrightarrow \quad 25\,BG = 55 \qquad \therefore BG = \frac{55}{25} = \frac{11}{5}\,cm$

図Ⅱ



$\triangle DFB$ で三平方の定理より

$$FB = \sqrt{6^2 - \sqrt{11}^2}$$

$$= \sqrt{36 - 11}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5$$

よって

$$FG = 5 - \frac{11}{5}$$

$$= \frac{25 - 11}{5}$$

$$= \frac{14}{5}$$

したがって $\triangle DFG$ の面積は

$$\frac{14}{5} \times \sqrt{11} \times \frac{1}{2} = \frac{7\sqrt{11}}{5} \ cm^2$$