

2025年度 栃木県 数学

km km



1

1. 与式 = -7

2. $2025 = 3^4 \times 5^2$ より $3:4, 1:2$

3. 与式 = $(x+5)(x-3)$

4. データを小さい順に並べると.

7, (11), 16, 19, (20), 24

第1四分位数 中央値 第3四分位数

となるから、四分位範囲 = $20 - 11 = 9$

5. n 角形の内角の和は $180(n-2)$ より

正十角形の内角の和は

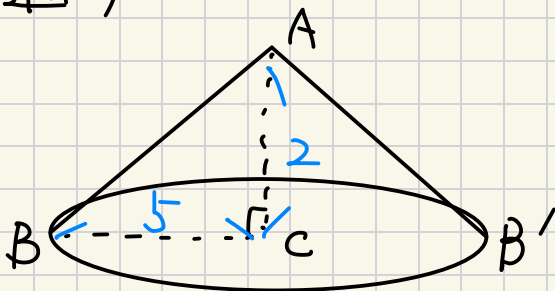
$$180 \times (10 - 2) = 180 \times 8$$

$$= \underline{1440^\circ}$$

よって1つの内角の大きさは

$$1440^\circ \div 10 = \underline{144^\circ}$$

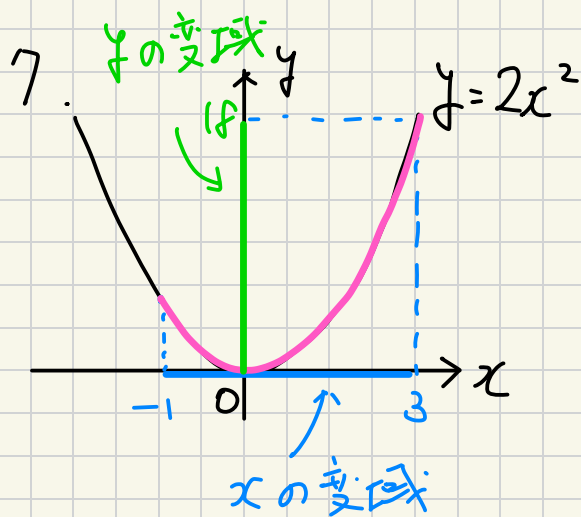
6. ACを軸として回転させてできる立体は以下の通り



よって体積は

$$5 \times 5 \times \pi \times 2 \times \frac{1}{3}$$

$$= \underline{\underline{\frac{50}{3} \pi \text{ cm}^3}}$$



TEのグラフより $x=3$ のとき

$$y = 2 \times 3^2$$

$$= 18$$

TEのとき、yの変域は $0 \leq y \leq 18$

8. $y = ax + b \dots \textcircled{1}$ と $y = cx + d \dots \textcircled{2}$ について

①, ② とともに右下がりTEなので, a, c はともに負.

また, ①のグラフの方が, 傾きが急TEなので,

a の絶対値 $>$ c の絶対値 である a, c とともに
負だから $a < c$

例 $a = -5, c = -2$ とすると

a の絶対値は5, c の絶対値は2

TEなので, a の絶対値 $>$ c の絶対値

であるが, a, c は負に注意して

$$a < c \quad (-5 < -2)$$

また, ①と②について, Y切片は①の方が

大きいから $b > d$

以上より $a < c, b > d$ だから

2

1. $16 < 23 < 25$ より $4 < \sqrt{23} < 5$

したがって $\sqrt{23} = 4. \dots$ であり, これより小さい

自然数は, 1, 2, 3, 4 の 4個

2.

$$\begin{array}{cc} \text{セ.トA} & \text{セ.トB} \\ \text{1-ト} & \text{1-ト} \end{array} \quad \begin{array}{c} 2x + 5y = 76 \end{array} \quad \text{--- ①}$$

$$\begin{array}{cc} \text{セ.トA} & \text{セ.トB} \\ \text{鉛筆} & \text{鉛筆} \end{array} \quad \begin{array}{c} 3x + 8y = 120 \end{array} \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①} \times 3 - \text{②} \times 2 \text{ より}$$

$$6x + 15y = 228$$

$$\begin{array}{r} -) \quad 6x + 16y = 240 \\ \hline \end{array}$$

$$-y = -12$$

$$\therefore y = 12$$

$$y = 12 \text{ を ① に代入して}$$

$$2x + 5 \times 12 = 76$$

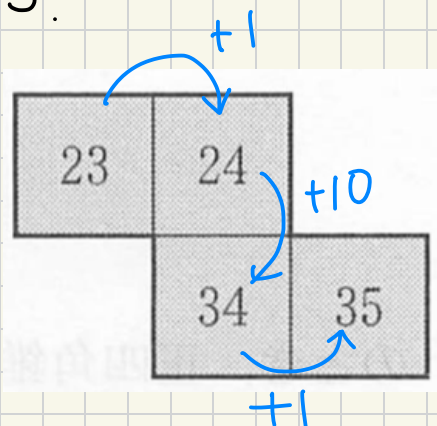
$$\Leftrightarrow 2x = 16$$

$$\therefore x = 8$$

この解は問題に適している。よって

セ.トAの数: 8, セ.トBの数: 12

3.



b, c, d をそれぞれ a を用いて表すと

$$b = a + 1$$

$$c = b + 10 = a + 1 + 10 = a + 11$$

$$d = c + 1 = a + 11 + 1 = a + 12$$

よって

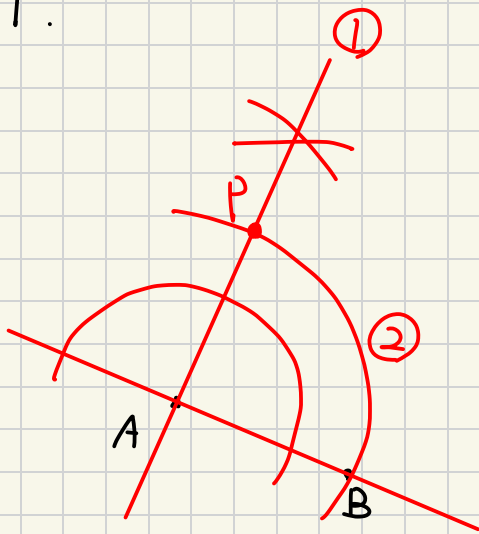
$$\begin{aligned}
 bc - ad &= (a+1)(a+11) - a(a+12) \\
 &= a^2 + 12a + 11 - a^2 - 12a \\
 &= 11
 \end{aligned}$$

したがって、 $bc - ad$ の値はつねに11となる

(証明終り)

3

1.



