

2025年度 千葉県

数学

km km



1.

(1)

$$\textcircled{1} \quad \begin{aligned} \text{与式} &= 15 - 21 \\ &= \underline{-6} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{aligned} \text{与式} &= 3a + 5b + 4a \\ &= \underline{7a + 5b} \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{aligned} \text{与式} &= x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2) \\ &= x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2 \\ &= \underline{4xy} \end{aligned}$$

(2)

① 中央の数に x とすると、連続する3つの整数は、 $x-1, x, x+1$ と表せる。よって

$$(x-1)(x+1) - 2x = 62$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 - 2x - 62 = 0$$

$$\therefore \underline{x^2 - 2x - 63 = 0} \quad \rightarrow$$

$$\textcircled{2} \quad x^2 - 2x - 63 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+7)(x-9) = 0$$

$$\therefore x = -7, 9$$

x は正の整数だから、 $x = 9$

(3)

①

5 の平方根は $\sqrt{5}$ と $-\sqrt{5}$ 以外の正しくない

イ $\sqrt{2}$ は循環しない無限小数なので正しい

ウ $a < b$ ならば $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ なので正しい

エ $\sqrt{4} = 2$ で整数なので誤り

② $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ より

$$90n = 2 \times 3^2 \times 5 \times n$$

よって $\sqrt{90n}$ が自然数になるには、 $90n$ を素因数分解したときの指数が偶数になれば良いから

$$n = 2 \times 5$$

$$= 10$$

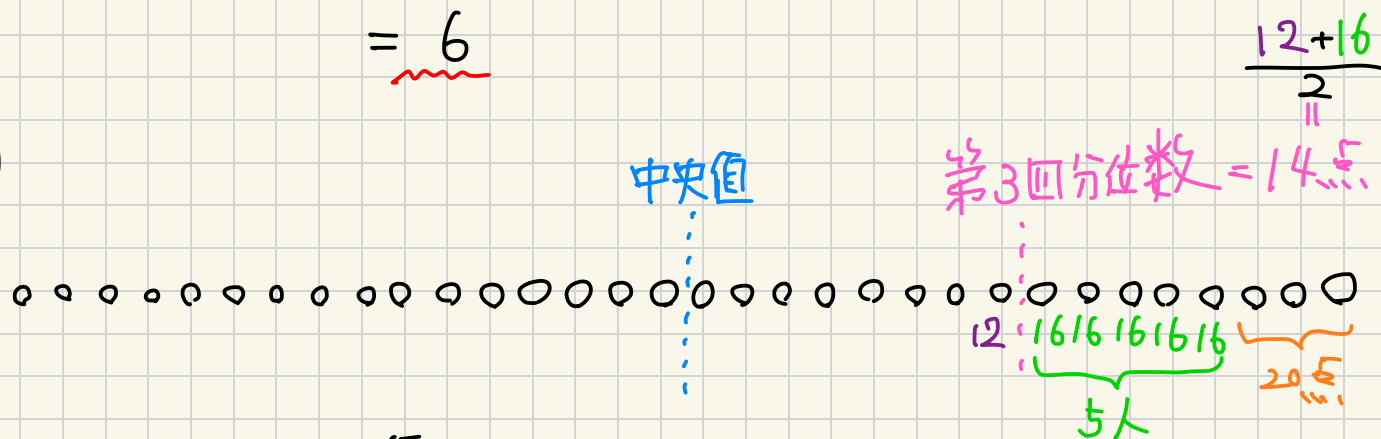
$$\begin{aligned} \ast \sqrt{90n} &= \sqrt{2 \times 3^2 \times 5 \times n} \xrightarrow{n=10} \sqrt{2 \times 3^2 \times 5 \times 2 \times 5} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5^2} \\ &= \sqrt{30^2} = 30 \end{aligned}$$

(4)

① 四分位範囲 = 第3四分位数 - 第1四分位数

$$= 14 - 8$$
$$= \underline{6}$$

②



上図より 20点 は 3人

(5)

←28通り

$$\begin{aligned} AB &= 2, AC = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}, AD = 1, AE = \sqrt{3}, \\ AF &= \sqrt{\sqrt{3}^2 + 2^2} = \sqrt{7}, AG = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 2^2 + 1^2} = 2\sqrt{2}, \\ AH &= \sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2} = 2 \\ BC &= 1, BD = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}, BE = \sqrt{2^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{7}, \\ BF &= \sqrt{3}, BG = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2} = 2, BH = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 2^2 + 1^2} = 2\sqrt{2} \\ CD &= 2, CE = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 2^2 + 1^2} = 2\sqrt{2}, CF = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2} = 2, \\ CG &= \sqrt{3}, CH = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 2^2} = \sqrt{7} \\ DE &= \sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2} = 2, DF = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 2^2 + 1^2} = 2\sqrt{2}, \\ DG &= \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}, DH = \sqrt{3} \\ EF &= 2, EG = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}, EH = 1, \\ FG &= 1, FH = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}, \\ GH &= 2 \end{aligned}$$

また, $1 < \sqrt{3} < 2, 2 < \sqrt{5} < \sqrt{7} < 2\sqrt{2} < 3$ である.