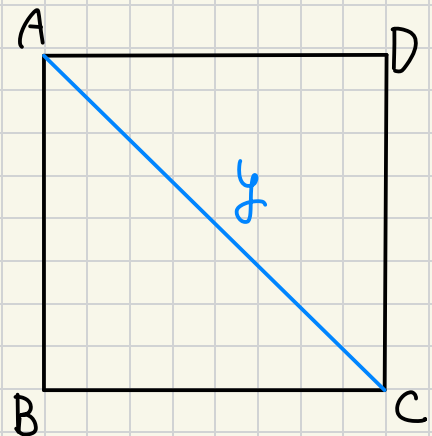
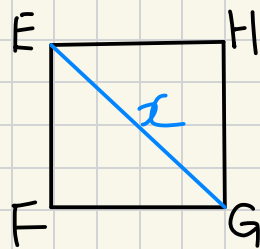
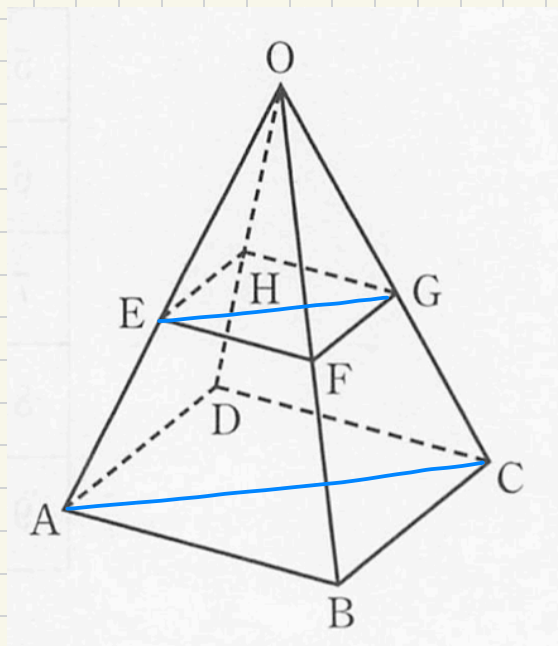
① 直線 AB を引き、 A を通って直線 AB に垂直な線を描く

② A を中心として、半径 AB の円を描く

③ ① と ② の交点を P

2

(1)



正方形の面積
= 対角線 $\times$ 対角線 $\div 2$

→ 正方形はひし形の一形態なので、ひし形の面積公式を用いて良い

□EFGHの対角線の長さを x , □ABCDの対角線の長さを y とすると.

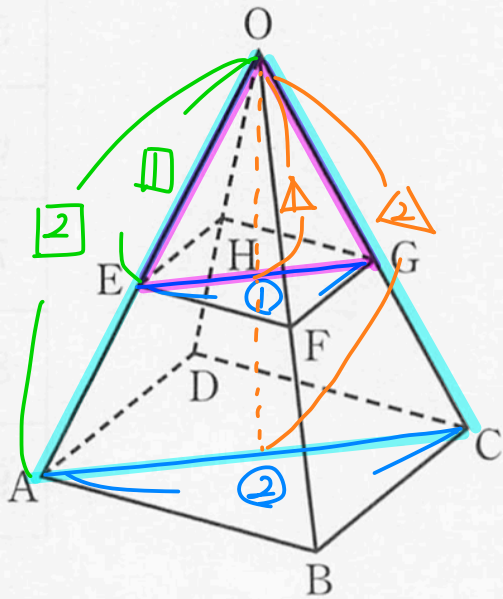
$$\frac{x^2}{2} : \frac{y^2}{2} = 4 : 16$$

$$x \times x \times \frac{1}{2} = \frac{x^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 : y^2 = 4 : 16$$

$$y \times y \times \frac{1}{2} = \frac{y^2}{2}$$

$$\therefore x : y = 2 : 4 = 1 : 2$$



□EFGHと□ABCDは共に正方形 T なので、□EFGH $\parallel$ □ABCD

よって、 $EG \parallel AC$

$\triangle OEG$ と $\triangle OAC$ において
同位角が等しいので

$$\angle OEG = \angle OAC \quad \text{--- ①}$$

$$\angle OGE = \angle OCA \quad \text{--- ②}$$

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので.

$$\triangle OEG \sim \triangle OAC$$

対応する辺の比は等しいから

$$\underline{OE : OA = EG : AC} \\ = \underline{1 : 2}$$

よって正四角錐O EFGHと正四角錐O ABCDの高さの比は1:2 (2倍)

したがって、正四角錐O EFGHの底面積は.

正四角錐O ABCDの底面積の4倍であり.

高さも2倍 T なので、体積は $4 \times 2 = 8$ 倍となる.

ゆえに、体積比は 1:8

(2)

正四角錐 $OABCD$ の表面積

$$= \square ABCD + \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$$

$\triangle OBC \equiv \triangle OAB \quad \triangle OCD \equiv \triangle OAB \quad \triangle ODA \equiv \triangle OAB$

$$= \square ABCD + \triangle OAB \times 4$$

表面積 $\times 64 \text{ cm}^2$, $\square ABCD \times 16 \text{ cm}^2$ より

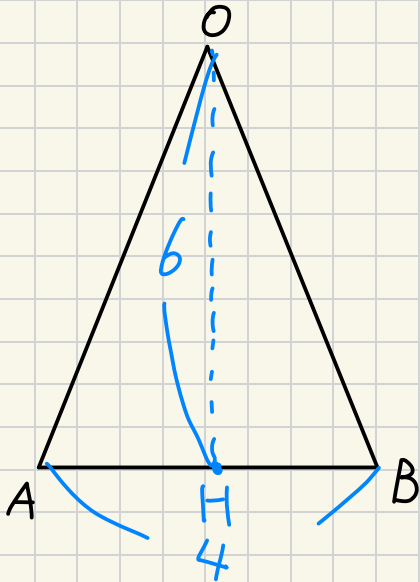
$$64 = 16 + \triangle OAB \times 4$$

$$\therefore 4 \times \triangle OAB = 48$$

$$\therefore \triangle OAB = 12 \text{ cm}^2$$

また、 $\square ABCD$ は正方形で、面積 $\times 16 \text{ cm}^2$ より、

$$\text{一辺の長さ} \times \sqrt{16} = 4 \text{ cm} \quad \therefore AB = 4 \text{ cm}$$

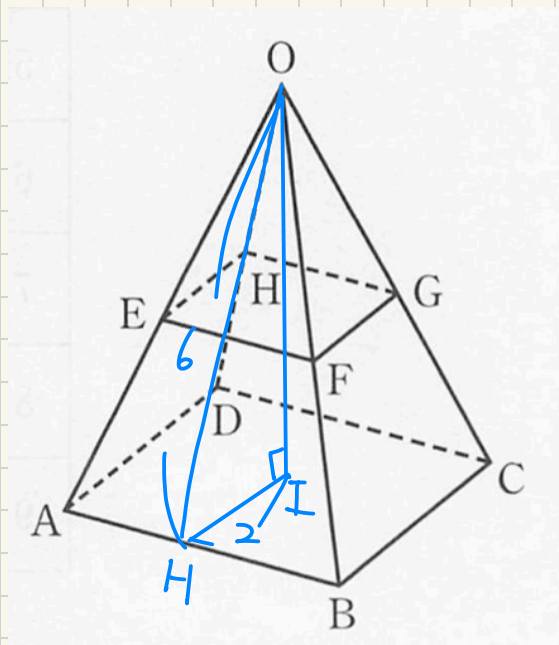


OからACに垂線を下ろした足をHとすると、

$$\triangle OAC = \frac{1}{2} \times \underbrace{AB}_{12} \times \underbrace{OH}_{4}$$

$$\Leftrightarrow 2 \times OH = 12$$

$$\therefore \underline{OH = 6 \text{ cm}}$$



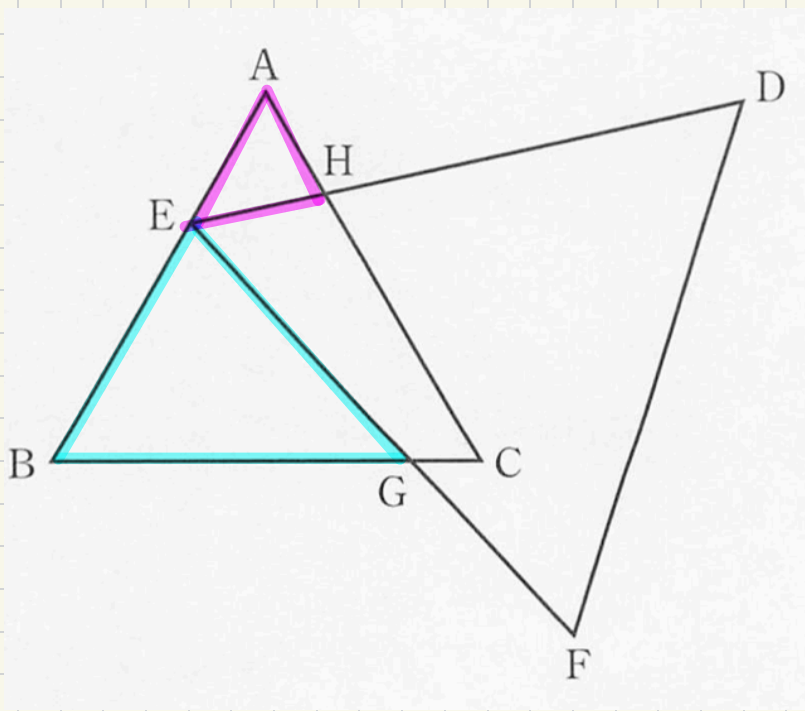
Oから□ABCDに垂線を下ろした
 足をIとし、△OHIを考えよ。
 Iは□ABCDの中央の点だから
 $HI = \frac{1}{2} BC$ 正三角形の一边 4cm
 $= \frac{1}{2} \times 4$
 $= 2 \text{ cm}$

したがって、△OHIで三平方の定理より

$$OI = \sqrt{6^2 - 2^2} \quad \begin{aligned} &= \sqrt{36 - 4} \\ &= \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$= 4\sqrt{2} \text{ cm}$

3.



△AEHと△BGEについて、
 △ABCは正三角形だから
 $\angle A = \angle B = 60^\circ$ — ①
 $\angle HEB$ は△AEHの外角だから
 $\angle HEB = \angle A + \angle AHE$
 ①より
 $\angle HEB = 60^\circ + \angle AHE$ — ②

また、

$$\angle HEB = \angle HEG + \angle BEG$$

△DEFは正三角形だから $\angle HEG = 60^\circ$

よって

$$\angle HEB = 60^\circ + \angle BEG \text{ --- ③}$$

②, ③ より

$$\angle AHE = \angle BEG \text{ --- ④}$$

①, ④ より 2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle AEH \sim \triangle BGE$ (証明終わり)

4

1.