カードの取り出し方は 28通り

① 線分の長さ ≤ 2cm である確率 は $\frac{2}{28} = \frac{2}{7}$

② 線分の長さ > 2cm である確率 は $\frac{12}{28} = \frac{3}{7}$

(6)

① 3つの直線のうち $3x + 2y = 7, 5x - 4y = 19$ も同じ交点で交わるから

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 & \text{--- ②} \\ 5x - 4y = 19 & \text{--- ①} \end{cases}$$

$$\textcircled{7} \times 2 + \textcircled{1} \times 5$$

$$\begin{array}{r} 6x + 4y = 14 \\ +) 5x - 4y = 19 \\ \hline 11x = 33 \end{array}$$

$$x = 3$$

$x = 3$ を $\textcircled{7}$ に代入して

$$3 \times 3 + 2y = 7$$

$$\Leftrightarrow 2y = 7 - 9$$

$$= -2$$

$$\therefore y = -1$$

よって交点の座標は $(3, -1)$

② $2x + ay = 11$ が $(3, -1)$ を通るから

$$2 \times 3 + a \times (-1) = 11$$

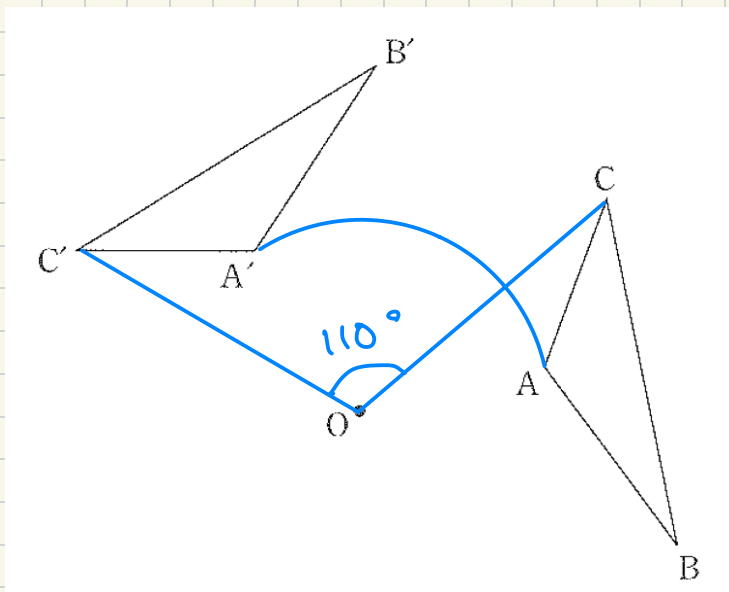
$$\Leftrightarrow -a = 11 - 6$$

$$= 5$$

$$\therefore \underline{a = -5}$$

(7)

①



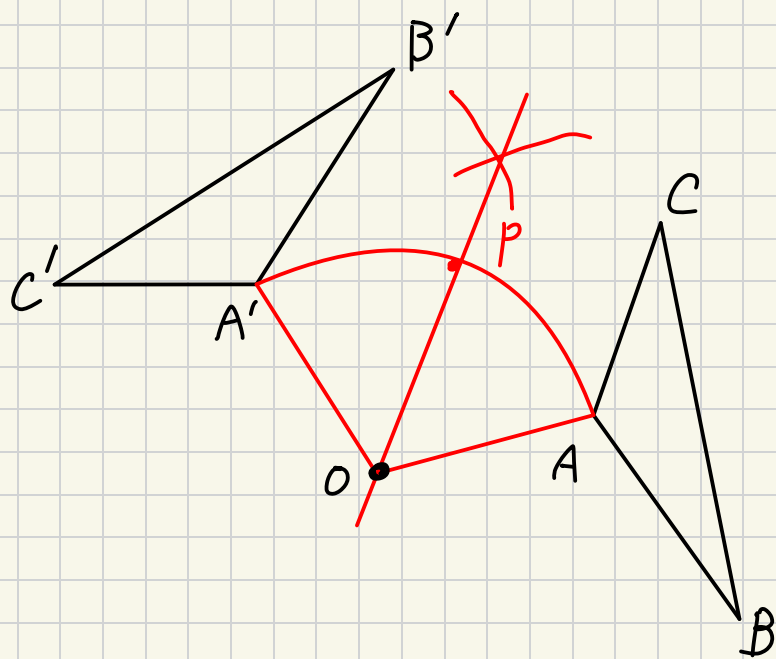
ア: O を中心とした円上に A, A' があるので. OA, OA' は円の半径. よって正しい

イ: 図のように A が A' まで移動した跡は弧なので. 誤り

ウ: O を中心として 110° 回転させたので. $\angle COC' = 110^\circ$. よって正しい

エ: ウと同様に $\angle AOA' = \angle BOB' = 110^\circ$ になるので正しい

(2)