(1) 11.5 ~ 12.0 : 7個

12.0 ~ 12.5 : 15個

より累積度数は $7 + 15 = 22$ 個

(2) 13.0 ~ 13.5 : 9個

より 30個中 9個が 13.0 ~ 13.5 である割合は

$$\frac{9}{30} = \frac{3}{10} \text{ --- ①}$$

500個中 x 個が 13.0 ~ 13.5 とすると、その割合は

$$\frac{x}{500} \text{ --- ②}$$

① = ② と推定すると

$$\frac{3}{10} = \frac{x}{500} \Leftrightarrow x = 500 \times \frac{3}{10} = 150$$

よって およそ 150 個

(3) 品種Aの13.0以上 : $12 + 2 = 14$ 個 — ①
品種Bの13.0以上 : $9 + 2 = 11$ 個 — ②

品種Aの13.0以上の割合は

$$\frac{14}{50} = 0.28 \quad \text{--- ③}$$

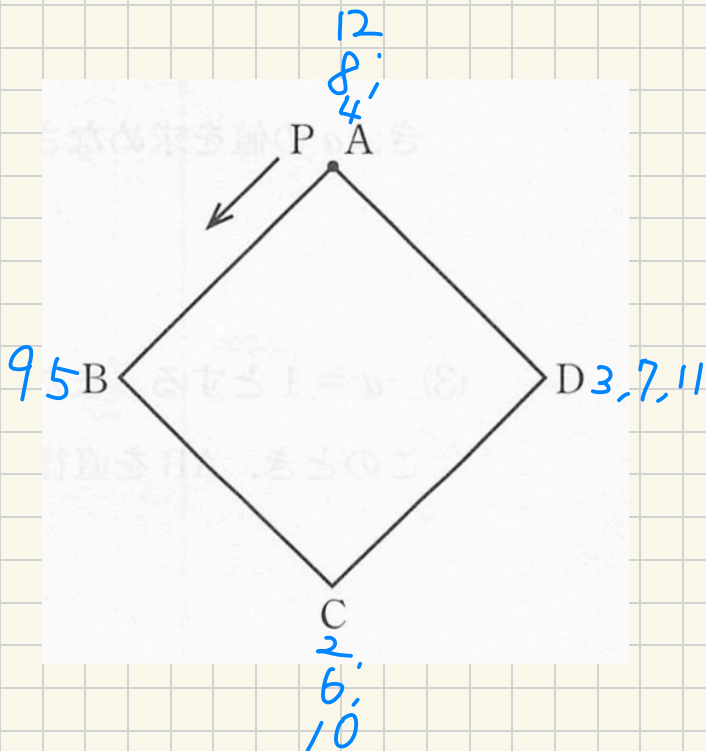
品種Bの13.0以上の割合は

$$\frac{11}{30} = 0.366 \dots \quad \text{--- ④}$$

① > ② であるが割合は ③ < ④ となる。これは、
品種Aと品種Bでは、度数の合計が異なる
ためである

2. 2つのさいころを投げたとき、出る目の和の総数は
 $6 \times 6 = 36$ 通り

2つのさいころの目の和について、最小は $1 + 1 = 2$,
最大は $6 + 6 = 12$ である



頂点B

・和が5にたまるのは
 $(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$
の4通り

・和が9にたまるのは
 $(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)$
の4通り

よって頂点Bにとまるのは
 $4 + 4 = 8$ 通り

したがって、確率は $\frac{8}{36}$ — ①

頂点 C

- ・和が 2 にはいるのは、 $(1, 1)$ の 1通り
 - ・和が 6 にはいるのは、 $(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$ の 5通り
 - ・和が 10 にはいるのは、 $(4, 6), (5, 5), (6, 4)$ の 3通り
- よって、頂点 C にはいるのは $1 + 5 + 3 = 9$ 通り だから、

確率は $\frac{9}{36}$ — ②

頂点 D

- ・和が 3 にはいるのは、 $(1, 2), (2, 1)$ の 2通り
 - ・和が 7 にはいるのは、 $(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)$ の 6通り
 - ・和が 11 にはいるのは $(5, 6), (6, 5)$ の 2通り
- よって、頂点 D にはいるのは $2 + 6 + 2 = 10$ 通り だから、

確率は $\frac{10}{36}$ — ③

頂点 A 4, 8, 12

- ・和が 4 にはいるのは、 $(1, 3), (2, 2), (3, 1)$ の 3通り
- ・和が 8 にはいるのは、 $(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$ の 5通り
- ・和が 12 にはいるのは、 $(6, 6)$ の 1通り

よって、頂点 E にとまるのは $3+5+1=9$ 通りだから、

確率は $\frac{9}{36}$ — ④

①, ②, ③, ④ より D にとまる確率が最も大きく、

そのときの確率は $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

5

1.

(1) ① $y = ax^2 (a > 0)$

$x < 0$ の範囲において、 x が増加すると、
 y は減少する

② $y = -\frac{9}{x}$

$x < 0$ の範囲において、 x が増加すると
 y も増加する。

よって ウ

(2) $y = ax^2$ において、 x が p から q まで変化するときの
変化の割合は $a(p+q)$

よって、 $y = ax^2$ において、 x が 1 から 3 まで変化するときの
変化の割合は

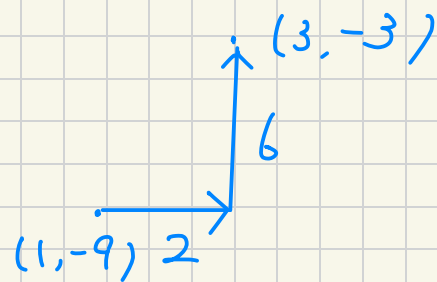
$a(1+3) = 4a$ — ①

また、 $y = -\frac{9}{x}$ において

$x=1$ のとき $y=-9$, $x=3$ のとき $y=-3$

だから、変化の割合は

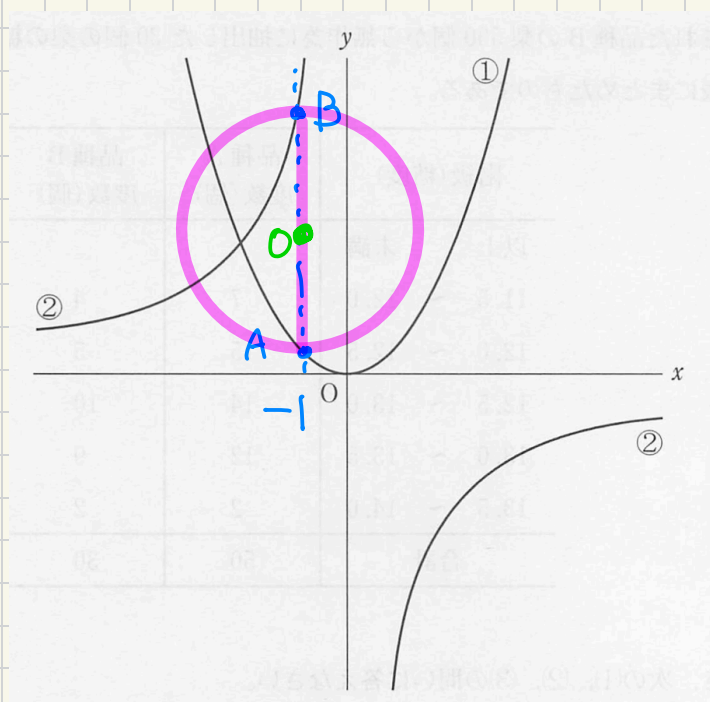
$$\begin{aligned}\text{変化の割合} &= \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} \\ &= \frac{-3 - (-9)}{3 - 1} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3 \quad \text{--- ②}\end{aligned}$$