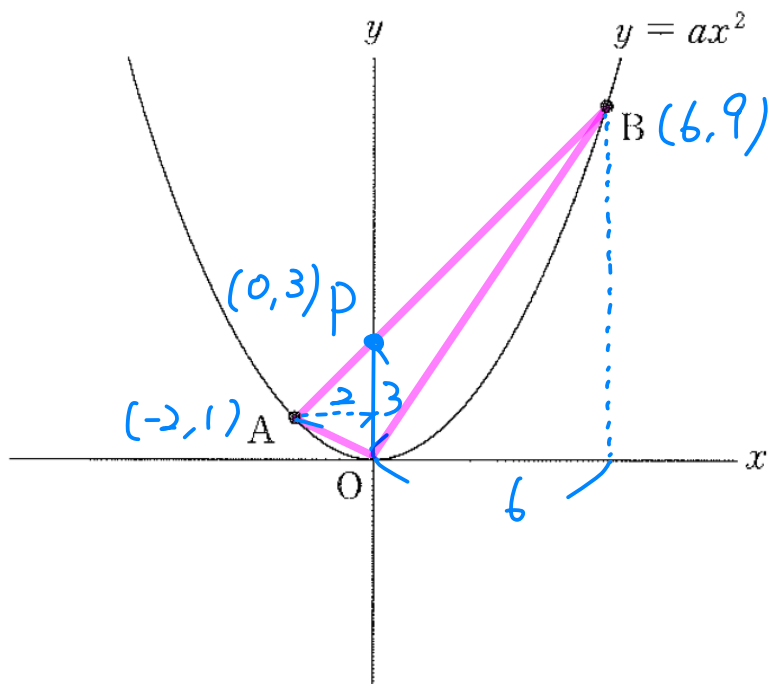
$\angle AOA' = 110^\circ$, $110 \div 2 = 55^\circ$ であるから. $\angle AOA'$ の二等分線を描く

2.

(1) $y = ax^2$ において. $B(6, 9)$ を通るから

$$9 = a \times 6^2 \quad \therefore 36a = 9 \quad \therefore a = \frac{1}{4}$$

(2)



$$A \text{ は } y = \frac{1}{4}x^2 \text{ 上 1 点 あり}$$

$$x = -2 \text{ だ から}$$

$$y = \frac{1}{4} \times (-2)^2$$

$$= 1 \quad \therefore \underline{A(-2, 1)}$$

直線 AB の式 を

$$y = mx + n \text{ と お く }$$

$A(-2, 1), B(6, 9)$ を 通 る
か ら

$$1 = -2m + n \quad \text{--- ②}$$

$$-) \quad 9 = 6m + n \quad \text{--- ①}$$

$$- 8 = -8m$$

$$\therefore m = 1$$

$$m = 1 \text{ を ① に 代入 して}$$

$$9 = 6 \times 1 + n \quad \therefore n = 3$$

$\therefore$ 直線 AB : $y = x + 3$. 直線 AB と y 軸 の 交 点
を P と する. $P(0, 3)$

$$\triangle OAB = \triangle OAP + \triangle OBP \text{ である から}$$

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3 \times 6$$

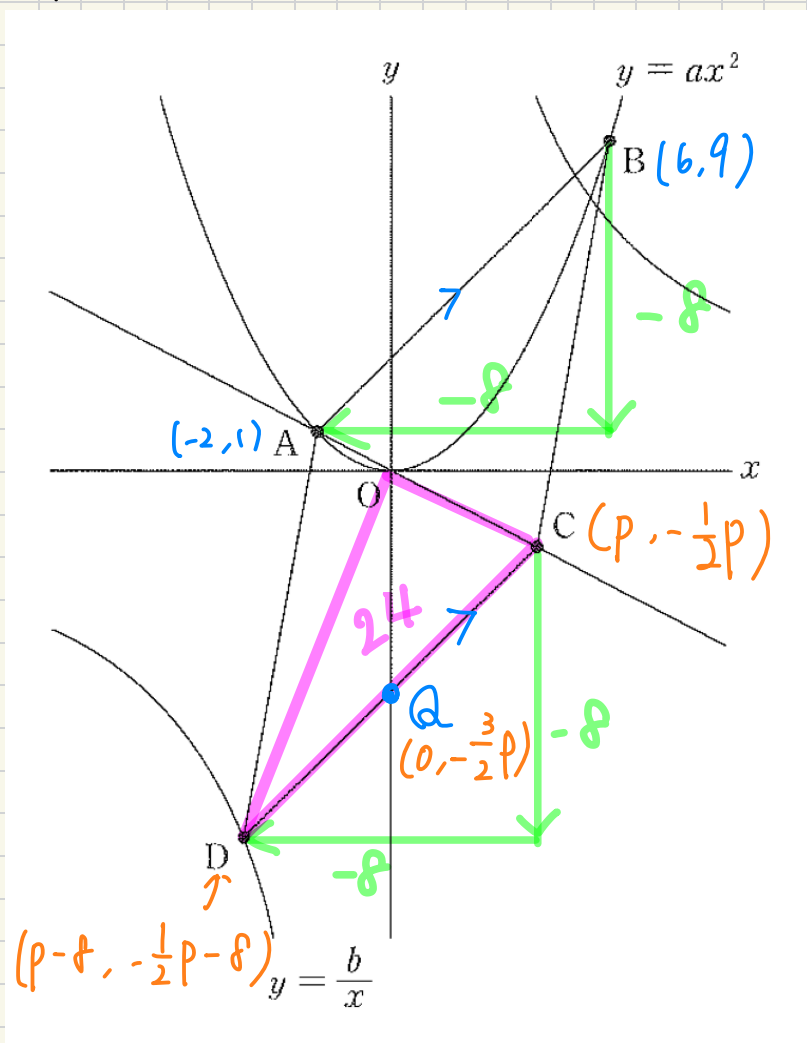
$$\quad \quad \quad \triangle OAP$$

$$= 3 + 9$$

$$= \underline{12 \text{ cm}^2}$$

$$\quad \quad \quad \triangle OBP$$

(3)



□ABCDは平行四辺形より

$AB \parallel DC$.

よって直線ABと直線DCの傾きは等しい.

(2) より直線AB: $y = x + 3$
だから直線DCの傾きは1である. — ⑦

また、直線OAの式を

$y = mx$ とおくと、 $A(-2, 1)$

を通るから

$$1 = -2m \quad \therefore m = -\frac{1}{2}$$

よって直線OA: $y = -\frac{1}{2}x$

点Cのx座標をpとおくと、 $y = -\frac{1}{2}x$ 上にあるから

$$y = -\frac{1}{2}p. \quad \therefore C(p, -\frac{1}{2}p)$$

また、⑦より

$$\text{点Dのx座標} = p - 8$$

$$\text{点Dのy座標} = -\frac{1}{2}p - 8$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{点Dのx座標} = p - 8 \\ \text{点Dのy座標} = -\frac{1}{2}p - 8 \end{array} \right\} D(p - 8, -\frac{1}{2}p - 8)$$

直線DCの式を $y = cx + d$ とおくと、⑦より $c = 1$.

$$\Rightarrow y = x + d. \quad \text{また、} C(p, -\frac{1}{2}p) \text{ を通るから}$$

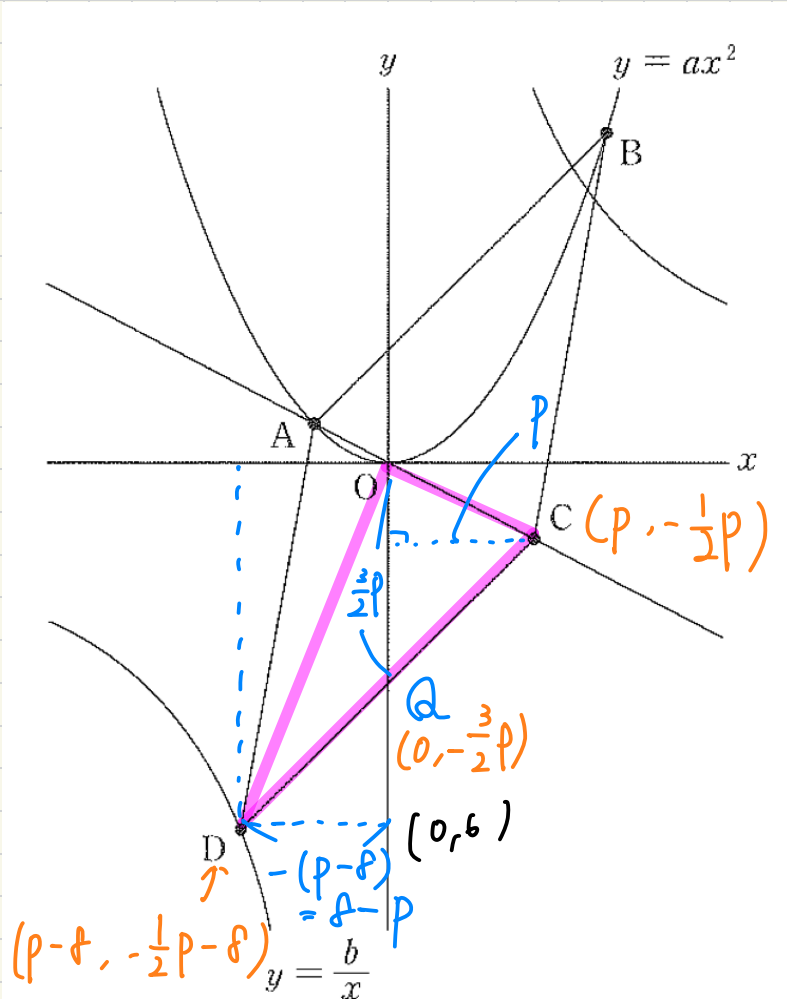
$$-\frac{1}{2}p = p + d \quad \therefore d = -\frac{3}{2}p$$

$$\therefore \text{直線 } DC : y = x - \frac{3}{2}p$$

$$y = x - 6$$

長さは正であるから
座標の負を正にする

直線 DC の y 切片を Q とおくと、 $Q(0, -\frac{3}{2}p)$



$\therefore p-d$ は負であるから
 $\triangle ODQ$ について、 OQ を
底辺とするとその高さは

$$-(p-d) = -p + d$$

$$\triangle ODC$$

$$= \triangle OCQ + \triangle ODQ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}p \times p$$