① = ② だから

$$4a = 3 \quad \therefore a = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$$

(3)



$$y = x^2 \text{ において、} x = -1 \text{ のとき}$$

$$y = (-1)^2 = 1$$

$$\therefore A(-1, 1)$$

$$y = -\frac{9}{x} \text{ において、} x = -1 \text{ のとき}$$

$$y = -\frac{9}{-1} = 9$$

$$\therefore B(-1, 9)$$

$$\begin{aligned}AB &= B \text{ の } y \text{ 座標} - A \text{ の } y \text{ 座標} \\ &= 9 - 1 \\ &= 8\end{aligned}$$

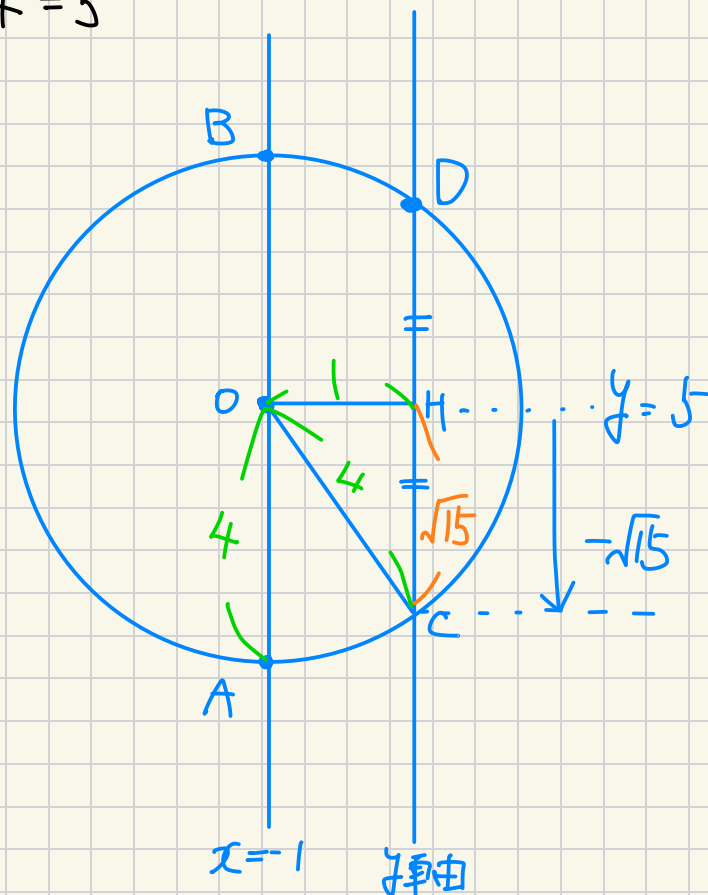
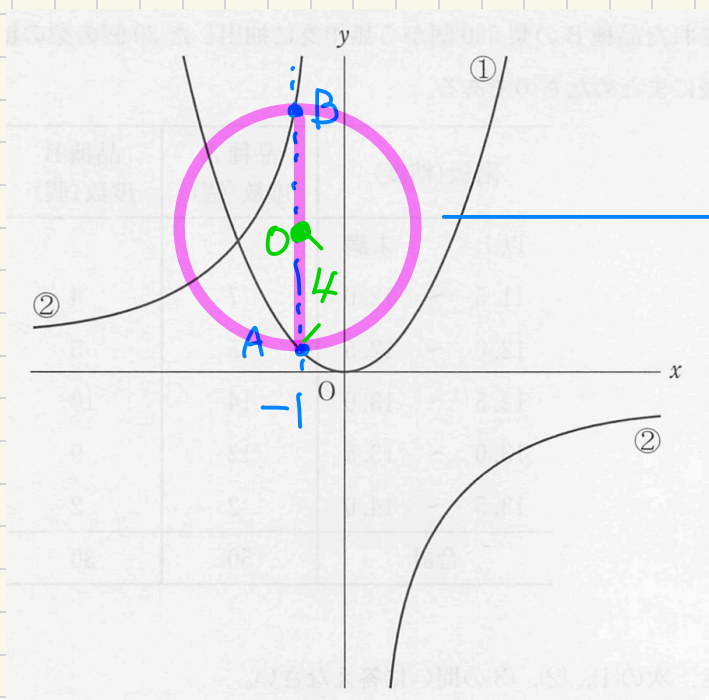
AB の中点 O とすると、O は直径 AB とする円の中心

5.7.

$OA = 4$

また、 O の y 座標は

A の y 座標 $+ 4 = 1 + 4 = 5$



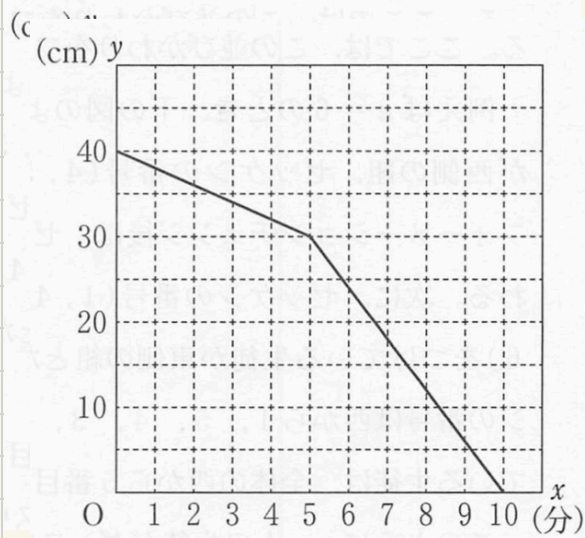
O から y 軸に垂線を下ろした足を H , Γ と y 軸の交点のうち、 y の値が小さい方を C , 大きい方を D とすると $OH = 1$, $OC = 4$ (Γ の半径) であり、 $\triangle OCH$ で三平方の定理より

$$\begin{aligned} CH &= \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{16 - 1} \\ &= \sqrt{15} \end{aligned}$$