$$+ \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}p \times (-p + d)$$

$$= \frac{3}{4}p^2 - \frac{3}{4}p^2 + 6p$$

$$= 6p$$

これから 24 cm^2 にそろえる

$$6p = 24 \quad \therefore p = 4$$

(つぎに、点 D の座標 $(p-d, -\frac{1}{2}p-d)$ は

$$x \text{ 座標} = 4 - d = -4$$

$$y \text{ 座標} = -\frac{1}{2} \times 4 - d = -2 - d = -10$$

$$\therefore D(-4, -10)$$

点Dは $y = \frac{b}{x}$ 上にあるから

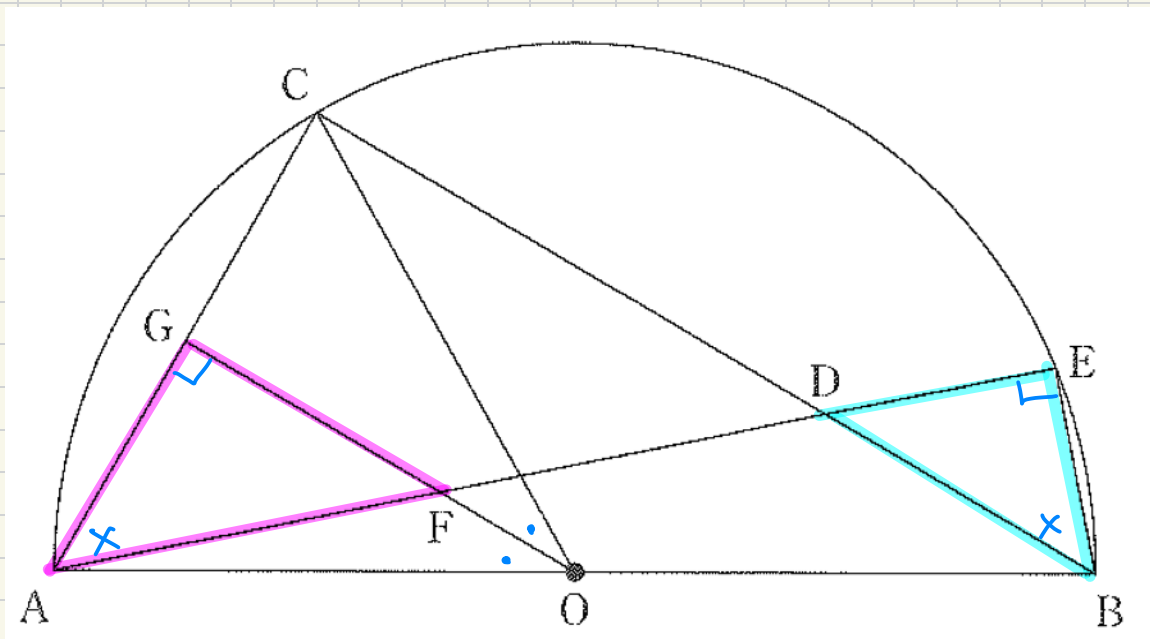
$$-10 = \frac{b}{-4} \quad \therefore b = 40$$

Cのx座標 = 4は正, Dのx座標 = -4は負
 $b = 40$ は $b > 0$ より問題に適する. 従って $b = 40$

3.

(1) 線分OAと線分OCは、半円Oの半径だから
長さも等しい. 従って $\triangle OCA$ は 等辺三角形 である.

(2)



$\triangle GAF$ と $\triangle EBD$ において. 等辺三角形 $\triangle OCA$ の
頂角の二等分線は. 底辺を垂直に2等分するから

$$\angle FGA = 90^\circ \quad \text{--- ①}$$

直径に対する円周角だから

$$\angle DEB = 90^\circ \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①, ② より } \angle FGA = \angle DEB \quad \text{--- ③}$$