よって、 C の y 座標は、 O の y 座標より $\sqrt{15}$ 小さいので $5 - \sqrt{15}$. また、 Γ の対称性から $CH = DH$ なので、 D の y 座標は、 O の y 座標より $\sqrt{15}$ 大きいので $5 + \sqrt{15}$.
よって交点の y 座標は $5 - \sqrt{15}$, $5 + \sqrt{15}$

2.

(1)



グラフから、 $x=5$ で傾きが変化して...

⇒ 直方体 $ABCD-EFGH$ に
よ) 水面の高さの変化が
変わった。

よって $AE = 30 \text{ cm}$

(2) グラフの式を $y = ax + b$ とおくと、 $(5, 30)$,
 $(10, 0)$ を通るから

$$30 = 5a + b \quad \text{--- ①}$$

$$\text{---) } 0 = 10a + b \quad \text{--- ②}$$

$$30 = -5a$$

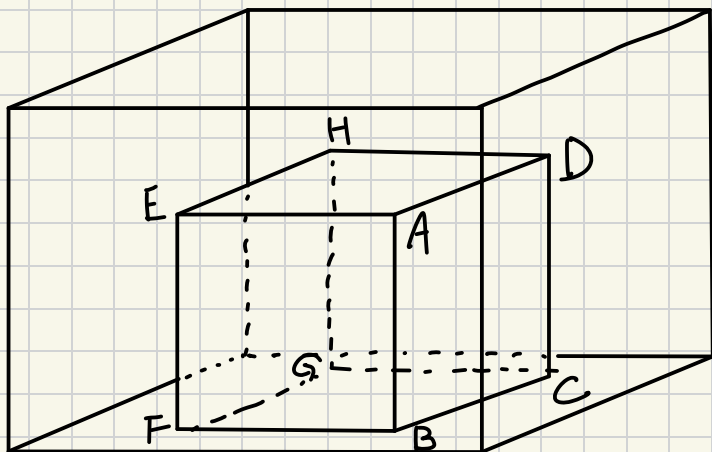
$$\therefore a = -6$$

$a = -6$ を ① に代入して

$$30 = 5 \times (-6) + b \quad \therefore b = 60$$

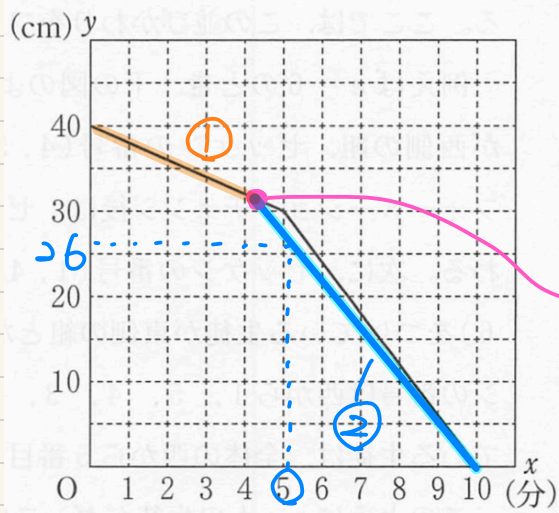
よって $y = -6x + 60$

(3)



直方体の向きを変えても
水そうの水の量は変わら
ない。

⇒ 水の高さが 0 に
なるのは $x = 10$ のとき。



また、水がADHEの面に達するまでは、水面の高さの変化は変わらない。

水面がADHEに達した。したがって①、②のグラフの交点を求めねばならない。

①のグラフ

$y = ax + b$ とおくと、y切片は40だから $b = 40$ 。
また、(5, 30) を通るから

$$30 = 5a + 40$$

$$\Leftrightarrow 5a = -10 \quad \therefore a = -2$$

$$\therefore y = -2x + 40$$

②のグラフ

$y = mx + n$ とおくと、(5, 26), (10, 0) を通るから。

$$26 = 5m + n \quad \text{--- ②}$$

$$-) \quad 0 = 10m + n \quad \text{--- ①}$$

$$26 = -5m$$

$$m = -\frac{26}{5}$$

$$m = -\frac{26}{5} \text{ を ② に代入して}$$

$$26 = 5 \times \left(-\frac{26}{5}\right) + n$$

$$\Leftrightarrow n = 26 + 26 = 52$$

$$\therefore y = -\frac{26}{5}x + 52$$

x=5のとき1度目の排水
5分4cm低い $\Rightarrow 30 - 4 = 26$

したがってグラフの交点 は

$$\begin{cases} y = -2x + 40 & \text{--- ㉞} \\ y = -\frac{26}{5}x + 52 & \text{--- ㉟} \end{cases}$$

ABの長さを求めるから、yの値を求めれば良い。

㉞より

$$2x = -y + 40$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}y + 20 \quad \text{--- ㊱}$$

㉞と㉟について解き
㉟に代入する。

㊱を㉟に代入して

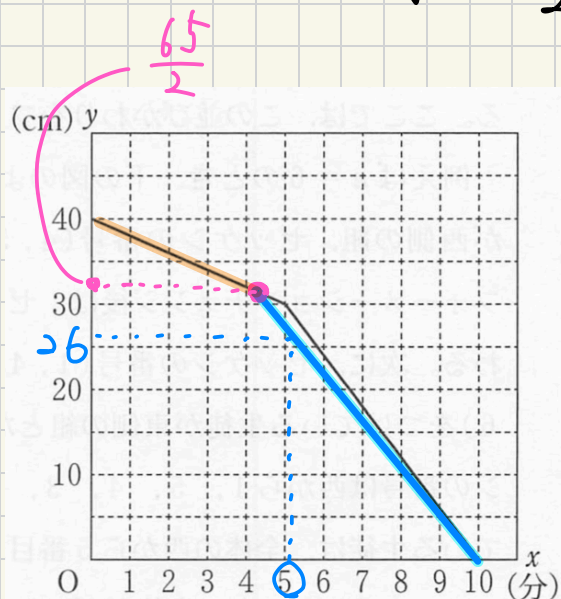
$$y = -\frac{26}{5} \times \left(-\frac{1}{2}y + 20\right) + 52$$

$$\frac{-26}{5} \times \frac{-100}{2} + 100$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{13}{5}y - 104 + 52$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5}y = -52$$

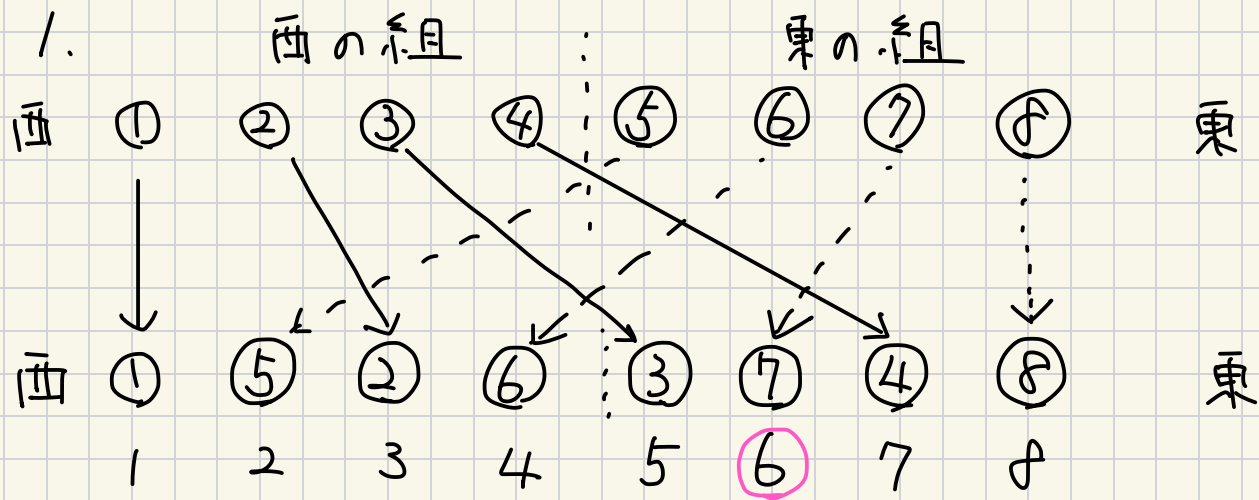
$$\therefore y = \frac{65}{2}$$



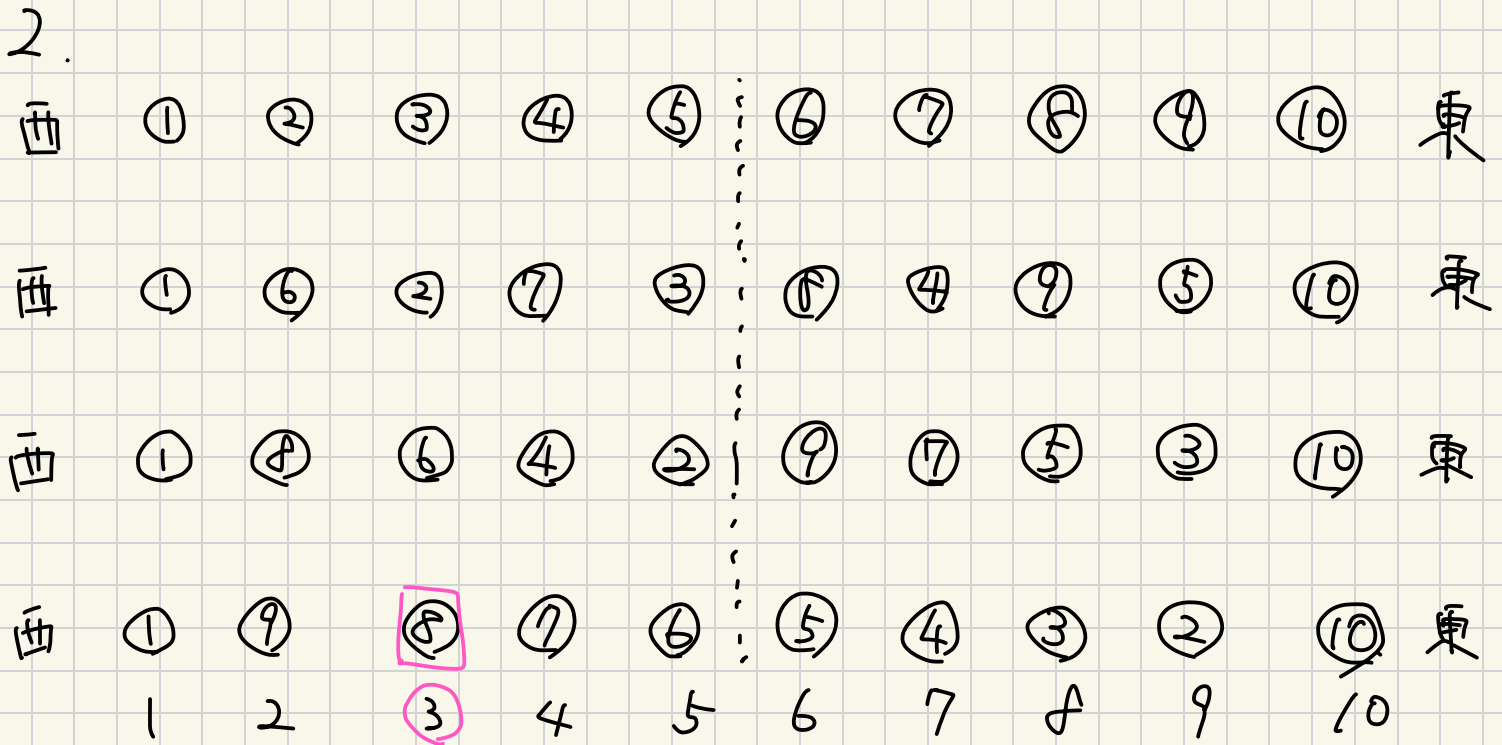
よって $y = \frac{65}{2}$ ㉞ 水面の高さの
変化が変化するから。