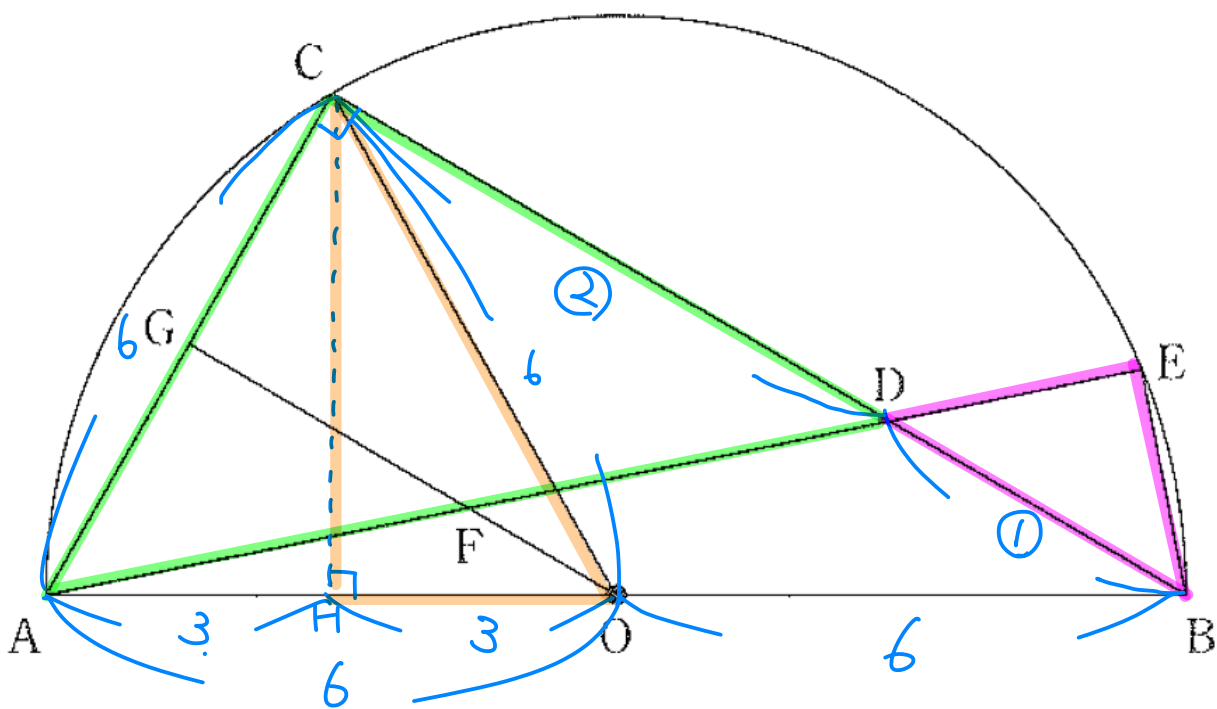
$\widehat{CE}$ は対する円周角は等しいから

$$\angle GAF = \angle EBD - (4)$$

③, ④より2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle GAF \sim \triangle EBD \quad (\text{証明終り})$$

(3)



$\triangle OCA$ は $OA = OC = CA = 6 \text{ cm}$ の正三角形。
 C から OA に垂線を下ろすと H と交わり、
 $AH = OH = 3 \text{ cm}$

また、円の半径より $OA = OB$ より、 $\angle O = 60^\circ$ より、 $OB = 6 \text{ cm}$

$\Delta CH O$ で三平方の定理より

$$\begin{aligned} CH^2 &= 6^2 - 3^2 \\ &= 36 - 9 \\ &= 27 \end{aligned}$$

また, $\triangle CHB$ で $\equiv$ 平方の定理より

$$CB^2 = CH^2 + BH^2$$

$$= 27 + 9^2$$

$$\therefore CB = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$BD : DC = 1 : 2 \text{ f.)}$$

$$\underline{DC} = \frac{2}{1+2} \times 6\sqrt{3}$$

$$= \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3}$$

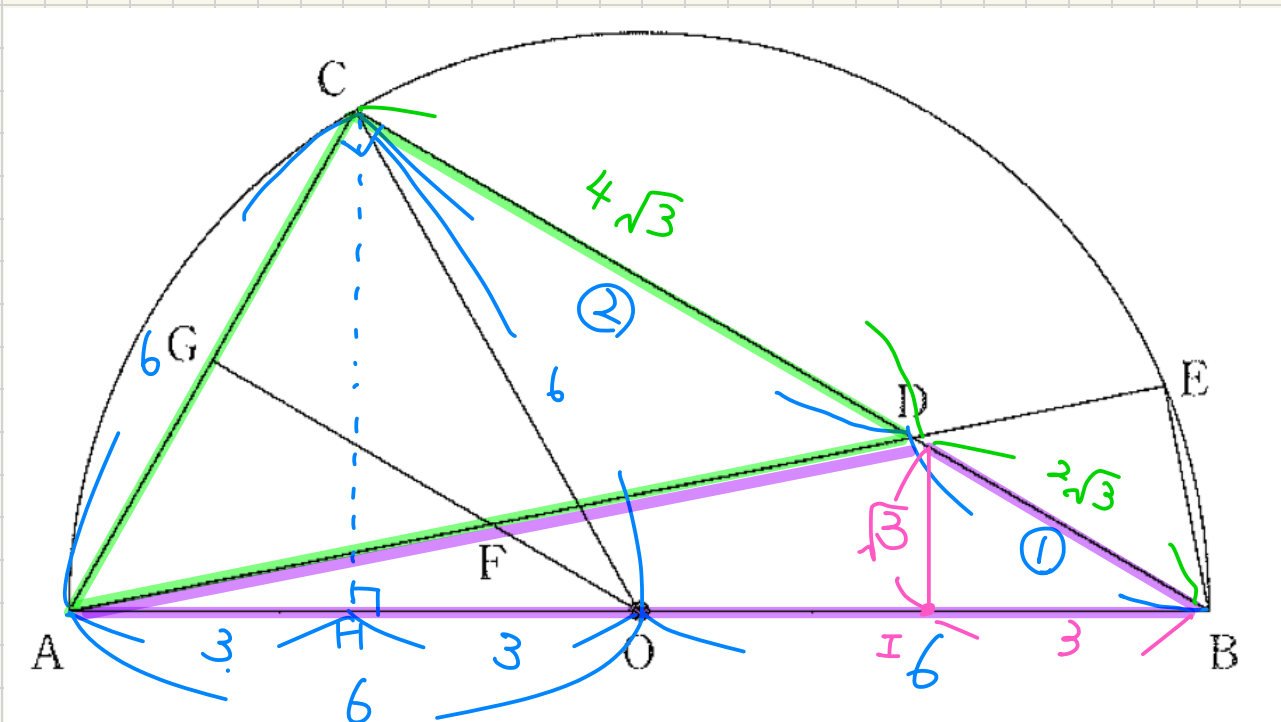
$$= 4\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} BD &= 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ &= \underline{2\sqrt{3}} \end{aligned}$$

したがって $\triangle CAD$ の面積は

$$\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 = 12\sqrt{3}$$

③ 直径に對する円周角
 $\angle ACD = 90^\circ$



$\triangle CAD$ と $\triangle DAB$ において、底辺をそれぞれ CD, DB とすると、高さが等しいので、面積比は、底辺比と等しい。よって、

$$\triangle CAD : \triangle DAB = 2 : 1$$

$\triangle CAD$ と $\triangle EBD$ において.

$$\angle ACD = \angle BED = 90^\circ \text{ — ①}$$

$\widehat{CE}$ に対する円周角は等しいので.

$$\angle CAD = \angle EBD \text{ — ②}$$

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので.

$$\triangle CAD \sim \triangle EBD$$

相似比は. $AD : BD = 2\sqrt{2} : 2\sqrt{3}$.

相似な図形の面積比は. 相似比の2乗に等しいので.

$$\triangle CAD : \triangle EBD = (2\sqrt{2})^2 : (2\sqrt{3})^2$$

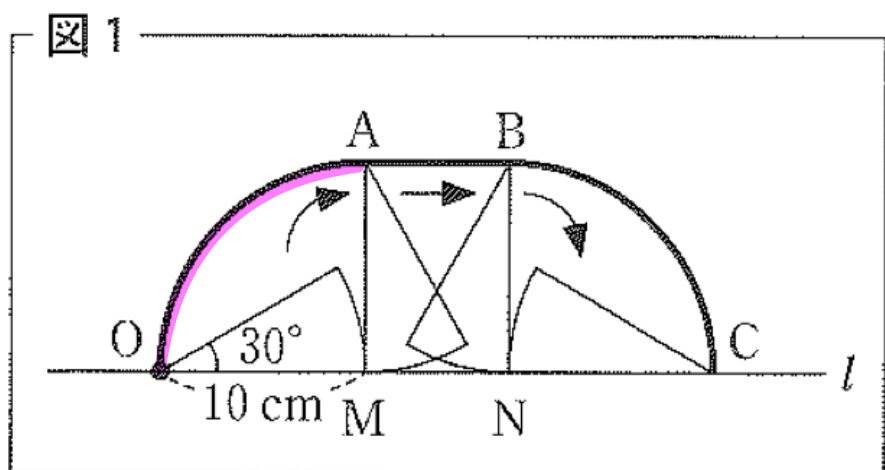
$12\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow 12\sqrt{3} : \triangle EBD = 84 : 12$$
$$= 7 : 1$$

$$\Leftrightarrow 7 \times \triangle EBD = 12\sqrt{3}$$

$$\therefore \triangle EBD = \frac{12\sqrt{3}}{7} \text{ cm}^2$$

4.
(1)



Mを中心とした半径
10cm の円周の $\frac{1}{4}$ の

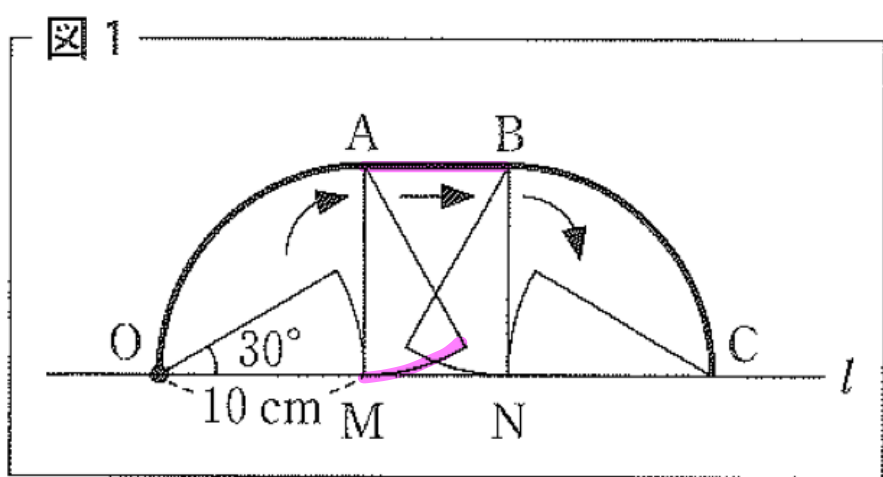
長さなので.

$$10 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{4}$$

直径

$$= 5\pi \text{ cm}$$

(2)



線分 AB の $\frac{1}{2}$ 分点.

おうぎ形, の弓形の $\frac{F}{T_2} \pm \varepsilon$
 等しい。弓形の $\frac{F}{T_2} \pm \delta$.

$$10 \times 2 \times \pi \times \frac{30}{360}$$
$$= 20\pi \times \frac{1}{12} = \frac{5}{3}\pi$$

よって、0 から C までの $\frac{C}{2}$ は

$$\underbrace{5\pi}_{OA} + \underbrace{\frac{5}{3}\pi}_{AB} + \underbrace{5\pi}_{BC} = \frac{15\pi + 5\pi + 15\pi}{3}$$
$$= \frac{35}{3}\pi \text{ cm}$$

(3)

円錐の底面である円の周の長さは

$$\frac{5 \times 2 \times \pi}{\text{直径}} = 10\pi$$

この周の2倍と、Dを中心とした円Aの周の長さが等しい。
Dを中心とした円Aの半径を x とすると、

$$10\pi \times 2 = \underline{x \times 2} \times \pi$$

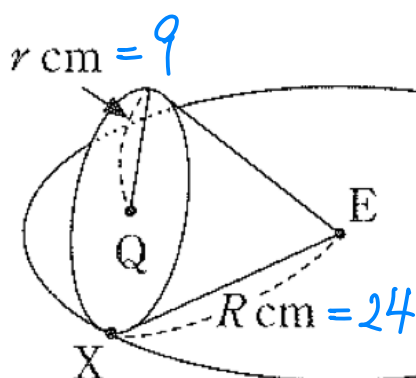
Dを中心としてLの円の直径

$$\therefore x = 10$$

Dを中心とした円の半径 = 円錐の母線であるから。
母線の長さは 10cm

(4)