$$\underline{\underline{AB = \frac{65}{2} \text{ cm}}}$$

6



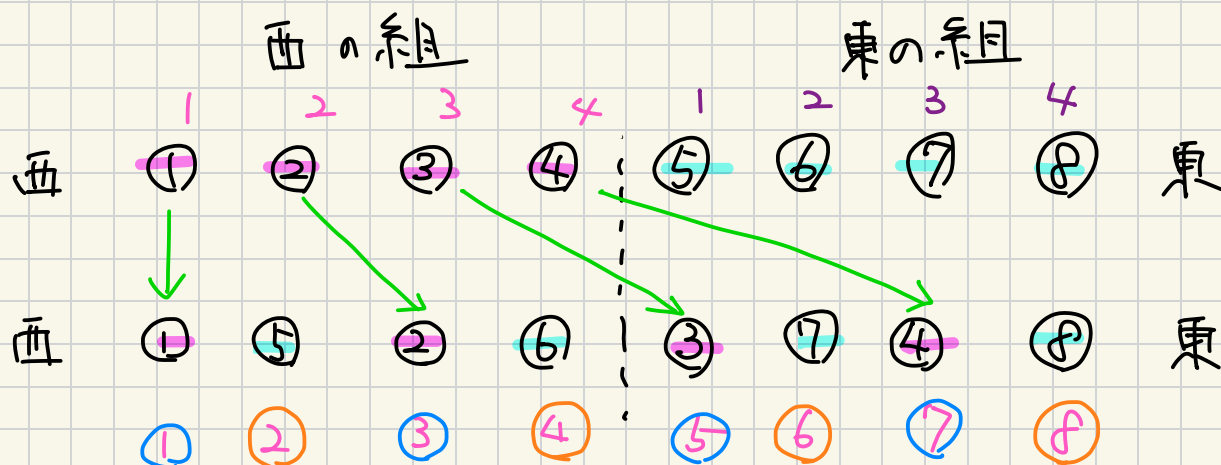
上図より、1回目のフォーメーションチェンジ後に
全体の西から6番目の生徒がついているゼッケン
 の番号は 7番



上図より、8番のゼッケンをつけている生徒は、
 3回目のフォーメーションチェンジ後に、全体の西から
3番目にいる

3.

$n=8$ のときで考えてみる。



西の組の①は1番目, ②は3番目, ③は5番目, ④は7番目に行くことが分かる。よって、西の組から a 人目の生徒 $\rightarrow$ センターは a 番 (④) は $2a-1$ 番目に行く。

$2 \times 0 - 1$

① 1 ... $2 \times 1 - 1 = 1$

② 3 ... $2 \times 2 - 1 = 3$

③ 5 ... $2 \times 3 - 1 = 5$

④ 7 ... $2 \times 4 - 1 = 7$

⋮

④ $2 \times a - 1 = 2a - 1$ 全体の両からの順

次に東の組の西から1番目は2番目, 2番目は4番目, 3番目は6番目, 4番目は8番目に行くことが分かる。よって東の組の西から b 番目の生徒は 1回のフォーメーションで全体の $2b$ 番目に行く。

東の糸目の西から

全体の西から

※

1番目	→	2番目
2番目	→	4番目
3番目	→	6番目
4番目	→	8番目

⋮

b番目 → 2b番目

4エニジ後 奇数 → 4エニジ前

① 全体の西から $2a-1$ 番目 → 西の組 の西から a 人目

② 全体の西から $2b$ 番目 → 東の組 の西から b 人目

4エニジ後の $\bigcirc$ 番目において、 $\bigcirc$ が奇数なら ①
 $\bigcirc$ が偶数なら ② のルールとなる。

5回目の4エニジ後に、全体の西から 35 番目
 $\Rightarrow 2a-1=35 \Leftrightarrow 2a=36 \therefore a=18$

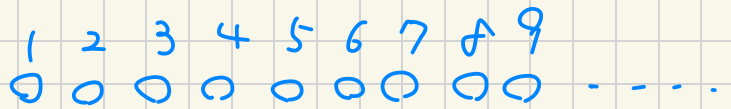
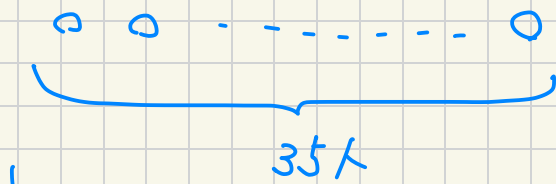
よって5回目の4エニジ前(4回目の4エニジ後)は、
西の組の西から 18人目 $\Rightarrow$ 全体の西から 18 番目

$\Rightarrow 2b=18 \therefore b=9$

よって4回目の4エニジ前(3回目の4エニジ後)は、
東の組 の西から 9人目 $\Rightarrow$ 全体の西から 44 番目

西の組

東の組



44人 $\Rightarrow$ 全体の西から44番目

$$\Rightarrow 2b = 44 \quad \therefore \underline{b = 22}$$

よって3回目のチェンジ前(2回目のチェンジ後)は.
東の組の西から 22人目 $\Rightarrow$ 全体の西から 57番目
奇数

$$\Rightarrow 2a - 1 = 57 \Leftrightarrow 2a = 58 \quad \therefore \underline{a = 29}$$

よって2回目のチェンジ前(1回目のチェンジ後)は.
西の組の西から 29人目 $\Rightarrow$ 全体の西から 29番目
奇数

$$\Rightarrow 2a - 1 = 29 \Leftrightarrow 2a = 30 \quad \therefore \underline{a = 15}$$

よって1回目のチェンジ前(最初の状態)は.
西の組の西から15人目 $\Rightarrow$ 全体の西から15番目

最初の状態では. 全体の西から順にビッケン
の番号を割り当ててから 全体の西から15番目
のビッケンの番号は 15番