図 3



Eを中心とした円の周の長さは、

$$\frac{24 \times 2 \times \pi}{\text{直径}} = 48\pi \text{ cm}$$

また、円錐の底面である円の周の長さは、

$$\frac{9 \times 2 \times \pi}{\text{直径}} = 18\pi$$

円錐がx回転し、x回目の位置に戻るまで、Eを中心とした円をy周したとすると、

$$18\pi \times x = 48\pi \times y$$

が成立する。式を整理して、

$$18x = 48y$$

$$\Leftrightarrow 9x = 24y$$

x, y は自然数だから、9x は 24 の倍数、24y は 9 の倍数とすれば良い。9 と 24 の最小公倍数は 72 であるから、

$$9x = 24y = 72. \quad \therefore x = 8, y = 3$$

したがって、円Eの周を3周したときに初めてもとに戻る

(4) (3) より円錐の底面の円が動いた距離は、

Eを中心とした円周の3周分であるから、

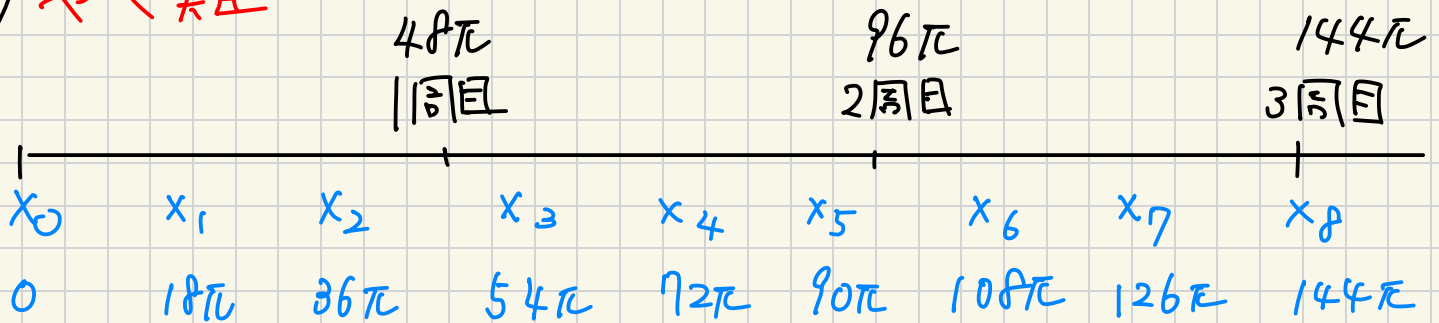
$$48\pi \times 3 = 144\pi \text{ cm.}$$

1=7の跡は $18\pi \text{ cm} =$ とつくから、

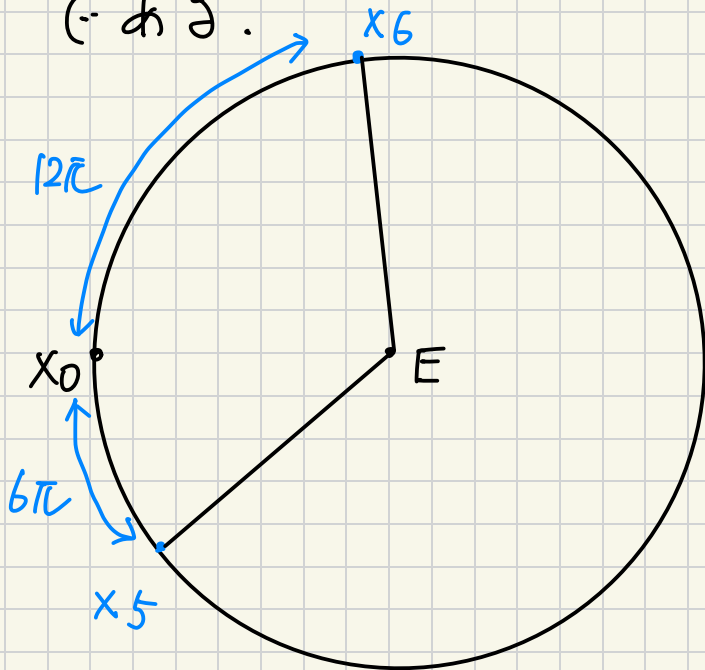
$$144\pi \div 18\pi = 8$$

よって 8 個

(5) やや難



上図より x_5 は 1 周目の途中. x_6 は 2 周目の途中である.



2 周目は 96π であるから.
 x_5 は もとの位置より 6π 手前.
 x_6 は もとの位置より 12π 進んだところにある.

したがって

$$\widehat{x_5 x_6} = 18\pi$$

中心角 $\angle x$ とすると $\widehat{x_5 x_6}$ の弧の長さは

$$24 \times 2 \times \pi \times \frac{x}{360} = 18\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{360} = \frac{18}{48}$$

$$= \frac{3}{8}$$

$$\therefore x = \frac{3}{8} \times 360 = \underline{\underline{135^\circ}}$$